Interdidactique de l'enseignement des mathématiques dans trois disciplines de la filière productique usinage en lycée professionnel

Nathalie Auxire

UNIVERSITÉ NICE SOPHIA ANTIPOLIS

U.F.R. LETTRES, ARTS ET SCIENCES HUMAINES

École doctorale Lettres, Sciences Humaines et Sociales (ED 86)

Laboratoire I3DL (EA 6308)

Interdidactique, Didactique des Disciplines et des Langues

THÈSE

En vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Nice Sophia Antipolis

En Sciences de l'Education

présentée par Nathalie AUXIRE

Interdidactique de l'enseignement des mathématiques dans trois disciplines de la filière productique usinage en lycée professionnel

Thèse codirigée par Madame la Professeure Nicole Biagioli et Monsieur le Professeur René Lozi
Présentée publiquement le 2 novembre 2015

Membres du jury :

Joël Lebeaume, Professeur des Universités, Doyen de l'Université Paris Descartes (rapporteur)

Brigitte Allys-Grugeon, Professeure des Universités, Université Paris Est Créteil, ESPE (rapporteur)

Corine Castela, Maître de conférences HDR émérite, Université de Rouen (examinateur)

Stéphane Junca, Maître de Conférences HDR, Université de Nice Sophia Antipolis (examinateur)

Nicole Biagioli, Professeure des Universités, Université de Nice Sophia Antipolis, ESPE

René Lozi, Professeur des Universités, Université de Nice Sophia Antipolis, ESPE

Résumé

Notre approche interdidactique de l'enseignement des mathématiques en lycée professionnel étudie comment une discipline (discipline générale de mathématiques-sciences physiques et chimiques, discipline professionnelle de productique usinage, discipline technologique de construction mécanique) se réfère aux mathématiques.

Nous observons les contenus, les conduites d'enseignement et les représentations qu'ont les enseignants de la relation de leur discipline aux mathématiques et, à travers elles, la fréquentation des mathématiques qu'ils organisent pour leurs élèves, cela en croisant (1) l'analyse épistémologique d'objets enseignés, (2) l'analyse de discours d'enseignants en entretien ou en situation d'enseignement, (3) l'analyse du discours institutionnel sur les attendus et les contenus de l'enseignement des mathématiques.

Notre approche multifactorielle de la circulation des mathématiques entre l'institution scolaire, le monde socio-économique et les acteurs enseignants, montre :

- L'entretien de stéréotypes sur les disciplines et les savoirs, à travers l'enseignement déclaré des mathématiques, en lien avec ses fonctions sociales et la catégorisation des disciplines,
- L'existence d'indicateurs d'activité cachée d'enseignement mathématique dans le discours des enseignants des disciplines spécialisées,
- Une complexité épistémologique des objets enseignés dans les disciplines spécialisées conduisant à mettre la composante technologique en avant des composantes technique ou mathématique,
- L'emploi de langages disciplinaires matérialisant les différentes ergonomies disciplinaires en fonction des moyens sémiotiques spécifiques et des contraintes institutionnelles.

Mots clés

Interdidactique, mathématiques, technique, technologie, discipline scolaire, analyse de discours, sémiotique, communauté, langage disciplinaire, productique usinage, lycée professionnel.

Key Words

Cross cultural approach, mathematics, mathematical education, technological education, academic syllabus, discourse analysis, semiotics, language, community, computer-integrated manufacturing, vocational high school.

Remerciements

C'est avec sincérité que je remercie mes directeurs de thèse, Nicole Biagioli et René Lozi, qui m'ont guidée tout au long de ce travail de formation, de recherche et d'écriture. Je voudrais leur témoigner ma reconnaissance pour leur expertise et leur entrain intellectuel. Malgré toutes les tracasseries que je leur ai imposées, ils ne m'ont pas abandonnée de l'autre côté de l'océan : je les en remercie du fond du cœur.

Je remercie vivement les trois enseignants de lycée professionnel qui ont accepté de me recevoir sur le lieu de leur exercice et de s'entretenir avec moi plusieurs fois. Sans leurs témoignages, une grande partie des résultats de cette thèse n'aurait pas vu le jour. Ma gratitude va aussi à M. Michel Polidori, inspecteur de l'Éducation Nationale de l'Enseignement Général en maths–sciences –désormais en Corse, qui, prêtant attention à ma demande, est intervenu auprès des chefs d'établissement pour m'introduire dans un milieu qui m'était parfaitement inconnu, le lycée professionnel. Sans son aide, il est probable que l'organisation des rencontres et la réalisation des entretiens auraient été moins faciles qu'elles ne l'ont été.

Je remercie les membres de mon jury de thèse d'avoir accepté de lire et d'évaluer mon travail. Je remercie en particulier M. Joël Lebeaume et Mme Brigitte Grugeon-Allys d'avoir accepté d'en être les rapporteurs. M. Stéphane Junca et Mme Corine Castela m'ont fait l'honneur de s'intéresser à mon travail et d'y consacrer des heures de lecture : je leur en suis reconnaissante.

Je remercie également le laboratoire I3DL et l'ARDM qui m'ont permis, à plusieurs reprises, d'exposer mon travail à des chercheurs expérimentés, critiques et bienveillants et de partager le « stress » du milieu de la recherche avec d'autres doctorants.

Je voudrais, enfin, adresser une pensée amicale à mes collègues de mathématiques, d'électronique, d'électromagnétisme, de mécanique de l'École Polytech de Nice, pour nos discussions erratiques, parfois passionnées et souvent pertinentes, sur les aléas de l'enseignement des mathématiques.

UNIVERSITÉ NICE SOPHIA ANTIPOLIS

U.F.R. LETTRES, ARTS ET SCIENCES HUMAINES

École doctorale Lettres, Sciences Humaines et Sociales (ED 86)

Laboratoire I3DL (EA 6308)

Interdidactique, Didactique des Disciplines et des Langues

THÈSE

En vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Nice Sophia Antipolis

En Sciences de l'Education

présentée par Nathalie AUXIRE

Interdidactique de l'enseignement des mathématiques dans trois disciplines de la filière productique usinage en lycée professionnel

Thèse codirigée par Madame la Professeure Nicole Biagioli et Monsieur le Professeur René Lozi
Présentée publiquement le 2 novembre 2015

Membres du jury

Joël Lebeaume, Professeur des Universités, Doyen de l'Université Paris Descartes (rapporteur)

Brigitte Grugeon-Allys, Professeure des Universités, Université Paris Est Créteil, ESPE (rapporteur)

Corine Castela, Maître de conférences HDR émérite, Université de Rouen (examinateur)

Stéphane Junca, Maître de Conférences HDR, Université de Nice Sophia Antipolis (examinateur)

Nicole Biagioli, Professeure des Universités, Université de Nice Sophia Antipolis, ESPE

René Lozi, Professeur des Universités, Université de Nice Sophia Antipolis, ESPE

Table des matières

VOLUME D'ANNEXES

Table des figures

Partie 1

Partie 2

Partie 3

Introduction générale

Le travail de recherche que nous présentons dans cette thèse s'enracine dans l'observation d'un obstacle : des étudiants de licence scientifique, bloqués par une représentation graphique d'une configuration de solides, ne pouvant émettre aucune hypothèse pour calculer un rapport de longueur. La configuration, issue d'un authentique sangaku (énigme japonaise en géométrie euclidienne), consistait en un empilement de solides (un cube intercalé entre deux sphères) circonscrit par une grande sphère. Une hypothèse d'alignement des centres de chacun des solides et une hypothèse d'intersection ponctuelle suffisaient à proposer une solution convoquant le théorème de Pythagore (collège) et la technique de factorisation du trinôme de degré 2 (première). L'inertie des étudiants à émettre des hypothèses ne provenait pas d'un déficit d'apprentissage mais plutôt d'un déficit d'enseignement ; ils étaient démunis pour imaginer les relations topologiques entre les solides, ne s'autorisaient pas à raisonner à partir d'informations plausibles d'après le dessin et manquaient de vocabulaire.

Ces deux premiers constats sont à l'origine de notre questionnement : pourquoi le curriculum de mathématiques ne dit-il rien sur les relations topologiques et géométriques entre solides ? Connexité, inclusion, …, tangence, co-axialité… autant d'hypothèses pragmatiques lors de la lecture d'une représentation, qui donnent la possibilité d'initier un raisonnement spatial géométrique. Pourquoi aussi les étudiants apparaissent-ils si réticents à un problème ouvert ? S'agit-il seulement de l'obstacle mathématique ou n'y a-t-il pas aussi une forme de désapprobation plus ou moins consciente de ce type d'activité ? C'est la combinaison de ces questions qui nous a obligée à nous décentrer de la discipline générale des mathématiques et à nous orienter vers des secteurs de l'enseignement technologique où nous pensions pouvoir observer un enseignement où les configurations de solides seraient étudiées, à partir de représentations graphiques, sans que les relations entre solides ne soient négligées.

Nous sommes arrivée ainsi à déterminer notre contexte de recherche : les filières industrielles du lycée professionnel et à donner une première formulation de notre problématique : existe-t-il un enseignement de la géométrie à partir des configurations de solides dans les autres disciplines que celle des mathématiques ?

Notre détour par un contexte d'enseignement inhabituel à notre pratique nous a conduite à envisager notre recherche selon une approche interdidactique. En effet, interroger des disciplines, autres que la discipline des mathématiques, sur leur enseignement d'objets mathématiques pour étudier des relations ou des formes spatiales a nécessité de se décentrer du mode de pensée de la didactique disciplinaire et de disposer d'outils et de méthodes comparatistes tout en considérant la pluralité des disciplines comme un trait culturel cohésif de notre institution scolaire. Comment, en effet, étudier l'enseignement des mathématiques sans questionner les variations disciplinaires des représentations concernant l'activité mathématique et la sémiotique des objets mathématiques eux-mêmes ?

De façon plus générale, la réticulation des savoirs pose des questions variées qui dépassent les frontières disciplinaires et sociales. Un foisonnement de questions anime, de façon plus ou moins intuitive, élèves, étudiants, enseignants ; il porte sur les difficultés à enseigner/ apprendre certains objets mathématiques, sur l'organisation des disciplines entre elles, leur organisation interne, sur l'offre des filières d'études... Quelques une de ces questions sont posées à travers les différents points de vue que nous livre jour après jour notre entourage professionnel (étudiants, enseignants, coordinateurs, …) et méritent d'être rapportées comme prémisses de celles que nous aborderons relativement à l'enseignement en mathématiques.

Lorsqu'on interroge des lycéens de filière scientifique sur leur discipline de prédilection, les côtés *pratique* ou *investigatoire* des disciplines scientifiques sont souvent allégués pour justifier la préférence. Les ressentis ont aussi une grande importance :

> en terminale/ les maths c'est plus difficile qu'en première // en première les probabilités c'est concret
>
> en maths/ c'est mieux qu'en physique// on prend les théorèmes de l'année d'avant et on approfondit tandis qu'en physique/ on fait plein de p'tits bouts et on comprend pas grand-chose
>
> les maths/ ça va/ c'est facile// sauf la géométrie dans l'espace

De même, lorsque les enseignants parlent de leur pratique quotidienne, des jugements personnels se mêlent souvent à l'exposé des faits :

> y'a des élèves de terminale S qu'ont même pas l'niveau des lycée pro// oui// maint'nant y'a d' bons élèves de lycée pro/ i' peuvent entrer en IUT et après ça va […] moi'j'leur dis à mes élèves/ vaut-mieux passer par la fac et récupérer de bonnes écoles d'ingénieurs après la licence plutôt qu'de vouloir faire des prépas où la plupart du temps i's ont pas la capacité d'travail […] évidemment maint'nant dans l'programme/ y'a des lectures de documents// alors i's s'récupèrent des super notes au bac mais après quand i's arrivent dans l'supérieur/i's s'aperçoivent qu'i's sont pas bons en physique (PRAG de sciences physiques)

Ces courts témoignages[1] émanant de lycéens et d'une enseignante montrent que les limites disciplinaires, la catégorisation de l'activité scientifique (sa nature et sa valeur), la pertinence

[1] Les témoignages des lycées et de l'enseignante ont été recueillis dans mon établissement, l'École Polytech Universitaire, école d'ingénieur intégrée à l'Université de Nice Sophia Antipolis.
Les lycéens ont été interrogés dans le cadre d'un entretien informel de recrutement.
L'enseignante, agrégée de sciences physiques assure, sous forme de vacations, des travaux dirigés de mécanique en première année. Cette enseignante, également formatrice, a en charge les terminales scientifiques. Dans l'établissement où elle est titulaire, les filières de formations sont : le baccalauréat scientifique option sciences de l'ingénieur, le baccalauréat technologique STI2D**, des baccalauréats professionnels BTP*, des brevets de technicien supérieurs BTP et des licences professionnelles BTP.
**STI2D : Sciences et Technologies de l'industrie et du développement durable.

et la cohésion des filières d'études ne vont pas de soi : elles sont toujours remises en question par les acteurs (enseignants, élèves). A travers leurs dires, nous constatons que ces derniers « se fabriquent » un cadre d'interprétation structuré en partie par les textes officiels, en partie par la valeur personnellement investie dans les disciplines au cours des études, en partie encore par les outils sémiotiques mis en jeu au moment du discours. Dans tous les cas, les contenus scientifiques et l'attitude attendue dans une discipline pour assimiler ses contenus semblent avoir une part égale.

La diversité de ces questions nous amène ainsi dans le champ de l'interdidactique, à la recherche d'explications sur le découpage des savoirs, le rapport entre théorie et pratique, sur la valeur des savoirs programmés dans les disciplines, celle des savoirs acquis hors de l'école... En fait, l'interdidactique est une dimension intuitive de la pratique comme les propos que nous venons de citer l'illustrent.

Mais l'interdidactique est aussi une dimension scientifique de la cognition, questionnant la normalisation des savoirs dans la société, mettant en perspective les points de vue individuels des praticiens, les points de vue distancés des chercheurs et les points de vue institutionnels, à travers une diversité de problématiques culturelles et épistémologiques telles que la formation des identités disciplinaires, les différentes rationalités intervenant dans les processus d'enseignement-apprentissage, la cohérence de la formation scientifique en regard de la coexistence des disciplines, *etc*.

L'approche interdidactique nous apparaît la plus adaptée pour aborder l'existence d'enseignements de mathématiques par *les* disciplines, parallèles à celui qui est programmé dans *une* discipline explicitement dédiée aux mathématiques. Par commodité, nous allons appeler cette discipline dédiée aux mathématiques, *discipline des mathématiques*, mais cela n'est qu'une simplification car selon le contexte scolaire la dénomination peut changer : *domaine disciplinaire de mathématiques* à l'école primaire, *discipline de mathématiques-sciences physiques et chimiques* au lycée professionnel.

Lorsque nous avons pris conseil auprès des inspecteurs pédagogiques de mathématiques-sciences physiques et chimiques, une filière spécifique nous a été recommandée comme terrain possible d'observation de l'enseignement des solides : la filière productique usinage en lycée professionnel. Au fur et à mesure de notre recherche, nous avons finalement dû élargir le point de vue, initialement centré sur la géométrie des solides, à un point de vue plus global sur les mathématiques pour tenir compte de l'intrication des questions qui se posaient sur le plan de l'observation et de l'analyse de données. Notre problématique s'est donc déployée autour de la question suivante :

---

*BTP : Bâtiment et Travaux Publics.

> **Peut-on dire que les trois disciplines de la filière productique usinage en lycée professionnel (**la discipline professionnelle de productique usinage, la discipline technologique de construction mécanique et la discipline générale de mathématiques-sciences physiques et chimiques) **développent chacune et ensemble un enseignement des mathématiques ?**

Ce qui revient à chercher la présence d'une dimension interdidactique intuitive chez les enseignants de ces disciplines relativement aux mathématiques. Et comme cette interdidactique intuitive peut être appréhendée avec les outils de la recherche en interdidactique, nous avons intégré cette dimension heuristique à notre formulation définitive :

> **Peut-on étudier l'enseignement des mathématiques dans la filière productique usinage en lycée professionnel sous l'angle de l'interdidactique ?**

Cette problématique contient deux exigences :

- Celle de se décentrer de la didactique disciplinaire des mathématiques pour envisager la transformation d'un objet mathématique en un objet d'enseignement à travers différents cribles disciplinaires dans une perspective didactique non disciplinaire ;
- Celle aussi de préserver la complexité du phénomène d'enseignement-apprentissage. Dans son étude sur *L'impact des stéréotypes disciplinaires sur les apprentissages*, Biagioli (2010) montre à travers différents protocoles expérimentaux[2] qu'un phénomène d'enseignement-apprentissage ne peut pas être considéré comme désincarné et que la représentation des savoirs (conceptualisation) va de pair avec la représentation discriminante des disciplines scolaires (stéréotypisation) :

> […] l'individu dans sa présence effective et charnelle, le groupe dans sa cohésion et son pouvoir d'assimilation, et les contenus enseignés dans leur usage de classement des êtres et des choses sont intriqués dans le stéréotypage scolaire. (Biagioli, 2010 a, p. 33)

Notre approche interdidactique des variations de l'enseignement des mathématiques à travers les disciplines comporte trois axes d'analyse : l'analyse mathématique, l'analyse des pratiques et l'analyse des représentations collectives ou subjectives. Nous allons voir en quoi la combinaison de ces trois axes d'analyse permet d'appréhender les phénomènes d'enseignement-apprentissage en déformant le moins possible leur constitution complexe.

Avec l'analyse mathématique, nous étudions le champ conceptuel d'une notion mathématique (solide, repère, vecteur) et considérons, dans chacune des disciplines, l'épistémologie de cette notion. Quelles situations permet-elle de modéliser ? Comment est-elle introduite pour marquer sa nécessité par rapport aux autres objets enseignés ? (Situation disciplinaire de référence)

[2] Enquête auprès d'élèves, récit d'enseignant, mise en œuvre enseignante par co-intervention disciplinaire.

Enfin, dans le cas où la notion est ouvertement déclarée comme objet d'enseignement, quelle définition est éventuellement proposée pour s'y référer ?

Avec l'analyse des pratiques, nous tenons compte des conditions de mise en œuvre de l'enseignement de la notion mathématique. Quel est l'environnement sémiotique qui, dans une discipline et un contexte donnés, permettent de donner une vie sociale à cette notion mathématique ? Cet environnement intègre les critères de classement des élèves, des enseignants, des disciplines.
Quelles sont les pratiques de conduite d'enseignement de cette notion et les modes d'évaluation de leur acquisition ?
Dans le cas où la notion fait partie du curriculum déclaré de plusieurs disciplines, y a-t-il des dispositifs de liaison entre ces enseignements disciplinaires ?
Il s'agit de mettre en relation les variations de pratiques sémiotiques et les variations de conception d'une notion mathématique.

L'analyse des représentations que les acteurs ont d'une discipline complète les deux autres et constitue un des apports innovants de l'interdidactique. Elle prend en compte les conséquences du partage disciplinaire des savoirs sur l'identité des acteurs scolaires (enseignant, apprenant, institution), mettant en relation deux échelles d'observation, celle d'une organisation collective et celle des représentations individuelles, articulées par les différents vécus ou histoires disciplinaires.
Le changement d'échelle d'observation amène à étudier la formation de représentations stéréotypées des disciplines, que ces dernières soient positives ou négatives.
L'affiliation (*vs* la désaffiliation) d'un individu à une discipline est associée à une représentation positive (*vs* négative) de la discipline (Biagioli, 2010 a, p. 38-39).
L'auteur répertorie différents critères indicateurs de l'affiliation d'un sujet à une discipline scolaire comme, par exemple, le fait de garder une image positive de soi à l'évocation de la discipline, ou encore, le fait de pouvoir manifester son expertise et des exigences dans un domaine disciplinaire.
La désaffiliation pourra être associée à la rigidification des attentes formatives, à une incapacité à se représenter l'enjeu de la discipline en tant que domaine de savoirs, au rejet de certaines valeurs de la discipline.

Sur chacun des trois axes d'analyse, la langue naturelle s'est imposée comme objet d'étude incontournable, étant tout à la fois, un outil de médiation des concepts visés par la discipline, un outil d'articulation entre les différents moyens sémiotiques mis en œuvre par une discipline, et un outil d'expression du niveau d'affiliation à une discipline. Les sciences du langage sont apparues comme des disciplines contributoires privilégiées de l'approche interdidactique, qui a importé l'analyse du discours comme outil de recherche, dans le champ de la didactique.

Quels sont les enjeux sociaux de notre recherche ?

Nous avons mené une étude interdidactique de l'articulation : entre les disciplines d'une même filière, entre deux contextes différents implicitement mis en perspective (le lycée général/ le lycée professionnel), entre deux catégories socio-professionnelles (les enseignants bivalents/ les enseignants monovalents), *etc*.
L'ensemble de ces articulations tend à « développer une sensibilité *plurifactorielle*, en allant souvent […] contre la présentation de soi des institutions concernées lesquelles tendent à ne désigner que les facteurs qu'elles espèrent pouvoir contrôler » (Chevallard, 2007, p. 12–18).
Il s'agit donc de mettre à jour les représentations stéréotypées pour éviter de mal interpréter ce que nous observons.
Biagioli (2010, p. 36) définit le marquage axiologique comme étant le passage insensible d'une catégorie sémantique utile pour planifier l'action pédagogique (programmer des contenus, concevoir une évaluation, …) à une catégorie associée à une représentation simplificatrice, rigide et discriminante (bien/pas bien). Comme on l'a vu dans les quelques propos cités en début de cette introduction, le marquage axiologique se construit au cours de l'expérience scolaire par les communautés à l'encontre d'individus, d'une discipline ou encore d'un objet disciplinaire. Il est difficile de s'en départir parce que ce marquage axiologique est généré dans les milieux de socialisation et d'éducation. Lorsqu'il est négatif, ce marquage n'est pas sans conséquence ni sans poser des difficultés didactiques.

Une conséquence est la détérioration durable de l'image sociale de la cible, sachant que la cible peut être très variée : notion ou pratique caricaturée, discipline surévaluée au détriment d'une autre, discipline dévaluée, élève ayant une faible estime de soi, stigmatisation d'une catégorie d'enseignants selon leur discipline, discrimination d'élèves selon leur filière, … Un premier enjeu de recherche est de comprendre comment, dans l'histoire des disciplines et des individus (enseignants ou élèves), se forme un marquage axiologique à propos des mathématiques. Les politiques de recrutement des enseignants et d'orientation des élèves sont-elles discriminantes ? Pour illustrer ce premier enjeu, on peut s'interroger sur l'effet des changements d'appellation des disciplines ou des des diplômes terminaux de lycée : la reforme des lycées a par exemple rebaptisé en *baccalauréats* les anciens *brevets professionnels.* Cela peut s'interpréter comme l'expression d'une volonté déclarée de contrevenir aux représentations stéréotypées soulignant, ici, une gestion plus rationnelle des filières ou, là, une reconnaissance égale des filières de formation. Mais les changements d'appellation ne suffisent pas à neutraliser les stéréotypes.

Quels sont les enjeux épistémiques de notre recherche ?

Du point de vue de l'enseignement des mathématiques, le principal enjeu est d'interroger les représentations enseignantes de ce qu'est l'activité mathématique, dans ou hors de la classe de mathématiques. Ainsi, la notion *d'activité mathématique* sera discutée : en quoi est-elle reconnaissable ? En quoi se distingue-t-elle des *autres* activités scientifiques et techniques ? Les observations d'élèves ou d'enseignants en situation ont montré (Bessot *et al.*, 2005 ; Duval, 1995 ; Bergeron *et al.*, 1982) qu'on ne peut pas se fonder sur les procédures observées et le formalisme utilisé pour déduire un niveau de compréhension mathématique : en effet, les différentes modes de raisonnement (intuition[3], causalité, inclusion) se répondent récursivement, ce qui suggère qu'il ne suffit pas de décrire le formalisme langagier utilisé par une discipline pour décrire l'activité mathématique, lorsque celle-ci existe.

Un autre enjeu concerne la représentation des savoirs scientifiques à travers la problématique de la *liaison des enseignements*. Cette liaison est-elle faisable, souhaitable, nécessaire ? Est-elle utopique ? Le programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques de la filière productique usinage (BOEN n°2 du 19/02/2009) souligne l'importance de la cohérence de la formation scientifique. Il nous semble que *la cohérence de la formation scientifique* présuppose une forme harmonieuse de maitrise des savoirs. Nous pensons que l'approche interdidactique de l'enseignement des mathématiques peut contribuer d'une part à déconstruire les présupposés des préconisations institutionnelles et, d'autre part, à apporter des éléments de diagnostic à leur faisabilité.

Notre objet de recherche est l'enseignement des mathématiques hors de la classe des mathématiques. Nous avons organisé notre investigation sur *l'interdidactique de l'enseignement des mathématiques dans trois disciplines de la filière productique usinage du lycée professionnel* en une série d'enquêtes conjointes.

La première concerne les objets didactiques mathématiques, nous cherchons et étudions les situations didactiques spécifiques aux disciplines : celles qui justifient l'introduction, implicite ou explicite, de telle ou telle notion mathématique (solide, surface, vecteur, …) ou de l'usage de tel traitement mathématique (opérations numériques, transformations géométriques, …).

Il se peut que l'enseignement de l'objet mathématique soit implicite parce que son enseignement explicite n'est pas programmé : l'enseignant reste dans le jargon de sa discipline, ne se réfère à aucune définition mathématique. Ce sera toutefois grâce aux propriétés de l'objet mathématique, que les données de la situation seront structurées pour pouvoir être traitées numériquement par exemple. C'est le cas notamment des activités de classement (de surfaces, de relations de surfaces, …) qui sont assez élaborées sur le plan mathématique mais dont la présentation didactique et le formalisme sont spécifiques aux disciplines. Nous nous intéressons aussi aux variations de conception d'un même objet mathématique d'une discipline à l'autre (cas du cylindre, des méthodes graphiques de représentations des solides).
Dans tous les cas, une réflexion sur l'ergonomie de chaque discipline nous a conduite à compléter ce versant des contenus mathématiques enseignés par les deux autres axes d'analyse (pratiques, représentations).

---

[3] Le mode intuitif fonctionne sur l'action et l'habitude de cette action.
Le mode causal est fondé sur l'observation d'une suite d'événements.
Le mode inclusif trouve les arguments du raisonnement dans les propriétés des objets référés.

La deuxième porte sur les pratiques disciplinaires, notre attention s'est focalisée sur l'environnement sémiotique spécifiquement disciplinaire. Cet environnement tient compte des élèves, des enseignants, des objectifs d'enseignement et des outils spécifiques de communication et se répercute sur les modes d'évaluation, la démarche pédagogique, *etc*. C'est la connaissance de cet environnement qui permet de comprendre la place et la forme des discours sur les objets mathématiques. En particulier, les manières de noter les objets mathématiques, de les nommer, de les spécifier ou non au cours d'un raisonnement sont les objets de notre recherche.

La troisième s'est penchée sur les représentations collectives ou individuelles, analysées à travers un éventail d'énoncés disciplinaires et de discours d'enseignants. L'objet de notre recherche est dans ce cas la façon dont les enseignants envisagent la relation de leur discipline aux mathématiques, la relation qu'ils imaginent que leurs élèves ont aux mathématiques. Ces représentations, conscientisées ou non, interfèrent sur la manière de parler des mathématiques.

Nous pouvons donc dire que *l'enseignement des mathématiques par les disciplines* qui est notre objet de recherche est un objet complexe que nous reconstituons, pièce par pièce, sachant qu'une seule d'entre elles ne permet pas d'éclairer notre problématique.

Enfin, au plan méthodologique, un deuxième objet de recherche est apparu : avec la nécessité de concevoir un outil permettant de généraliser à l'ensemble d'une discipline la portée des d'analyses effectuées sur les pratiques ou les propos de tel ou tel de ses représentants. L'analyse de discours qui dispose des outils pour étudier les niveaux d'énonciation nous a apporté une partie de la solution. Nous avons pu voir dans quelles mesures un propos, une présentation didactique étaient représentatifs ou non d'une communauté d'enseignants. Reprenant ensuite deux concepts centraux de la didactique des disciplines, celui de *communauté discursive* comme groupe partageant les mêmes manières de pensée, agir, parler (*Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*, Reuter dir., p. 33 ; Jaubert, Rebière, Bernié, 2004) et celui de *conscience disciplinaire* (*op.cit.* , p. 4 ; Reuter, 2007), nous avons essayé de conserver l'intérêt du couple que forment le sentiment d'appartenance, développé vis-à-vis d'une discipline, et les discours qui le portent en en limitant les inconvénients en terme de risque de reconduite du cloisonnement disciplinaire par la recherche et surtout de morcèlement de l'approche lorsqu'on travaille dans une perspective interdidactique. Nous avons proposé la notion de *langage disciplinaire* pour rendre compte de la relation entre des acteurs (enseignants, élèves, inspecteurs, professionnels du secteur industriel), un statut disciplinaire, des contenus programmés, des moyens sémiotiques, des contraintes spatio-temporelles : nous avions là toutes les composantes d'une situation de communication.

Trois disciplines d'une même filière de lycée professionnel : les mathématiques-sciences physiques et chimiques, la construction mécanique, la productique-usinage – impliquées dans l'enseignement du raisonnement spatial, nous ont semblé présenter assez de diversité entre leurs objets généraux d'enseignement et assez de cohésion entre les objets mathématiques qu’elles enseignaient pour engager une démarche comparatiste. Pour rendre possible cette comparaison, il nous a d’abord fallu comprendre en quoi consistait la catégorisation qui affectait à chacune d’elles des qualificatifs différents : générale, technologique, professionnel. Ce contexte, déjà différencié, nous a amenée à reconsidérer l’histoire de l’enseignement des mathématiques par rapport à celle de l’enseignement professionnel, des sciences physiques, et des sciences informatiques. L’étude préalable du contexte et de la notion de discipline nous a apporté les premiers éléments de réponse sur la présence d’enseignement(s) des mathématiques par des disciplines autres que la discipline éponyme.

Nous visions deux objectifs de recherche :

- Le premier était de valider le concept de *langage disciplinaire*, vu comme mode propre à chaque communauté disciplinaire de s’exprimer sur les mathématiques et de communiquer à propos d’elles ;
- Le second était d’étudier les *variations disciplinaires* des objets mathématiques dans les trois disciplines, en comparant différents aspects : situations de référence, épistémologie des objets, vocabulaire sémiotique et environnement. Nous l’avons fait à partir d’une étude de cas : celui du vecteur.

En conséquence, nous avons émis initialement les hypothèses suivantes :

- Une hypothèse d’existence : la discipline d’enseignement général des mathématiques, la discipline technologique de construction mécanique et la discipline professionnelle de productique-usinage, en tant qu'unités socialement construites se référant au champ des mathématiques sont des disciplines qui développent chacune un langage spécifique ;

- Une hypothèse opératoire : sous certaines conditions portant sur les objets mathématiques d’enseignement, il est possible de comparer les langages des trois disciplines – mathématiques, construction mécanique, productique usinage– et d'importer momentanément le langage d'une discipline dans la classe d'une autre discipline en vue d’étudier l’effet de leur coexistence au cours d’une même tâche mathématique ;

- Une hypothèse de causalité : en tant que vecteur d'une certaine conception de l’espace et d’une certaine épistémologie des savoirs mathématiques, le langage disciplinaire influence le raisonnement spatial (l’inhibe, le motive, le transforme…). Juxtaposer deux langages disciplinaires peut modifier la façon de raisonner dans l’espace.

Pour le travail que nous présentons ici, nous n’avons retenu que les deux premières :

- ❖ **Une discipline développe un langage disciplinaire spécifique (hypothèse d’existence) ;**
- ❖ **Sous certaines conditions de partage d’objets d’enseignement, il est possible de comparer deux ou plusieurs langages disciplinaires (hypothèse opératoire découlant de l’hypothèse d’existence).**

Pour chacune de ces hypothèses, nous allons discuter l'existence et la nature des indicateurs soit de l'existence de langages disciplinaires, soit de la pertinence de la comparaison. Nous utilisons ensuite ces indicateurs pour aborder, dans le contexte du lycée professionnel la question de l'interdidactique des mathématiques.

Nous avons renoncé à la troisième hypothèse. Nous avions amorcé une expérimentation juxtaposant le langage de construction mécanique et le langage des mathématiques à travers une situation aléatoire[4]. Mais elle posait de trop nombreuses difficultés : la consigne donnée aux élèves permettait d'observer une influence sur le plan du lexique mais non sur le raisonnement. De plus, l'expérimentation se déroulait dans un autre contexte d'enseignement, ce qu'il aurait fallu justifier.

Notre première partie comporte deux chapitres d'exposition, l'un de l'interdidactique pris comme dimension d'analyse didactique (chapitre 1), l'autre du lycée professionnel comme contexte de recherche (chapitre 2).

Dans le chapitre 1, nous présentons l'approche interdidactique avec ses objets, ses présupposés, et ses champs contributoires, ses démarches et ses outils (chapitre 1). Nous justifions le choix de l'interdidactique en situant notre objet de recherche, l'enseignement des mathématiques, comme objet d'articulation des disciplines et des savoirs scientifiques et techniques.
Le présupposé le plus remarquable de l'interdidactique est de considérer qu'à une période donnée, nous partageons une même et unique culture dont les variantes observables, lorsqu'on change de sphère d'activités, traduisent la variation des ressources. *Ressource* est ici à prendre dans son acception la plus large : langagière, conceptuelle, naturelle, technique, humaine, etc. Notre point de vue initial est essentiellement humaniste et interculturel. C'est pourquoi nous avons préféré passer par l'analyse des conjonctures et des facteurs explicatifs des différences existantes entre les communautés observées plutôt que d'admettre *a priori* que ces différences étaient essentielles. Grâce à ce présupposé de l'interdidactique, on peut intégrer des composantes de nature différente mais concomitantes pour caractériser des phénomènes d'enseignement apprentissages : une composante historico-scientifique définissant les objets enseignés et leur champ théorique de référence à un moment donné, une composante professionnelle décrivant comment sont conduits les enseignements en fonction de ressources dont nous avons souligné la diversité, et enfin une composante subjective des acteurs (enseignants ou élèves) relative aux ressentis d'un enseignement disciplinaire donné.

[4] Partant d'un authentique programme de construction qu'un enseignant de construction mécanique avait conçu pour initier la prise en main du logiciel *Solidworks,* il était demandé aux élèves (familiers de *Solidworks*) de calculer la probabilité qu'un certain point, placé au hasard, se situe sur une certaine région de la surface d'un cube. Outre les univers lexicaux très différents, la question de mathématiques s'est révélée complexe (réduction du problème géométrique, choix d'un modèle probabiliste, choix des notations, calcul).

Parmi les champs contributoires de l'interdidactique, les sciences du langage nous ont apporté les outils de l'analyse de discours. Nous illustrons la fonction expressive du discours en analysant des extraits de notre corpus. Ceci nous permet d'introduire des outils assez subtils peu usités en didactique des mathématiques et également de présenter petit à petit les enseignants que nous avons rencontrés.

Dans le chapitre 2, nous abordons la filière productique usinage en décrivant son espace de travail géométrique et en mettant en avant quelques spécificités géométriques et technologiques. L'étude du dessin technique nous fournit l'occasion de présenter l'une des trois disciplines : la construction mécanique. Nous faisons alors un détour par l'histoire de l'enseignement professionnel pour mieux appréhender l'évolution de l'enseignement professionnel par rapport aux mathématiques de l'enseignement primaire ou de l'enseignement secondaire. C'est l'occasion de passer en revue les différentes catégories de disciplines et les représentations stéréotypées qui les accompagnent.

La deuxième partie comporte trois chapitres.

Pour préparer notre comparaison de la discipline générale mathématiques-sciences physiques et chimiques), de la discipline professionnelle productique usinage et de la discipline technologique construction mécanique) nous avons entrepris d'établir ce qui distingue l'activité mathématique de l'activité technique et de l'activité technologique, en tentant de déconstruire les représentations stéréotypées liées à la catégorisation des disciplines. La partie 2, intitulée *Approche exploratoire de l'alternance de la pensée technique et de la pensée mathématique dans les disciplines étudiées*, est donc un essai sur l'épistémologie des mathématiques dans le contexte socio-culturel large de l'histoire des idées et des techniques en Occident, et celui, plus restreint, de leur l'enseignement.

Pour cela, dans le chapitre 3, nous nous intéressons aux origines de la pensée mathématique et de la pensée technique, sachant que les représentations des sciences et techniques antiques ont pesé sur l'histoire de l'enseignement scientifique et technique en France. En considérant l'actualité de l'une et l'autre de ces pensées, nous questionnerons l'évolution des disciplines ainsi que leur fonction. La notion de *pensée* sera explicitée en lien avec les trois axes mis en lumière par la triple démarche de l'analyse interdidactique (contenus, ici mathématiques, pratiques, représentations).

Les chapitres 4 et 5 approfondissent notre exploration. À partir de récits d'apprentissage d'étudiants ou d'énoncés de manuels, nous considérons d'abord la pensée technique dans la discipline des mathématiques (chapitre 4). Nous examinons la question réciproque : quelle pensée mathématique trouve-t-on dans la discipline productique usinage ? Nous terminons cette partie intermédiaire en analysant des échanges entre un enseignant de productique usinage, la chercheuse et deux élèves et observons comment ils se mettent en scène les uns et les autres et conversent sur certains objets mathématiques (chapitre 5).

La troisième partie comporte quatre chapitres.
La partie 3 développe l'approche comparatiste. Le chapitre 6 reformule et précise notre problématique et les cadres mathématiques du raisonnement spatial de la filière productique usinage. Le chapitre 7 discute la notion de *langage disciplinaire* qui permet de généraliser la démarche de comparaison des différents enseignements.

Les chapitres 8 et 9 présentent les résultats de notre approche comparatiste. Ils concernent, respectivement, la représentation enseignante de la relation des élèves aux mathématiques et l'enseignement des vecteurs.
Ce dernier chapitre organise une comparaison ciblée sur l'enseignement des vecteurs dans chacune des trois disciplines. Nous comparons les objets, déclarés ou non comme mathématiques, à travers les discours des enseignants et la documentation disciplinaire. Nous mettons alors en relation les objets d'étude, les moyens sémiotiques et l'ergonomie disciplinaires ; ce qui revient à considérer les trois axes d'analyse déjà évoqués (contenus mathématiques, pratique, représentations). Concernant l'enseignement des mathématiques et en particulier des vecteurs, nous mettons en évidence quelques points communs entre les disciplines mais, bien davantage, leurs différences. Ces différences font obstacle à la cohérence de la formation scientifique et à la liaison des enseignements mais, par ailleurs, permettent aux disciplines d'agir de façon autonome, singulière et d'offrir plus ou moins tacitement aux élèves des espaces d'apprentissage des mathématiques inattendus mais possibles.

Partie 1 : Les enjeux de l'approche interdidactique de l'enseignement des mathématiques dans la filière productique usinage en LEP

Introduction

Notre travail de recherche s'inscrit dans le champ de l'interdidactique, d'une part parce que nous décrivons les variations de l'enseignement des mathématiques à travers trois disciplines d'une filière de lycée professionnel, d'autre part parce que nous situons, en partie, l'origine de ces variations dans les représentations internes individuelles ou collectives.

Cette première partie a pour objectif de présenter d'abord l'interdidactique comme cadre général de notre recherche (chapitre 1) puis la filière productique usinage de lycée professionnel comme contexte particulier de notre recherche (chapitre 2). Dans la filière productique usinage, nous focalisons notre étude sur les disciplines de construction mécanique, de mathématiques-sciences physiques et chimiques et de productique usinage ; ces disciplines seront présentées l'une après l'autre, dans cet ordre.

La problématique de cette partie est double.
Premièrement, il s'agit de délimiter notre domaine de recherche en préservant la complexité des phénomènes d'enseignement étudiés. Cela nous conduira à justifier la diversité des outils conceptuels que nous empruntons aux différents champs contributoires ; nous présenterons ces outils dans leur cadre théorique et illustrerons leur emploi dans le contexte de notre recherche.

Deuxièmement, il s'agit de décrire comment l'institution envisage les différents impacts des mathématiques dans la formation professionnelle ; comment, enfin, elle oppose (ou non) la formation pratique et la formation intellectuelle à travers la catégorisation des disciplines :

> La scolarisation de l'enseignement des mathématiques, et donc le choix des contenus, s'inscrit ainsi dans une perspective plus vaste de controverses portant sur les finalités de la formation professionnelle. Une des spécificités de cet enseignement est d'être un élément de la formation intellectuelle des élèves tout en étant au service de la formation technique. (Sido, 2008, p. 4)

Chapitre 1 : Le cadre de l'interdidactique

Dans ce chapitre, nous présentons le champ de l'interdidactique : tout d'abord ses objets d'étude et ses présupposés épistémologiques, ensuite ses champs contributoires, enfin les méthodes et outils que nous avons utilisés.

1.1. Les objets de l'interdidactique

> L'interdidactique est un domaine de recherche qui concerne l'étude des phénomènes résultant de la coexistence des disciplines d'enseignement dans le cursus scolaire et universitaire. De même que le terme 'didactique' recouvre deux acceptions différentes, celle d'une pratique réflexive de l'enseignement, et celle d'une recherche portant sur cette pratique et sur ses acteurs, de même le terme 'interdidactique' désigne la partie des pratiques enseignantes et apprenantes concernée par l'articulation des apprentissages notionnels, discursifs et linguistiques des disciplines étudiées, et la recherche qui les prend pour objet. Les travaux […] s'organisent autour de trois thèmes :
>
> - l'impact des disciplines scolaires et universitaires sur la construction de l'identité professionnelle des enseignants et des apprenants ;
>
> - la complexité spécifique des phénomènes qui résultent de la mise en relation des disciplines au cours des apprentissages ;
>
> - l'influence de la mondialisation des savoirs sur les systèmes scolaires et universitaires, les curriculums et les pratiques d'enseignement, les dispositifs d'intégration scolaire et linguistique.
>
> Ces thèmes répondent au besoin de situer l'évolution des disciplines. (Biagioli, 2012 a, p. 3)

Il est peu envisageable de traiter séparément les trois thèmes répertoriés par l'auteur. Pour notre part, le plus souvent, c'est en partant de questions à propos ou autour des mathématiques que nous les aborderons : enseigne-t-on les mêmes mathématiques d'une discipline à l'autre ? Quels sont les facteurs structurels ou environnementaux qui influencent l'enseignement des mathématiques ? Comment les enseignants parlent-ils des mathématiques ? *Etc.*

Il s'agit d'aborder les questions liées au développement et à la complexité de l'activité d'enseignement mathématique pour laquelle nous savons que « des difficultés d'ordre linguistique [ou plus largement langagier] interagissent souvent avec des difficultés qui nécessitent un approfondissement d'ordre mathématique et appellent en retour une réflexion sur l'interaction entre ces disciplines [*i.e.* mathématiques et français] dans un constant va-et-vient » (Lozi, 2012, p. 250).

Dans notre recherche, nous nous sommes posé deux questions relatives à la diversité des modes de communication des mathématiques au lycée et à la balance entre la formation aux concepts (dans leur aspect unificateur et simplificateur) et la formation aux besoins et savoir-faire outillés par ces concepts :

- les variations disciplinaires permettent-elles aux acteurs (enseignants, élèves) de reconnaître un objet mathématique et de s'interroger sur sa portée conceptuelle à travers plusieurs disciplines ?

- dans une discipline donnée, quels sont les usages langagiers associés à l'enseignement implicite (ou non) d'un objet mathématique (technique, modèle, concept) et quelles sont les significations spécifiques qui en résultent ?

Pour aborder ces deux questions, le cadre de l'interdidactique apparaît pertinent. En effet, l'approche interdidactique envisage les processus d'enseignement-apprentissage comme un espace-temps où coexistent différentes variétés culturelles (celle des acteurs, celle des disciplines) observables à travers les productions langagières. En s'appuyant sur la fonction expressive de la langue naturelle, l'approche interdidactique permet de combiner l'analyse de discours sur les objets d'enseignement et la comparaison de certaines ressources culturelles spécifiques aux disciplines.

En particulier, l'approche interdidactique est compatible avec l'approche didactique et ergonomique (*double approche*) de Robert et Rogalski (2002) prenant en compte, chez les enseignants, les variations interindividuelles des pratiques, mais en les associant, en partie au moins, à des variations de cultures disciplinaires. Il s'agit de recueillir la représentation qu'un enseignant a de « la fréquentation des mathématiques qu'il organise pour [ses élèves] dans sa classe » (Robert et Rogalski, 2002, p. 507) ou pour lui-même et de croiser cette représentation déclarée, donc reconstruite, avec les pratiques disciplinaires.

Plus précisément, du point de vue interdidactique, la langue naturelle possède des fonctions d'articulation entre :

- La tâche prescrite et l'activité ;
- Les différentes significations d'un concept d'une discipline à l'autre ;
- Les conceptions véhiculées par la langue naturelle et les conceptions scientifiques visées par les enseignements disciplinaires.

Nous étudions ces articulations à travers les discours et les documents de trois disciplines : les *mathématiques-sciences physiques et chimiques*, la *construction mécanique* et la *productique usinage* qui, en tant que discipline professionnelle, donne son nom à la filière.
Notre étude est d'abord générale (partie 2 de la thèse), le but étant de se départir d'éventuelles représentations préconçues à propos de la relation entre la pensée mathématique et la pensée technique. Ensuite (partie 3 de la thèse), nous nous focalisons sur les trois disciplines.
Dans tous les cas, nous questionnons la pluralité des significations des objets mathématiques, de leurs représentations langagières et la coordination de cette pluralité par les disciplines.

Mais en quoi consiste cette pluralité ? Nous pressentons par exemple que, sans être échangeables, les identités professionnelles des enseignants ont toutefois des points communs,

que les évolutions des disciplines sont à considérer en perspective dans l'histoire de l'enseignement français et dans le même contexte socio-technologique global.
Il est donc nécessaire d'éclaircir la façon dont la pluralité est envisagée dans le cadre de l'interdidactique avant de la décrire. C'est l'objet de la section suivante qui présente les présupposés de l'interdidactique.

1.2. Présupposés : une approche anthropologique de la culture

Nous venons d'exposer les objets d'étude de l'interdidactique. L'existence d'une culture partagée et les variations culturelles associées à la partition en disciplines scolaires sont le pivot épistémologique de l'approche interdidactique. C'est ce mouvement entre unité et variations que nous exposons à présent.

1.2.1. Les mathématiques et l'école, produit d'une même culture

Selon Edward Burnett Tylor (1870), une culture est un « ensemble de *« patterns »* (de pensée, de comportements, de sentiments, de croyances, de modes de production et de reproduction, *etc*.) socialement appris et globalement partagés, à un moment donné, par un groupe de personnes formant un peuple ou une société » (cité par Côté, 2005).
Selon cette définition, les productions intellectuelles ou esthétiques, linguistiques ou scientifiques, scientifiques ou technologiques d'une société ne sont pas séparées : elles sont des éléments différents d'une même matrice de représentation du monde.
Partant de cette définition anthropologique de la culture, nous nous sommes intéressée à l'institution scolaire dans son action culturelle relative aux objets mathématiques : comment l'école participe-t-elle à la façon de penser les objets mathématiques, quels comportements et ressentis sont produits ou reproduits à travers elle, quels besoins et valeurs l'école projette-t-elle socialement sur les objets mathématiques ?

L'anthropologie culturelle peut nous permettre de comprendre comment les différentes disciplines investissent les objets mathématiques et quelle culture mathématique elles construisent ensemble. Ainsi, nous utiliserons l'expression *variation disciplinaire* plutôt que celle de *culture disciplinaire*.
Cela peut passer par l'analyse épistémologique des objets enseignés, par l'étude de la genèse des savoirs dans différents milieux, scolaires ou non, et également par la mise à plat des représentations que les enseignants ont des disciplines et des relations disciplinaires, ce qui interroge à la fois les contenus (tâche et activités programmées) de ces disciplines scientifiques, et les représentations internes des acteurs enseignants ou élèves.
Quand on considère une même discipline à travers différents systèmes scolaires de différents pays occidentaux, la démarche comparatiste se justifie implicitement par la référence à un même champ d'activités et la volonté d'éduquer à ce champ d'activités qui sont communes et significatives d'*une* même culture. Les différences ou similitudes observées correspondent alors à des variations qui peuvent s'expliquer par les différences de ressources d'une société à l'autre,

d'un lieu à l'autre. Notons aussi que le fait de considérer les variations culturelles présuppose l'existence d'invariants (universels). Dans le cas de la discipline des mathématiques, les invariants pourraient être les objectifs visés d'un pays à l'autre en arithmétique, en géométrie et en algèbre, certains éléments du code mathématique, un répertoire de dessins mathématiques par exemple.

Parmi les ressources culturelles que nous envisagerons au cours de nos analyses, figurent les significations portées par la langue naturelle (dont les stéréotypes par exemple), les outils de production sémiotiques, les genres d'écrit, etc. Ainsi, les trois disciplines que nous nous apprêtons à explorer puis à comparer du point de vue de l'enseignement des mathématiques le seront dans l'objectif de tâcher d'expliquer les variations observées autour des ressources[5] disponibles ou produites.

Enfin, en situation d'enseignement-apprentissage, la langue naturelle véhicule une information complexe construite dans la situation et hors de la situation. Donnons un exemple que nous avons observé dans une formation de danse pour adultes : un enseignant initie un groupe d'élèves à une tâche technique. Il laisse un moment chacun explorer et répéter cette tâche technique. Cet enseignant favorise l'imprégnation pas à pas et prévoit plusieurs moments pour revenir sur cette tâche. Au bout de cinq minutes environ, l'enseignant juge que l'imprégnation est suffisante par rapport au déroulement qu'il a prévu. Il lance à la cantonade : « *c'est bon* ! ». Comme attendu, les élèves stoppent peu à peu leur action, excepté une élève, Nicola, qui est germanophone : « *c'est bon Nicola* » reprend l'enseignant et Nicola s'applique encore plus fort. L'enseignant répète « *c'est bon Nicola* » puis, pour mettre fin explicitement, « *faut s'arrêter Nicola* ». Nicola s'arrête et comprend qu'une incompréhension a eu lieu ; après quelques secondes, elle répond « *c'est bon/ça veut pas dire c'est fini* ». L'enseignant sourit et la vie de classe reprend.

Cet exemple montre le cas d'une élève et d'un enseignant qui s'entendent sur le sens du travail à faire mais qui, à cause des variations de la langue naturelle utilisée pour articuler la vie de classe, s'obligent mutuellement à des précautions, remettant en question leur attitude. L'enseignant pense clore l'activité d'exploration de la tâche avec une certaine douceur (attitude de ménagement des élèves) mais l'expression idiomatique n'est pas connue de l'élève germanophone qui interprète l'expression comme un renforcement (attitude de coopération avec l'enseignant). Ce qui amène un incident non pas sur les apprentissages mais dans la vie de classe. Nous pouvons dire que l'enseignant et Nicola partagent la même culture (valeur et

---

[5] Une *ressource* correspond à un moyen, le seul disponible ou lui parmi d'autres, évalué par celui qui l'emploie comme étant le plus efficace pour traiter une situation. Le mot *recours* est considéré comme synonyme.
D'après le Centre National de Ressources Textuelles et Linguistiques (CNTRL http://www.cnrtl.fr/)
Une ressource peut être naturelle (ex : le sable de la plage comme espace d'écriture), technique (ex : l'écriture), conceptuelle, matérielle, logicielle, *etc.* On peut convenir que les ressources produites par l'homme sont culturelles.

déroulement de l'exercice d'apprentissage) mais pas encore la même habileté à utiliser les implicites de la langue naturelle française.

Nous verrons dans la partie 3 que les compétences des élèves dans le maniement de la langue écrite délimitent en partie les ressources que s'autorisent à utiliser les enseignants. La dialectique entre ressources possibles et ressources décidées comme mobilisables est une des questions que nous discutons.

1.2.2. L'organisation en disciplines scolaires, génératrice de variations culturelles

L'institution scolaire d'une part entretient une représentation clivée de la culture à travers son organisation par disciplines scolaires et, d'autre part, préconise de déconstruire cette représentation en invitant également toutes les disciplines à expliciter les objets d'enseignement communs (contenus, attitude, méthode, compétence).
Nous illustrons notre propos à l'aide du *Socle commun de connaissances et de compétences*[6].

Le texte exposant le Socle scinde les connaissances et compétences à acquérir en sept rubriques dont deux sont regroupées sous les titres *Culture humaniste* et *Culture scientifique et technique*. Mais, par ailleurs, le Socle présente le partage de *valeurs communes* propres à *la culture scolaire* comme une nécessité autant qu'un objectif de l'école.

> [La] spécificité [du Socle] réside dans la volonté de donner du sens à la culture scolaire fondamentale, en se plaçant du point de vue de l'élève et en construisant les ponts indispensables entre les disciplines et les programmes. […]
> Le socle commun s'organise en sept compétences. Cinq d'entre elles font l'objet, à un titre ou à un autre, des actuels programmes d'enseignement : la maîtrise de la langue française, la pratique d'une langue vivante étrangère, les compétences de base en mathématiques et la culture scientifique et technologique, la maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication, la culture humaniste. (Le Socle Commun de Connaissances et de Compétences, 2006, p. 3)

Nous interprétons la préoccupation du Socle « de se placer du point de vue de l'élève » et de « construire des ponts entre les disciplines » comme étant d'ordre interdidactique. En effet, *«* l'approche interdidactique se place *a priori* du côté de l'élève puisqu'elle tente de répondre à un besoin qui n'est vécu que par lui : celui de coordonner les demandes de toutes les disciplines » (Biagioli, 2014).
Pour cette raison, il nous semble que la pluralité des cultures invoquée par le Socle (*la culture scolaire*, *la culture humaniste*, *la culture scientifique et technologique*) correspond davantage à des variétés, se recouvrant plus ou moins, d'une même culture. L'idée de variation d'une même culture selon des contextes spécifiques est confortée par les différents objets apparaissant dans les programmes disciplinaires du collège mais aussi des lycées généraux, technologiques ou professionnels à la suite de la réforme de 2008: les *thèmes de convergence*, l'évaluation par

[6] Décret du 11 juillet 2006.

compétences, les *éducations à*[7] ne sont attachés à aucune discipline en particulier de même que les dispositifs *d'exploration des méthodes scientifiques*, de *liaisons des enseignements*.
À travers ses missions d'enseignement et d'évaluation, l'institution scolaire peut être envisagée au croisement de deux points de vue.
D'un premier point de vue, l'école garantit un fonds commun de connaissances et de compétences élémentaires intégrant les élèves comme futurs acteurs économiques. L'effort de l'institution pour justifier les programmes en termes de *compétences* (indépendamment des disciplines, des niveaux et des filières) peut s'interpréter comme une façon de « détayloriser les formations » (Grandgerard, 2002). Détayloriser les formations signifie que l'école fait siennes et anticipe les contraintes du monde professionnel (interdépendance des métiers et des niveaux de métiers[8]) par lesquelles l'idée de mobilité professionnelle est entérinée : dans leur vie professionnelle, les individus seront amenés à changer de postes, de fonctions, de lieu. Dans ce cas, l'école est considérée comme un sous-système coordonné à un système de production plus vaste. La perméabilité des frontières disciplinaires est alors une conséquence de l'adaptation pragmatique de l'école à la société. Les disciplines peuvent être vues comme différentes ressources, certaines étant plus utiles ou plus valorisées que d'autres, versées à l'enseignement d'objets mathématiques par exemple.

Selon un autre point de vue, l'école a des finalités éducatives indépendantes du système économique : elle a pour mission de permettre aux individus de se construire comme citoyens, libres et critiques, partageant des valeurs de rigueur intellectuelle ou d'égalité en droit. Les disciplines sont alors vues comme contribuant à une éducation humaniste à haute valeur morale : la raison et l'objectivité, l'accomplissement par le travail (surtout intellectuel), le respect d'une déontologie scolaire.
L'institution scolaire, à la fois objet produit et agent diffuseur de notre culture, exprime, par ses textes et ses mises en œuvre, des tensions entre la formation d'une cohorte sociale et la formation individuelle, entre un point de vue cloisonné par les disciplines et un point de vue unitaire de la culture.
Lebeaume (2011 b) observe que les disciplines, caractérisées entre autres par la mise en textes de leurs savoirs, « leur ambition sélective » et « leurs stratégies de maintien » constituent des espaces d'autonomie et mettent pareillement en priorité des objectifs de savoirs théoriques devant les objectifs de compétences ou d'expérience. C'est à cette hiérarchie de référence qu'une éventuelle nouvelle discipline *doit* se conformer pour être reconnue. Décrivant l'évolution de l'éducation technologique au collège :

[7] Éducations *à l'Histoire de l'art*, *à la santé* par exemple.
[8] Alors que le taylorisme est une méthode d'organisation de la gestion d'entreprise qui s'appuie sur une stricte spécialisation des tâches.

> [L'aperçu historique] révèle […] les tensions que [l'éducation technologique] porte et sa délicate insertion dans un milieu scolaire qui tend à la rejeter ou à l'absorber selon ses traits conformes ou non et ses normes déviantes ou non – c'est-à-dire son format – par rapport à la forme scolaire privilégiée. (*op. cit.* p. 9)

Ainsi, le cloisonnement disciplinaire exprime paradoxalement le rattachement à une façon quasi-unifiée de concevoir l'éducation aux différents domaines scientifiques. A travers les disciplines scolaires, l'éducation scientifique et technique apparaît plurielle. La difficulté à construire des objectifs communs fondée sur des objets de savoirs scientifiques enseignés s'explique par les variations de fonction sociale, effective ou imaginée, des disciplines (J. Legendre, 1994). Cette difficulté s'explique aussi par la distorsion entre l'école et l'extérieur de l'école où la transformation rapide des savoirs théoriques en savoirs technologiques change la valeur des savoirs (Stehr, 2000).

Compte tenu de ces tensions, il y a donc « besoin de situer l'évolution des disciplines » entre elles (Biagioli, 2012 a, p.3) et de comprendre comment se tisse leur culture commune. Pour répondre à ce besoin, nous empruntons différentes entrées telles que l'épistémologie des objets enseignés (Artigue, 1990), la formation des savoirs dans une communauté de pratiques (Castela *et al.*, 2013 ; Rogalski *et al.*, 2007), les représentations que les enseignants ont des disciplines et des relations disciplinaires ou encore l'évolution des disciplines (Ba, 2007 ; Ginestié, 2002 ; Verillon, 1996).

Dans la section suivante, nous présentons les champs contributoires de l'interdidactique et les concepts importés qui permettent de mener une démarche d'analyse des différentes entrées que nous venons de citer.

1.3. Les champs contributoires

L'étude des variations culturelles à travers les disciplines scolaires convoque différents champs de recherches : principalement celui des sciences du langage, celui de la didactique des disciplines scolaires et, dans une moindre mesure, celui des didactiques professionnelles. Dans cette section, nous expliquons en quoi ces champs éclairent notre problématique.

1.3.1. Les sciences du langage.

Avant d'expliquer en quoi consiste exactement la contribution des sciences du langage à l'analyse interdidactique, nous indiquons brièvement le sens dans lequel nous employons les termes *linguistique*, *langage* et *sémiotique*, quitte à compléter ces définitions par la suite. En effet, nous utilisons fréquemment ces termes lorsque nous faisons référence aux *fonctions de la langue naturelle* et à la *méthodologie de l'analyse de discours*.

1.3.1.1. Préambule terminologique : linguistique, langage, sémiotique

La linguistique est l'étude du codage de la langue naturelle. La langue naturelle apparaît comme un système de symboles et constitue un objet d'étude dans sa forme et son fonctionnement. Nous précisons par la suite[9] les domaines d'étude de la linguistique.

Les sciences du langage étendent les objets de la linguistique aux discours. Cela signifie que les sciences du langage étudient la langue naturelle du point de vue linguistique mais aussi du point de vue de son utilisation en situation. La notion de *discours* recouvre l'idée d'utilisation de la langue en situation.

La sémiotique est l'étude des relations entre les signes (symboles, icônes, indices), leurs référents et les utilisateurs de ces signes.
Les relations sont décrites selon trois dimensions (Wikipédia) :

- Une dimension sémantique : à quoi un signe ou un message fait-il référence ?
- Une dimension syntaxique : comment les relations entre les signes s'organisent-elles pour former un message de sens complet ?
- Une dimension pragmatique : quelle est la relation entre un signe et ses utilisateurs ?

Ces trois dimensions se retrouvent dans la *théorie mathématique de l'information* de Weaver et Shannon (1949) où elles sont présentées comme des axes d'analyse car elles permettent de décomposer les problèmes de communication (symbolique ou analogique) non supplée par la parole :

> Relative to the broad subject of communication, there seem to be problems at three levels. […]
> The technical problems are concerned with the accuracy of transference from sender to receiver of set of symbols. […]
> The semantic problems are concerned with the identity, or satisfactory close approximation, in the interpretation of meaning by the receiver, as compared with the intended meaning of the sender. […]
> The effectiveness problems are concerned with the success with which the meaning conveyed with the receiver leads to desired conduct of his part. […] (Shannon et Weaver, 1949, p. 4– 5)

Les signes sont catégorisés en fonction du degré d'immédiateté du lien à leur référent.

- Un signe est un symbole si le lien entre le signe et son référent nécessite une convention sociale réglant l'interprétation du symbole. Dans la philosophie du sémiologue Peirce (1839-1914) (Wikipédia), la médiation par un tiers (ici la convention d'interprétation intermédiaire entre le signe et son référent) est appelée relation de tiercéité.
- Un signe est une icône si l'interprétation du signe s'appuie sur des ressemblances avec son référent. Dans le cas où il n'y a pas de médiation entre le signe et son référent, on parle de relation de secondéité.

[9] L'*Annexe des documents* présente les composantes de la linguistique : la phonétique, la phonologie, la morphologie, la lexicographie, la sémantique, la syntaxe, l'énonciation.

- A la différence des deux autres catégories de signes (symboles, icônes), les *indices* sont proches de leur référent. La proximité peut être spatiale (cas du montrer du doigt, cas du soulignement), morphologique (cas d'une empreinte digitale), chimique (cas des effluves) ou sonore (cas du timbre de voix, du bruitage au cinéma). Dans ce cas, l'interprétation se fait grâce à la proximité entre le signe et son référent, liés par une relation de priméité. Remarquons que ce qui est appelé « indice » en mathématiques est, du point de vue sémiotique, un symbole d'énumération.

Nous proposons un extrait de document pédagogique pour illustrer ces catégories de signes (Figure 1). Cet extrait est une note au sein d'un énoncé guidant l'étude statique d'un objet technique. Il provient du dossier réponse de l'épreuve d'analyse de données techniques du baccalauréat 2010 de technicien d'usinage.

Nota : $\vec{A}_{(SE5+Se7)/SE2}$ **représente l'action ramenée en A des deux ensembles SE5 et SE7 sur SE2.**

Figure 1 : Extrait d'un énoncé du baccalauréat 2010 de technicien d'usinage.
Dossier réponse de l'épreuve d'analyse de données techniques (p. DR3).

Examinons successivement les trois catégories de signes.

Illustrons la catégorie des symboles.

Les symboles *A, SE5, SE7, SE2* et *action* réfèrent chacun à une abstraction.

- Le symbole littéral *A* réfère à un point géométrique modélisant un lieu de l'espace physique.
- Le symbole- mot *action* mécanique réfère à un vecteur modélisant le déplacement ou la déformation d'un objet matériel sous l'effet d'une contrainte physique.
- Le symbole- mot *ensemble* réfère à une relation d'équivalence parmi les composants matériels de l'objet technique étudié ; cette relation d'équivalence modélise les ensembles de composants matériels immobiles les uns par rapport aux autres.
- L'acronyme *SE* allège la communication (à l'écriture et à la lecture) en se substituant au symbole- mot *système équivalent*. Remarquons que l'énoncé (Figure 1) présente une coquille : « Se7 » au lieu de « SE7 ». Dans le code mathématique, la forme de chaque caractère compte : par sa police, sa casse, sa taille, un caractère désigne exactement un objet mathématique. La suite des symboles «SE1, …, SE*n*, … » obéit à une nomenclature d'interprétation, le but étant d'éviter la confusion des référents.
  De plus, l'acronyme, en tant que symbole de symbole, montre la dimension récursive de la notation symbolique.
- Dans l'expression (*SE*5 + *SE*7) / *SE*2, la barre de fraction mime la relation spatiale décrite par la préposition *sur*. Le symbole *sur* fait référence au modèle de l'action mécanique de tel système équivalent sur tel autre.

Ici, l'interprétation des symboles s'appuie sur un système complexe de savoirs (définitions des concepts d'action, de vecteur, de système équivalent), d'habitudes de notation, de la mémoire de situations d'apprentissage de référence.

L'extrait (Figure 1) donne un exemple de la façon dont la discipline de construction mécanique, en terminale professionnelle, accompagne les savoirs liés à l'interprétation du code mathématique, lesquels ne sont pas visés en soi par l'évaluation : une explication vient prévenir les difficultés de l'élève, ce qui a pour fonction faciliter le cheminement dans l'énoncé.

A plusieurs reprises (partie 2 chapitre 5 ; partie 3 chapitres 7 et 8), nous reviendrons sur la relation entre l'ergonomie disciplinaire et le les pratiques sémiotiques pour enseigner des objets mathématiques.

Illustrons la catégorie des icônes.

La flèche au dessus du symbole *A* emprunte à son référent un trait de ressemblance qui facilite l'association entre le signe et son référent.
En effet, la flèche mime le déplacement du point *A* (ou encore l'application d'une action au point *A*) référé par le modèle vectoriel. La notation du vecteur $\overrightarrow{A}$ montre que le partage entre icône et symbole est contextuel : les deux interprétations convergent vers le même référent. La flèche apparaît alors comme un élément iconique dont l'interprétation ne peut se faire isolément.

Illustrons la catégorie des indices.

Le trait de soulignement dans ***Nota*** fournit un exemple d'indice dans une situation d'apprentissage mémoriel. En effet, il est fréquent, si l'on a une mémoire de type visuel, que l'on se souvienne des shifters d'attention qui signalent les informations à retenir, et qu'on parvienne à se rappeler l'information grâce à son association spatiale avec l'indice injonctif[10].

Les signes permettent donc de communiquer mais parmi eux, les symboles- en particulier les mots désignant les concepts- nécessitent une convention d'interprétation plus élaborée. De plus, comme nous l'avons observé dans l'expression $\overrightarrow{A}_{\frac{SE5+SE7}{SE2}}$ (Figure 1), une expression symbolique peut agréger des éléments iconiques. La catégorisation des signes est donc complexe.
Dans la partie 3, nous comparons les discours mathématiques des trois disciplines et sommes ainsi amenée à interroger la manière de signifier un concept mathématique en lien avec les moyens de communication et en lien avec les élèves destinataires de ces documents. Dans la filière productique usinage, nous observons par exemple qu'en contexte d'examen terminal[11], les concepteurs des énoncés disciplinaires se préoccupent de l'effectivité des questions :

- L'espace de réponses apparaît très contraint (tableau pré-rempli, espace réservé) ;

[10] *Nota* est l'impératif du verbe *noto*, remarquer, en latin. La formule complète, *Nota Bene*, signifie 'remarque bien', c'est-à-dire 'de façon à retenir'.

[11] Les extraits d'énoncés d'examen analysés dans la partie 3 sont consultables dans la partie *Annexe des documents* (§ 4.4. *Epreuves du baccalauréat 2010 dans la filière productique usinage*).

- Des indices (flèches de légende, soulignement) visent à faciliter la lecture ;
- La mise à disposition d'exemples présentant le type de réponse attendue, ce qui aide l'élève à reconnaître la tâche générique associée à la consigne ;
- Des explications aident à interpréter certaines expressions symboliques.

Tous ces éléments témoignent des efforts des disciplines pour faciliter la communication des contenus et des consignes. Il nous reste à étudier si les modalités de ces efforts sont spécifiques à certaines disciplines.

Comme nous l'avons indiqué en présentant les objets de l'interdidactique dans ce chapitre 1, la langue naturelle *en situation* est un media fondamental pour raisonner (c'est-à-dire produire un discours destiné à convaincre), pour établir des transitions entre des formulations courantes et des formulations d'un jargon disciplinaire, enfin pour exprimer consciemment ou non des ressentis. Les sciences du langage contribuent à l'étude interdidactique principalement parce qu'elles permettent une approche raisonnée des phénomènes énonciatifs ou sémiotiques indissociables des discours enseignants que nous étudions. Notre propos n'est pas de présenter les différentes théories des sciences du langage, ce qui serait hors de notre portée, mais d'en présenter certains outils conceptuels servant notre approche interdidactique.

1.3.1.2. Pluralité des significations liées aux conditions d'énonciation

Nous venons de distinguer linguistique, langage et sémiotique.
Puisque nos données sont essentiellement constituées de discours, il nous faut à présent outiller l'étude de l'énonciation, c'est-à-dire l'étude des points de vue, comme discours parallèle à ce qui est dit. Dans cette section, nous présentons brièvement les aspects de l'énonciation théorisés soit par la linguistique structurale soit par la linguistique énonciative.
La linguistique structurale organise l'analyse des productions linguistiques en sept composantes[12] qui étudient des aspects formels ou combinatoires de la langue (Gezundhajt, 2010). La linguistique structurale est née vers 1930 et s'inscrit dans le structuralisme, courant de pensée également très influent dans le champ des mathématiques[13] jusque dans les années 1975. Sommairement, la pensée structuraliste peut être résumée ainsi : un domaine scientifique peut être analysé et hiérarchisé rigoureusement composante par composante (Gezundhajt, 2010). Cette approche taxinomique présente cependant deux désavantages : d'une part celui de réduire les objets étudiés (qu'ils soient langagiers ou mathématiques) à des objets stables et unitaires et, d'autre part, celui d'approcher les objets observés de façon positiviste[14] (Comte,

[12] Cf. *Annexe des documents*, le répertoire des composantes de la linguistique structurale.
[13] Nous abordons les effets du structuralisme dans l'enseignement des mathématiques à travers les travaux du groupe Bourbaki. Voir § 4.3.2.1. dans la partie 3 où l'évolution du concept de vecteur est mise en perspective avec l'histoire de son enseignement. Une présentation explicative et contrastée du groupe Bourbaki selon deux dictionnaires, l'un français, l'autre anglais figure dans la partie *Annexe des documents*.
[14] Voici comment Auguste Comte (1842) présente l'esprit positiviste :

1842), c'est-à-dire en les « purifiant », en les plaçant dans un système rationnel. L'approche structuraliste apparaît aujourd'hui comme un héritage rigoureux mais dont le présupposé épistémologique est lacunaire, ainsi que l'expliquent les deux témoignages suivants, en linguistique puis en mathématiques :

> Avec l'énonciation, c'est l'acte même de produire un énoncé et non simplement l'énoncé lui-même qui est étudié. C'est la langue dans son utilisation qui est étudiée, et non la langue réifiée comme une langue morte, comme c'est le cas pour le structuralisme qui considère le référent comme ne faisant pas partie de la langue mais du monde. Ce dernier ne fait pas partie des objets de réflexion.
> (Gezundhajt, 1998-2010, p. 8)

> Le grand Traité de Bourbaki, qui est l'Encyclopédie des mathématiques pour les années 1940-1980, partait d'un présupposé logique, et essayait de construire une pyramide où les diverses notions mathématiques s'engendraient les unes les autres à partir des plus abstraites et des plus générales, qui étaient les ensembles. Tout devait s'articuler dans une structure pyramidale bien précise.
> Je ne suis pas sûr que ce soit la meilleure allégorie pour représenter l'ensemble des mathématiques. Je considérerais plutôt les mathématiques en termes de physiologie, comme un organisme, où il n'y aurait pas de centre mais plutôt un réseau, où diverses parties importantes se répondent, interagissent, cette unité organique étant possible parce que les mêmes outils mathématiques peuvent se réemployer dans de nombreuses incarnations. Là est l'extraordinaire : dans le réemploi des outils mathématiques, dans le dynamisme qui les fait s'engendrer. La meilleure image pour symboliser les mathématiques, c'est la vie organique. (Cartier, 2000, p. 12).

Dans la continuité de la linguistique structurale, entre 1956 et 1970 (Gezundhajt, 1998-2010), la linguistique énonciative dispose de notions permettant d'analyser la situation elle-même en ne se restreignant pas à des éléments linguistiques : les notions d'*éthos* (Maingueneau, 2002), d'*argumentation émotionnelle* (Plantin, 2011), de *faces* (Kerbrat-Orecchioni, 1994) ... Ces notions permettent en outre de différencier les situations.

Cette théorie distingue l'*énonciateur*, le *locuteur* et le *sujet parlant*. On peut dans un premier temps admettre que l'énonciateur met en scène le discours, le locuteur en porte la responsabilité et le sujet parlant le dit. En réalité, si le sujet parlant (la personne physique qui oralise le discours) est aisé à saisir, les concepts d'énonciateur et de locuteur sont des notions subtiles, dont les conceptions et les relations varient d'un théoricien à l'autre (Charaudeau et Maingueneau, 2002, p. 224, 228, 350–351). Toutefois, en analyse du discours, ces notions

---

> […] on peut dire, sans aucune exagération, que la véritable science, bien loin d'être formée de simples observations, tend toujours à dispenser, autant que possible, de l'exploration directe, en y substituant cette prévision rationnelle, qui constitue, à tous égards, le principal caractère de l'esprit positif […] Ainsi, le véritable esprit positif consiste surtout à voir pour prévoir, à étudier ce qui est afin d'en conclure ce qui sera, d'après le dogme général de l'invariabilité des lois naturelles . (*ibid.* p. 13)

Avec les mots d'aujourd'hui, la prévision rationnelle décrite correspond à l'activité de modélisation.
D'après le CNRTL, le positivisme est un mouvement philosophique « *qui se caractérise par le refus de toute spéculation métaphysique et l'idée que seuls les faits d'expérience et leurs relations peuvent être objets de connaissance certaine* ».

constituent des outils conceptuels précieux pour considérer deux aspects : l'effet que veulent produire l'un sur l'autre deux interlocuteurs et le contenu sémantique échangé.
Pour nos analyses, nous admettons les définitions de Ducrot :

> Il convient de distinguer sujet parlant, locuteur et énonciateur. Le premier est « l'auteur empirique de l'énoncé, son producteur […] extérieur au sens de l'énoncé » […] ; le second, « un être qui, dans le sens même de l'énoncé, est présenté comme son responsable » […] ; le troisième, un être de pure énonciation, celui qui détermine le point de vue d'où « les événements sont présentés » […] ». (Ducrot, 1984, cité[15] par Charaudeau et Maingueneau, 2002, p. 351)

Ainsi, l'énonciateur compose les points de vue livrés dans le discours :

> L'énonciateur est à la fois la condition et l'effet de l'énonciation. Il y a là un paradoxe constitutif mais qui est rendu possible par le fait que le discours est un processus d'étayage réciproque entre le dire et les conditions de ce dire. (Charaudeau et Maingueneau, 2002, p. 228)

Oswald Ducrot, concepteur de la distinction locuteur/énonciateur en 1980, commente lui-même la difficulté du terme énonciateur :

> On m'a souvent fait remarquer, et à juste titre, que le mot " énonciateur " était très mal choisi, puisqu'il évoque, par sa construction morphologique, l'idée d'un fabriquant de l'énoncé –alors qu'il est destiné à désigner, dans l'énoncé, une forme de subjectivité qui n'est justement pas celle du producteur de cet énoncé. Je garde néanmoins le terme, par répugnance pour les néologismes. (Ducrot, page personnelle en ligne)

Illustrons l'intérêt de ces outils conceptuels pour notre recherche.
Considérons un premier exemple. Au cours des entretiens que nous avons réalisés, les enseignants incarnent les trois instances en même temps : il se peut alors que ces trois instances (énonciateur, locuteur, sujet parlant) réunies en une personne produisent des significations distinctes parce qu'elles recouvrent des subjectivités différentes. Par exemple, l'un des enseignants de productique usinage que nous avons rencontré explique :

> 430 **E-pu1 :** les systèmes d'axe / pas maîtrisé du tout / nous on travaille que comme ça / euh on travaille /tout est fait par rapport à un axe euh / orthonormé / quand on attaque ça en seconde / i's nous r'gardent avec des yeux comme ça

L'enseignant est le sujet parlant. Il est aussi énonciateur car il met en scène plusieurs instances abstraites ou absentes que sont successivement la communauté des usineurs (*nous on travaille*), la communauté des enseignants (*on attaque ça en seconde*) et aussi les élèves (*i's nous r'gardent*). A travers ses paroles, nous avons le point de vue de ces différents locuteurs qui pourtant ne disent rien. L'enseignant faisant partie à la fois des usineurs et des enseignants est donc aussi locuteur.

[15] Les interruptions dans la citation correspondent aux repères que donnent Charaudeau et Maingueneau. Ces repères figurent tous entre les pages 193 et 208 de l'ouvrage de Ducrot : Oswald Ducrot. (1984). *Le Dire et le dit*, Editions de Minuit.

Considérons un second exemple. Lorsque nous étudions le programme officiel de mathématiques ou le référentiel de la filière productique usinage, nous avons affaire à un énonciateur collectif : nous pourrions retrouver la composition du groupe de travail ayant rédigé le programme mais, bien souvent, nous utilisons le texte en nous focalisant sur le locuteur qui est ici l'institution scolaire parce que nous associons aux prescriptions officielles des attentes. Dans ce cas où la communication est textuelle, le sujet parlant est le rédacteur final du texte et les relecteurs institutionnels qui en ont autorisé la publication
Enfin, lorsque nous analysons les épreuves de baccalauréat ou un énoncé d'exercice, le locuteur et l'énonciateur se confondent en la personne sociale de l'enseignant.

Nous pensons que c'est surtout pour l'analyse des verbatim d'entretiens que la distinction entre énonciateur, locuteur et sujet parlant est fructueuse car elle permet de distinguer différents niveaux de subjectivité et d'accéder aux représentations que les enseignants se font soit des mathématiques, soit de leur discipline, soit de la discipline des mathématiques.

Notre but étant de montrer en quoi les sciences du langage contribuent à notre approche interdidactique de l'enseignement des mathématiques, nous allons faire l'inventaire des concepts que nous utilisons en les situant brièvement dans leur cadre théorique. Afin de présenter les différents aspects liés à l'énonciation auxquels il nous a été nécessaire de nous référer, nous les avons rangés du « moins verbal » au « plus verbal » en les illustrant par des exemples pris dans notre recueil de données :

- Les gestes et les matériels ;
- Le vocabulaire sémiotique dont les notations et dessins ;
- La conceptualisation et les représentations langagières ;
- Le locuteur collectif ;
- La fonction expressive dans le discours.

1.3.1.3. Vocabulaire sémiotique et significations non verbales

Nous avons indiqué que le sens se construit au cours de l'énonciation par des moyens linguistiques ou non, mettant en présence les locuteurs et les référents. Dans cette section, nous souhaitons décrire deux types de moyens de communication (les gestes et les matériels) qui nous semblent importants dans notre contexte de recherche où les enseignements portent autant sur les pratiques que sur les concepts.

La linguistique énonciative permet de tenir compte des matériels.

Les modes de communication se distinguent, entre autres, par leurs moyens de productions sémiotiques : ces moyens, eux-mêmes des produits de l'activité humaines, peuvent être de nature variée : matérielle – par exemple, un écran de contrôle ; graphique – par exemple, un tableau. Selon Goody (1977), les modes de communication sont aussi producteurs de sens spécifiques liés à l'usage des moyens de communication :

> […] je voudrais […] montrer quel rôle ont les changements du mode de communication dans le développement des structures et des processus cognitifs, dans l'accroissement du savoir et des capacités

> qu'ont les hommes à le stocker et à l'enrichir. Ces différences de démarche intellectuelle […] peuvent, pour certains au moins, être expliquées par les différences dans les systèmes de communication plutôt que dans les mentalités. (Goody, 1977, p. 86)

Ainsi, les significations produites ne dépendent pas seulement des productions verbales mais de l'ensemble des éléments, matériels ou symboliques, qui composent la situation d'énonciation et constituent une alternative à la parole dans la formation de la pensée.

> [Entre les systèmes de communication] il n'y a pas une « opposition » unique, mais plutôt une succession de changements dont chacun a ses effets spécifiques sur les systèmes de pensée. Je ne prétends pas que ce système soit unilinéaire, encore moins qu'il dépende d'une seule cause ; la pensée exerce une action en retour sur la communication. Les systèmes de croyance, les divisions en classe modifient dans sa forme et limitent dans son extension l'usage de l'écriture ; on ne peut pas vraiment séparer, pour reprendre dans un autre contexte la terminologie de Marx, les moyens de communication des rapports de communication. (*Op. cit*, p. 100)

Le triplet *système de communication – moyen de productions – formation de la pensée* constitue un carrefour de différents domaines de recherche qui contribuent les uns aux autres ou se corroborent. Nous avons évoqué les trois niveaux de problèmes (technique, sémantique, efficience) selon Shannon et Weaver dans leur théorie de l'information. Nous les retrouvons dans les propos de Duval (2005). « Pour comprendre [le] rôle [des représentations] dans le fonctionnement cognitif de la pensée et dans l'acquisition des connaissances », Duval met en avant les dimensions sémantique et technique :

> (1) deux représentations sont différentes lorsque leurs contenus sont de nature différente […] même si elles représentent le même objet.
> (2) il y a autant de représentation que de moyens différents pour produire ces représentations […] les représentations ne dépendent pas d'abord des individus mais des systèmes de production de représentations.
> Ces deux caractéristiques sont liées dans la mesure où le contenu d'une représentation dépend autant du système mobilisé pour produire la représentation d'un objet que de l'objet représenté.
> (Duval, 2005, p. 72)

Bazin et Bensa, les préfaciers de *La raison graphique* de Goody (1977), illustrent, avec l'outil *tableau* si important dans l'enseignement, la dialectique entre communication et production de sens :

> […] Goody centre délibérément son analyse des processus écrits de la connaissance sur [des] techniques purement graphiques et totalement dissociées de l'énonciation orale que sont la liste et le tableau. Il ne s'agit pas de simples modes de présentation du savoir, mais bien de matrices formelles qui en déterminent partiellement le contenu. […] dans [un] tableau, chaque élément se voit assigner une place et une seule et il ne doit pas y avoir de case vide. La symétrie impose ses propres effets de pensée : […]. Il y a une raison ou une logique (la Logique ?) graphiques.
> (*Préface* à Jack Goody 1977, *La raison graphique*, p. 11)

Vocabulaire sémiotique

Nous appelons *vocabulaire sémiotique* l'ensemble des artefacts matériels ou symboliques présents ou produits dans l'environnent d'une discipline. Dans leur *Théorie de la Médiation Sémiotique* appliquée à l'enseignement des mathématiques, Bartolini Bussi et Mariotti (2008) considèrent les *artefacts* matériels fabriqués par l'homme et jouant, pour l'élève, le rôle de « médiation par rapport à l'accomplissement d'une tâche » ou « par rapport à un savoir » (Mariotti, 2011 a). Les auteures font d'abord remarquer que, en mathématiques, les artefacts matériels précédent souvent les concepts. Elles prennent pour exemples, dans l'histoire des mathématiques, le boulier et numération positionnelle, les perspectographes[16] et la géométrie projective puis en classe de mathématiques, le compas, la calculatrice et surtout les logiciels. Leur théorie didactique propose la classification suivante :

> […] les signes produits, liés à l'activité avec l'artefact, sont appelés *signes-artefacts*. L'enseignant guide la construction des liens interprétatifs entre les deux familles [signes-artefacts et signes mathématiques]. (Mariotti, 2011 a, p. 6)

En situation d'apprentissage avec une interface- machine, Rabardel *et al.* (2004), Delozanne *et al.* (2002) étudient comment l'utilisation d'environnement logiciel ou matériel génère des modes d'utilisation cohérent (profil d'utilisateur) et s'accompagne d'acquisition de savoirs (savoirs conceptuels ou savoirs d'action) au niveau individuel ou collectif :

> Les artefacts ne sont que des propositions que les individus développeront ou non.
> […] [Il s'agit d'analyser l'activité sur l'interface homme-machine] non pas en terme de « niveau mathématique » ou de lacunes […] mais en terme de cohérence de fonctionnement et de compétences construites par les élèves. (Delozanne *et al.*, 2002)

Dans la partie 3, nous observons comment le matériel et les procédures d'utilisation provoquent des gestes réels ou reconstitués par la narration. En particulier, nous analysons l'influence de la sémiotique de la machine à commandes numériques (Figure 2) sur le discours de l'enseignant en mathématiques.

Figure 2 : L'écran de contrôle d'une machine à commandes numériques dans la conversation entre un enseignant de construction mécanique et un groupe d'élèves.

[16] Un perspectographe est un dispositif matériel permettant de dessiner, en perspective centrale, des configurations tridimensionnelles. Les fenêtres de Dürer ou de Léonard de Vinci en sont des exemples.

Cas des gestes

S'intéresser aux productions langagières en didactique des mathématiques présuppose le cadre de la linguistique énonciative. En effet, celle-ci détache le contenu de la langue et permet de comprendre que des référents mathématiques puissent, en situation, être énoncés (mis en scène pour exprimer un point de vue) sans nécessairement être mis en parole ou en texte. Elle détache ainsi les référents des symboles, autorisant une part indicielle, et justifie qu'il puisse exister un enseignement de mathématiques en situation[17], indépendamment des espaces institutionnellement dédiés aux mathématiques.

Nous envisageons l'une des modalités donnant à voir la part indicielle de la communication, c'est-à-dire les gestes corporels comme ressort de conversation didactique substitué aux paroles en direction d'objets matériels environnants spécifiques, soit de façon directe (partie 2 chapitre 5), soit de façon différée (partie 3 chapitre 8).

Dans sa théorie de l'objectification, Radford (2006) décrit ce phénomène d'élaboration des significations au cours de la situation d'énonciation : observant deux enfants en train d'effectuer un double comptage, il décrit l'un deux pointant vers une frise numérique à l'aide d'une baguette. Ici, la baguette de bois est l'objet de pratique déictique qui pointe vers une représentation du référent (un nombre entier ici).

> Addressing herself to Michael, her group mate, Christina said: "let's do it together!" While the rest of the class continued working on the problem in small groups, Christina and Michael went to the blackboard and, using a large wooden ruler, Christina began counting two by two while Michael counted the days out loud. (Radford, 2006, p. 4)

En situation d'enseignement – apprentissage en mathématiques, Sfard (2009), Barrier *et al.* (2014) étudient la relation entre le geste et la parole et constatent une cohérence entre les productions gestuelles et les interprétations verbalisées.

Au cours de notre recherche, nous avons observé comment un élève, en conversation avec son enseignant, fait en guise de réponse un geste « silencieux » (Figure 3). Ce geste correspond à la reformulation par l'élève de la tâche d'usinage que son enseignant lui présente (réaliser un épaulement), l'explication de l'enseignant reformulant un dessin technique codant deux surfaces orthogonales. C'est cette succession de reformulations du fait mathématique dont nous étudions les variations à travers les disciplines.

[17] C'est ce qu'on observe notamment en maternelle.

Figure 3 : « On appelle ça un épaulement. »
Conversation entre un élève et un enseignant de productique usinage.

Cas des logiciels de dessins et de conception

Dans les disciplines technologiques de la filière productique usinage, les représentations spatiales sont dessinées à l'aide d'applications logicielles de dessin technique (DAO–CAO)[18].
L'expression *dessin technique* désigne une activité double : celle de donner à voir un objet technique (le *dessin* de l'objet technique) et celle de rendre compte de sa construction, c'est-à-dire de la façon dont ses propriétés géométriques et mécaniques sont logiquement liées pour réaliser une fonction technique (la *conception* de l'objet technique).
En tant qu'activité, le *dessin technique* est une activité technique : elle répond au besoin de communication entre le concepteur et « le fabricant » ; elle est enseignable.

En tant qu'activité graphique, nous pouvons dire qu'aujourd'hui, le dessin technique est une activité technologique car l'évolution des outils et instruments pour dessiner a conduit à rationaliser la production des dessins. Les indicateurs de la *technologisation* du dessin technique sont : le développement d'une théorie mathématique (la géométrie descriptive), un

[18] **La fonction de conception**, au sens de construction mathématique et mécanique, est désignée par les acronymes CAD en anglais (*Computer-Aided Design*) et CAO en français (*Conception Assistée par Ordinateur*).
La fonction de dessin, au sens de représentation graphique, est désignée par les acronymes CAD en anglais (*Computer-Aided Drawing Tools*) et DAO en français (*Dessin Assistée par Ordinateur*).
(http://www.linguee.fr/ in the context)

répertoire de méthodes graphiques et d'instruments matériels (gabarits) justifiés par la théorie, puis la numérisation de ces méthodes et instruments.

La Verne *et al.* (2007) montrent que les instruments manuels de dessin technique ont été inventés pour l'apprentissage et se sont développés entre 1900 et 1950 au fur et à mesure que croissaient les besoins de l'industrie. Chacun de ces instruments est un artefact matériel et constitue une « médiation par rapport à l'accomplissement d'une tâche » au sens de Bartolini Bussi et Mariotti (2011 a) :

> T-square, triangles, drawing boards and an assortment of French curves. Many specialized drafting tools were also invented – parallel rules, proportional dividers, special ruling pens (example: "railroad pen"– two parallel pens on one handle) and planimeters. (La Verne *et al.* 2007, p. 24).

Les French Curves (Figure 4) citées par La Verne et ses collaborateurs répondent à la description suivante :

> French Curves plastic (or wooden) templates having an edge composed of several different curves. French curves are used in drafting (or were before computer-aided design) to draw smooth curves of almost any desired curvature in mechanical drawings. (Wolfram website)

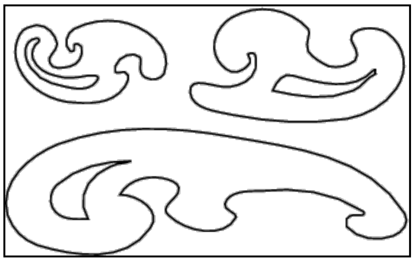


Figure 4 : Dessin des gabarits appelés « French curves » (Wolfram website)

Dans l'enseignement, les logiciels de DAO–CAO, substitués aux anciens instruments et manuels de tracé depuis 1990, ont modifié l'organisation des enseignements et ont influencé la formation du jugement d'usager-enseignant. Nous examinons quelques-unes de ces conséquences qui, se répercutent dans les témoignages que nous citerons en guise d'illustrations.

Premièrement, les temps d'enseignement et d'apprentissage sont raccourcis. Les logiciels de DAO–CAO permettent en effet aux enseignants et aux élèves d'obtenir des rendus propres, rapides, dynamiques et donc plus immédiatement satisfaisants et, en même temps, c'est aussi la relation entre l'enseignant et l'élève qui est modifiée. Grâce aux témoignages suivants, on peut comparer les durées de formation au dessin technique, à niveau de formation comparable destinée à des jeunes de 16 ans, selon les modes de production des dessins : quatre années d'apprentissage du dessin manuel, selon le témoignage relaté par La Verne *et al.*, contre 8 heures pour la prise en main du logiciel *Solidworks* selon le témoignage de l'enseignant de productique usinage E-pu1que nous avons rencontré :

> It was during this time [between 1930 and 1945] that co-author Meyers, with four years of public school graphics by age 16, worked 50 hours a week as a "tracer" for Curtiss-Wright, a warplane builder. Young

women “Cadettes” with six months training and boys too young for the military draft were the tracers. (La Verne *et al.*, 2007, p. 24).

180 **E-pu1 :** donc là il est sur un logiciel de dessin / c'est *Solidworks* //euh il est en phase de découverte / parce que ce sont des secondes / il vient de troisième // donc / là / il est en phase de découverte des fonctions de base et des méthodes de base de génération d'une forme / prismatique ou de révolution
181 Ch : d'accord

182 **E-pu1 :** donc c'est un travail en autonomie// euh//y a un didacticiel qu' y a à suivre/ faut faire un certain nombre de leçons. Quand ils sont arrivés au bout/ on commence à leur donner les pièces issues de notre propre atelier.

183 Ch : ah d'accord et donc ça/ cet apprentissage en autonomie/ il dure combien de temps à peu près ?
184 **E-pu1 :** au total/ huit heures//morcelées hein

Un logiciel DAO-CAO permet de produire rapidement un dessin 3D et les plans qui vont avec. Il modifie le discours didactique en déléguant au tutoriel l’appropriation de l’environnement de dessin, rend inutiles les manuels de méthode graphique et de géométrie descriptive (La Verne *et al.*, 2007, p. 30) et impose une nouvelle valeur : celle de l’apprentissage autonome.
Deuxièmement, l’usage du logiciel introduit des modifications d’appréciation dans la diversité des modes de production sémiotique. Le dessin à la main apparaît obsolète. L’idée créative est figurée quasi immédiatement tandis que le mode de validation s’accomplit en fin de réalisation et non en cours de réalisation du dessin. Les termes de l’enseignant témoignent de la rupture des pratiques :

311 Ch : [les élèves] produisent que des documents à l'aide de l'ordinateur ? […]
312 **E-pu1 :** oui /on fait plus rien à la main […]
314 **E-pu1 :** on a éradiqué ça /au début des années 90 […]
316 **E-pu1 :** on travaille exclusivement en informatique depuis l'milieu des années 90 /on a plus jamais sorti un document à la main
317 Ch. : […] ils sortent des documents qui contiennent des erreurs ?
318 **E-pu1 :** tout l'temps

Troisièmement, l’enjeu reste un enjeu professionnel : celui de communiquer selon les normes du dessin technique. L’activité est bien de nature géométrique puisqu’il s’agit de spécifier des formes et des contacts, de les dimensionner, de les positionner. Ce n’est pas au dessinateur d’anticiper une section plane ; du point de vue géométrique[19], il propose un agencement de formes, des dimensions qu’il peut éventuellement modifier et les mises en plan se font automatiquement. Ceci explique que l’ancien nom de la discipline qui ne rendait compte que de l’aspect sémiotique soit resté ancré dans la mémoire des professionnels :

558 Ch : et la construction/ est-ce que vous pourriez juste me donner une définition/ parce que j'suppose que vous en avez fait pendant vos études ?
559 **E-pu1 :** ah/ c'est obligatoire chez nous euh …
560 Ch : oui ?

[19] Du point de vue physique, l’usager paramètre aussi les efforts et les matériaux, ce qui est hors de notre sujet.

561 **E-pu1 :** la construction/ c'est … c'est c'qui s'app'lait avant l'dessin technique//c'qui était bien plus approprié//
562 Ch : clair à comprendre/ oui//
563 **E-pu1 :** c'est uniquement la génération d'ce genre de plan.
564 Ch : donc c'est apprendre à générer des//
565 **E-pu1 :** à faire des plans/ des dessins normalisés et à les lire

Quatrièmement, les logiciels de DAO–CAO redéfinissent les liens entre les compétences en jeu (créer des objets techniques, communiquer un projet) et les métiers. On peut émettre l'hypothèse que l'occultation des mathématiques explique en partie ces redéfinitions, comme le laisse penser le passage suivant :

583 **E-pu1:** euh avant/ ça s'app'lait CPI/ conception d'produits industriels/ mait'nant ça s'appelle EDPI[20]/ donc c'est toute la partie/ la conception/ c'est entre l'ouvrier et l'ingénieur pour travailler
584Ch : d'accord
585 **E-pu1 :** on va dire c'est un dessinateur un p'tit peu évolué
589 Ch : (*rire*)
590 **E-pu1 :** c'est euh très axé sur l'dessin et la conception// alors eux/ i's mangent du 3D du matin au soir

On constate ainsi que le logiciel de dessin assisté par ordinateur, ici en tant que moyen de production sémiotique, redéfinit l'expertise graphique par rapport à l'habileté à utiliser les logiciels de DAO–CAO et aussi le rapport entre les modes d'exploration des objets tridimensionnels et les savoirs sur les méthodes graphiques. La redéfinition de ces deux aspects se traduit par le positionnement déclaré de l'enseignant en faveur du logiciel.

Verillon (1996) décrit l'évolution de la conception didactique de l'activité de lecture d'un dessin technique sous l'influence du moyen informatique. L'auteur s'interroge sur les spécificités du dessin technique : un dessin technique apparaît comme un signifiant plan et surdéterminé. Il est *plan* car il est bidirectionnel et non unidirectionnel comme peut l'être un texte ; il est *surdéterminé* car il intègre des données de forme géométrique, de dimension, de tolérance, de technicité et de matière. Une conséquence de cette surdétermination est la convocation de plusieurs espaces de travail[21] : géométrique, sémiologique[22] et physico-technologique, lors de l'activité de lecture du dessin. Avec l'outil informatique, on peut se demander si le travail sémiologique suscite ou occulte le travail géométrique. Cette interrogation trouve un écho dans la constatation que fait Grugeon-Allys sur le même objet didactique, et le même environnement informatique, dans un contexte scolaire un peu différent [23]:

[20] EDPI : Étude et Définition des Produits Industriels.
[21] Un *espace de travail* (Houdement *et al.*, 2006) désigne la relation entre un objet d'étude, des artefacts disponibles et l'effort (le travail) pour se ramener à un système de référencement de savoirs.
[22] Sémiologique : relatif aux règles de production ou d'interprétation d'un système de représentation (d'après le CNRTL).
[23] Ce contexte est celui de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire.

> […] un logiciel ne contribue aux apprentissages que dans la mesure où, les élèves construisent une compréhension des actions et des résultats dans le logiciel cohérente avec les connaissances mathématiques visées. (Grugeon-Allys, 2008, p. 78)

Plus précisément, par une enquête qualitative auprès des élèves sur l'impact du dessin assisté par ordinateur dans les activités de lecture ou de représentation, Nancy (1997) a montré que les élèves associaient prioritairement le dessin assisté par ordinateur à deux qualités : celle de permettre d'imaginer et celle d'être une ressource toujours disponible. La qualité de *faire comprendre* l'objet tridimensionnel n'est donc pas ressentie comme principale par les élèves. Nancy ajoute une qualité liée à la structuration du langage informatique : celle de faire prendre conscience de la cohésion des tâches. Or cette fonction de prise de conscience de la cohésion des tâches qui favorise l'apprentissage, est particulièrement importante en lycée professionnel. Bucheton *et al.* (2009) émettent l'idée que la verbalisation de la relation entre les tâches et les savoirs est indicatrice du niveau d'acquisition des savoirs :

> […] nous nous référons à l'activité du maître ou des élèves pour mettre en relation le dehors et le dedans de la classe, la tâche en cours avec celle qui précède ou qui suit, le début avec la fin de la leçon. Ces opérations affichent une constance de 7 % des gestes des enseignants dans de nombreuses situations analysées en primaire ; elles montent à plus de 40 % dans l'enseignement technique.
> […] les bons élèves tissent eux-mêmes les liens laissés à l'état implicite par l'enseignant. Ils savent nommer les tâches et objets de savoirs qu'elles travaillent et sont capables d'en comprendre le pourquoi et la succession. Les élèves moyens peuvent souvent retrouver les tâches en termes de « faire », en repérer l'ordre ; les élèves faibles, quant à eux n'arrivent ni à les nommer ni à en retrouver l'ordre bien qu'ils les aient accomplies de manière routinière un très grand nombre de fois.
> Bucheton *et al.*, 2009, p.35)

Notre démarche comparatiste s'appuie sur l'idée que les variations de discours observées entre les disciplines dépendent des moyens de production sémiotique et du contexte de communication. En conséquence, une partie de notre travail s'intéresse aux spécificités sémiotiques des disciplines et à leur impact sur la formulation, l'emploi ou l'interprétation[24] des objets mathématiques dans le discours des enseignants.

Cependant, le jeu des classements institutionnels (par disciplines, par filières, par types de lycée) n'est sans doute pas dénué de *croyances* collectives quant aux relations entre technologie, mathématiques et éducation. Dans quelle mesure les discours des enseignants peuvent-ils ne pas être marqués par des représentations stéréotypées ? Il devient nécessaire de les appréhender à leur tour Nous retrouvons ainsi les objets d'étude du champ de l'interdidactique (Cf. § 1.1.)

1.3.1.4. La conceptualisation et les représentations langagières

Lorsqu'il s'agit d'expliciter un concept, la langue naturelle relaie les langages spécifiques dans les significations d'un concept. Or la langue naturelle est déjà, en elle-même, une représentation

[24] Par souci de synthèse, nous avons repris la partition que propose PISA de l'activité mathématique évaluable : « […] la capacité des élèves à « formuler », à « employer » et à « interpréter » les mathématiques ». (OCDE, *Note par pays- France*, PISA, 2012, p.6)

du monde courant. En se faisant le vecteur d'une représentation spécifique, la langue naturelle en altère forcément la représentation spécifique par des ellipses, des omissions, des interférences, des simplifications, …Et c'est bien là le rôle de la langue naturelle que de procurer des représentations souples et assujetties à la variabilité du monde courant mais permettant la transition avec la représentation catégorisant des sciences telles que les mathématiques. Le sémioticien Zinna (2004) parle ainsi « des yeux exacts et myopes » de la science, jugeant que si le langage scientifique permet « un regard partagé » en mettant en forme « des similitudes autrement invisibles », il procède aussi à des réductions qui le sépare des représentations communes.

Dans notre recherche, nous avons étudié des textes disciplinaires (programmes, énoncés d'examen, énoncés d'exercice, …) et des discours d'enseignants dans lesquels la langue naturelle est omniprésente. Par le relais qu'elle opère entre les représentations de la vie courante et celles, à visée scientifique, des disciplines, elle a une fonction informative-explicative. Mais, en tant que vecteur et outil d'expression des relations interdisciplinaires grâce auxquelles la discipline identifie sa place dans le système, elle a aussi une fonction expressive. Ces deux fonctions, informative-explicative et expressive, apparaissent de façons plus ou moins séparée et incitent à concevoir la conceptualisation – entendue comme le processus de construction et d'assimilation des concepts, sous les angles combinés de l'intellectualité, de l'expérience, des images de soi.

La notion de concept scientifique

Dans la partie 2, nous serons amenée à définir ce qu'est un *concept scientifique* en relation avec les objets d'enseignement, qu'ils soient mathématiques ou techniques. Plusieurs positions épistémologiques peuvent présider à la définition d'un concept scientifique. Dans le cadre de notre recherche, nous avons adopté la définition que propose Vergnaud (1982) dans le cadre de la psycholinguistique. Selon Vergnaud, un concept prend une signification complexe à travers les situations qu'il modélise. Les représentations d'un élève sont alors façonnées par les situations qu'on lui présente. Un concept ne peut donc pas être étudié sans être relié à d'autres concepts et ne peut être socialement transmis que si des représentations sémiotiques y sont associées. Il en ressort que les objectifs de la recherche en didactique des disciplines sont :

- D'analyser et de classer les situations, afin de faire appel dans l'enseignement à une grande variété de relations pour étendre la signification d'un concept,
- D'approfondir l'épistémologie d'un concept : quels problèmes résout-il ? Quelles sont ses relations à d'autres concepts ?
- D'éprouver les compétences et les conceptions de l'élève en situation de résolution de problème car conception et savoir-faire opératoire (procédure, savoir-faire) vont de pair.

Vergnaud souligne que les représentations sémiotiques d'un concept ne sont pas le concept et que celles-ci sont autant aidantes qu'inductrices d'erreur en fonction des paroles explicatives qui y auront été associées.

Selon Vergnaud (2002, pp. 3-44), chez un sujet, la conceptualisation correspond à « une responsabilité cognitive » (*ibid.*, p. 36) acquise par la conscience de la cohérence d'un système de vérités et la reconnaissance de ce qui est commun à des situations différentes. Dans cette optique, un progrès dans la conceptualisation scientifique correspond à un élargissement de la portée d'un concept : soit par la reconfiguration du réseau des concepts, soit par la modélisation d'une nouvelle situation. On a donc ici un point d'appui pour décrire les stades de l'acquisition d'une notion mathématique. Toujours selon Vergnaud, au niveau du sujet, le processus de conceptualisation est lié à la verbalisation, en l'occurrence à l'« *explication* » :

> [Même si] les scientifiques se donnent des règles contraignantes concernant les méthodes et l'argumentation, [l'imagination] est nécessaire pour se représenter des objets et des relations ne correspondant à aucune perception.
> […] la science, la technologie, la littérature et les arts prodiguent des objets de pensée qui n'ont qu'un rapport lointain avec la perception des objets immédiatement accessibles dans l'environnement. Ils résultent donc d'une construction, laquelle consiste en plusieurs niveaux d'interprétation de l'expérience, pilotés par des inférences analogiques et logiques. […]
> Parce que la conceptualisation est réductrice, comme l'action, l'explication reste toujours partielle. Et il n'est pas négatif qu'il en soit ainsi, pour l'utilisateur de la recherche s'il veut conserver à son action sa faisabilité et son économie, et pour le chercheur s'il ne veut pas se noyer dans une vaine recherche de l'exhaustivité. Tout est affaire d'équilibre et de compromis entre des exigences contraires.
> […] Ainsi une explication est-elle toujours une conceptualisation de niveau supérieur.
> Et cette supériorité n'est souvent attestée que parce qu'elle est étroitement associée à une plus grande efficacité de l'action. Conceptualisation et pragmatisme marchent donc la main dans la main.
> (*Op. cit*. pp. 33-36)

Dans le sillage de Vergnaud, nous assumons que la diversité des discours explicatifs à propos d'une notion est autant de formes possibles de son enseignement. Si ces considérations permettent d'envisager l'enseignement des mathématiques sans le rattacher à une unique discipline, il nous reste à préciser comment le reconnaître dans les discours disciplinaires. Nous poursuivons donc notre présentation des outils conceptuels fournis par les sciences du langage que nous emploierons dans l'analyse de discours.

Nous avons commencé par présenter les outils fondamentaux de l'énonciation (les fonctions d'*énonciateur*/ *locuteur*/ *sujet parlant*). Voyons plus précisément l'outil conceptuel de *locuteur* en envisageant qu'il désigne soit une collectivité (notion de *communauté discursive*), soit un individu complexe dont le discours exprime différentes intentions (notion *d'éthos splitté*), ce qui nous permettra d'aborder et d'illustrer la *fonction expressive dans le discours*.

1.3.1.5. Communauté discursive et éthos splitté : la fonction expressive dans le discours

Nous utiliserons le concept de *communauté discursive* dans la partie 3 de notre recherche pour discuter puis justifier la notion de *langage disciplinaire*. Présentons ce concept qui relève de la sociolinguistique (Petit, 2009).

La sociolinguistique postule que les productions langagières sont des révélateurs sociologiques, c'est-à-dire qu'une partie des représentations sont anticipées dans les interventions des co-locuteurs et qu'une partie des attitudes qui permettent de penser et d'agir par la parole sont normalisées. En imposant la notion de dialogisme, Bakhtine[25] (1895-1975), auquel de nombreuses recherches sur le développement cognitif se réfèrent, est considéré comme l'initiateur de la sociolinguistique.

En effet, dans le contexte d'un enseignement disciplinaire, le langage, vu comme ensemble de pratiques d'énonciation, permet de transposer symboliquement les objets étudiés ou utilisés. L'activité langagière, elle, matérialise l'effort d'explicitation ou de recherche de significations d'une *communauté discursive* (Jaubert *et al.*, 2003, 2011 ; Bucheton *et al.*, 2009) partageant, dans un espace-temps délimité[26], un ensemble plus ou moins implicite de règles, d'usages et de références. Ces travaux soulèvent deux questions : d'une part celle du lien entre la conceptualisation et l'activité langagière et, d'autre part, celle de l'empreinte de la discipline dans l'activité langagière des différents acteurs moraux ou physiques : champ de recherche, institution, discipline enseignée, enseignant, élève.

Dans la partie 3, nous nous interrogerons sur les indicateurs d'existence de communautés disciplinaires et – ce qui en est la conséquence – sur l'existence des langages disciplinaires comme résultats d'une adaptation à des conditions récurrentes de production et d'interprétation langagières. La dimension sociale de la notion de langage disciplinaire scolaire rejoint alors celle de *genre de discours*, définie par Bakhtine comme « formes d'énoncés relativement stables et normatives » (cité par Petit, 2007, p. 1) propres à chaque domaine d'activités. Ces énoncés, écrits ou seulement oralisés, sont les vecteurs d'attitudes, dans une situation donnée, c'est-à-dire de prédisposition à produire ou interpréter un contexte langagier. Cette perspective relève de la sociolinguistique.

Avec les représentations stéréotypées (positives ou négatives) qui contribuent à structurer les communautés de l'intérieur ou de l'extérieur, nous passerons de la sociolinguistique à la psychologie sociale qui étudie l'impact des représentations sociales sur les comportements. Disons en préambule qu'une représentation stéréotypée consiste en l'association collective d'un trait (unique, donc réducteur) à une catégorie d'objets ; elle précède le préjugé et d'éventuels comportements discriminatoires.

Les représentations stéréotypées nous intéressent car elles peuvent exprimer une situation de concurrence des disciplines et éclairer certaines difficultés à transférer des compétences d'une discipline dans une autre ou à mobiliser un concept enseigné dans une discipline autre. Ainsi,

---

[25] Bakhtine a étudié, entre autres, les œuvres de Rabelais et de Dostoïevski.
« [Sa] réflexion vise à établir que le roman, microcosme de langages divers, est le seul genre littéraire qui soit en contact avec la réalité. […] Outre le dialogisme, il fonde la polyphonie. […] Les formalistes privilégiaient le contenu de l'œuvre, sa relation avec d'autres œuvres, ce que réfute Bakhtine qui ne veut pas que l'œuvre soit uniquement un matériau; pour lui, c'est une rencontre orchestrée par l'auteur entre langage, forme et contenu. » (wikipedia)

[26] Les situations d'énonciation font alors intervenir le milieu didactique (des artefacts), les acteurs (enseignants, élèves, …).

les entretiens que nous avons conduits révèlent des représentations stéréotypées de la part des enseignants du lycée professionnel sur le collège en général ou sur la discipline des mathématiques au collège ou au lycée.

1.3.1.6. La fonction expressive dans le discours

Nous avons vu que la linguistique énonciative distingue trois instances discursives : l'énonciateur, le locuteur et le sujet parlant. Dans le discours, différentes facettes du caractère social, moral ou intellectuel se superposent, qui constituent l'*éthos*.
Dans la rhétorique antique, les interactions verbales sont analysées à partir de l'éthos et du pathos. L'éthos est la position que l'émetteur doit adopter dans une circonstance donnée et le pathos désigne l'effet que l'émetteur veut provoquer sur son récepteur. La distinction éthos/ pathos est importante car elle insiste sur la socialisation du discours préalable à toute action discursive. Il y des codes de prise de parole adaptés aux différents fonctionnements sociaux : privé, public, familial, judiciaire, amoureux, *etc.*, scolaire et, à l'intérieur du scolaire, disciplinaire.
Pour désigner la pluralité possible des éthos lorsque ceux-ci ne coïncident pas, Plantin (2011, p. 36) parle d'« éthos splitté ». Nous présentons et illustrons les différents éthos : *l'éthos préalable, l'éthos construit, et l'éthos du locuteur.*

L'éthos rhétorique est un outil d'apprentissage de la parole sociale : il est idéal. Mais, dans la réalité, il est impossible de maîtriser tous les codes sociaux du discours. De plus, au cours d'une même interaction, il est fréquent de voir les interlocuteurs changer de rôle discursif et sauter d'un éthos à l'autre de façon plus ou moins calculée. Le déroulement de toute conversation passe par une suite de réajustements des attentes sociales dont les interlocuteurs jouent pour essayer de maîtriser la situation et la faire tourner à leur avantage.

- Avant qu'il ne parle, le sujet parlant est socialement caractérisé dans la situation d'énonciation par son apparence, son statut socioprofessionnel « mais aussi sur la base de la représentation collective ou du stéréotype qui circule sur sa personne » (Plantin, 2011, p. 35). L'ensemble de ces caractères préalables constitue l'éthos préalable.

- Pendant qu'il parle, le sujet parlant construit une image de lui-même par rapport à son statut d'énonciateur : « en situation argumentative, les participants valorisent systématiquement leurs personnes et leurs actes, afin de légitimer métonymiquement leurs positions. » (Plantin, 2011, p. 36). L'ensemble de ces caractères préalables constitue l'éthos auto-construit.

- Ceux qui l'écoutent réagissent à ses propos en fonction de leurs connaissances et de leurs valeurs. Le locuteur se voit attribuer des caractères « en tant que source de l'énonciation [le locuteur] se voit affublé de certains caractères qui, par contrecoup, rendent cette énonciation acceptable ou rebutant ». (Ducrot cité par Plantin 2011, p. 35). L'ensemble de ces caractères préalables constitue l'éthos du locuteur.

À la différence de l'éthos rhétorique qui est toujours intentionnel, les éthos produits par le discours peuvent être intentionnels ou non, dans le sens où le sujet peut ne pas avoir conscience de les construire ou de les subir. Néanmoins, c'est de sa capacité à en prendre conscience que dépend sa réussite discursive.

L'échange suivant[27] illustre les différents éthos que nous venons de définir. Il correspond à la séquence de présentation de la personne prévue dans le protocole d'entretien[28], dans laquelle la chercheuse (Ch) demande à l'enseignant de productique usinage (E-pu1) de témoigner des motivations qui l'ont conduit à devenir enseignant. E-pu1qui a accepté l'entretien par l'entremise de son chef d'établissement, lequel a lui-même satisfait à une demande de l'inspecteur de mathématiques-sciences physiques et chimiques. Alors qu'en tout début d'entretien, E-pu1 se montre laconique, répondant juste l'information nécessaire, on observe un changement à partir du tour 14 :

> 13 Ch : euh / comment êtes-vous arrivé au métier d'enseignant ?
> 14 E-pu1 : par concours comme tout le monde
> 15 Ch : d'accord // mais je veux dire qu'est-ce qui vous en a donné l'idée // le choix ?
> 16 E-pu1 : euh un remplacement //euh c'était pas prédestiné mais on m'a proposé un remplacement / j'ai fait pour rendre service et j'suis resté

La réplique 14 d'E-pu1 contient la réponse factuelle (le recrutement par concours[29]) mais aussi une réaction émotionnelle qui conduit au complément « *comme tout le monde* ». L'analyse conversationnelle permet de dégager deux éthos :

- L'éthos rhétorique de la chercheuse lié au genre de l'entretien. Cet éthos, conçu *a priori*, consiste en la neutralité du chercheuse (peu d'interventions) et en sa capacité à accompagner le tiers qui lira l'entretien ; ce qui justifie la séquence de présentation prévue dans le protocole d'entretien ;
- Le second éthos n'est pas aisé à qualifier : dans tous les cas, la question (13) est perçue comme intrusive par rapport à la justification de demande d'entretien (l'enseignement disciplinaire des mathématiques).
  Il peut s'agir d'un éthos préalable car E-pu1 attribue à Ch un point de vue sur sa propre catégorie professionnelle.
  Il peut s'agir d'un éthos de locuteur car E-pu1 juge creuse ou saugrenue la question de Ch.

En revanche, le tour de parole 16 « *c'était pas prédestiné* […] *j'ai fait pour rendre service* » relève de l'éthos auto-construit. Ainsi, une raison dans la décision d'embrasser la profession d'enseignant est livrée, jugée par le sujet parlant plus apte à légitimer son éthos professionnel

---

[27] L'échange provient du verbatim d'entretien avec l'enseignant E-pu1, consultable dans la partie *Annexe des données*.
[28] Le protocole de cet entretien est consultable dans la partie *Annexe des données*.
[29] Le CAPLP (Certificat d'Aptitude au Professorat de Lycée Professionnel) externe, interne.

que la mention de la réussite au concours, car basée sur une valeur universellement partagée, celle de l'altruisme.

Les ressentis, les représentations subjectives non explicitées dans les phénomènes d'enseignement-apprentissage, les attitudes sont des objets d'étude parce qu'ils participent à la compréhension que les acteurs acquièrent de ces phénomènes. Des notions telles que le « curriculum caché » (Perrenoud, 1994), la « double approche » (Robert *et* Rogalski, 2002), « la conscience disciplinaire » (Reuter, 2007) « l'arrière-plan « (Bucheton *et al.*, 2009) illustrent cette préoccupation de la didactique de considérer ce qui n'est pas formulé en mots ou ce qui n'est pas mis en texte et qui pourtant réfère à l'attitude[30] vis-à-vis des élèves ou de la discipline des mathématiques.
Les données expressives que nous avons recueillies émanent d'enseignants, c'est pourquoi elles portent principalement sur « l'itinéraire mathématique pensé pour l'élève » (Robert *et* Rogalski, 2002) ou sur une manière d'extérioriser son appartenance à une discipline d'enseignement en invoquant ou non des composantes environnementales, personnelles, institutionnelles.

Les extraits[31] suivants donnent des exemples d'actes expressifs : l'enseignant de productique usinage (E-pu1) exprime son engagement dans sa discipline de façon intriquée avec les informations objectives qu'il fournit à son interlocuteur (Ch) pour la présenter. Il exprime deux ressentis contradictoires : d'une part la mise en valeur de sa discipline (thème 1) et d'autre part la dévalorisation de sa discipline (thème 2).

> 49Ch : O.K. donc y'a le coût qui intervient
> 50 **E-pu1 :** oui/ euh // énormément […]
> 52 **E-pu1 :** sur le temps d'usinage et l'nombre d'outils qui sont mis en œuvre
> 53 Ch : ah// parce que les élèves sont sensibilisés à ça aussi ?
> 54 **E-pu1 :** oooui / c'est l'cœur du métier //c'est ça qui nous empêche d'avoir délocalisé toute notre production en Asie/ not' savoir-faire/
> […]
> 100-104 **E-pu1 :** (…*inaudible*) on a une formation qui est très peu lisible pour qui est en collège (*silence*) donc on récupère souvent des élèves un petit peu égarés//et euh il faut prolonger //pour qu'ils découvrent un métier qui … est très intéressant […] auprès du grand public /on n'existe pas l'usinage / c'est très obscur
> […]
> 107 Ch : est-ce que vous pourriez me dire euh le contenu de votre enseignement ? […]
> 108 **E-pu1 :** c'est tellement vaste ! […]

[30]Définition de l'attitude, au sens figuré, selon le Centre National de Ressources Textuelles et Linguistiques : «*disposition d'esprit, déterminée par l'expérience à l'égard d'une personne, d'un groupe social ou d'une chose abstraite (problème, idée, doctrine, etc.) et qui porte à agir de telle ou telle manière*». http://www.cnrtl.fr/definition/attitude

[31] Le verbatim intégral est reporté dans la partie *Annexe des données*.

110 **E-pu1 :** euh on va surtout travailler sur des éléments géométriques / de géométrie 2D / 3D / des formes basiques / des volumes / euh // énormément sur le dimensionnement / les dimensions / les efforts // c'est très vaste comme formation […]

116-118 **E-pu1 :** oui / oui y a une progression […] elle est lourde […]

126-128 **E-pu1 :** [dans] la salle de lancement […] ils préparent l'usinage / quand c'est prêt ils vont à l'atelier

129 Ch : et vous leur donnez le travail à faire et après / ils sont un peu autonomes

130 **E-pu1 :** oui //complètement //c'est le but

[…]

141Ch : […] est-ce que les trois années et l'horaire hebdomadaire vous semble suffisant pour former une personne ?

142 **E-pu1 :** impossible

143Ch : impossible ?

144-148 **E-pu1 :** on est passé de quatre à trois ans donc // […] deux années de BEP/ deux années de bac/ on a … on a une division quasiment de moitié/ on a réduction quasi d'moitié du temps de travail

149 : et comment vous vous y prenez pour arriver à les former malgré cette réduction ?

150-152 **E-pu1 :** comme on peut // […] on a fait des coupes franches dans l'référentiel

153Ch : et est-ce que vous avez eu des retours de la part des entreprises qui disent il manque tel savoir-faire ?

154 **E-pu1 :** i'manque surtout un niveau//on a beaucoup de retours en disant que le niveau a énormément baissé et qu'c'est plus suffisant/ sinon j'dirais pas ça

[…]

190-194 **E-pu1 :** l'objectif/ c'est qu'i's fassent jamais deux fois la même chose// alors lui demain/ en atelier/ ensuite l'atelier/ euh/ il viendra ici/ ceux qui étaient en production/ ils viendront en contrôle et/ ou en informatique et on a un roulement comme ça permanent […] j'ai des élèves qui sont un peu décrocheurs/ qui ont un p'tit peu d'mal sur les cours magistraux/ ça/ ça évite de générer une lassitude […]

205 Ch : OK / donc / d'après ce que vous me dites / y'avait une question sur les tâches / ils ont des décisions à prendre pour qu'en fin de troisième année

206 **E-pu1 :** tous les jours […]

208 **E-pu1 :** c'est tellement vaste que c'est/ c'en est même compliqué […] voir c'qu'on a en stock (*toux*) // là c'est une partie « mesurage » par exemple // qu'est-ce que j'peux vous montrer // y'en a tellement que / euh OpenOffice / vous avez ?

Sans chercher à faire une analyse rhétorique exhaustive, nous pouvons décrire les procédés expressifs de chacun des thèmes :

- Dans le thème 1, E-pu1 se fait le présentateur élogieux de sa discipline, la productique usinage. Les superlatifs (*très intéressant, roulement permanent, tellement vaste*), l'exclamation (*ouii*), la métaphore (*cœur du métier*), les hyperboles (*lourd, impossible*) prouvent que l'enseignant est à la fois énonciateur et locuteur : il met en scène sa propre discipline dans le système en même temps qu'il donne son point de vue sur la productique usinage ;
- D'autre part, E-pu1 se montre usager-enseignant critique des décisions prises à l'encontre de sa discipline (thème 2). On retrouve les mêmes procédés de discours que dans le thème 1 : une description radicale (*on n'existe pas, usinage très obscur, coupes franches*), une

amplification des objets disciplinaires (*énormément sur le dimensionnement*) ainsi que l'affirmation de son accréditation à critiquer l'organisation disciplinaire (*sinon j'dirais pas ça*).

Le registre de l'éloge et de la dramatisation se combinent dans une surenchère d'hyperboles et, de ce fait, intensifient les informations, mettant en évidence une argumentation émotionnelle construite par l'enseignant vis-à-vis de sa profession.
Grâce au signalement des interruptions ([…]), on peut noter que l'éthos auto-construit s'affirme et se développe tout au long de la conversation (54 minutes). Sur le plan de la méthodologie de l'entretien, une durée conversationnelle assez longue semble nécessaire pour que la pluralité des éthos puisse s'observer et qu'en particulier, l'éthos auto-construit évolue.
Dans notre travail, nous avons ainsi utilisé l'analyse de discours pour appréhender les actes de langage à la fois expressifs et informatifs qui caractérisent les représentations complexes que les enseignants entretiennent avec leur discipline, avec les autres disciplines et en particulier, avec les mathématiques.

1.3.2. Didactique(s) des disciplines scolaires

Notre approche de l'enseignement des mathématiques par plusieurs disciplines nous amène à utiliser des outils issus de la didactique des disciplines pour aborder deux questions : celle de l'identification des disciplines par les enseignants puis celle de la liaison des enseignements entre les disciplines. Dans une perspective interdidactique, nous avons concentré notre intérêt sur l'impact des représentations enseignantes et des reconfigurations disciplinaires des savoirs :

> L'approche interdidactique se place a priori du côté de l'élève puisqu'elle tente de répondre à un besoin qui n'est vécu que par lui : celui de coordonner les demandes de toutes les disciplines. Nous nous demanderons quels éclairages et quelles réponses l'approche interdidactique des disciplines peut apporter à la question de l'identification par les élèves d'[une discipline], en entendant par là non seulement la reconnaissance de l'univers disciplinaire et de ses objets, mais aussi la construction d'une représentation systémique fonctionnelle et cohérente de la discipline, de ses sous-disciplines, et de ses relations avec les autres disciplines. (Biagioli, 2014, p. 157).

1.3.2.1. A propos de l'identification des disciplines scolaires

Dans la pratique, une discipline scolaire est souvent envisagée statiquement, alors qu'il s'agit d'une construction sociale évolutive (Lebeaume *et al.*, 2007 ; Lebeaume, 1998 ; Perrenoud, 1996) impliquant, à un moment donné, des choix sociétaux concernant :

- La légitimation par rapport aux disciplines déjà existantes ;
- Les contenus et méthodes enseignés et leurs valorisations dans le monde professionnel ;
- La formation et le recrutement des enseignants ;
- Les axes de recherche.

Lebeaume (2011 a, 2011 b) cite des indicateurs de réalisation d'une discipline générale typique au collège et au lycée, prise comme point de repère :

- D’ordre organisationnel : l’enseignant, le type de salle de classe, le temps scolaire dans l’emploi du temps scolaire et les traces écrites (cahier, manuel) sont identifiés ensemble à la discipline ;
- D’ordre épistémologique : les objets enseignés sont repérés dans le corpus théorique de référence. Il ne s’agit ni de découverte, ni d’initiation, ni d’éducation à, ni d’exploration. « En effet, à « matière » correspond un domaine d’étude tandis que « discipline » renvoie aux résultats de ces études » (Lebeaume, 2011 a, p. 88).
  L’enseignement est préférentiellement centré sur les savoirs en texte et fait prévaloir une culture désintéressée ;
- D’ordre curriculaire : les objets enseignés sont circonscrits et organisés en progression d’un niveau à l’autre, dans une dynamique de poursuite d’étude.

En vis-à-vis du portrait typique d’une discipline générale de l’enseignement secondaire, nous nous demanderons comment se positionnent les disciplines générales, technologiques ou professionnelles de la filière que nous étudions (chapitre 2).

Revenons à l’origine du mot « *discipline* ». Chervel (1988) situe son premier emploi à la fin du XIX^e siècle : une discipline désigne alors l’ensemble des règles répressives dans un lycée pour contrevenir aux dysfonctionnements et désordre (*op. cit.*, p. 60). La pensée pédagogique, orientée vers les finalités éducatives, se préoccupe de comprendre comment « discipliner quelqu'un par une gymnastique intellectuelle » (*op. cit.*, p. 62) « pour aborder les différents domaines de la pensée, de la connaissance et de l'art » (*op. cit.*, p. 64). Passant d’une question éducative générale à une question particulière de mise en œuvre, on cherche « la matière d'enseignement susceptible de servir l'exercice intellectuel » (*op. cit.*, p. 63) : à cette époque, le latin est perçu comme l’activité la plus propice à « apporte[r] au moins une *"gymnastique intellectuelle"* indispensable à l'homme cultivé » (*op. cit.*, p. 62) permettant de développer « le jugement, la raison, la faculté de combinaison et d'invention » (*op. cit.*, p.63). Il faut noter que la restriction (*au moins* …) met une distance entre ladite gymnastique intellectuelle et la véritable culture.

L’enseignant de productique usinage E-pu1 que nous avons interrogé décrit son travail d’enseignement en mathématiques en employant aussi le mot *gymnastique* dans le sens d’automatisme :

> 375 Ch : oui /et cette difficulté / par exemple / du passage de diamètre à rayon / vous la voyez plus quand même
> 376 E-pu1 **:** non/ ça d'vient une gymnastique /tout comme les unités /dixième /centième de millimètre / *etc.* les fractions

Le mot *discipline* n’est donc pas anodin : au delà d’un corps homogène d’objets de savoirs, il désigne aussi l’attente par l’institution (ou la société) de la restitution ordonnée de ces objets de savoirs.
En tant que domaine d’enseignement, le mot *discipline* est d’abord introduit dans l’université pour distinguer les formations professionnelles qui servent la société (ex : médecine, droit), des

formations spéculatives (ex : les anciens arts libéraux, mathématiques, philosophie). Lessard *et al.* (2002) soulignent que ce sont les disciplines professionnelles qui ont un rapport étroit de fidélité aux théories de leur champ d'activités car ces dernières légitiment les décisions professionnelles. Les formations académiques conduisant à la recherche ont, elles, un rapport plus créatif aux théories qu'elles peuvent éventuellement enrichir. Ce qui suggère que les contenus et démarches enseignés dans les formations professionnelles sont préférentiellement conçus pour être transférés de l'univers scolaire à l'univers professionnel.
Ce n'est qu'à l'occasion de la réforme de 1902[32] que le besoin d'un terme générique dans les enseignements primaire et secondaire s'impose pour différencier, dans l'enseignement secondaire, les humanités (jusqu'alors hégémoniques), des matières scientifiques: le mot *discipline* est introduit dans les enseignements primaire et secondaire (Chervel, 1988, p. 64).

La réforme de 1902 avait pour but de proposer un enseignement des « humanités scientifiques » en vis-à-vis des humanités classiques, jugées difficiles et peu adaptées aux besoins de la société. Il s'agissait de transformer l'esprit de l'enseignement des sciences en introduisant des exercices pratiques soumis à évaluation. Le passage suivant décrit l'avant et l'après-réforme et rend compte, en évoquant le rôle du physicien Paul Langevin, des stratégies épistémologiques ou curriculaires pour déjouer les concurrences entre les domaines d'activités de recherche :

> Avant la réforme de 1902, la pédagogie des sciences physiques ne comprenait ni travaux pratiques, ni problèmes, ni exercices d'application. Le cours était dicté pour être ensuite récité par l'élève. La réforme de 1902 entend mettre fin au dogmatisme grâce à l'induction expérimentale. Langevin est en plein accord avec l'esprit de la réforme sur la critique du dogmatisme, mais il suggère une préséance des hypothèses. Il insiste surtout sur l'importance d'introduire l'histoire des sciences, dans laquelle il voit un remède à tout dogmatisme, et une arme contre la suprématie de la mécanique. Il se prononce également pour un enseignement à l'écoute de la science en train de se faire, ouvert aux changements. Si Langevin prend parti dans ce débat sur la méthode à employer pour enseigner les sciences au lycée, c'est parce qu'il veut combattre le prestige exclusif de la mécanique classique pour faire place à une nouvelle théorie, qui inspire ses travaux de recherche sur les particules ionisées et sur le magnétisme et qui deviendra la physique atomiste. C'est, en effet, la volonté de faire place à l'atome dans l'enseignement, qui motive l'intervention de Langevin. (Bensaude-Vincent, 2009, pp. 15– 16)

L'aboutissement de cette réforme est la proposition de deux baccalauréats pour l'enseignement secondaire : l'un dit *classique*[33] fondé sur la culture gréco-latine, et l'autre dit *moderne*. Cependant, la diversification du baccalauréat ne résout pas, dans un premier temps, les problèmes qui avaient déclenché la réforme :

> Il l'est d'autant plus que la dualité des baccalauréats entretient les équivoques et les frustrations : équivoque tout d'abord de la modernité de l'enseignement secondaire du même nom, qui reste largement imprégné par la culture littéraire et classique qui domine alors ; frustration ensuite, liée à l'inégale dignité

[32] Cette réforme de l'enseignement est menée sous le ministère de Georges Leygues (Bensaude-Vincent, 2009, pp. 15–16).
[33] Les filières du baccalauréat classique sont : lettres-philosophie, lettres-mathématiques.
Les filières du baccalauréat moderne sont : philosophie, sciences, mathématiques.

> des deux baccalauréats, puisque le diplôme de l'enseignement secondaire moderne n'ouvre pas automatiquement l'accès aux facultés de médecine et de droit. Il faut pour cela obtenir une dispense, accordée au cas par cas, conformément à l'esprit volontiers malthusien qui règne dans ces filières. (J. Legendre, 2008, p. 27)

A partir de 1910, on peut considérer la réforme comme est achevée, le baccalauréat moderne s'étant généralisé presque uniformément. Ce détour historique rappelle les caractéristiques, citées en début de section, de la disciplinarisation des enseignements, lesquelles invitent à s'interroger sur leur légitimation par les instances de recherche[34], l'orientation de la formation scientifique en fonction du partage disciplinaire, et une certaine idée de la dignité des diplômes. Régulièrement, chaque réforme du baccalauréat repose ces questions et s'accompagne d'une réforme interne aux disciplines, soit sous forme de refonte des programmes, soit sous forme de réforme structurelle d'une catégorie de disciplines (1968, 1985, 1993, 2011)[35].
Après 1914, le mot *discipline* perd de son intensité et devient synonyme de rubrique pour classer les contenus enseignés, à l'instar de l'appellation anglo-saxonne *subject*. Ceci conduit à considérer les disciplines comme des espaces « jouissant d'une organisation, d'une économie intime et d'une efficacité qu'elles ne semblent devoir à rien d'autre qu'elles-mêmes, c'est à dire à leur propre histoire » (Chervel, 1988, p. 64).
La complexité de sa construction rend une discipline malaisée à définir institutionnellement et pas forcément simple à identifier pour les acteurs. Pour illustrer notre propos, nous nous intéressons ici à la discipline de construction mécanique et à la manière dont deux enseignants de la même filière professionnelle la définissent.

En lycée professionnel, la construction mécanique est répertoriée comme discipline technologique. Cela signifie qu'elle contribue à répondre à un besoin économique et social de la société et à préparer le jeune à l'entrée au monde professionnel en s'appuyant sur le concret et l'action. Ses deux domaines d'enseignement sont : d'une part, le dessin technique normalisé, et d'autre part l'étude des systèmes technologiques, cette dernière comportant une étude

---

[34] Ont participé à la réforme de 1902, les chercheurs suivants :
- pour les mathématiques : Henri Poincaré, Émile Borel ;
- pour la physique : Gabriel Lippmann, Paul Langevin (Bensaude-Vincent, 2009, p. 16).

[35] **1968** – Réorganisation des baccalauréats généraux avec 4 séries : A, B, C, D, E
– Création des baccalauréats technologiques avec 3 séries : F, G, H
1985 – Création des baccalauréats professionnels**.**
1993 – Rénovation des baccalauréats généraux selon 3 séries : ES, L, S
–Rénovation des baccalauréats technologiques selon 4 séries : STI, STL, SMS, STT.
(d'après www.education.gouv.fr 2007 *Le baccalauréat : repères historiques*.)
2007 – Rénovation des sections technologiques : ST2S, STG anciens SMS, STT.
2012 – Évolution des nomenclatures et changement de discipline des enseignants de STI
Les 42 disciplines postes de 2011 sont regroupées en 4 disciplines en 2012.
« Un changement de discipline est donc nécessaire pour chaque enseignant STI industriel titulaire, certifié ou agrégé, qu'il soit affecté sur un support pré-bac ou post-bac, soit l'un des nouveaux champs, soit vers la discipline technologie » (Circulaire de la DGRH de l'Éducation Nationale du 27/06/2015).

géométrique (formes, dimensionnement) relative aux transmissions de mouvement ou d'énergie et une étude mécanique (efforts) relative aux phénomènes de la matière (résistance, frottements, etc.).

- Le premier domaine est celui de la communication technique : les savoirs et savoir-faire doivent être régulièrement réactualisés en fonction de l'évolution des besoins des métiers (normes, logiciels).
- Par le second domaine, la construction mécanique s'apparente aux sciences physiques mais en se focalisant sur des systèmes technologiques spécifiques au domaine professionnel auquel elle est couplée. En effet, dans chaque filière du domaine industriel, elle dispense les éléments méthodologiques, scientifiques et techniques nécessaires aux démarches de la discipline professionnelle de filière. Le contenu à enseigner de la discipline de construction mécanique est donc guidé par le référentiel d'activités de la discipline professionnelle couplée.

Dans la filière productique usinage du lycée professionnel, il s'agit du référentiel des activités de productique usinage fixant les modalités de préparation et de délivrance du baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage (Journal officiel °49 du 27 février 2004). Entre 2004 et 2008, la formation conduisant à l'obtention du baccalauréat professionnel durait 4 ans. Depuis la réforme des lycées, la durée a été ramenée à 3 ans comme pour les autres baccalauréats.
C'est dans ce contexte qu'il faut resituer les témoignages[36] des deux enseignants auxquels nous avons demandé de définir la discipline de construction mécanique.
Le premier témoignage émane d'un enseignant de productique usinage (E-pu1) : il « réduit » la discipline de construction mécanique à la normalisation du dessin technique et considère la partie technologique (le dimensionnement principalement) comme relevant de son domaine professionnel.
Au cours de l'entretien, l'enseignant E-pu1 est amené à trois reprises[37] à expliquer la relation entre sa discipline, la productique usinage, et la discipline de construction mécanique. À chaque fois, le lien est fait inopinément (tours de parole 37, 111, 554). Nous avons signalé en gras les actes de langage du chercheur (Ch) qui obligent l'enseignant de productique usinage (E-pu1) à préciser son point de vue sur la discipline de construction mécanique.

> 34-36 **E-pu1** : euh / onze à douze heures hebdomadaires […] euh y compris la construction euh // ouais non c'est bon
> 37 Ch : **ça veut dire quoi y compris la construction ?**
> 38 **E-pu1** : y'a l'dessin avec
> 39 Ch : **c'est à dire que vous faites l'enseignement en deux temps ?**

[36] Les deux extraits proviennent des verbatim complets consultables dans la partie *Annexe des données*.
[37] Les extraits, présentés dans l'ordre de la conversation, proviennent des séquences 1, 4, 9. Les changements de séquences sont signalés par le symbole […] et les numéros de tours de paroles.

40 **E-pu1** : voilà euh / y' a un enseignant spécialisé sur la partie des sciences dures euh et ensuite nous on fait la modification des dessins industriels
41 Ch : d'accord //donc c'est pas vous qui faites le dessin / mais **vous vous concertez avec euh votre collègue** ?
42 **E-pu1** : oui puisqu'on // de fait / en tant qu'usineur / j'ai des qualifications de dessin pour pouvoir modifier euh/ et prendre des mesures
43 Ch : d'accord / donc dessin modifié et dans quel cas vous modifiez les dessins par exemple ?
44 E-pu1: euh quand on a des dimensions qui sont infaisables ou des formes qui sont trop complexes/ on voit avec le bureau d'études pour des modifications directement en bâtisse
[...]
110 **E-pu1** : euh on va surtout travailler sur des éléments géométriques / de géométrie 2D / 3D / des formes basiques / des volumes / euh // énormément sur le dimensionnement / les dimensions / les efforts // c'est très vaste comme formation
111 Ch : et les efforts / **vous l'faites avec un professeur de physique** ou //
112 **E-pu1** : par expérience/ expérimentation
113 Ch : ah d'accord / de façon empirique / vous testez
[...]
553 **E-pu1** : oui/ oui/ t'façon / nous on travaille sur des éléments d'base hein euh//on combine c'est tout
554 Ch : O.K. donc y'a d'accord … l'apprentissage//donc ça l'apprentissage de toutes ces normes là (*désignant un dessin technique posé sur la table*) euh/
555 **E-pu1** : construction/ c'est pas moi
556 Ch : d'accord/ **c'est une autre matière en fait ?**
557 **E-pu1** : oui
558 Ch : et **la construction/ est-ce que vous pourriez juste me donner une définition**/ parce que j'suppose que vous en avez fait pendant vos études ?
559 **E-pu1** : ah/ c'est obligatoire chez nous euh …
560 Ch : oui ?
561 **E-pu1** : la construction/ c'est … c'est c'qui s'app'lait avant l'dessin technique//c'qui était bien plus approprié//
562 Ch : clair à comprendre/ oui//
563 **E-pu1** : c'est uniquement la génération d'ce genre de plan.
564 Ch : donc c'est apprendre à générer des//
565 **E-pu1** : à faire des plans/ des dessins normalisés et à les lire

Récapitulons les dénominations qu'E-pu1 utilise pour désigner la discipline de construction mécanique et l'éthos auto -construit d'E-pu1 au fur et à mesure de la conversation (Figure 5).

Dénomination employée	Informations objectives	Informations expressives (éthos auto-construit d'E-pu1)
la construction	L'horaire hebdomadaire des deux disciplines est de 11heures.	
le dessin	Le travail d'atelier est structuré par les documents techniques comportant des dessins industriels.	40 : ***nous*** *on fait la modification des dessins industriels*
la partie des sciences dures	Le domaine technologique met en vis-à-vis les deux univers disciplinaires à travers trois oppositions : -*les sciences dures* et la productique ; - la conception et la *modification* ; - le *bureau d'étude* et *en bâtisse*.	42 : *en tant qu'usineur **j'ai** des qualifications* [...] *pour **pouvoir modifier** euh/ et prendre des mesures* 110 : *c'est **très** vaste comme formation*
le bureau d'études	Il y a un collectif de travail entre les deux disciplines.	
construction sans déterminant	La construction est à la fois *dans* et *hors* de la productique usinage.	555 : *construction **c'est pas moi*** 559 : [la construction] *ah/ c'est obligatoire **chez nous** euh …*
le dessin technique	565 : *à faire des **plans**/ des **dessins normalisés** et à les lire*	561 : *la construction/ c'est ... c'est c'qui s'app'lait avant l'dessin technique//**c'qui était bien plus approprié**//* 563 : *c'est **uniquement** la génération d'ce genre de plan*

Figure 5 : La discipline de construction mécanique vue par un enseignant de productique usinage.

En déclarant « la construction c'est *uniquement* la génération d'ce genre de plan » (563), E-pu1 ne dit pas clairement qu'*écrire* ou *lire* un dessin technique nécessite d'avoir connaissance du dimensionnement de l'objet technologique, c'est-à-dire de son analyse mécanique. Il semble partagé entre l'idée de donner une place attitrée à la discipline de construction mécanique et celle de ne pas lui en donner parce qu'il considère, d'après son parcours personnel, que celle-ci est intégrée dans la formation à la productique usinage : ceci est perceptible à l'évitement des questions sur la collaboration disciplinaire (37, 109, 111, 555). Dans son domaine d'activité professionnelle, la compréhension de l'objet technologique et des procédés de fabrication n'est pas séparable, sauf par l'artifice institutionnel, du partage disciplinaire. Ainsi avoir le *pouvoir de modifier un dessin* présuppose une capacité partagée avec l'autre discipline à travers laquelle E-pu1 présente la construction mécanique.

Voyons à présent la position de l'enseignant de construction mécanique (E-cm) sur sa propre discipline. Il la présente d'abord de manière synthétique, en accordant une part égale aux deux composantes (représentations normalisées et dimensionnement). Puis il indique comment elle se décline en fonction des disciplines professionnelles :

1 Ch : **pourriez-vous d'abord présenter votre discipline s'il vous plaît ?**

2 E-cm : (*l'enseignant va au tableau et dessine une « bulle » qu'il légende « construction » et il ajoute des flèches sortantes au fur et à mesure de ses commentaires*) y' a l'enseignement professionnel et la

construction// avec un référentiel commun dans le lycée (*1ère flèche*) / ensuite le but/ c'est la lecture de tous les documents techniques (*2e flèche*) / plan/ plan 3D / éclatés/ nomenclature //la physique (*3e flèche*) statique/ dynamique // la compréhension des systèmes d'énergie / la transmission/la transformation par le mouvement en maintenance fabrication et l'électricité en automobile // y' aussi l'écriture (*4e flèche*) / la mise en plan et les modifications jusqu'à 13h par semaine en EDPI // faut voir la plaquette du lycée

Dans ce témoignage, l'enseignant E-cm place la discipline de construction mécanique au centre des filières professionnelles de l'industrie, de par son discours et de par sa production graphique. La description de la discipline de construction mécanique esquisse une progression curriculaire en trois étapes : d'abord la lecture des documents techniques en seconde, puis les points de technologie structurale[38] tout au long du lycée, et enfin la composition des documents techniques en terminale pour certaines filières.
Le croisement des deux témoignages fait apparaître les liens entre la discipline de construction mécanique et les disciplines professionnelles (Figure 6).

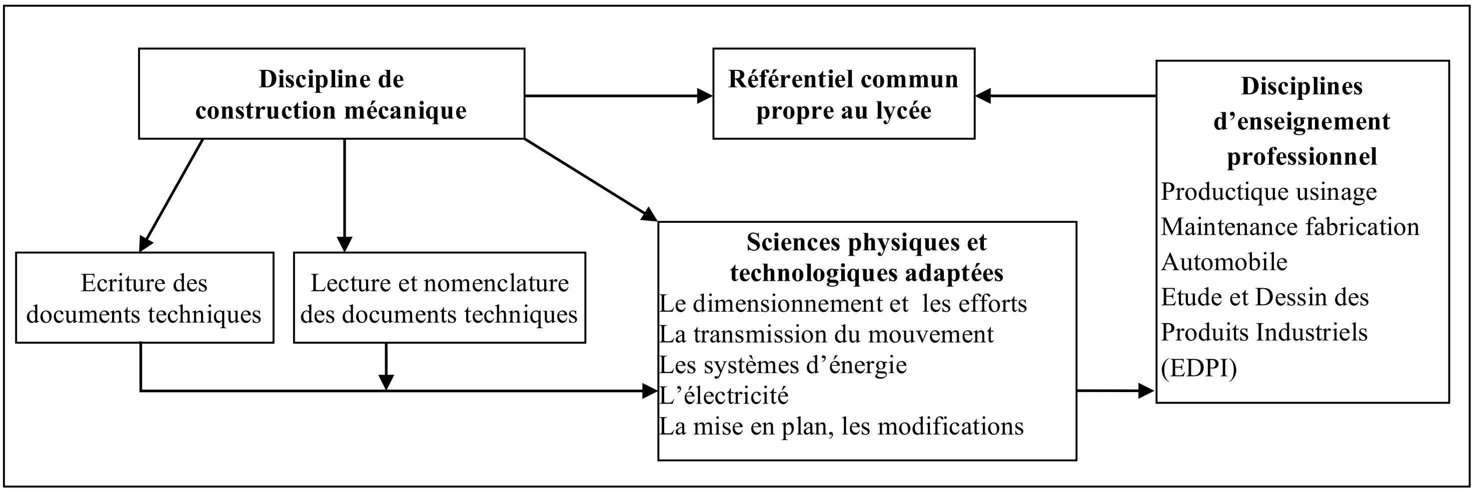


Figure 6 : Synthèse sur la discipline de construction mécanique au lycée professionnel.

[38] La technologie structurale consiste à *présent*er une technique ou un objet technique par des explications « *procédant naturellement des sciences fondamentales* » physiques et chimiques (Descomps *et al.* 2012). Nous discutons cette posture dans la partie 2, chapitre 1, § 2.4.

La discipline de construction mécanique apparaît comme un pivot entre les diverses disciplines professionnelles. Selon les auteurs, l'organisation disciplinaire est décrite comme une configuration (Reuter *et al.*[39], 2010, p. 88), ou comme une hiérarchie (Sorignet[40], 2004).
Dans le premier cas, les disciplines se répartissent les objectifs d'enseignement au cours des trois années du lycée. Dans le second cas, les disciplines dispensent un enseignement spécifique mais, dans les faits sociaux (recrutement par exemple), c'est une seule d'entre elles qui s'impose comme discipline de référence.
Le couple disciplinaire *construction mécanique* et *productique usinage* semble fonctionner comme une configuration, l'étude technologique des objets (les *sciences dures*) étant séparée de leur réalisation (*en bâtisse*). Il reste à voir comment la discipline générale mathématiques-sciences physiques et chimiques se positionne par rapport à cette configuration.

D'un point de vue général, à l'instar des mathématiques, l*a technologie* apparaît à la fois une et diverse (Deforge, 1996-1997) parce qu'il est nécessaire de l'aborder en tenant compte des sciences qui, selon les domaines d'activités y contribuent, et des actions qui la réalisent. Du point de vue de l'éducation, qu'apprend-on en faisant ? L'un des enseignants que nous avons interviewé déclare[41] : « *dire bon ben voilà ça march' pas / ensuite on s'pose / on analyse // c'est justement not' credo/ apprendre en faisant* ». Mais peut-on aussi apprendre des éléments de mathématiques en opérant sur la matière et les objets ?
Lebeaume (2011) constate que la disciplinarisation de l'éducation technologique au collège et l'introduction du socle de compétences – dont la visée est au-delà des objectifs disciplinaires, modifient finalement peu les curriculums et les limites disciplinaires. Cette sorte d'inertie du partage disciplinaire peut s'expliquer par les représentations stéréotypées des disciplines associant des tâches et des fonctions sociales spécifiques. Du point de vue enseignant, les attributions des disciplines au sein de l'institution ne sont pas limpides. Nous envisageons maintenant quelques outils de la didactique permettant de décrire les échanges entre disciplines.

[39] « [La] notion de configuration disciplinaire [désigne] les variations de la discipline, ses actualisations différentes selon les moments du cursus, les filières (générale, technique, professionnelle, …), les modes de travail pédagogique et selon les espaces : de prescription (textes officiels), de recommandation (formation, inspection, associations, …), de pratiques (dans les classes). On peut alors parler de configurations disciplinaires prescrites, recommandées, représentées (dans l'esprit des acteurs) et actualisées, pouvant prendre différentes formes […] comme la juxtaposition entre domaines […] ou comme une intégration sous la domination d'une composante […] ou encore des formes très homogènes » (Reuter *et al.,* 2010, *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*, p.88.)

[40] Dans le domaine des disciplines chorégraphiques, Sorignet (2004) décrit la danse classique comme une « *discipline monarchique* » alors que la danse contemporaine est désignée comme « *discipline dissidente* » parce qu'elle fait partie de l'offre de formation des danseuses professionnelles dans les institutions, y compris sous contrat avec l'Etat, mais que les recrutements font apparaître que cette dernière est beaucoup moins porteuse d'emploi que la première.

[41]Le verbatim d'entretien dans la partie Annexe *des données* : séquence 6, tour de parole 324.

1.3.2.2. A propos des connexions entre les enseignements disciplinaires

Les deux disciplines, construction mécanique et productique usinage, réfèrent chacune à des champs théoriques auxquels contribuent les sciences physiques et les mathématiques ; ce qui nous fait dire qu'elles sont mathématisées. Cet adjectif est pour nous une commodité pour signifier qu'une discipline est utilisatrice du langage mathématique. Cela ne veut pas dire que le mode de pensée mathématique y soit dominant mais cela permet d'apparenter les trois disciplines du fait qu'elles utilisent des formulations et des modèles mathématiques.

Mais en quoi consiste cette parenté ?

Dans le cadre d'une discipline spécialisée, quels sont les éléments du langage mathématique qui se prêtent à être compris sans apprentissage supplémentaire du type de contenu ? Quelles sont les limites de cette compréhension ?

Par analogie, nous nous sommes tournée vers la didactique des langues étrangères. Cette dernière distingue trois types de relations entre les langues (J.-M. Robert, 2004) : les langues génétiquement proches du point de vue linguistique et partageant des conditions socio-historiques de développement, les langues génétiquement proches mais sans liens socio-historiques, et enfin les langues éloignées. L'intérêt de qualifier la relation entre deux langues est de pouvoir préciser le degré d'intercompréhension entre ces deux langues, c'est-à-dire l'ensemble des faits linguistiques compris par des locuteurs de chacune des langues sans nécessité d'apprentissage.

Si les langues sont proches, les apprentissages porteront davantage sur les actes de communication ; si les langues sont lointaines, ils porteront d'abord sur le vocabulaire usuel et les règles de fonctionnement. Rappelons que la communication pose des problèmes complexes de code (aspect technique), de sémantique et d'efficience (intention sur le destinataire). Ainsi, la communication entre langues voisines se fait en conservant la complexité des trois axes, ce qui n'est pas directement possible entre langues lointaines.

Dans notre perspective interdidactique, nous nous demandons s'il est possible d'importer le modèle *langues voisines vs langues lointaines* pour comparer des disciplines mathématisées et éclairer le degré d'intercompréhension entre les disciplines.

Dans la partie 2, nous questionnerons les différents types de pensées que véhicule le langage mathématique dans le cadre d'un enseignement disciplinaire. Pourquoi une discipline recourt-elle aux mathématiques ? Est-ce pour rationaliser la communication ? Est-ce pour uniformiser des traitements ? Pour communiquer un modèle ?

Dans la partie 3, nous envisagerons les pratiques des mathématiques en termes de variations technique (systèmes de notation), sémantique (quelles situations modélise-t-on ?) et effective[42] (quel usager vise-on ?). On peut conjecturer que deux disciplines présentant des écarts importants sur les plans technique et sémantique, auront des discours d'enseignement des

[42] Nous reprenons les trois problèmes identifiés par Shannon et Weaver (1949) relatifs à la communication, déjà signalés dans la section sur la contribution des sciences du langage : problèmes techniques, sémantiques ou d'effectivité.

mathématiques d'autant plus difficiles à mettre en relation qu'ils apparaîtront dissemblables. Cette question concerne aussi bien l'enseignant que l'élève et présuppose que la maîtrise mathématique va de pair avec la capacité à repérer les articulations entre deux cadres de travail différents.

En didactique des disciplines scolaires, dans les années 2000, on a qualifié les compétences de communication de transversales, signifiant ainsi que l'enseignement de ces compétences intéressait toutes les disciplines. Paradoxalement, cela a amené à attribuer une nouvelle fonction aux disciplines du français ou des mathématiques : celle de favoriser le transfert des savoirs. Dans la partie 3, nous discutons la consistance de la notion de discipline transversale.

Dans la perspective d'une communication entre les disciplines des formations professionnelles, Crindal (2005) s'interroge sur les conditions nécessaires à la création d'une didactique couvrant le champ de la formation au monde du travail ; c'est-à-dire sur les conditions permettant de construire une organisation collective des apports destinés à familiariser les futurs professionnels avec le monde du travail. Il conclut à la nécessité d'établir des liens entre les disciplines et les dispositifs vécus par l'élève. Il note alors deux obstacles à l'établissement d'une telle organisation de l'enseignement : d'une part celle des représentations de l'élève sur les connaissances disciplinaires et, d'autre part, celle des genres professionnels des différents enseignants liés aux règles propres de leur discipline. Néanmoins, l'auteur voit deux leviers sur lesquels on pourrait agir pour instaurer une formation au monde du travail à l'école : d'une part les projets et, d'autre part, la rationalisation des pratiques enseignantes si l'on parvenait à faire accepter un point de vue qui ne soit pas disciplinaire *a priori*, et qui conduirait par la suite à l'amélioration des lisibilités disciplinaires et à la découverte des savoirs masqués relevant d'autres disciplines dans les apprentissages ordinaires de chaque discipline.

Relevant d'un questionnement interdidactique, la problématique des connexions disciplinaires se trouve également dans les notions de *discipline de service* (Jouin, 2002 ; Lebeaume, 2002) et de *liaison disciplinaire* (réforme des lycées, 2009).
Comme nous l'avons expliqué, la discipline de construction mécanique enseigne le dessin technique mais aussi des exemples d'objets techniques, un répertoire de fonctions techniques[43] modélisées, et des outils conceptuels. Elle permet d'étudier ou de concevoir des solutions techniques, et, pour ce faire, utilise des concepts enseignés dans la partie sciences physiques de la discipline générale.

---

[43] Après une analyse arithmétique, géométrique et mécanique des outils technologiques de son époque, Aristote (4e siècle avant J.C) avait déjà déterminé un répertoire de cinq machines qui en sont les constituants : la poulie, la vis, le levier, le treuil, le coin (Vernant, 1971).
Le site du Centre National de Ressources de Construction Mécanique Assistée par Ordinateur répertorie quinze fonctions techniques : assemblages, commandes par fluides, étanchéité, frottement, guidages en translation, rotation ou hélicoïdal, lubrification, système de mesure et transmissions de mouvement en rotation ou avec transformation de mouvement.

La discipline *mathématiques-sciences physiques et chimiques* peut être considérée comme « une discipline de service » pour les disciplines professionnelles parce qu'elle apporte deux formes d'étayage aux disciplines spécialisées (technologique ou professionnelle), l'une consistant à enseigner des concepts, l'autre consistant à renforcer l'analogie des démarches de questionnement de différentes disciplines :

> […] la technologie utilise certains savoirs enseignés en sciences physiques ; les objets (l'approche scientifique apparaissant comme une composante de l'approche technologique) ; les concepts (le concept d'action mécanique, utilisé en technologie, recouvrant en partie ceux de force et de moment d'une force ; les compétences (l'émission d'hypothèses suivie d'une validation expérimentale pouvant être mises en parallèle avec la démarche de diagnostic de panne, exigée en maintenance automobile). (Lebeaume, 2002, p. 124).

En particulier, la partie *sciences physiques* enseigne les concepts de forces, de vitesse, de moment, etc., et met en œuvre la démarche expérimentale. La partie *mathématiques* enseigne les concepts de vecteurs, la trigonométrie… et met en œuvre la démarche d'investigation. Dans la section suivante, nous étudions le statut de discipline générale et, à cette occasion, discutons la différence entre les différentes démarches et leur rôle dans la fonction des disciplines.
En 2009, la problématique de la connexion des enseignements disciplinaires sous-tend le dispositif *Liaison de l'enseignement des mathématiques aux disciplines technologiques*[44] mis en place par l'institution scolaire lors de la réforme des lycées. Ce dispositif doit permettre, en principe, aux enseignants de construire une organisation collective d'interventions pour familiariser les élèves avec le monde des mathématiques et leur permettre de mieux comprendre la cohérence d'un même objet mathématique au travers de ses variations disciplinaires.

L'enseignement des mathématiques-sciences physiques et chimiques apparaît comme « [un] problème professionnel » (Schneider, 2011) dans la mesure où s'y combinent différents modes d'exposition didactique : le fractionnement en tâches faisant appel à des techniques mathématiques ciblées, la modélisation, ou encore l'enseignement d'objets non explicitement programmés par le curriculum. Il doit aussi bien « privilégier les propriétés des concepts et les cas particuliers utilisés en technologie » que « prendre en compte les différences entre les disciplines » (Lebeaume, 2002, p. 122).
Ainsi, les connexions entre les enseignements disciplinaires présentent deux enjeux, liés mais différents : celui de bien coordonner les curriculums disciplinaires et celui de rendre l'élève sensible à la cohérence des enseignements scientifiques, au-delà du découpage disciplinaire.
Dans la partie 3, notre travail consistera à étudier de plus près les connexions et les obstacles entre les différents enseignements disciplinaires en mathématiques.

1.3.2.3. Les mathématiques et le statut de discipline dans l'enseignement

Nous complétons notre exploration de la notion de discipline par une étude historique à deux niveaux : d'abord au niveau global, dans cette section, en rendant compte de façon synthétique

[44] Ce dispositif sera présenté en détail dans la partie 3.

de la répartition de l'enseignement des mathématiques dans la diversité des disciplines, notre but étant de comprendre la définition de la discipline générale *mathématiques-sciences physiques et chimiques* dans les curriculums du lycée professionnel. Dans la section suivante, nous ciblerons le niveau local, en entrant dans les fonctions et les différents niveaux d'organisation de cette discipline.

Si dès le début de la création de l'enseignement public au début du XXe siècle, la discipline scolaire des mathématiques a été utilisée comme discriminant social, sa place dans le cursus du secondaire a été l'objet de revirements idéologiques ou épistémologiques qui ne lui ont pas toujours conféré un statut stable et valorisant. Gispert (2007) montre comment les mathématiques, d'abord réduites ou différées au cycle post baccalauréat, ont été utilisées comme crible socio-catégoriel (jusqu'en 1945), puis comme parangon idéologique de la pensée constructiviste (entre 1945 et 1970) et enfin, alternativement, comme indicateur d'excellence à travers l'évaluation normative ou comme marquage égalitariste à travers l'unification[45] des programmes de mathématiques dans les différents baccalauréats (de 1980 à nos jours). Dans la partie *Annexe des documents*, nous proposons un panorama de l'histoire de l'enseignement des mathématiques dans le second cycle.

Depuis 1945, en dehors du lycée général (au collège, au lycée professionnel, à l'université), il apparaît que les mathématiques sont très souvent impliquées dans des « groupes de disciplines », des « disciplines bivalentes », des « sections », des « sections voisines », ce qui montre que l'organisation institutionnelle de l'enseignement et de la recherche en mathématiques combine constamment la réticulation des savoirs et la préservation de certaines valeurs particulières telles que l'élitisme, le détachement de considérations applicatives ou réflexives.
Pour illustrer cette combinaison, nous nous référons aux différentes définitions données, d'une part, par la DEPP[46] et, d'autre part, par le CNU[47].
Dans son rapport *Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche* (2013), la DEPP n'utilise à aucun moment l'expression *discipline générale*. L'emploi de l'adjectif *général* est associé à une orientation (*filière, formation, voie*) ou à un niveau de lycée (*terminale, première, seconde*). En revanche, la DEPP définit trois types de disciplines

[45] L'unification des programmes de mathématiques de tous les baccalauréats généraux, technologiques ou professionnels est marquée par l'apparition de notions communes (*intervalle de fluctuation de la moyenne* ; *algorithme*), l'exigence commune d'outils numériques, la préconisation d'une ouverture aux enjeux citoyens, scientifiques et techniques.
[46] DEPP : Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance. La DEPP produit régulièrement des rapports d'observation intitulés *Repères Et Références Statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche*.
[47] CNU : Conseil National des Universités, crée en 1945 http://cnu26.emath.fr/ .

souvent associées à un type de concours[48] et donc aussi à un niveau présumé de maitrise des savoirs d'un champ donné :

- Les disciplines bivalentes groupées autour d'une matière commune qui peut être les mathématiques ou bien la biologie-géologie ;

  Groupe de disciplines « Mathématiques »
  Il intègre également les disciplines bivalentes mathématiques-sciences physiques (discipline de type collège, lycée professionnel ou lycée), mathématiques-éducation musicale ou musique (disciplines de type collège ou lycée), ainsi que mathématiques-arts plastiques et mathématiques-EPS (disciplines de type collège).

  Groupe de disciplines « biologie-géologie »
  Il comprend, outre les sciences naturelles, les disciplines bivalentes sciences naturelles-EPS, sciences naturelles-physique-technologie (disciplines de type collège), ainsi que sciences naturelles-sciences physiques et sciences naturelles-mathématiques (disciplines de type lycée). (*ibid*. p. 308)

  Disciplines bivalentes
  Mathématiques-sciences physiques, lettres-histoire et géographie, langues vivantes-lettres (allemand-lettres, anglais-lettres, espagnol-lettres) (CAPLP). (*ibid*. p. 326)

- Les disciplines scientifiques où l'on remarque que, seule, la discipline des mathématiques a le même intitulé pour les deux concours de recrutement (agrégation, CAPES) ;

  Disciplines scientifiques
  Mathématiques (agrégation et Capes) ; sciences physiques, sciences de la vie, de la Terre et de l'Univers (agrégation) ; sciences physiques et chimiques, sciences de la vie et de la Terre (Capes) (*ibid*. p. 326).

- Les disciplines technologiques qui ont la particularité de présenter quatre types de concours et qui, curieusement, ne sont jamais associées aux mathématiques.

  Disciplines technologiques
  Mécanique, biochimie-génie biologique (agrégation) ; génie civil, génie mécanique, génie électrique (agrégation et CAPLP) ; économie et gestion (agrégation, Capet et CAPLP) ; sciences industrielles de l'ingénieur (Capet) ; hôtellerie-restauration (Capet et CAPLP) ; arts appliqués, biotechnologies, sciences et techniques médicosociales (Capet et CAPLP) ; génie industriel, bâtiment, conducteurs routiers, esthétique-cosmétique (CAPLP) (*ibid*. p. 326).

De façon analogue, le CNU forme des groupes de sections, chaque section décrivant un domaine plus ou moins complexe d'activités de recherche. Ainsi, le groupe 5 réunit les sections 25 (mathématiques), 26[49] (mathématiques appliquées mais aussi applications aux mathématiques) et 27 (informatique).

---

[48] Les sigles des concours sont le CAPES, le CAPLP, le CAPEP, le CAPET, qui désignent les Certificats d'Aptitude Professionnelle à l'Enseignement Secondaire, à l'enseignement en Lycée Professionnel, à l'Enseignement Privé et à l'Enseignement Technique.

[49] Section 26 : Analyse mathématique (équations différentielles, équations aux dérivées partielles, analyse numérique…), calcul scientifique, optimisation, calcul des probabilités, statistique mathématique. Didactique des mathématiques. Applications à l'informatique, la physique, la mécanique, la chimie, le traitement du signal, le traitement des images, la biologie, l'économie,… (http://www.cpcnu.fr/web/section-26/presentation)

Dans la section 26, la didactique des mathématiques est interprétée comme l'application d'un champ de questionnement aux mathématiques tandis que, seules, les sections 25 (mathématiques) et 70 (sciences de l'éducation) apparaissent « voisines » de la section 72 (épistémologie, histoire des sciences et des techniques).

Le caractère artificiel, plus ou moins pragmatique, de la géographie des champs d'enseignement et de recherche des mathématiques pourrait finalement être favorable à la représentation de la bivalence parmi les enseignants. Mais il semble, au contraire, que la bivalence constitue une sorte de stéréotype négatif, bâti sur le fait qu'elle est associée à l'idée d'insuffisance de moyens ou de maîtrise des savoirs.
Évoquant la tentative en 2006 d'introduction de la bivalence au collège, l'universitaire Claude Lelièvre décrit ce phénomène :

> Tout d'abord on soupçonne le ministre de vouloir faire des économies. Avec des professeurs bivalents, on augmente la souplesse du système d'affectation […]. Ensuite […] certains professeurs du secondaire, notamment les agrégés, ont toujours estimé que la coexistence, dans la même institution (le collège), avec des enseignants moins titrés était dévalorisante. (Cl. Lelièvre, interview donnée au quotidien *Libération* du 11/01/ 2006)

Dans son étude historique, Sido (2008) rapporte le contexte originel dans lequel la discipline générale bivalente *mathématiques-sciences* a été créée. Dans l'immédiat après-guerre, l'enseignement des mathématiques est d'abord conçu comme utile dans la vie courante ou dans la vie professionnelle. Mais, parallèlement, cet enseignement est décrit comme spécifique. Commentant les textes officiels de la Direction de l'enseignement technique de 1945[50], Sido indique :

> [Les textes] précisent que l'apprentissage du métier ne doit pas commander l'enseignement des mathématiques, ce dernier devant conserver ses spécificités. Ainsi, sont mis en avant dans les programmes, l'apprentissage d'une certaine culture mathématique et le développement des facultés intellectuelles, notamment par le passage de la méthode expérimentale à la méthode déductive. (Sido, 2008, p. 4)

Ainsi, dès le fondement de l'enseignement professionnel en 1945, l'institution distingue des mathématiques-outils de métier et des mathématiques libérales (celles des formations générales) favorables au développement de facultés intellectuelles, notamment celle conduisant à la maîtrise du raisonnement déductif.

En France, après 1945, ce sont les Écoles Normales Nationales d'Apprentissage (ENNA) qui sont chargées de la formation des maitres des centres d'apprentissages professionnels. Or les formateurs des ENNA n'étaient pas favorables au maintien dans le cycle primaire de l'enseignement technique court (les formations professionnelles) comme il l'était jusqu'alors. Ils avaient pour cela deux arguments, l'un de nature psychopédagogique, les élèves concernés

[50] Direction de l'enseignement technique. (1945). *Instructions sur les programmes et les méthodes des centres d'apprentissage de garçons.* Lyon : France-empire. p. 12.

n'étant plus des enfants, l'autre de nature didactique, les savoirs théoriques et pratiques relatifs aux métiers nécessitant des liens entre les enseignements de mathématiques, de physique, de technologie : « les professeurs d'ENNA tent[èrent] de concilier les deux finalités en proposant un enseignement prônant le métier comme vecteur de la formation culturelle » (*ibid.*, p. 8).
La réponse institutionnelle fut de faire assurer l'enseignement des mathématiques et des sciences physiques et chimiques par les mêmes enseignants, ex-instituteurs, sans que les programmes successifs prévoient des liens entre les deux disciplines :

> Les sciences semblent être un succédané des leçons de choses du Primaire, non présentes à l'examen, destinées à donner aux élèves les rudiments d'une modeste culture scientifique et l'habitude de l'observation (Lebeaume, 2008).
>
> L'absence de relations entre mathématiques et sciences physiques laisse supposer que la bivalence des maîtres relève davantage d'une considération d'ordre administratif ou gestionnaire contribuant à gérer les flux des personnels. (Sido, 2008, p. 7)

Par la suite, à la fin des années 1960, les conditions socio-économiques se modifient : d'une part l'industrialisation amène le besoin d'ouvriers qualifiés et d'autre part les examens et diplômes acquièrent une grande importance dans le système éducatif français. Cela a une conséquence dans la scolarisation des apprentissages professionnels : l'enseignement des mathématiques est regroupé avec les sciences physiques sous la dénomination commune d'« enseignement scientifique ». Ceci perdure encore aujourd'hui puisque l'épreuve scientifique du baccalauréat[51] de productique usinage comporte un volet *mathématiques* et un volet de *sciences physiques et chimiques*.
Dès sa mise en place, la bivalence disciplinaire entre mathématiques et sciences physiques et chimiques pose des problèmes de fonctionnement ; ce qui semble le cas encore aujourd'hui.
Le Rapport de jury du concours externe d'accès au corps des professeurs de lycée professionnel en mathématiques-sciences physiques et chimiques (2014) décrit les difficultés des (futurs) enseignants à mettre en œuvre la bivalence, laquelle constitue un problème professionnel déjà évoqué :

> Le jury constate une évolution positive quant à la prise en compte de la pédagogie à mettre en œuvre (démarche d'investigation, formation par compétences, différenciation…). Cependant les entretiens ont parfois révélé une méconnaissance des liens possibles entre les différents acteurs du lycée professionnel et, pour de rares candidats, une ignorance de leur propre bivalence.
> La dimension bivalente de l'enseignement des mathématiques sciences en lycée professionnel est trop souvent absente de la présentation des candidats. Par ailleurs, trop peu de candidats sont capables de montrer leur réflexion sur l'histoire et les finalités des mathématiques et de la physique chimie et leurs relations avec les autres disciplines. (*ibid*., 2014, p. 30).

Voilà comment les tergiversations qui marquent l'histoire de la répartition disciplinaire des mathématiques ont fini par produire cette image artificiellement bipartite de mathématiques

[51] Les modalités de l'épreuve scientifique sont décrites dans le Bulletin Officiel n°20 du 20 mai 2010.

scindées entre des mathématiques pratiques et des mathématiques systémiques et autosuffisantes que nous connaissons aujourd'hui.

1.3.2.4. Le statut de discipline générale polyvalente et l'enseignement des mathématiques

Nous détaillons à présent la discipline générale de lycée professionnel qui prend en charge l'enseignement des mathématiques.

La confrontation des textes réglementaires (programmes, épreuves certificatives) à différents niveaux montre que la discipline de mathématiques dite *générale* du lycée professionnel correspond en réalité à une variété de formes disciplinaires qui, elles-mêmes, traduisent une fonction dominante des mathématiques.

Un enseignement scolaire délimité par un cadre disciplinaire se veut un miroir efficace, même s'il est déformant, du domaine d'activité auquel la discipline se réfère. Dans un entretien donné à la revue *Cahiers Pédagogiques,* J.-P. Kahane se prononce sur ce que pourrait être la fonction essentielle de l'enseignement des mathématiques :

> Un objectif raisonnable de l'enseignement des mathématiques est qu'au terme des études les élèves aient une bonne idée de ce qu'est une démonstration mathématique. Comme on le sait bien, cet objectif est loin d'être atteint actuellement. (*Cahiers Pédagogiques* 427, 2011)

Dans le programme de mathématiques de lycée professionnel[52], le mot *démonstration* n'est pas utilisé ; son synonyme *preuve* apparaît en probabilités et en analyse et, chaque fois, la preuve est assimilée à une représentation graphique :

> Entraîner les élèves à utiliser à bon escient des représentations pertinentes (arbres, tableaux, diagrammes) pour organiser et dénombrer des données relatives à une expérience aléatoire. Ces représentations constituent une preuve. […]
> Le tableau de variation est un outil d'analyse, de réflexion voire de preuve. (BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009, p. 18-19)

Parmi la diversité des modes de production argumentative, l'originalité de la démonstration est de mettre en œuvre la déduction et de la marquer clairement dans le discours. Dans certains exemples[53] cités ci-dessus, les liens déductifs sont implicites car certaines notions sont elles-mêmes implicites. Les arbres, les tableaux, la droite numérique sont des commodités graphiques car ils dispensent l'élève d'une rédaction textuelle délicate. Cela est possible car le partage de l'espace graphique qu'ils opèrent (chemin d'un arbre, ligne de tableau) traduit des raisonnements par disjonction de cas. Une partition de l'espace graphique correspond alors à une partition des cas de la situation mathématique, qu'il s'agisse des arrangements d'une situation combinatoire ou des intervalles de monotonie d'une fonction numérique. L'arbre de dénombrement organise cette disjonction récursivement tandis que le tableau de variations

---

[52] BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009

[53] Les programmes de mathématiques du lycée général ou technologique contiennent les mêmes exemples mais ne s'y restreignent pas.

d'une fonction met automatiquement des codes en correspondance[54]. Les arbres, les tableaux constituent des preuves si l'on s'assure que l'élève sait les interpréter. Pour rendre compte de l'activité de démonstration, il reste le calcul algébrique, véritable objet d'étude de la discipline des mathématiques. Dans le contexte de l'enseignement-apprentissage au lycée professionnel, la démonstration (c'est-à-dire la production mathématique par le mode déductif) n'est pas un objectif dominant. Il s'agit davantage de rendre compte de l'ubiquité des outils mathématiques dans les situations usuelles ou dans les modèles scientifiques. C'est ce que nous discutons à présent.

Une fonction essentielle de l'enseignement des mathématiques est de munir l'élève de certains outils conceptuels lui permettant d'être autonome et critique dans sa vie quotidienne. L'élève doit être capable d'en reconnaître les cas d'application favorables et également capable de réaliser certains traitements. C'est pourquoi l'enseignement des mathématiques est confié à une discipline générale, dont l'appellation peut varier, dans toutes les filières professionnelles. Dans les filières ne comportant pas de sciences physiques et chimiques, la discipline est appelée *mathématiques*. Dans les filières comportant un enseignement de sciences physiques et chimiques[55], elle a reçu le nom de *mathématiques-sciences physiques et chimiques* ; nom qui suggère que la formation scientifique y est délivrée en présupposant une certaine réticulation des savoirs mathématiques et des savoirs des sciences expérimentales.

Depuis la réforme des lycées de 2010[56], l'enseignement scientifique général s'organise en deux parties :

- Des enseignements généraux liés à la spécialité : environ 50 heures annuelles menées dans le cadre de l'autonomie des établissements principalement sous forme de projets interdisciplinaires et parfois sous forme de compléments spécifiques. Selon la spécialité professionnelle, un à deux enseignements de disciplines générales sont recommandés pour réaliser cette liaison. Dans la filière productique usinage, ce sont les mathématiques et /ou les sciences physiques et chimiques qui sont désignés pour collaborer avec la construction mécanique et/ ou la productique usinage ;

[54] Au lycée, une formulation du théorème peut être :

> Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et f' sa fonction dérivée.
> Si f' est strictement positive sur I alors f est strictement croissante sur
> Si f' est nulle sur I alors f est constante sur I.
> Si f' est strictement négative sur I alors f est strictement croissante sur I.

Pratiquement, l'application du théorème revient mettre en correspondance des symboles dans un tableau : le code + (*vs* –) dans la ligne du tableau entraîne le code ↗ (*vs* ↘) dans la ligne immédiatement dessous.

[55] 81,3% des spécialités professionnelles ont un enseignement de sciences physiques.
Les spécialités qui en sont dépourvues appartiennent au groupement C des services tertiaires : commerce, accueil, logistique, transport, sécurité et certains services de restauration.
(http://maths-sciences.discipline.ac-lille.fr/)

[56] Source : http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Diplomes_professionnels/60/0/grilles_bcp_122600

– Des enseignements généraux de la discipline *mathématiques-sciences physiques et chimiques*, commune à toutes les filières ayant un enseignement de sciences physiques et chimiques. L'horaire annuel de cette discipline est de 116 heures en moyenne, ce qui revient à 2 heures hebdomadaires si l'on prélève équitablement la part des mathématiques.
  Un seul enseignant prend en charge cette discipline : il est donc recruté aussi pour sa polyvalence.

Nous nous intéressons donc à la polyvalence qui, au moins de façon déclarée, est une dimension du lycée professionnel susceptible d'interférer avec les fonctions ordinairement attribuées aux mathématiques. La polyvalence enseignante comporte deux dimensions[57] : d'une part, la capacité à organiser plusieurs matières d'enseignement, et, d'autre part, le fait de ne pas spécialiser son approche, c'est-à-dire de rester à un niveau fondamental.
Plus précisément, au lycée professionnel, la polyvalence enseignante apparaît comme intermédiaire entre la polyvalence de l'école primaire et la monovalence du lycée général et technologique. Pour établir cela, nous avons comparé les programmes d'enseignement des mathématiques, des sciences physiques et des sciences technologiques au cycle des approfondissements de l'école primaire, au lycée professionnel et en seconde générale et technologique. Notre comparaison, basée sur les textes officiels, est structurée par trois entrées : les relations curriculaires (répartition par niveaux, par matière), l'organisation pédagogique (personnel enseignant, logistique, temps d'enseignement), les choix didactiques (constitution et fonctions des savoirs). Le tableau de la Figure 7 récapitule notre démarche et les points mettant en évidence cette position intermédiaire de l'enseignement général du lycée professionnel.
Au plan des contenus enseignés, au lycée professionnel, les relations curriculaires entre les enseignements de mathématiques, de sciences physiques et chimiques et ceux des spécialités (Figure 7, première ligne) s'apparentent à celles tissées en seconde générale et technologique : la continuité avec le collège, les thèmes de convergence[58] sont autant d'occasions de faire collaborer les disciplines. On peut noter que le programme de mathématiques de seconde générale et technologique met en lumière les liaisons internes aux mathématiques entre la géométrie dans l'espace, l'analyse et les probabilités. On peut également noter que la multiplicité des expressions (*approche interdisciplinaire, bivalence, liaison, convergence, coopération*, etc.) traduit une variété de relations curriculaires.
Au contraire du point précédent, l'organisation pédagogique de l'enseignement des mathématiques et des sciences physiques et chimiques (Figure 7, deuxième ligne) rapproche le lycée professionnel de l'école primaire. En effet, dans les deux cas, le personnel est polyvalent

[57] Cf. www.CNRTL : *polyvalence, polyvalent*
[58] Les thèmes de convergence sont au nombre de six : *énergie, environnement et développement durable, météorologie et climatologie, importance du mode de pensée statistique dans le regard scientifique sur le monde, santé, et sécurité.*

(enseignant, inspecteur). Dans les deux cas aussi, une partie du temps d'enseignement scientifique peut être géré en autonomie (temps massé, liaison) par les enseignants. Enfin, dans les deux cas, le Contrôle en Cours de Formation[59] (CCF) est un mode commun d'évaluation des acquis des élèves en mathématiques : « l'évaluation est conçue comme sondage probant sur des compétences du programme » (BOEN n°20 du 20/05/2010) :

> Le contrôle en cours de formation comporte une situation d'évaluation, notée sur 20, d'une durée maximale d'une heure trente fractionnée dans le temps en deux séquences. Chaque séquence, notée sur 10, a une durée de quarante - cinq mn. Elle se déroule quand le candidat est considéré comme prêt à être évalué à partir des capacités du programme. Toutefois, la première séquence doit être organisée avant la fin du premier semestre de la terminale professionnelle et la deuxième avant la fin de l'année scolaire.
> L'évaluation est conçue comme sondage probant sur des compétences du programme. Il s'agit d'évaluer les aptitudes à mobiliser les connaissances et compétences pour résoudre des problèmes, en particulier :
> - rechercher, extraire et organiser l'information ;
> - choisir et exécuter une méthode de résolution ;
> - raisonner, argumenter, critiquer et valider un résultat ;
> - présenter, communiquer un résultat.
>
> Chaque séquence comporte un ou deux exercices avec des questions de difficulté progressive. Les sujets portent principalement sur les domaines mathématiques les plus utiles pour résoudre un problème en liaison avec la physique, la chimie, un secteur professionnel ou la vie courante. (Arrêté du 13-4-2010 - J.O. du 30-4-2010, BOEN n°20 du 20/05/2010)

A titre d'exemple, dans un CCF de mathématiques proposé en fin de terminale[60], *calculer la norme d'un vecteur dans l'espace* est une capacité, l'expression analytique étant rappelée dans un formulaire en fin d'énoncé. En vis-à-vis de cette capacité, *les coordonnées cartésiennes d'un point et d'un vecteur dans l'espace muni d'un repère orthonormé* apparaissent comme une connaissance et *présenter, communiquer un résultat, la rigueur et la précision* sont cités comme des indicateurs d'attitude.

Il est intéressant de noter que le programme de mathématiques[61] du lycée professionnel se décompose sous la forme « capacités-connaissances-commentaires » alors que les programmes de mathématiques[62] 'du lycée général et technologique se déclinent sous trois rubriques « contenus-capacités-commentaires », cette différence traduisant sans doute une façon de penser en termes de capacités ancrée dans l'histoire de l'enseignement professionnel.

Enfin, on peut noter que l'évaluation par compétences, d'abord réservée à l'enseignement professionnel, atteint certains secteurs de l'université depuis que l'insertion professionnelle a été déclarée, en 2007, comme étant l'une de ses missions. Elle a été intégrée à la même époque

---

[59] Le Contrôle en Cours de Formation a été institué par l'arrêté du 29 juillet 1992. À l'origine il concerne les Centres de Formation d'apprentis et la formation en entreprise et régit l'organisation des épreuves de contrôle donnant lieu à la délivrance des brevets d'études professionnelles (BEP) et des certificats d'aptitude professionnelle (CAP).

[60] Cet exemple de CCF est reproduit dans sa totalité dans la partie *Annexe des documents*.

[61] BOEN n°2 du 19/02/2009

[62] BOEN n°30 du 23/07/2009

dans l'enseignement primaire et secondaire avec le livret personnel de compétences qui suit l'élève tout au cours de la scolarité obligatoire. Introduit à l'école primaire en 2008 et généralisé au collège en 2009, il a été simplifié et réorganisé en 2012-13.

Enfin, les choix didactiques pour la conduite des enseignements de mathématiques en lycée professionnel (Figure 7, troisième ligne) apparaissent intermédiaires entre ceux de l'école primaire et ceux du lycée général et technologique. En effet, si les programmes de mathématiques des lycées partagent les mêmes objectifs éducatifs (mêmes thèmes de convergence, même contenu en probabilité-statistiques), la différence entre *démarche d'investigation* et *activité expérimentale* marque une distinction. La démarche d'investigation correspond à un questionnement raisonné amenant l'élève et la classe à argumenter. Elle s'apparente à une exploration rationnelle et ouverte dans le but de résoudre un problème scolaire.

L'activité expérimentale s'en approche mais est toutefois différente car elle se réfère à un cadre théorique explicite pour proposer un modèle explicatif robuste d'un phénomène numérique, géométrique, physico-chimique, etc. Mathieu Hirtzig, médiateur scientifique de la fondation *La Main à la pâte,* précise la nature didactique constructiviste de la démarche d'investigation **:**

> 1- La démarche d'investigation est utilisée dans l'enseignement afin que les enfants "découvrent", certes, mais qu'ils découvrent quelque chose de déjà connu des scientifiques (dans 99,99% des cas : voyez le contre-exemple de la vision des abeilles, article de Blackawton *et al* 2010). Si le terme "démarche d'investigation" est utilisé pour l'enseignement, c'est tout simplement pour permettre aux élèves d'être curieux et imaginatifs (ce qu'ils sont naturellement) mais également de se questionner, de se remettre en question, de raisonner, *etc.*… comme des scientifiques. […]
> 2- A l'inverse, le scientifique cherche, observe, s'interroge sur des thèmes inconnus de la communauté scientifique. Il peut prévoir des faits sans avoir -au moment de cette prévision- de preuve expérimentale (ex : le boson de Higgs), ce qui n'est pas envisageable à l'école. Il peut inventer des objets (matériels ou théoriques, comme la fonction de Dirac, la relativité générale...) qui ne serviront que bien plus tard, ce qui n'est pas envisageable à l'école. Il peut trouver des réponses à des questions qui ne se posaient pas encore (la pénicilline utilisée bien avant que Fleming la nomme, le fond diffus cosmologique -l'écho du bige bang- détecté par Penzias et Wilson...), ce qui n'est pas envisageable à l'école.
> Le point commun de ces deux approches est la "méthode scientifique", qui réunit curiosité, esprit critique et logique. Tout ceci a été introduit en partie afin que les élèves n'apprennent plus uniquement par cœur "de la science", mais puissent se l'approprier à leur niveau, gardent leur curiosité envers le monde, permettent à leur imagination de fonctionner, et puissent eux-mêmes raisonner scientifiquement. (Mathieu Hirt zig[63], 10/07/2012)

Ainsi, dans la filière productique usinage, l'enseignement des mathématiques, considéré comme une partie d'une discipline générale complexe (*mathématiques-sciences physiques et chimiques*) est mis en vis-à-vis de deux disciplines mathématisées très solidaires (*construction mécanique, productique usinage*) et n'obéit pas à la même logique que la discipline des mathématiques du collège et du lycée général et technologique.

---

[63] Site de la fondation *La main à la pâte* : http://www.fondation-lamap.org/fr/topic/14129 (Page consultée le 03/11/2014)

Contexte scolaire	**Ecole primaire** **Cycle des approfondissements**	**Lycée professionnel** **Filière productique usinage**	**Lycée général et technologique** **Seconde générale et technologique**
Textes de référence	- Programmes de l'école élémentaire BOEN hors série n°3 du 19/06/2008 - Progressions pour le cours élémentaire deuxième année et le cours moyen-Sciences expérimentales et technologie 2012www.eduscol.education.fr/prog	- Programme de Mathématiques, Sciences physiques et chimiques BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009 - Création du baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage - BOEN n°13 du 25/03/2004	- Programme de mathématiques BOEN spécial n° 30 du 23/07/2009 - Programme de physique-chimie BOEN spécial n° 4 du 29/04/ 2010
Relations curricula ires -Répartition par niveaux -Répartition par domaines d'enseignement	- **Continuité avec le cycle 2** - **Approches interdisciplinaires** Association de plusieurs compétences du socle (documentation, lecture, écriture, résumé, lexique) Cf. le ***cahier de sciences*** Organisation et la gestion de données en mathématiques Liens avec les autres domaines de sciences et avec « Apprendre à porter secours »	- **Continuité avec le collège** - **Prise en compte la bivalence** Modélisation en sciences physiques et chimiques Thèmes de convergence de sciences physiques et chimiques ('introduire une notion mathématique) - **Liaison avec les enseignements professionnels ou technologiques** Compléments disciplinaires, projets	- **Mobilisation d'autres champs des mathématiques** Configurations spatiales mobilisant la géométrie plane, les fonctions, les probabilités ou la physique Aller-retours entre statistiques et probabilités - **Coopération interdisciplinaire** Thème de convergence Démarche scientifique Mise en perspective historique
Organisation pédagogique -Personnel -Logistique - Temps d'enseignement	Enseignant polyvalent Une salle banalisée	Enseignant polyvalent ou spécialisé Salles banalisée ou spécialisée, atelier	Enseignants monovalents Salles banalisée ou spécialisée
	Enseignements de mathématiques 5 h par semaine Au moins 15 min de **calcul mental** par jour	**Enseignement de liaison** Discipline générale de mathématiques-sciences physiques et chimiques 4h par semaine	**Discipline générale de mathématiques** 4h par semaine
	Enseignements de Sciences expérimentales et technologie : 78 h par an Base possible de 2 séances hebdomadaires Autres modalités : temps massé semaine thématique, sortie scolaire à dominante scientifique	- **Discipline technologique de construction mécanique** - **Discipline professionnelle de productique usinage** 14 h par semaine pour les deux disciplines - **Stage en entreprise** : 22 semaines de en 3 ans	**Discipline générale de sciences physiques et chimiques** 4h par semaine
	Inspecteur de l'Éducation Nationale (IEN) Contrôle en cours de formation	IEN/EG (enseignement général) IEN/ET (enseignement technique) Contrôle en cours de formation (CCF) et terminal	Inspecteur d'Académie / Inspecteur Pédagogique Régional (IA/ IPR) Contrôle terminal , épreuve anonymée, correcteur extérieur

Choix didactiques -Constitution des savoirs -Fonctions des savoirs	**Mathématiques** – *Objectifs de connaissances* Acquisition des mécanismes toujours associée à leur compréhension – *Objectifs d'autonomie* Développer le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision. **Les sciences expérimentales et les technologies** – *Objectifs de connaissances* Comprendre et décrire le monde réel, naturel ou construit par l'Homme Agir sur lui et maîtriser les changements induits par l'activité humaine – *Objectifs d'autonomie* Développer la curiosité, la créativité, l'esprit critique et l'intérêt pour le progrès scientifique et technique **La démarche d'investigation** Observation/questionnement (la *Main à la pâte*) Expérimentation/ argumentation	**Mathématiques-sciences physiques et chimiques** – *Objectifs de connaissances* [mathématiques] Fonctions numériques Calculs de grandeurs sur les solides usuels Passage de l'espace au plan Positions relatives de plans et droites de l'espace Résumé d'une série statistique Simulation d'expérience aléatoire Intervalle – de fluctuation – de confiance *Objectifs d'autonomie* Garantir la cohérence de la formation mathématique et scientifique Outiller les enseignements technologiques et professionnels Outiller le futur citoyen Permettre la poursuite d'étude **La démarche d'investigation** Observation/questionnement	**Mathématiques** *Objectifs de connaissances* Fonctions numériques Géométrie plane repérée Calculs de grandeurs sur les solides usuels Positions relatives de plans et droites de l'espace Résumé d'une série statistique Simulation d'expérience aléatoire Intervalle – de fluctuation – de confiance *Objectifs d'autonomie* **La démarche scientifique** Modéliser (notion de loi physique) Pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique Privilégier les changements de registre Utiliser les outils logiciels adaptés S'engager dans une activité de recherche Conduire un raisonnement, une démonstration Pratiquer une lecture active de l'information (critique, traitement), communiquer à l'écrit et à l'oral
		Enseignements en productique usinage *Objectifs de connaissances* Opérations sur machines outils Gestion des outils de fabrication Maintenance de premier niveau Ordonnancement de mises en œuvre Analyse, gestion et suivi de qualité de la production *Objectifs d'autonomie* **Polyvalence**	*Objectifs de connaissances* **L'activité expérimentale** Confrontation entre théorie (lois et modèles) et expérience *Objectifs d'autonomie* Développer l'esprit d'initiative, la curiosité et le sens critique Rencontrer les constructions les plus élevées de l'esprit humain, qui donnent accès à la beauté des lois de la nature Construire un projet d'orientation Valoriser les qualités individuelles Découvrir les formations et les métiers liés aux sciences

Figure 7 : Comparaison de l'enseignement des mathématiques et des sciences physiques et chimiques entre les trois contextes éducatifs étudiés.

Outre sa mission de formation intellectuelle et pratique, la discipline générale des mathématiques en LEP exerce une fonction plus spécifique qui est de permettre la poursuite des études.
En effet, le programme de mathématiques du lycée professionnel déclare à plusieurs reprises qu'une de ses fonctions est de préparer à la poursuite d'étude, notamment en proposant un programme complémentaire pour l'entrée en BTS :

> Ces programmes [de mathématiques] **doivent** préparer à la poursuite d'études et à la formation tout au long de la vie (*ibid.* p. 1).
> Un programme complémentaire de mathématiques à donner en terminale en fonction des besoins des disciplines d'enseignement professionnel et du projet personnel de poursuite d'études des élèves est **nécessaire** (*ibid.* p. 13).

Une telle déclaration n'est pas relayée dans le document de référence des disciplines technologiques[64] et déclenche une réaction mitigée de la part de l'enseignant de productique usinage (E-pu1) que nous (Ch) avons interrogé[65] :

> 65 Ch : d'accord // euh y a-t-il des élèves qui poursuivent leurs études et ?
> 66 **E-pu1 :** peu
> 67 Ch : peu / mais vous en avez rencontré quelques uns
> 68 **E-pu1 :** de temps en temps oui / en BTS
> 69 Ch : un tous les trois ans/ tous les cinq ans ?
> 70 **E-pu1 :** c'est très très variable // un tous les trois ans //oui/ c'est à peu près la moyenne

La confrontation du programme officiel et de ce témoignage suggère que la fonction « poursuite d'étude » est déclarée mais peu effective ; elle exprime ce qu'est idéalement la contribution civique de la discipline des mathématiques à l'accomplissement des individus. Dans son rapport sur le baccalauréat, Legendre (2008, p.76) va plus loin en expliquant le mécanisme qui rend la poursuite d'études statistiquement préjudiciable aux bacheliers professionnels : dans la moitié des cas, l'échec dans les formations supérieures entraîne un retard à l'entrée sur le marché et ce retard se transforme en un handicap à l'embauche. En effet, il a été observé que le chômage est légèrement surreprésenté chez les bacheliers professionnels tentant les études supérieures.
Legendre rappelle qu'à l'origine (en 1984), la poursuite d'étude n'était pas un objectif du baccalauréat professionnel : il s'agissait de former une main d'œuvre hautement qualifiée, diversifiée et prête à l'embauche. Or, en 2010, la situation est différente : la diversification des formations apparaît comme une faiblesse qu'en tant que matière générale, les mathématiques peuvent pallier. En quoi consiste la faiblesse induite par la diversification des filières de formation pré-bac ?

---

[64] Le document de référence commun aux deux disciplines de construction mécanique et de productique usinage est le référentiel d'activités professionnelles et de compétences, J.O n° 49 du 27 février 2004.
[65]Voir la séquence 2 du verbatim d'entretien dans la partie Annexe *des données*.

La diversification des filières entraîne d'abord une démarcation entre l'université et le secondaire car le baccalauréat est une certification des études secondaires mais aussi une voie d'orientation prioritaire (Legendre, 2008, p. 49-51). Or, le baccalauréat étant initialement le premier diplôme donnant accès aux études supérieures, sa représentation collective est de se rattacher à l'université :

> Se dessine ainsi très clairement la hiérarchie tacite qui rend l'obtention du baccalauréat général plus désirable que celle du baccalauréat technologique, cette dernière étant elle-même considérée comme plus prestigieuse que l'accès au baccalauréat professionnel. (*ibid*., p. 61)

Deux faits statistiquement observables expriment et renforcent cette représentation.
Le premier est « la logique de rigidification des flux [par filière] » (*ibid*., p. 66) : si les filières S, STG et ES[66] sont très fréquentées, la filière littéraire (L) et les filières industrielles technologiques ou professionnelles sont marginalisées, bien que ces dernières permettent une bonne insertion professionnelle. Au-delà de l'immobilisme de la gestion de l'orientation des élèves, Legendre fait observer que c'est la rationalité elle-même qui est stéréotypée :

> Au-delà du cas très particulier de ces filières, il importerait également de réfléchir à la place que tient la culture littéraire dans notre société. En effet, dès lors que les disciplines scientifiques sont tenues pour les seules réellement rigoureuses, les matières littéraires se voient réduites à des exercices où s'expriment tout à la fois la subjectivité et le sens artistique. La formation intellectuelle qu'elles apportent est donc progressivement oubliée ou sous-estimée et cela apparaît comme d'autant plus regrettable que la rationalité propre aux disciplines littéraires parvient à réconcilier rigueur démonstrative et sens de la nuance, voire de l'ambiguïté. (*ibid*. p. 65-66)

Le second est relatif aux résultats des baccalauréats :

> […] les mentions « bien » et *a fortiori* « très bien » sont beaucoup plus rares dans les séries technologiques et professionnelles que dans les filières générales. […] Ainsi, dans la voie professionnelle, les bacheliers avec mention sont relativement nombreux, mais ils obtiennent rarement mieux que la mention « assez bien » […] Une distribution aussi inégale ne peut que poser question et il y a sans doute lieu d'analyser les habitudes de notation dans ces filières, afin de voir si elles ne font pas obstacle à l'obtention d'une moyenne supérieure à 16.
> […] à l'évidence, l'égale dignité des filières passe aussi par une convergence minimale.
> Cela paraît d'autant plus nécessaire que l'obtention d'une mention « bien » ou « très bien » au baccalauréat ouvre désormais aux bacheliers technologiques et professionnels un accès de droit à certaines filières supérieures sélectives. (*ibid*. p. 69)

Forte de ces constats sur les handicaps divers grevant le lycée professionnel, l'institution a pris certaines dispositions à l'occasion de la réforme des lycées :

> Un certain nombre de décrets, arrêtés, circulaires et notes de service, publiés en janvier et février 2009, précisent les modalités de rénovation de la voie professionnelle. L'objectif de cette rénovation est « d'élever le niveau de qualification des jeunes et [de] limiter les sorties précoces du système éducatif ». Un autre objectif affiché est « d'assurer une égale dignité à la voie professionnelle en l'alignant sur la durée des cursus des voies générale et technologique […] ».

---

[66] Filière S : scientifique ; filière ES : sciences économiques et sociales ; filière STG : sciences et technologies de la gestion.

La voie professionnelle longue est censée permettre d'intégrer l'enseignement supérieur « court » pour l'obtention d'un brevet de technicien supérieur (BTS) ou d'un diplôme universitaire de technologie (DUT). (Feyfant, 2009, p. 2)

Ainsi, le programme de mathématiques de lycée professionnel (BOEN spécial n°2 du 19/02/2009) prévoit des aménagements dans le cas d'une poursuite d'étude en BTS[67] : quelques items[68] sont ajoutés selon le domaine d'activité professionnelle sans davantage de précision sur la mise en œuvre ou les destinataires supposés. Ces items étendent le champ conceptuel initialement programmé mais sont traités d'un point de vue technique : il s'agit d'acquérir d'autres procédés de calcul (calcul intégral, primitive, critère analytique) et de disposer de modèles permettant une interprétation géométrique (modèle exponentiel, nombre complexe, calcul intégral).
Cette approche suggère que la diversité des objets mathématiques, qu'ils soient étudiés pour eux-mêmes ou pour les avantages techniques qu'ils procurent, apporte un enrichissement technique et théorique de nature à permettre la poursuite des études supérieures.
Cependant, on peut questionner cette manière de mettre en parallèle la désaffection scolaire de certains jeunes et la présentation des voies d'études courtes comme ne pouvant être qu'inabouties. Feyfant (2009, p. 9) fait remarquer que l'échec dans les disciplines générales du collège n'implique pas que l'élève trouvera un intérêt dans les disciplines technologiques du lycée professionnel.
La réalité des faits semble reléguer de plus en plus inexorablement dans l'utopie les vœux pieux de l'institution. En 2010-2011, le ressenti enseignant à travers la pratique professionnelle contredit les prévisions du discours institutionnel. Ainsi en témoigne l'enseignant E-pu1[69] lorsqu'il fait état de la proportion moyenne d'élèves de ses classes qui sont passés du lycée professionnel aux études supérieures. Elle serait selon lui de 1 pour 45 (l'effectif de classe étant en moyenne de 15 élèves), soit un peu plus de 2% :

65 Ch : […] y a-t-il des élèves qui poursuivent leurs études et ?

66 **E-pu1 :** peu

67 Ch : peu / mais vous en avez rencontré quelques uns

68 **E-pu1 :** de temps en temps oui / en BTS

69 Ch : un tous les trois ans/ tous les cinq ans ?

70 **E-pu1 :** c'est très très variable // un tous les trois ans // oui/ c'est à peu près la moyenne

[67] Brevet de technicien supérieur.
[68] Les items complémentaires du programme de mathématiques de 2009 sont :
- Pour les métiers du commerce et des services à la personne : les primitives usuelles et les fonctions logarithme népérien et exponentielle de base *e*.
- Pour les métiers de l'industrie et de l'électronique : le produit scalaire dans le plan, le critère analytique d'orthogonalité, les nombres complexes et des éléments de calcul intégral.

[69] Cette conversation correspond à la séquence conversationnelle n°2 du verbatim intégral, consultable dans la partie *Annexe des données*.

71 Ch : d'accord // BTS productique comme c'est marqué sur le papier dans l'atelier // d'accord // comme vous avez fait en fait

72 **E-pu1 :** (*confirmation sans parole*)

73 Ch : et ce BTS productique / il est bien représenté en France ?

74 **E-pu1 :** oh / un certain nombre // quasiment // y'en a au moins un par académie

75 Ch : d'accord / donc c'est assez bien représenté quand même

76 **E-pu1 :** oui

77 Ch : et le bac pro/ il est bien représenté aussi ?

78 **E-pu1 :** aussi

Confirmant l'impression d'E-pu1, les résultats officiels montrent que les élèves de lycée professionnel constituent une population globalement moins performante que celles des autres types de lycée comme le montre le graphique ci-après (Figure 8) :

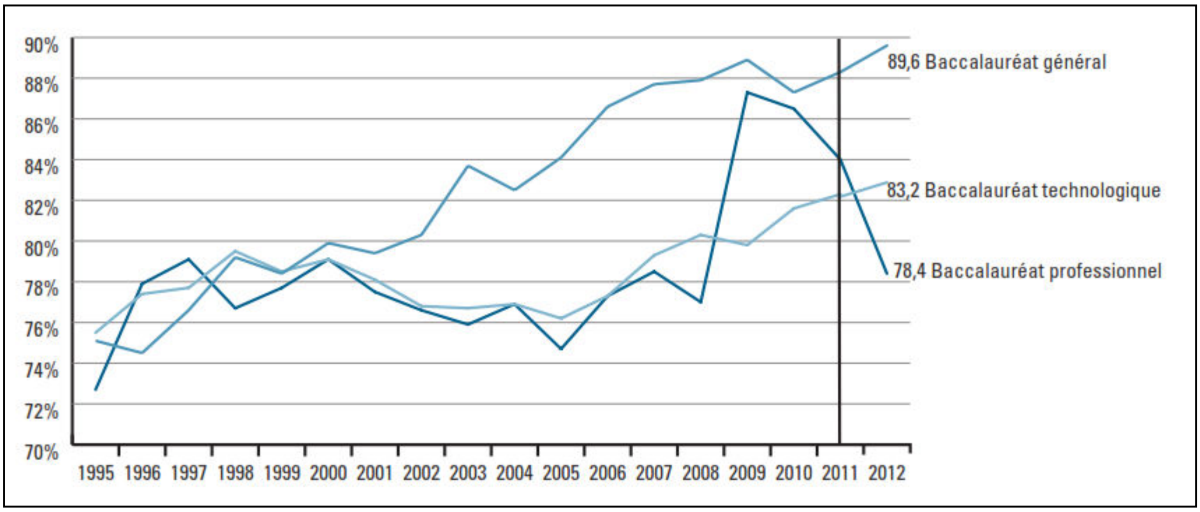


Figure 8 : Évolution des taux de réussite au baccalauréat selon la filière depuis 1995 (%) en France et outre-mer, dans l'enseignement public et privé (source : DEPP, 2013, *Repères et références statistiques*, p. 243).

Statistiquement, l'orientation des élèves en lycée professionnel est corrélée à l'origine sociale ainsi que nous le montrons sur la Figure 9. Ce résultat est à mettre en relation avec un des principaux résultats de l'enquête PISA 2012 qui a été de mettre en évidence une corrélation entre les performances des élèves, notamment en mathématiques, et leur origine socio-économique :

> L'augmentation d'une unité de l'indice PISA[70] de statut économique, social et culturel entraîne une augmentation du score en mathématiques de 39 points, en moyenne, dans les pays de l'OCDE, et de 57

[70] PISA (Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves ou Program for International Student Assessment) définit une échelle indiciaire de différents critères (le stress à l'école, le plaisir d'apprendre, la discipline en classe) et parmi ceux-ci le statut économique social et culturel :
« Le milieu socio-économique est évalué sur la base de l'*indice PISA de statut économique, social et culturel* qui est dérivé des réponses des élèves à des questions sur le niveau de formation et la profession de leurs parents et

points en France, soit l'augmentation la plus marquée de tous les pays de l'OCDE. (Résultats du PISA 2012, Note par pays, p. 2)

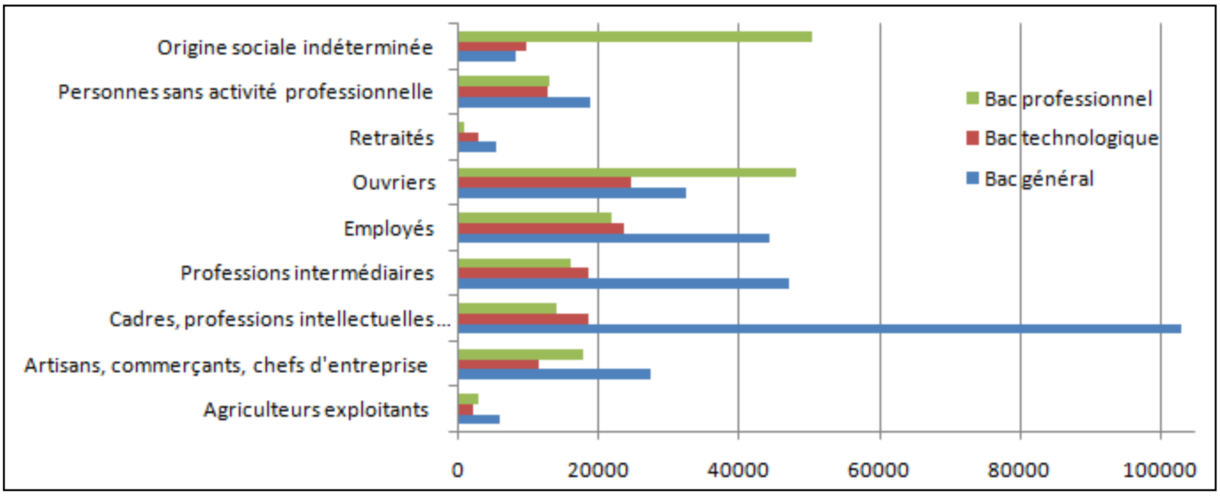


Figure 9 : Origine sociale des bacheliers français en 2012.
D'après les données de la DEPP, 2013, *Repères et références statistiques*, p. 245.

Ainsi, notre réflexion sur les disciplines nous conduit à émettre quelques conjectures concernant les relations entre les trois disciplines[71] que nous étudions et la justification de leur catégorisation en tant que discipline générale, technologique ou professionnelle :

- Un enseignant imagine les contenus enseignés d'une autre discipline à travers les représentations qu'il s'est construites en tant qu'étudiant ; ces dernières peuvent persister alors même que leur ancrage dans la réalité s'effiloche avec le temps ;
- Une discipline technologique dispense des outils conceptuels propres à un domaine d'activités mais ne prépare pas spécifiquement à l'embauche dans ce domaine. Seul ce dernier point semble faire la différence avec une discipline professionnelle. Du point de vue de la systématisation des savoirs et de leur ajustement aux outils actuels, disciplines professionnelles et disciplines technologiques ne sont pas dissociables. Dans les filières professionnelles, il semble cependant que la poursuite d'études soit un objectif institutionnel, ce qui, même si cela n'est pas effectif, pourrait avoir pour effet d'affaiblir les disciplines professionnelles, jugées trop spécialisées ;

leur patrimoine familial (par exemple, le volume de la bibliothèque familiale et le fait de savoir s'ils disposent d'un bureau ou d'une table pour faire leurs devoirs) (Résultats du PISA 2012, Note par pays, p. 10).

[71] Ces trois disciplines sont, rappelons-le :

- La discipline générale *mathématiques-sciences physiques et chimiques*,
- La discipline technologique *construction mécanique,*
- La discipline professionnelle *productique usinage*.

- À l'inverse, une discipline générale tire sa force de sa stéréotypisation : elle est appréciée, probablement peu pour ce à quoi elle réfère car, comme nous l'avons montré dans le cas des mathématiques et sciences physiques, la qualification de discipline générale recouvre une grande variété de relation aux savoirs théoriques. Une discipline générale est dotée d'un fort potentiel social (ouverture à une diversité de matières, poursuite d'études, ...).
  Dans les filières scientifiques et industrielles, la généralité, devenue une valeur positive en soi, se cristallise sur les mathématiques ;
- Enfin, la discipline générale bivalente dispensant l'enseignement des mathématiques apparaît comme une spécificité du lycée professionnel et est associée à des difficultés d'ordre didactique (enseignement, formation) ou social (orientation, performance) en dépit de ses fonctions déclarées qui sont en principe équivalentes et égales en dignité à celles d'une discipline générale monovalente.

C'est pourquoi il nous est apparu nécessaire de consacrer une partie de notre travail à déconstruire les stéréotypes disciplinaires associés à la relation entre mathématiques et sciences technologiques, ceux-ci constituant une sorte d'état initial peu explicatif de ce que nous savons de l'enseignement des mathématiques. Ceci fera l'objet de la partie 2.

Nous avons vu par ailleurs que certains champs théoriques des sciences du langage contribuent aux recherches en didactique et en particulier à l'approche interdidactique, proposant des postures épistémologiques complémentaires propices à l'appréhension de phénomènes complexes et non explicites. Si nous avons choisi de mettre l'accent sur les phénomènes langagiers et les représentations internes qu'ils traduisent, c'est qu'ils permettent de comprendre les variations et les freins disciplinaires dans l'enseignement des mathématiques.
Dans la section suivante, nous présentons les méthodes et outils de l'interdidactique que nous utilisons.

1.4. Méthodes et outils de l'approche interdidactique

Dans la partie 3 où nous comparerons l'enseignement disciplinaire des vecteurs, nous avons couplé l'analyse épistémologique des vecteurs et l'analyse de discours des dires enseignants sur les vecteurs. Nous voulons, dans cette section, justifier en quoi l'analyse épistémologique contribue à l'approche interdidactique.

1.4.1. Analyse épistémologique des objets mathématiques

Les notions de *nature du savoir* et de *fonction d'un objet mathématique*[72] éclairent ensemble le sens que nous donnons à l'analyse épistémologique d'un objet mathématique dans le cadre d'une discipline scolaire. Alors que la partie 2 proposera d'examiner les notions d'objet, de savoir et de concept mathématique, dans cette section, nous essayons de décrire ce que nous considérons comme un savoir relatif à un objet mathématique. Un savoir relatif à un objet mathématique résulte de la conjonction d'une certaine structuration spécifiquement humaine de l'espace physique et des quantités, pouvant échapper au langage, et de pratiques langagières signalant l'objet mathématique. On peut voir les pratiques langagières comme des techniques ayant plusieurs fonctions : celles d'effectuer des traitements ou encore celle de commenter ces traitements. En ce sens, un savoir mathématique est une réalisation sociale et contextuelle.

Considérons d'abord la nature d'un savoir. De façon générale, la nature du savoir dépend de la nature des objets (réel, naturel, nominal, métaphysique) auquel il est relié et de son mode de validation. L'expérience, la mesure, la déduction sont des exemples très différents de modes de validation. La nature du savoir mathématique peut ainsi se situer entre l'expérience et la logique respectivement *via* les perceptions et interactions entre sujets et *via* les modèles théoriques hors de portée du sujet et hors de la réalité. Discutant de la place de la preuve dans l'éducation mathématique, Mariotti (1998) indique que les deux « *comportements* » sont nécessaires, alléguant que le « *comportement commun* » (*i.e.* empirique) permet une adaptation des représentations alors que le « *comportement théorique* » (*i.e.* déductif) permet, lui, la création de nouvelles connaissances. L'auteur ajoute qu'au sein même de la discipline des mathématiques, la représentation de l'activité de démonstration conduit à donner la préséance au comportement théorique.

S'interroger sur le fait qu'un mode de pensée soit privilégié ou, au contraire, marginalisé au sein d'une discipline, comme au sein d'un ensemble de disciplines, est une démarche typique de la recherche interdidactique. Relativement à l'enseignement d'un objet mathématique, deux séries de questions se posent :

- Du point de vue de la fonction de cet objet, qu'est-ce qui justifie que, d'une discipline à l'autre, la définition de l'objet mathématique varie ?
- D'un point de vue ergonomique, comment la représentation d'un objet mathématique s'adapte-t-elle pour s'intégrer dans le système de savoir d'une discipline technologique ?

Pour répondre à ces questions, il faut revenir sur les définitions respectives de l'objet mathématique et de l'objet technique avant qu'il ne soit inséré dans le cadre scolaire. Ces questions ont déjà été abordées du point de vue sociétal (Vernant, 1971 ; Verillon, 1996 ; Stehr,

[72] Dans la partie 2, nous définissons ce qu'est un objet mathématique. D'après Panza *et al.* (2013), un objet mathématique est ce qui dépend d'un concept mathématique. Il peut être lui-même un concept, ce qui amène à préciser ce qu'est un concept.

2000) et aussi du point de vue didactique (Deforge, 1996 ; Andreucci et Ginestié, 2001). Comme nous l'avons déjà annoncé, nous rendrons compte de cette réflexion dans la partie 2 à propos de la relation entre pensée mathématique et pensée technique. Dans cette partie, nous questionnerons notamment la part de la technique dans l'enseignement de la discipline des mathématiques.

Par ailleurs, de nombreux travaux de didactique ont établi une correspondance entre les modèles pédagogiques qui étaient leurs objets d'étude et la nature des savoirs présupposés à travers ces modèles (Theber, 1993, Riopel, 2005 ; Vellas, 2008) en prévenant toutefois que les théories pratiques d'enseignement dans lesquelles s'inscrivent ces modèles ne doivent pas être assimilées aux théories de la cognition[73]dont dépend la nature des savoirs.

Dans le cadre de notre recherche, deux modèles pédagogiques reviennent fréquemment : le modèle de la pédagogie inductive qui situe le savoir dans l'expérience, et le modèle de la pédagogie active qui situe le savoir dans le sujet et engage socialement ce dernier, le désignant comme co-responsable, devant ses pairs, de la production du savoir.

Le modèle pédagogique inductif est prescrit dans les disciplines technologiques comme il ressort de la juxtaposition du discours institutionnel et des réflexions des enseignants dans les extraits ci-après :

> 107 **Ch** : est-ce que vous pourriez me dire euh le contenu de votre enseignement ? […]
> 110 **E-pu1 :** euh on va surtout travailler sur des éléments géométriques / de géométrie 2D / 3D / des formes basiques / des volumes / euh // énormément sur le dimensionnement / les dimensions / les efforts // c'est très vaste comme formation
> 111 **Ch** : et les efforts / vous l'faites avec un professeur de physique ou //
> 112 **E-pu1 : par expérience/ expérimentation**
> 113 **Ch** : ah d'accord / de façon empirique / vous testez
> 114 **E-pu1 :** voilà
> (Entretien entre E-pu1, enseignant en productique usinage, et Ch, la chercheuse)

> **5 E-cm :** y'a d'gros problèmes en maths/ savoir mesurer/ savoir mesurer en millimètre / c'est la panique en dehors du centimètre// les surfaces/ les volumes/ les densités// dans la plupart des métiers il y a nécessité de métrer // aussi les vecteurs des efforts// la première chose c'est de pas parler des maths/ de s'détacher/ si on peut s'passer des maths/ c'est OK/ **c'est l'résultat qui compte**//(*silence*)
> (Entretien entre E-cm, enseignant en construction mécanique, et Ch, la chercheuse)

> Le nouveau collège doit également mieux préparer les parcours ultérieurs de ses élèves. En aval, l'offre d'enseignement est diversifiée, ce qui se traduit par l'existence de trois voies distinctes (générale, technologique et professionnelle) et de multiples séries. Or le collège actuel, dont les programmes préparent en priorité au lycée général et privilégient les savoirs abstraits, n'accorde que trop peu de place aux activités pratiques et à l'approche inductive, même dans des disciplines qui s'y prêtent parfaitement comme la technologie. (HCE, 2009 a, p. 40)

[73]Les différentes théories de la cognition sont, dans l'ordre respectif où nous avons cité les modes de validation : le rationalisme, l'empirisme, le positivisme, le socio- constructivisme et le réalisme.

Les trois énoncés semblent opposer la parole (*ne pas parler de maths, savoirs abstraits*) à la pratique (*par expérience*, *expérimentation*), ce qui a l'effet paradoxal de hiérarchiser les modes d'accès à la connaissance : le modèle inductif[74], moins difficile, apparaît comme un substitut plus accessible au modèle abductif des disciplines générales.
Dans la discipline des mathématiques, le modèle dominant est celui de la pédagogie active qui donne la priorité à la mobilisation des objets mathématiques à travers une problématique (BOEN n°2 spécial du 19/02/2009). Cependant, ce modèle se combine avec le précédent grâce à l'outil informatique préconisé pour favoriser l'acquisition d'une expérience mathématique, c'est-à-dire acquérir une connaissance mathématique empirique induite par la répétition de « phénomènes » numériques ou géométriques sous la même « cause ».
L'extrait du préambule au programme de mathématiques des filières professionnelles ci-après donne une description de l'activité mathématique telle que l'institution la conçoit dans la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques.

> **La démarche pédagogique**
> La classe de mathématiques et de sciences physiques et chimiques est avant tout un lieu d'analyse, de recherche, de découverte, d'exploitation et de synthèse des résultats. La démarche pédagogique doit donc :
>
> **1. Prendre en compte la bivalence**
> L'enseignement des mathématiques et des sciences physiques et chimiques ne se résume pas à une juxtaposition des deux disciplines. Il est souhaitable qu'un même enseignant les prenne en charge toutes les deux pour garantir la cohérence de la formation mathématique et scientifique des élèves.
>
> **2. Privilégier une démarche d'investigation**
> Cette démarche, initiée au collège, s'appuie sur un questionnement des élèves relatif au monde réel.
> Elle permet la construction de connaissances et de capacités à partir de situations problèmes motivantes et proches de la réalité.
>
> **3. S'appuyer sur l'expérimentation**
> Le travail expérimental en mathématiques s'appuie sur des calculs numériques, sur des représentations ou des figures. Il permet d'émettre des conjectures en utilisant les TIC.
> (BOEN n°2 spécial du 19/02/2009 p. 1)

Au lycée professionnel, les fonctions, implicites ou déclarées, qu'attribue l'institution à la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques d'un point de vue individuel sont de permettre à l'élève :

---

[74] Nous adoptons les définitions suivantes des différents modèles :

- **Le modèle inductif** : il procède par analyse (étude des cas possibles) puis synthèse (organisation d'un raisonnement général). Il peut être rigoureux (disjonction de cas, récurrence) ou bien empirique (généralisation après quelques expérimentions, analogie), cette seconde forme étant « typique des comportements communs » (Mariotte, 1998) ;
- **Le modèle abductif** : il procède par aller- retour entre conjecture et induction. Les conjectures sont émises en référence à un système théorique de savoirs.
- **Le modèle déductif** : « typique des comportements théoriques » (Mariotti, 1998), il procède par implication logique, directe ou par contraposée, ou par mise en évidence d'une contradiction logique.

- D'éprouver « la cohérence de la formation scientifique » (BOEN n°2 du 19/02/2009, p. 1) ;
- « *de se préparer à des études longues et à la formation tout au long de la vie* » (*ibid.*) ;
- De développer une attitude critique et citoyenne (*ibid.*) ;
- De disposer d'une culture scientifique lui permettant d'être citoyen (*ibid.*) ;
- *« d'acquérir un comportement adéquat »* pour étudier et travailler (HCE, 2009 b, p. 22) ;
- D'acquérir les outils conceptuels relatifs à un métier (*ibid.*).

D'une façon générale, le temps du lycée professionnel est conçu comme « *un espace de maturation* » (*ibid.*) dans lequel le jeune développe des compétences dans un rapport aux savoirs différent, dans lequel il se reconstruit après les mises en difficulté vécues au collège notamment dans les disciplines générales.
Pour des disciplines générales et permanentes telles que les mathématiques ou les sciences physiques, l'introduction de la démarche d'investigation et de l'activité de modélisation a été discutée du point de vue de la fonction éthique (Martinand, 1986 ; Schneider, 2011 ; Wozniak, 2012) : il a été observé que des activités supposées ouvertes donnent en fait lieu à des mises en œuvre fermées, ce qui semble dévier de l'objectif visé (percevoir la relativité du savoir). Mais, d'un autre côté, les activités fonctionnant sur le modèle de la pédagogie active exploitent la fonction d'intégrateur social du savoir, ce qu'on peut interpréter comme une dimension éthique en ce sens qu'elle participe au vivre ensemble.
Nous en venons à présent à notre deuxième outil après l'analyse épistémologique : l'analyse de discours. Ces deux outils se complètent. En effet, si l'analyse épistémologique permet de décrire les contenus enseignés, l'analyse de discours permet de décrire la façon de les enseigner.

1.4.2. Analyse de discours et théorie des actes de langage

Pour répondre à la question du « *comment les mathématiques sont-elles enseignées dans les disciplines de la filière productique usinage »*, nous avons réalisé cinq entretiens avec trois enseignants des disciplines spécialisées de la filière productique usinage. Les autres données (sondage d'enseignants de mathématiques, récits d'apprentissage d'étudiants, documents pédagogiques, textes officiels) contribuent à notre argumentaire, permettant soit d'éclairer un point de vue utile à notre raisonnement, soit de croiser les informations recueillies par les entretiens.
Dans cette section, nous ne cherchons pas à présenter exhaustivement les outils de l'analyse de discours car nous introduirons ces outils au fur et à mesure des analyses détaillées des verbatim des cinq entretiens. Dans une première approche, nous nous contentons de mettre en évidence comment l'analyse de discours permet d'étudier la structuration et la cohérence des propos et de repérer les marques linguistiques de l'énonciation et de l'expression des locuteurs.
L'analyse de discours s'inscrit dans la théorie des actes de langages. Nous présentons cette théorie dans un but triple :

- Mettre en évidence les deux niveaux de l'analyse de discours (l'énoncé/ l'énonciation) ;

– Justifier la mise en forme des verbatim par séquences conversationnelles ;

– Indiquer les précautions méthodologiques propres à l'analyse de discours.

Pour rendre compte des éléments de la théorie des actes de langages qui ont fondé l'analyse de discours, nous nous référons à deux textes explicatifs de cette théorie. Le premier de J. L. Austin donne l'idée fondatrice ; le second de C. Kerbrat-Orecchioni en décrit le développement.
Nous indiquons ensuite comment nous avons intégré ces éléments théoriques à la fois dans notre réflexion méthodologique concernant la tenue d'entretien et dans la réalisation des analyses des différents discours.

1.4.2.1. Approche analytique des actes de langage

Nous nous fondons ici sur un extrait de la deuxième conférence de James Lewis Austin dont les travaux sont à l'origine de la théorie des actes de langage (*speech act theory*). L'ensemble des douze conférences données à l'université d'Harvard en 1955 constituent le recueil *How to do things with words* édité à partir des notes du conférencier en 1962 puis revu et réédité en 1975 à partir d'écrits complémentaires d'Austin. L'extrait (pp. 12– 24) considéré appartient à la seconde édition.
Austin montre, à partir d'exemples, qu'une parole (*an utterance*), c'est-à-dire un énoncé élémentaire oralisé directement ou indirectement, est dotée d'un potentiel d'action (*to do,* p.12 ; *to perform,* p. 13) et pas seulement d'un potentiel d'établissement d'une valeur de vérité[75] (*to state,* p. 12 *; to report* p. 13). La différence entre les deux potentiels réside dans les effets de la parole observables au cours du temps.
De par son objet d'étude, *l'acte de parole*, Austin place son propos dans le cadre de la linguistique socioconstructiviste puisque la valeur d'action d'une parole provient aussi de la situation de son énonciation ('*this matter of the appropriate circumstances',* p. 13).
Selon Austin, les mots d'une parole sont les ostensibles audibles de son action et la réussite de cette action implique la réalisation d'événements à venir concourants. Pour convaincre le lecteur de l'existence du potentiel agissant d'une parole, Austin raisonne par contraposée : la non-réalisation de ces événements réglés implique l'échec de l'action :

> Besides the uttering of the words of the so-called performative, a good many other things have as a general rule to be right and to go right if we are to be said to have happily brought off our action. What these are we may to discover by looking at and classifying types in which something goes wrong and the act […] is therefore at least to some extent a failure: the utterance is then, we may say, not indeed false but in generally unhappy. (Austin, 1955, p. 14)

Ce raisonnement permet alors d'émettre des conditions pour que l'action visée par la parole se réalise :

(1) L'acceptation d'un certain effet conventionnel de la parole ;

[75] Austin (1955, p. 12) : "*Yet to be 'true' or 'false' is traditionally the characteristic mark of a statement*."

(2) Des interlocuteurs et circonstances particuliers appropriés ;
(3) L'inclusion dans la procédure de parole de tous les participants ;
(4) L'achèvement de la procédure de parole par tous les participants ;
(5) L'authenticité de l'attitude (*thugs and feelings*, p. 15) des participants.

Les quatre premières conditions décrivent les conditions favorables à une exécution correcte d'une procédure de parole ; la dernière décrit les conditions morales ou psychologiques nécessaires à l'efficacité de la parole.

1.4.2.2. Approche interactionniste des actes de langage

Pour présenter l'état moderne de la théorie des actes de langage, nous nous appuyons sur l'ouvrage de Catherine Kerbrat-Orecchioni, *Les actes de langage dans le discours* (2008, pp. 58– 65).

L'auteur explique que la théorie initiale (celle d'Austin en 1955) s'intéresse aux actes de parole dans une « *perspective fondamentalement atomiste* » (*ibid.*, p. 58) : c'est-à-dire ce qui s'accomplit par les mots prononcés dans un tour de parole. Le point de vue moderne est différent : au delà des actes de parole isolés, il considère ce qui s'accomplit par un réseau d'actes de paroles en interaction et « *aux organisations séquentielles qu'ils permettent dans le discours* » (Kerbrat-Orecchioni, 2008, p. 58).

Dans cette perspective interactionniste, notre analyse des verbatim consiste à chercher comment, en réaction aux thèmes abordés dans l'entretien, l'enseignant construit une représentation de son activité d'enseignant, de sa discipline et de sa relation aux mathématiques ou à la discipline des mathématiques. Conformément aux méthodes de l'analyse de discours, les résultats obtenus ne proviennent pas seulement d'une analyse linéaire mais aussi de la segmentation de l'entretien en séquences conversationnelles et de la reconnaissance de structure de discours visant à « *modifier le bagage cognitif* » (mais également, selon nous, le bagage émotionnel et culturel) du destinataire (*op. cit.,* p. 59).

La fin de la partie 2 et la partie 3 sont consacrées à l'analyse, d'un point de vue interactionniste, des discours d'enseignants des disciplines technologiques de la filière productique usinage. Cependant, les discours recueillis sont circonstanciels : autant ils apportent des informations internes et jamais mises en textes, autant ils nécessitent d'être considérés comme singuliers et situés dans le cadre de l'interview :

> Tout comme dans un jeu, chaque coup ouvre un paradigme limité de continuations possibles, dans une conversation ou dans tout type d'échange communicatif, tout acte de langage ouvre un paradigme d'enchaînements possibles, paradigme plus ou moins large ou restreint selon les cas, et dont tous les constituants n'ont ni le même degré de probabilité et d'acceptabilité, ni les mêmes conséquences pour le déroulement de l'interaction. (Kerbrat-Orecchioni, 2008, p. 59)

Recourir à la théorie des actes de langages soulève donc aussi des questions relatives à la méthodologie de l'entretien. Nous allons nous arrêter sur deux exemples d'interactions conversationnelles qui montrent que la dynamique de l'entretien interroge sur la conception de l'entretien et la conservation des conditions décrites par Austin.

1.4.2.3. Application de la théorie des actes de langage

Dans notre travail de recherche, nous utilisons les deux approches, atomiste et interactionniste, de l'acte de langage, soit pour avoir un regard réflexif sur la méthodologie de l'entretien, soit pour recueillir des données expressives. Les deux extraits conversationnels[76] suivants illustrent les deux aspects et montrent que l'attitude de l'interlocuteur, et notamment sa disposition à recevoir les questions, lorsqu'elle se révèle, modifie la conversation. L'enseignant dit ce qu'il pense (attitude authentique) mais sa réponse peut être plus ou moins expressive selon qu'il prête une opinion ou une intention à l'interviewer. Trois dimensions peuvent se combiner : Comment je pense que l'autre me voit ? Comment je voudrais que l'autre me voie ? Comment je vois l'autre ? Ces questions affectent aussi le chercheur.

Application à la conversation entre un enseignant de productique usinage (E-pu1) et la chercheuse (Ch)

1 Ch : Bon voilà / le micro est ouvert / y'a le micro intégré / j'espère qu'on pourra vous entendre //et donc je réitère ma demande / est-ce que vous êtes bien d'accord pour que je vous enregistre ?
2 **E-pu1 :** oui
3Ch : voilà (*rire*) très bien // alors première question/ est-ce que vous pourriez vous présenter s'il vous plaît ?
4**E-pu1 :** donc Monsieur XX //enseignant en productique
5 Ch : d'accord // euh // alors/ depuis combien de temps euh // enseignez-vous dans cet établissement là ?
6 **E-pu1 :** 1998
7 Ch : et est-ce qu'auparavant vous avez enseigné ailleurs ?
8 **E-pu1 :** euh // techno-collège pendant deux ans et euh // une année en Bretagne
9 Ch : d'accord // donc vous étiez euh // dans un collège comme prof de technologie OK et en Bretagne / qu'est-ce que vous avez fait ?
10 **E-pu1 :** euh // lycée professionnel/ bac pro.
11 Ch : et c'était l'usinage comme euh ?
12 **E-pu1 :** oui
13 Ch : euh / comment êtes-vous arrivé au métier d'enseignant ?
14 **E-pu1 :** par concours comme tout le monde
15 Ch : d'accord // mais je veux dire qu'est-ce qui vous en a donné l'idée // le choix ?
16 **E-pu1 :** euh un remplacement //euh c'était pas prédestiné mais on m'a proposé un remplacement / j'ai fait pour rendre service et j'suis resté
17 Ch : d'accord / donc c'était un remplacement en tant que contractuel ?
18 **E-pu1:** euh maître auxiliaire à l'époque euh en techno
19 Ch : d'accord // et quel est votre parcours de formation ?
20 **E-pu1 :** BTS // productique
21 Ch : d'accord
22 **E-pu1 :** euh // deux ans dans le privé et (*inaudible*)

Dans ce premier extrait, on voit qu'au début, la rencontre entre l'interviewé et l'interviewer nécessite quelques échanges d'accommodation puisque les deux personnes n'ont *a priori* aucun lien, ni aucune raison de se mettre l'une en posture de répondre et l'autre en posture

[76] Les deux verbatim complets des entretiens sont reportés dans la partie *Annexe des données*.

d'enquêteur. L'échange conversationnel se met place dans le respect du domaine de questions attendu, qui était relatif aux mathématiques dans la discipline (tours de paroles 1 à 4).
Or le questionnaire préparatoire à l'entretien, suivant le déroulement imaginé de la rencontre, commence par la présentation de l'interviewé (tours de paroles 5 à 22), cette présentation visant à enquêter sur le lien entre la formation initiale, les motivations conscientes et l'enseignement disciplinaire.
L'alternance des questions et des réponses fonctionne de façon neutre jusqu'au tour de parole 12. La question du tour 13 introduit une rupture dans le comportement d'E-pu1 : sa réponse (tour de parole 14) affirme quelque chose de plus que l'information demandée (l'arrivée dans le métier) qui est peut-être l'anticipation d'une insinuation : E-pu1 précise *comme tout le monde* ce qui a pour effet d'amener une rectification de la parole de Ch (15 : *d'accord mais je veux dire…*).
Cependant, la suite de l'entretien révèle qu'E-pu1 a expérimenté un mode de recrutement autre que le concours. Les réponses d'E-pu1 arrivent certes en réaction aux questions : ce sont des actes induits, mais elles constituent aussi des actes de parole actifs. Ses prises d'initiative s'accélèrent, en fonction de son engagement conversationnels et construisent par petites touches une représentation de l'identité enseignante et une sensibilité à son altération : comme il ressort des passages sur la norme dans le recrutement (14), la valeur du métier (18,) et le statut de *maître auxiliaire*
Nous avons ici utilisé le concept d'acte de parole à deux niveaux, d'une part localement à l'intérieur d'un tour de parole, et d'autre part à travers la conversation qui, acte de parole après acte de parole, tient lieu d'amplificateur de l'action de la parole.
Sur le plan de la méthodologie de l'entretien, il apparaît qu'il aurait été sans doute moins intrusif de différer les questions relatives au parcours professionnel en milieu ou en fin d'entretien et d'aborder des questions perçues comme externes dans l'entrée en matière.

Application à la conversation entre un enseignant de construction mécanique (E-cm) et la chercheuse (Ch)

> **4 Ch** : je voudrais que vous me parliez des connaissances mathématiques de vos élèves, me dire ce que vous avez repéré comme savoir-faire/ ceux qui sont maîtrisés/ ceux qui ne le sont pas/ ce genre de choses
> **5 E-cm :** y'a d'gros problèmes en maths/ savoir mesurer/ savoir mesurer en millimètre / c'est la panique en dehors du centimètre// les surfaces/ les volumes/ les densités// dans la plupart des métiers il y a nécessité de métrer // aussi les vecteurs des efforts// la première chose c'est de pas parler des maths/ de s'détacher/ si on peut s'passer des maths/ c'est OK/ c'est l'résultat qui compte//(silence) y'a aussi les volumes/ les intervalles de tolérances/ le calcul de cote moyenne les conversions les échelles//**mais je crois qu'vous vous rendez pas compte du niveau qu'i'ont/ tenez on va faire un test** (*5 élèves travaillent en autonomie sur un logiciel ; l'enseignant appelle les élèves ; l'enseignant va au tableau ; s'adressant aux élèves*) j'vais vous poser dix questions / vous répondez

Dans cet extrait, l'enseignant E-cm rompt la forme de l'entretien et prend l'initiative de montrer l'inadaptation de la requête de Ch.
Les compétences mathématiques qu'E-cm prête à ses élèves font partie de son arrière-plan personnel et professionnel : c'est par rapport à cet arrière-plan qu'il répond. Le fait de *faire un*

test[77] rompt la forme de l'entretien et coupe, d'une certaine façon, la parole à Ch. Comme dans le cas précédent, l'effet de la parole renvoie d'une part à la méthodologie de l'entretien par la sortie du registre de l'entretien et, d'autre part, aux représentations de l'interviewé sur ce que devraient être les compétences en mathématiques.

Nous admettons que l'emploi dans notre cadre théorique et notre méthodologie de la théorie des actes de langages a introduit une notable complexité dans notre travail à deux moments : dans la conduite effective de l'entretien, et dans la sélection des paroles pour illustrer l'objet de recherche.
Par la suite, nous focaliserons notre analyse uniquement sur l'analyse des paroles relatives à l'enseignement des mathématiques ou, plus généralement, aux relations aux mathématiques que l'énonciateur donne à entendre.
Dans ce premier chapitre, nous avons mis en relation notre problématique, le cadre de notre questionnement et l'objet de notre recherche. Notre problématique portant sur les apprentissages mathématiques hors de la discipline des mathématiques, l'approche interdidactique, par ses outils conceptuels importés et son intérêt aux variations induites par les changements de milieux, nous a permis de mettre en perspective les composantes de notre objet de recherche : le lycée professionnel, les mathématiques enseignées, une discipline professionnelle, une discipline technologique et une discipline générale. Nous l'avons donc présentée, ainsi que les disciplines de recherche contributoires qui étayent notre cadre théorique et notre méthodologie. Nous avons ainsi justifié notre recours à la didactique des disciplines, sur laquelle nous nous appuierons pour étudier les situations et la conduite des apprentissages, à l'épistémologie et à l'histoire des sciences qui permettront de déconstruire l'effet d'évidence des savoirs, surtout les savoirs mathématiques, qu'une longue tradition a marqué du sceau de l'évidence, au prétexte qu'ils reposeraient uniquement sur la démonstration. Quant à la linguistique du discours et à la pragmatique, elles nous permettront à la fois d'analyser et de confronter les divers corpus discursifs recueillis : textes institutionnels, textes professionnels, propos d'élèves et d'enseignants, et de demeurer vigilante, autant qu'il est en notre pouvoir quant aux effets de notre propre implication dans le dispositif et dans le contexte (au moins élargi) de notre recherche.

Nous nous sommes enfin efforcée de situer ces champs contributoires dans l'histoire des sciences exactes et humaines et de préciser quels outils ou méthodes nous leur empruntions et à quel point du développement de notre recherche nous les avons utilisés.

Dans le prochain chapitre, nous complétons la présentation du contexte de notre recherche. En effet, nous avons introduit la discipline technologique (la construction mécanique) et la discipline générale (mathématiques-sciences physiques et chimiques) : il nous reste à décrire la

[77] Ce test (question de l'enseignant et réponses des cinq élèves) est analysé dans la partie 3, § 3.1.2.

discipline professionnelle éponyme de la filière productique usinage de lycée professionnel. Nous détaillerons ses objets d'enseignement et discuterons la place, héritée et actuelle, de la discipline des mathématiques dans la formation professionnelle.

Chapitre 2 : La filière professionnelle de productique usinage

Le contexte général de notre recherche est celui du lycée professionnel[78]. « *Dernier maillon de la chaîne ne pouvant pas se défausser sur le suivant* » selon le Haut Conseil de l'Education (2009 b), le lycée professionnel a pour objectif de former à un métier autant que « *de faire retrouver aux élèves de l'intérêt pour le travail scolaire et de leur donner conscience de ses finalités* ». Le texte précise :

> Le niveau en disciplines générales garantit l'adaptation à l'évolution future des emplois et la possibilité de suivre avec profit une formation continue […] le projet pluridisciplinaire à caractère professionnel qui réunit enseignements généraux et disciplines professionnelles, a pour but de faire percevoir à l'élève l'unité de sa formation. Les disciplines générales sont fréquemment associées à un passé scolaire rejeté, mais un déficit dans ces disciplines empêche la plupart du temps de réussir dans les matières professionnelles. (HCE, 2009 b, p. 24)

Voici ce que la réforme du lycée professionnel prescrit[79] aux enseignants de la discipline mathématiques-sciences physiques et chimiques : « *les compétences scientifiques doivent être construites, le plus souvent possible, à partir de problèmes issus du domaine professionnel ou de la vie courante* » (*ibid.*). La maîtrise des savoirs conceptuels est ainsi présentée comme un objet d'investissement personnel et sociétal.

Chaque filière professionnelle est organisée en disciplines générales (dont celle des mathématiques-sciences physiques et chimiques) et en disciplines de spécialité professionnelle. Les disciplines de spécialité professionnelle vont par couple : une discipline de pratique professionnelle et une discipline technologique.

Dans le cas particulier de la filière productique-usinage que nous avons choisie comme contexte de recherche, nous avons examiné dans le chapitre 1 chacune des catégories disciplinaires suivantes : la discipline *technologique* de construction mécanique et la discipline *générale* des mathématiques-sciences physiques et chimiques.

L'adjectif *technologique* signifie en même temps la mise en œuvre des procédures et outils actualisés dans le domaine d'activités professionnelles et la structuration des savoirs dans les cadres théoriques de la mécanique et de la géométrie affine euclidienne. En ce sens, nous découvrirons dans les chapitres 8 et 9 que la discipline *professionnelle* de productique usinage peut être considérée comme une discipline technologique.

[78]Nous avons recueilli les données dans deux lycées professionnels : le lycée des Eucalyptus à Nice et le lycée Jacques Dolle à Antibes.

[79]Bulletin Officiel Spécial n°2 du 19 février 2009, programme de mathématiques, sciences physiques et chimiques.

Mais il nous faut d'abord présenter le domaine d'activité de la productique usinage tel qu'il est adapté au lycée et de justifier pourquoi nous avons sélectionné cette filière pour étudier l'enseignement des mathématiques par ces trois disciplines. Pour cela, nous avons choisi d'insérer aussi souvent que possible les descriptions faites par le premier enseignant de productique usinage[80] que nous avons interviewé, parce qu'il a fait un effort de synthèse pour faire comprendre sa discipline et la filière de formation qu'elle engendre.
A la suite de la présentation de la filière productique usinage qui fournit un point de vue situé de l'enseignement professionnel, nous reviendrons, grâce à une revue de la littérature, à des considérations générales sur l'histoire de l'enseignement professionnel. Nous essaierons alors de dégager des caractéristiques de continuité de l'enseignement professionnel pour en faire le point de départ de notre réflexion sur les trois disciplines étudiées. A cette occasion, nous décrirons l'évolution de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement professionnel.

2.1. La discipline de productique usinage

La discipline de productique usinage est présentée ici dans ses aspects généraux, à partir des objets matériels ou conceptuels sur lesquels elle se fonde, puis de son identification à une discipline scolaire professionnelle.

2.1.1. Différents points de vue sur les objets de la productique usinage

Au lycée professionnel, l'expression *productique usinage* désigne à la fois une discipline scolaire et une formation à un domaine d'activités professionnelles. La description d'une filière professionnelle met en jeu les attentes de l'institution à l'issue de la formation à la sortie du lycée, et les principes du domaine d'activité lui-même, les deux axes étant fortement liés. Pour illustrer cette structure, nous avons croisé trois sources (un témoignage d'enseignant et deux documents officiels) qui se complètent et se nuancent, donnant à voir les domaines d'intervention du métier d'usineur et sa situation dans la catégorisation socio-professionnelle :

1. c'est la réalisation de/ d'une forme / à partir d'un/ d'un élément, ouais// on va acheter directement des barreaux euh /à l'industrie lourde/ donc directement au fourneau et nous on va leur donner une forme/ une précision/ une résistance suffisantes pour l'emploi qu'on veut en faire

   (Entretien avec un enseignant de productique usinage, E–pu1)

2. Le titulaire du baccalauréat professionnel "Technicien d'usinage" est un technicien d'atelier qui maîtrise la mise en œuvre de tout ou partie des moyens de production permettant d'obtenir des produits par enlèvement de matière. Il possède des connaissances en gestion de production référées à un contexte de productivité déterminé.

   (Arrêté définissant la formation en productique usinage, 2004, p. 4)

[80]Cet enseignant est appelé E-pu1 dans le verbatim. Le verbatim est consultable dans la partie *Annexe des données*.

3. [...] le titulaire du bac pro-usinage est capable de lire, analyser et modifier des dessins techniques, y compris par des moyens informatiques, mettre en œuvre des machines-outils conventionnelles ou à commande numérique, réaliser des opérations d'usinage et d'assemblage avec assistance informatique, mesurer et vérifier le résultat obtenu, réaliser ou participer à des opérations de maintenance des moyens de production. (Portail de l'ONISEP[81] 2012-2013, en ligne)

Les descriptions 1 et 2 mettent en exergue le travail conceptuel et matériel à effectuer pour garantir une fonction d'usage à une pièce : il s'agit d'enlever de la matière à un barreau d'acier pour le transformer en un objet utile, au sens où il satisfait un besoin exprimé (Figure 10[82]).

Les descriptions 2 et 3 mettent l'accent sur les moyens de production matériels ou sémiotiques et les compétences visées dans la maîtrise des processus de production et de communication. L'expression *technicien d'atelier* est à comprendre en vis-à-vis de *technicien de bureau d'étude*, le bureau d'étude étant un espace de travail en amont de l'atelier. La représentation du métier d'usineur n'est donc pas celle d'un poste d'exécution mais s'inscrit dans un processus d'interaction documentaire.
Les descriptions 1 et 3 pointent sur l'optimisation et l'économie des ressources : il s'agit de dimensionner de façon *suffisante* un objet en fonction de l'usage visé et de *maintenir* les moyens d'actions.
En tant que discipline d'enseignement, la productique usinage se constitue à partir d'un système de connaissances relevant de la géométrie (*forme, mesure, précision*), des sciences physiques (*résistance*), et du dessin technique : ce que dispensent à elles trois les disciplines de construction mécanique, de productique usinage et des mathématiques-sciences physiques et chimiques.

En tant que formation à un domaine d'activité, la productique usinage étudie donc les objets techniques réalisables par enlèvement de matière, les moyens, les processus et les démarches optimisant la production de ces objets.

[81] ONISEP signifie : Office National d'Information sur les Enseignements et les Professions.
http://www2.ac-lyon.fr/cio42/firminy/IMG/pdf/bac_pro_2012.pdf

[82] Ces photographies ont été prises à l'intention d'enseignants de mathématiques réunis à l'occasion d'un stage de formation continue consacré au passage de l'espace au plan selon les prescriptions du programme (BO du 19/02/2009). Il s'agissait, entre autres, d'étudier des exemples tirés de la vie courante ou de la spécialité professionnelle.

Figure 10 : Un barreau d'acier (a) et un objet technique usiné (b)

Nous profitons des conditions matérielles décrites (Figure 10) pour mettre en évidence quelques différences essentielles de transposition mathématique concernant la conception des solides entre la discipline productique usinage et la partie mathématiques de la discipline générale.

2.1.1.1. Du barreau au *cylindre*

En sciences physiques, un solide est un objet matériel indéformable sous certaines conditions de température et de pression stables dans le temps. Un solide, au sens physique, a donc une forme et des dimensions. En mathématiques, le cadre géométrique euclidien permet de décrire un solide comme une région de l'espace sans référence à aucun repère temporel.
A moins de ne pas le décomposer, un solide présente le plus souvent des éléments de symétrie (axe de révolution, plan de symétrie) de telle sorte que son étude se ramène soit à l'étude de la génération de la surface délimitant la région de l'espace dans le cadre de la géométrie descriptive, soit à l'étude de grandeurs associées (volume, aire de surface développée, hauteur, longueur de côté, angle dièdre) dans le cadre de la géométrie euclidienne.

Le barreau d'acier est un bon exemple pour montrer, dans la discipline productique usinage, la contribution des deux cadres géométriques permettant d'étudier d'une part la forme de la surface et, d'autre part, ses dimensions.
En tant que discipline technologique, la productique usinage modélise mathématiquement un barreau d'acier par une surface de révolution infinie. La section du barreau est le plus souvent circulaire mais elle peut aussi être carrée, rectangulaire, etc. Considérons un barreau de section

circulaire. Le terme ‘barreau’ désigne un objet long qu’il faudra débiter en pièces de hauteurs spécifiées et qui, elles, seront usinées.

Du point de vue de la forme de la surface, un cylindre est caractérisé dynamiquement, par son invariance globale par rotation autour de son axe et par translation parallèlement à cet axe, ce qui est à mettre en relation avec les outils d’usinage qui sont des outils à tour.
Du point de vue dimensionnel, le cylindre modélise le barreau est caractérisé par son diamètre, ce qui est à mettre en relation avec le mesurage pratiqué « de l’extérieur » en tâtonnant jusqu’à obtenir empiriquement la plus grande mesure.
Au contraire, dans la partie mathématique de la discipline générale, le cylindre (droit) est présenté comme un volume, c'est-à-dire une partie mesurable de l’espace par la spécification d’une hauteur impliquant deux faces circulaires et la définition du cercle comme lieu plan d’équidistance à un point. Dans ce cas, un cylindre est caractérisé de façon statique, par deux paramètres : sa hauteur et son rayon impliquant la notion de centre de cercle.

Nous avons donc à faire à deux définitions disciplinaires différentes de l’objet mathématique *cylindre* correspondant chacune à des activités disciplinaires spécifiques.

2.1.1.2. La diversité des relations topologiques

L’enlèvement de matière amène à réaliser des pièces dont les modèles mathématiques sont des solides non convexes, ainsi que l’illustre la partie creuse de la jupe de piston (Figure 10. b). La productique usinage et le dessin technique développent des outils sémiotiques (nom d’outil, code graphique, etc.) spécifiques liés à la description des formes et des dimensions mais aussi de relations spatiales variées : orthogonalité, parallélisme, obliquité, co-axialité, inclusion sans contact, tangence, intersection linéique, intersection surfacique, etc., pour rendre compte du profil d’une pièce, pour distinguer surfaces intérieures et surfaces extérieures, pour ordonner les opérations d’usinage correspondantes, pour spécifier la qualité attendue des contacts entre surfaces, …
L’univers des solides matériels et conceptuels est ainsi beaucoup plus divers et différencié dans les disciplines de productique usinage et de construction mécanique que dans la discipline de mathématiques-sciences physiques et chimiques.

2.1.1.3. De la variabilité du réel à la variabilité conceptuelle
Nous évoquons ici les concepts rendant compte de l’écart entre les objets conceptuels et les objets réalisés. En effet, en productique usinage, il s’agit de produire un objet matériel à partir d’un objet défini conceptuellement, dit nominal, considéré comme parfait mais irréalisable au sens où il est impossible de produire une série d’objets matériels qui lui soient exactement conformes.

> […] ce besoin permanent de prendre en compte une géométrie plus réaliste que la géométrie nominale dans l’ingénierie, la spécification des variations géométriques [est] appelée plus communément « tolérancement » (Mathieu *et al.*, 2013, p. 22)

La construction mécanique a ainsi inventé le concept d'*intervalle de tolérance* qui anticipe l'écart algébrique maximal entre les dimensions nominales et les dimensions acceptables permettant d'assurer la fonction technique de l'objet (fonctionnalité, durabilité, maintenance). Plus la précision dimensionnelle attendue est grande, moins l'intervalle de tolérance est étendu. L'intervalle de tolérance est donc un concept relatif à la variabilité de la matière faisant le lien entre ce qui est défini mathématiquement et ce qui est réalisé à l'usinage.

Dans l'atelier de productique usinage, on manipule trois types d'objets : les objets nominaux, parfaits mais irréalisables, les objets conceptuels définis dans l'intervalle de tolérance et les objets réalisés dont il faut vérifier la qualité, c'est-à-dire la conformité dimensionnelle à l'intervalle de tolérance. Ils peuvent être appréhendés par les outils de la géométrie (forme, dimension, position) ou ceux de la mécanique (résistance), ou encore ceux de la technologie (fonctionnalité, durabilité, maintenance). Pour notre part, ce qui nous intéresse est la contribution des mathématiques (avec les notions de forme, dimension, position, mais aussi fluctuation de la moyenne statistique) à leur apprentissage.

La productique usinage (en tant que chaîne d'activités allant de la conception au contrôle qualité) a trois exigences :

- Celle de transmettre des données descriptives sans équivoque et sans erreur : nous avons dans la section précédente abordé les enjeux de la normalisation du langage de spécifications géométriques des produits ;
- Celle d'anticiper l'écart entre l'objet nominal et l'objet réel ;
- Celle de vérifier l'écart entre l'objet nominal et l'objet réel.

L'objet *intervalle de tolérance* des disciplines spécialisées pourrait être mis en relation avec l'objet *intervalle de fluctuation* [83] du programme de *mathématiques* de la discipline générale :

> La notion de fluctuation d'échantillonnage, essentielle en statistique, est abordée dans cette partie du programme en étudiant la variabilité d'observation d'une fréquence. Elle favorise une expérimentation de l'aléatoire. L'objectif de ce module est de faire comprendre que le hasard suit des lois et de préciser l'approche par les fréquences de la notion de probabilité initiée en classe de troisième. (BOEN spécial n°2 du 19/02/2009, p. 6)

Il s'agit dans tous les cas de conceptualiser la variabilité d'un phénomène. Cependant, les définitions de ces deux types d'intervalles, leur notation et le discours sur l'aléatoire associé à la variabilité de la matière sont très différents[84] selon les disciplines.

---

[83] La notion d'intervalle de fluctuation d'une variable *fréquence aléatoire* suppose qu'on dispose d'un modèle probabiliste. La loi faible des grands nombres indique, sous certaines conditions, que, plus le nombre de réalisations d'une expérience aléatoire est grand, plus la fréquence moyenne d'apparition d'un caractère aléatoire donné se rapproche de sa probabilité théorique (celle qui est annoncée dans le modèle préalable). L'objet intervalle de fluctuation est enseigné en seconde en lycée général, technique et professionnel.

[84] Un intervalle de tolérance est relatif à la mesure d'une grandeur géométrique (angle, longueur). Il est donc associé à une unité de grandeur et n'est pas nécessairement centré sur la valeur nominale de cette grandeur.

Pour satisfaire les trois exigences précitées, la construction mécanique et la productique usinage (en tant que domaines d'activité) définissent ou utilisent différents concepts qui sont à la fois technologiques et mathématiques :

- Des objets géométriques jouant le rôle de point, de ligne ou de surface de référence sans correspondant matériel (*centre, axe, plan de symétrie, plan ou ligne d'origine*) qui servent au concepteur à décrire les positions relatives d'éléments de surfaces à tout moment du projet de fabrication, ou au technicien d'usinage pour interpréter les informations données par le concepteur ;
- Des objets géométriques exprimant la variabilité des formes et relations dans l'espace physique (surface de *peau* ; vecteur jeu) ;
- Des objets numériques exprimant la variabilité des grandeurs mesurables (intervalle de *tolérance*).

Puisque dans cette première partie, notre but n'est pas de présenter exhaustivement la discipline de productique usinage mais de la présenter suffisamment pour en saisir les objets et les problématiques spatiales, nous disposons d'assez d'éléments pour caractériser l'espace de travail géométrique de cette discipline au niveau de formation du lycée professionnel. C'est l'objet de la prochaine section.

2.1.2. L'espace de travail géométrique de la productique usinage

Un solide conceptuel – c'est-à-dire un solide possible conçu à partir d'un solide nominal–, résulte de la combinaison de modèles géométriques qui permettent de raisonner dans l'espace et de savoirs sur les outils et la matière qui servent à le réaliser.

Selon Grize (1992), un raisonnement est un discours fondé sur des données (ici celles relatives à l'objet technique à réaliser), ayant une intention (ici celle de garantir la transmission sans erreur de la définition de l'objet à réaliser) et utilisant pour cela une sémiotique (ici issue de la combinaison des langages graphique, mathématique et naturel).

Ce que nous appelons *travail géométrique* est l'effort à faire pour raisonner en productique usinage, c'est-à-dire l'effort pour faire le lien entre les données et les systèmes théoriques explicatifs : celui de la géométrie affine euclidienne, celui de la construction mécanique, celui de la productique.

Mais les systèmes théoriques en présence ne sont pas les seuls déterminants du travail géométrique. Les dimensions de l'objet de travail géométrique exercent une influence sur la façon de se référer aux systèmes théoriques tout en en utilisant les outils conceptuels, ainsi que l'expliquent Fenichel *et al.* (2004, p. 33) en faisant référence aux travaux de Brousseau (1983).

Un intervalle de fluctuation est relatif à la fréquence d'occurrence d'un caractère distribué aléatoirement (par exemple la longueur d'un objet fabriqué industriellement). Il est donc inclus dans l'intervalle [0, 1], n'est associé à aucune unité de grandeur et est centré sur la probabilité (valeur théorique) d'apparition du caractère étudié.

Le micro-espace est l'espace des petits objets. Le sujet, restant extérieur à l'espace d'objet qu'il étudie, peut accéder à ce dernier par la manipulation, la vue, globalement et directement.
Le méso-espace est un espace qui n'est plus contrôlable que par la vue : les objets y sont fixes (non manipulables) et mesurent entre 0.5 et 50 fois la taille humaine (*ibid*.). Dans cet espace où les déplacements des objets ne sont plus possibles et qui inclut le sujet, un certain niveau de coordination des différents points de vue est nécessaire.
Enfin, dans le macro-espace, non accessible par la vue, le sujet doit intellectuellement coordonner différentes visions locales pour construire une représentation globale.

En productique usinage, deux espaces coexistent : le micro-espace des pièces (Figures 3, 8) et des outils et le méso-espace de la machine outil à commandes numériques dont le modèle géométrique est un des principaux objets d'enseignement de la discipline (Cf. *Annexe des documents*).
Dans les micro-espaces, le rapport de grandeur entre le sujet et un barreau d'acier et, par conséquent, le rapport de grandeur entre le sujet et l'objet technique à réaliser sont tels que la prise en main de l'objet ou certaines vérifications visuelles sont possibles. Dans le méso-espace physique, la conception double (celle de l'objet technique, celle de la procédure d'usinage) nécessite de se référer à un espace mathématique, l'espace affine euclidien. Les questions posées par la nécessité d'anticiper et d'optimiser les actions de la chaîne productique sont transformées en questions mathématiques, c'est-à-dire déplacées sur des objets mathématiques qui modélisent l'espace physique.
Nous allons nous intéresser à la part mathématique du raisonnement spatial qui entre en jeu lors des phases de conception puis de réalisation menant de (a) à (b) sur la figure 10.
Le raisonnement spatial mathématique à propos du solide *conceptuel* consiste en un enchaînement d'activités mathématiques diversifiées « *beaucoup plus riche qu'une simple déduction formelle* » (Kahane, 2000, p.5).

> Au-delà de [la] connaissance familière s'inscrit une pratique plus proprement géométrique qui permet, elle aussi, de parfaire la connaissance de l'espace. Cet apprentissage repose notamment sur l'étude des solides (polyèdres, sphères, cylindres, *etc*.), que l'utilisation d'outils mathématiques permet de mieux appréhender. Ainsi, l'étude de symétrie de ces objets (en particulier la recherche des rotations qui les conservent) est importante à la fois pour leur représentation et pour la compréhension de leur mouvement. L'examen et la construction de leurs sections planes, de leurs projections et de leurs contours apparents permet de multiplier les représentations de ces objets, planes ou en perspective, et donc de mieux les comprendre. (*ibid*.)

Nous allons succinctement exposer deux façons de considérer le raisonnement spatial sur les solides qui nous semblent importantes pour la suite de notre étude.
Selon un premier point de vue, le raisonnement spatial mathématique s'intéresse au solide pour lui-même : cela consiste à décrire un solide par ses éléments de symétrie et par ses invariants lors de déplacements et des changements d'échelle, ainsi qu'à construire des représentations figurales qui donnent à voir ces invariants. Ce point de vue s'appuie sur des savoirs mathématiques (grandeurs, point, droite et plan, orthogonalité et parallélisme, projection, figures remarquables, repérage), sur l'expérience physique de l'espace (mouvement, trajectoire,

verticalité, solides matériels, etc.), et sur des compétences de communication (plan, vue, etc.). L'apprentissage de cette phase de raisonnement concerne des objets réels ou des objets utiles. Historiquement, c'est à partir de champs techniques que les mathématiques se sont préoccupé de construire des outils conceptuels pour rationaliser la description des solides et leur mouvement dans l'espace : la géométrie projective pour la taille de la pierre au XVII^e siècle, la géométrie descriptive pour l'architecture militaire au XVIII^e siècle, la méréologie pour l'imagerie numérique au XX^e siècle. Cette première phase correspond à un point de vue focalisé sur le mouvement d'un solide de l'espace : c'est le même objet qu'on étudie soit de façon statique, c'est-à-dire qu'on ne considère que des variables d'espace, soit de façon dynamique en incluant la variable temps. Les concepts de *déplacement*, de *trajectoire*, de *profil*, de *point générateur* sont caractéristiques de cette approche dont nous qualifions le cadre mathématique de cinématique.

Un deuxième point de vue du raisonnement spatial consiste à recourir aux groupes de transformation affine de l'espace (au sens de *groupe algébrique*[85]) pour effectuer différents classements sur les solides ou les surfaces de l'espace. Le classement se fait indépendamment de la conjoncture physique ou technologique, c'est-à-dire en écartant les questions que l'on se pose sur les causes ou les moyens qui produisent les mouvements. Les transformations envisagées sont les homothéties, les translations, les rotations et les symétries orthogonales mais aussi éventuellement, certaines composées de ces transformations. Ce deuxième point de vue correspond à un point de vue ensembliste où l'on cherche à caractériser les lieux invariants point par point ou globalement invariants[86] : ce sont chaque fois deux objets couplés qu'on étudie selon une relation univoque et réciproque, celle d'un point à son image. Les concepts d'*ensemble* et de *composition* d'applications sont caractéristiques de cette approche dont nous qualifions le cadre mathématique d'algébrique.

La présentation de la discipline de productique usinage ne permet pas pour l'instant de donner des exemples de raisonnement de nature cinématique ou algébrique. Contentons-nous de rappeler que le raisonnement spatial en mathématiques est descriptif : il ne consiste pas à créer de nouveaux savoirs ou à garantir une proposition énoncée ainsi que le fait une activité de démonstration. Il consiste à assurer une transmission juste des données et est essentiellement descriptif des formes, dimensions, positions relatives mais aussi des modes de génération de surfaces connaissant le mouvement des outils d'usinage. Nous traitons différents exemples de raisonnement dans les parties 2 et 3.

[85] Une définition de ce qu'est un *groupe algébrique* est proposée dans l'annexe n°4 de la partie *Annexe des démonstrations*.

[86] La distinction entre un ensemble invariant point par point et un ensemble globalement invariant est expliquée et illustrée dans l'annexe n°4 de la partie *Annexe des démonstrations*.

Ainsi quand on étudiera certaines activités de productique usinage (réglage de machine outil, classement de surfaces, etc.), il faudra se positionner par rapport à l'un ou l'autre point de vue, cinématique ou ensembliste, pour aborder l'organisation mathématique qui le sous-tend.
L'alternative entre les deux cadres mathématiques que nous venons de décrire, se retrouve dans les normes professionnelles de spécifications géométriques du dessin technique. Nous les introduisons ici car elles contribuent à définir l'espace de travail géométrique, par leurs références à des savoirs géométriques et à des savoirs technologiques. Rappelons que le technicien d'usinage « est capable de lire, analyser et modifier des dessins techniques »[87].

2.1.3. La normalisation du dessin technique

Les tâches assistées par ordinateur (conception, traitement des outils, simulation d'usinage, réglage des outils et vérification) génèrent chacune à leur tour des documents numériques cohérents entre eux (dessin technique, programme de travail, séquences d'instructions). C'est ce qui fait dire que le métier de technicien d'usinage est un *métier de la chaîne numérique*, cette expression signifiant que, du concepteur à l'usineur puis au contrôleur, les acteurs de la productique partagent les mêmes documents numériques et utilisent un même langage graphique normalisé. Dans la sphère de la productique usinage, la chaîne numérique et les normes de dessin technique permettent d'optimiser les ressources (temps de travail, matière usinée) en minimisant les erreurs d'interprétation et en anticipant les erreurs tolérées. Ce qui est un enjeu dans l'industrie se répercute dans la sphère éducative où l'un des objectifs de formation professionnelle est de développer des compétences d'analyse et d'interprétation des documents de la chaîne numérique.
Nous reproduisons ci-après (Figure 11) un extrait du document de l'Éducation nationale *Exploitation du concept G.P.S. et de la normalisation pour la Spécification Géométriques des Produits* (1999). Ce document d'autoformation a été mis, en ligne[88], à disposition de « *tous les enseignants de génie mécanique des lycées technologiques ou professionnels, quelque soient les niveaux auxquels ils enseignent* » (*ibid.*, p. 1), pour les sensibiliser au langage graphique normalisé appelé G.P.S. (Geometrical Product Specification) et « *aux conséquences que cela conduit dans leur enseignement* » (*ibid.*, p. 1).

---

[87] L'ONISEP, 2012- 2013 http://www2.ac-lyon.fr/cio42/firminy/IMG/pdf/bac_pro_2012.pdf
[88] Source : http://eduscol.education.fr/sti/ressources_pedagogiques/specification-geometrique-des-produits

Le Concept de Spécification Géométrique des produits (Geometrical Product Specification) proposé par l'organisation internationale de normalisation (ISO) a pour but de fournir des normes cohérentes dans les domaines de la spécification et de la vérification de la géométrie des produits (ISO/TR 14638).

La spécification de la géométrie des produits consiste à définir les caractéristiques géométriques fonctionnelles entre les pièces, les caractéristiques macro et micro géométriques des surfaces des pièces elles-mêmes à divers stades de leur transformation ainsi que les limites de leur variation qui assureront le fonctionnement attendu des produits.

La vérification de la géométrie des produits quant à elle, doit permettre de s'assurer par la mise en œuvre de moyens métrologiques que les pièces physiques réalisées sont bien conformes aux spécifications. Cette vérification est non seulement pratiquée sur les pièces dans leur état final mais également à divers stades de leur transformation. Elle procède très généralement par la quantification des caractéristiques spécifiées, suivie d'une évaluation des incertitudes de mesure.

La spécification et la vérification de la géométrie des produits constituent deux activités importantes de la maîtrise de la qualité des produits. Elles concernent divers services d'une entreprise, les études, les méthodes, la production et le contrôle pour ne citer que les principaux. Les acteurs de ces services ont besoin de communiquer et pour cela, ils doivent disposer d'un langage commun.

De grandes entreprises ont déjà engagé la formation de leurs techniciens à ce langage commun.

Le CERPET (Centre d'Etudes et de Recherche Pédagogique de l'Enseignement Technique) a décidé sous l'égide de la Direction de l'Enseignement Scolaire de mettre en place une innovation pédagogique, pilotée par l'Inspection Générale STI, afin de permettre aux professeurs de disposer sur le serveur du Centre National de Ressources (http://www.cnr-cmao.ens-cachan.fr) d'un document d'accompagnement du plan de formation engagé au plan national et démultiplié dans les académies.

Figure 11 : Introduction de M. Aublin, inspecteur général de l'Éducation Nationale, *in Exploitation du concept G.P.S. et de la normalisation pour la Spécification Géométriques des Produits,* 1999 (page non numérotée).

Le concept G.P.S. est défini par l'Organisation internationale de normalisation (ISO). Il a donc une origine professionnelle ; il unifie et garantit la description géométrique (forme, dimensions, position, précision) du début à la fin de cycle (spécification et vérification). Srinivasan *et al.* (2001) expliquent pourquoi les mathématiques 108contribuent de façon importante à l'établissement d'un langage normalisé :

> ISO/TC 213 strives to give primacy to mathematical definitions. As a fundamental rule, ISO/TC 213 has decided to base all its definitions on mathematics […] so that product functions can be simulated using physical and mathematical model. (Srinivasan *et al.*, 2001, p.6)

Toutefois, dans la filière professionnelle de productique usinage, si le dessin technique et la chaîne numérique sont utilisés par les deux disciplines, productique usinage et construction mécanique, la normalisation du langage de spécification géométrique n'est pas encore achevée, ainsi que le montrent les dessins techniques de la Figure 12.
Par ailleurs, la normalisation du langage de spécification des formes, dimension et tolérancement des produits fait l'objet de remaniements constants de la part du comité ISO[89] et de propositions, y compris pédagogiques, de la part de la recherche universitaire (Mathieu *et al.*, 2013).

[89] ISO : International Organization for Standardization (organisation internationale de normalisation).

La Figure 12 présente deux extraits de dessin technique, l'un n'étant pas normalisé et l'autre l'étant. Les dimensions y sont du même ordre de grandeur, le centimètre (les mesures étant par défaut exprimées en millimètres). Dans le dessin normalisé, les tolérances– c'est-à-dire la variabilité tolérée – sont spécifiées en position, en forme, en dimension par rapport au plan de référence A selon une syntaxe et un code fixés.

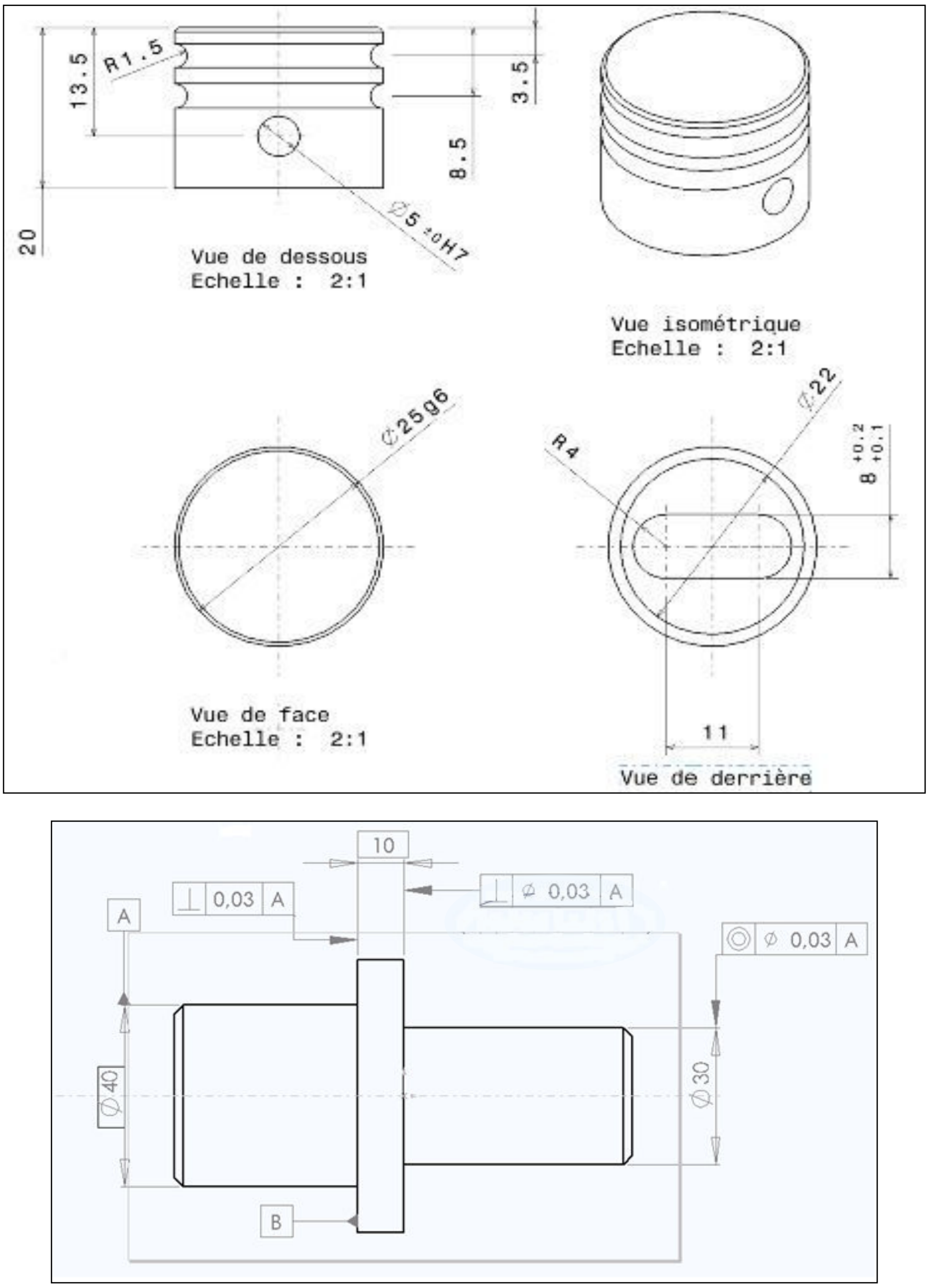


Figure 12 : Dessin technique non normalisé (en haut), dessin technique normalisé (en bas).
Ces dessins proviennent de documents pédagogiques.

Bien qu'elle émane du monde de la production industrielle, la norme GPS agit comme un concept mathématique structuraliste – et c'est sans doute pour cette raison qu'elle est parfois

désignée par l'expression *concept* GPS : elle formalise, unifie, généralise et simplifie[90] la manière de qualifier, coder, traiter les relations entre lignes et surfaces (parallélisme, orthogonalité, co-axialité, *etc*.).
En rationalisant et stabilisant la manière de concevoir les spécifications géométriques, la norme GPS résout une problématique de communication (réduction des erreurs, des équivoques) et d'optimisation des ressources, commune à de nombreux domaines d'activités industrielles. Dans le même temps, elle oblige les praticiens à renoncer à leurs habitudes locales ou de corps de métier.
Nous ne développons pas davantage la description du langage normalisé G.P.S. car nous le ferons dans le chapitre 3.

2.2. Continuités et tensions dans l'histoire de l'enseignement professionnel

Nous venons de présenter les objets de l'activité de productique usinage. Nous présentons maintenant la discipline de productique usinage, en tant que discipline professionnelle, à travers l'histoire des enjeux de l'enseignement professionnel.

2.2.1. Sensibilité des disciplines professionnelles au tissu industriel local

La formation professionnelle scolaire se structure entre 1945 et 1953 dans le contexte particulier de l'après-guerre où le besoin de l'industrie en main d'œuvre qualifiée s'accroît fortement. La réponse trouvée par l'État est de fonder un nouvel ordre d'enseignement dit *Enseignement Technique Court* consistant à organiser les apprentissages d'un métier à l'école, selon un engagement bipartite entre l'État et le patronat.
Il est tout d'abord important de signaler que si la France a intégré très tôt la formation professionnelle dans le système éducatif national, cette stratégie correspond à un choix qui n'est partagé que par quelques pays en Europe :

> En Europe, les systèmes nationaux d'enseignement professionnel sont extrêmement divers. La formation sous contrat d'apprentissage « ne constitue pas un mode de formation dominant en Europe, même si beaucoup de pays proposent cette filière. […] Dans certains pays (Allemagne, Autriche, Suisse, Danemark, Norvège), la formation en apprentissage représente la voie dominante, voire la seule, pour préparer une qualification professionnelle reconnue. D'autres pays (France, Finlande, Pays-Bas) ont un système de formation professionnelle initiale à dominante scolaire, mais l'apprentissage existe et permet d'obtenir les mêmes qualifications que celles préparées en école ou lycée professionnels. D'autres pays enfin pratiquent presque exclusivement l'alternance sous statut scolaire [Suède, Espagne ; et Japon et

---

[90] Les quatre verbes font allusion à l'expression *concept FUGS* (formalisateur, unificateur, généralisateur, simplificateur) qui est apparue dans le contexte de l'enseignement- apprentissage de l'algèbre linéaire au niveau universitaire dans les travaux de Dorier (1997, *L'algèbre linéaire en question*, collection Bibliothèque de Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble : La Pensée Sauvage Éditeur).
Hausberger (2012, p. 430- 431) fait le point sur les différentes hypothèses de caractérisation d'un concept FUGS.

Corée]. » (*Vues d'Europe - L'apprentissage, des situations diversifiées*, étude comparative réalisée par la Chambre de commerce et d'industrie de Paris, novembre 2008, cité par le Haut Conseil de l'Éducation, 2009 b, note p. 5)

En France, dès 1945, la création des *Centres d'Apprentissage* marque la scolarisation de la formation professionnelle et la conciliation entre les orientations éducatives prônées par l'État et les besoins exprimés par le patronat :

> En effet, les programmes d'enseignement sont élaborés par l'Institution et ceux d'examen sont préparés au sein des Commissions Nationales Professionnelles Consultatives (CNPC) par des représentants de l'État, du Patronat et des syndicats. (Sido, 2008, p. 2)

Aujourd'hui encore, les filières professionnelles sont sujettes aux fluctuations des secteurs d'activités économiques ainsi qu'en témoignent les deux séquences conversationnelles[91] recueillies auprès de l'enseignant E-pu1 de productique usinage que nous avons interviewé.
Dans la première séquence ci-après, on voit comment la filière productique usinage est liée au secteur local d'activité industrielle.
E-pu1 décrit d'abord les enjeux professionnels de sa discipline : optimiser les ressources au travers du concept de *qualité* issu des théories pratiques de management de projet. Le concept de qualité exprime l'adéquation entre l'expression d'un besoin et la satisfaction de celui-ci. Dans le champ de la productique usinage, le besoin s'exprime à travers une fonction d'usage visée et sa satisfaction est assurée par le choix d'une solution technique et la réalisation d'un objet technique. La légitimité de la discipline de productique est ancrée dans le tissu industriel local et dans la plus-value du savoir-faire. On peut constater qu'au tour de paroles 54, l'enseignant E-pu1 utilise un argument de persuasion (*ne pas être délocalisé en Asie*) pour augmenter la légitimité de sa discipline.

43 Ch : […] dans quel cas vous modifiez les dessins par exemple ?
44 **E-pu1 :** euh quand on a des dimensions qui sont infaisables ou des formes qui sont trop complexes/ on voit avec le bureau d'études pour des modifications directement en bâtisse
45 Ch : d'accord
46 **E-pu1 :** en général / c'est des contraintes technologiques ou financières / ça revient toujours **à ça**
47 Ch : les formes trop complexes/ c'est par rapport aux appareils qui permettent d'usiner
48 **E-pu1 :** par rapport aux appareils/ des des des des dimensions qui seraient trop précises par rapport à leurs fonctions engendrent des coûts qui sont inappropriés
49Ch : O.K. donc y'a le coût qui intervient
50 **E-pu1 :** oui/ euh // énormément
51Ch : sur la durée vous voulez dire ou sur euh ?
52 **E-pu1 :** sur le temps d'usinage et l'nombre d'outils qui sont mis en œuvre
53 Ch : ah// parce que les élèves sont sensibilisés à ça aussi ?
54 **E-pu1 :** oooui / c'est l'cœur du métier //c'est ça qui nous empêche d'avoir délocalisé toute notre production en Asie/ not' savoir-faire/

[91] Les séquences 2 et 8 proviennent d'un entretien long semi-dirigé, dont le verbatim intégral est consultable dans la partie *Annexe des données*.

55 Ch : d'accord / donc attendez/ j'vais l'noter // donc le nombre d'étapes / de gestes
56 **E-pu1 :** euh/ le nombre d'étapes / le nombre d'outils et le temps de production.
57 Ch : O.K / alors euh // ici/ là/ à Antibes/ où les élèves trouvent-ils leur implantation de stage ?
58 **E-pu1 :** Antibes euh essentiellement Antibes et Cannes / Antibes / Cannes-la-Bocca.
59 Ch : d'accord // dans des entreprises / comme vous m'avez dit tout à l'heure / qui travaillent sur //
60 **E-pu1 :** oui / en sous-traitance aérospatiale / beaucoup de sous-traitance aérospatiale
61 Ch : d'accord //
62 **E-pu1 :** (*toux*)
63 Ch : d'accord //et vous les aidez à trouver leur stage ou ce sont eux qui se débrouillent ?
64 **E-pu1 :** oui/ on les aide.

Dans la seconde séquence, ci-dessous, on assiste aux effets de l'évolution de l'activité industrielle locale sur la durée de vie des filières de formation professionnelle.
L'enseignant se montre spectateur engagé des changements structurels divers qui affectent l'enseignement professionnel : il évoque d'une part la discipline technologique de *construction mécanique*, couplée à sa propre discipline, et, d'autre part, la discipline professionnelle d'EDPI[92]. Par sa manière de se référer aux anciennes dénominations (561[93], 583 : emploi de l'imparfait, indicateur temporel *avant*) pour y chercher une explication, il affiche son scepticisme à l'égard des nouvelles dénominations de ces deux disciplines. Sa posture n'est neutre qu'en apparence, car le jugement de valeur (561 : *plus approprié*), la modalisation (585 : *un petit peu évolué*), la métaphore politique (594 : *ballotage*) sont autant de façon de marquer sa prise de distance, et d'indiquer que le changement des noms n'a pas modifié la représentation qu'il avait de la place du dessin technique.

553 **E-pu1 :** oui/ oui/ t'façon / nous on travaille sur des éléments d'base hein euh//on combine c'est tout
554 Ch : O.K. donc y'a d'accord … l'apprentissage//donc ça l'apprentissage de toutes ces normes là euh/ …
555 **E-pu1 :** construction/ c'est pas moi
556 Ch : d'accord/ c'est une autre matière en fait
557 **E-pu1 :** oui
558 Ch : et la construction/ est-ce que vous pourriez juste me donner une définition/ parce que j'suppose que vous en avez fait pendant vos études ?
559 **E-pu1 :** ah/ c'est obligatoire chez nous euh …
560 Ch : oui ?
561 **E-pu1 :** la construction/ c'est … c'est c'qui s'app'lait avant l'dessin technique//c'qui était bien plus approprié//
562 Ch : clair à comprendre/ oui//
563 **E-pu1 :** c'est uniquement la génération d'ce genre de plan.
564 Ch : donc c'est apprendre à générer des//
565 **E-pu1 :** à faire des plans/ des dessins normalisés et à les lire
[…]
578 Ch : et oui //et est-ce que vous voyez une autre discipline métier qui s'rait euh/ oh pas la même que la votre/ mais qui utiliserait beaucoup de/ de solides ?

[92] EDPI : *Étude et Définition des Produits Industriels*.
[93] Ces nombres désignent les tours de paroles numérotés des séquences.

579 **E-pu1 :** euh en solides/ vous avez EDPI/ c'est euh conception d'produits
580 Ch : euh conceptions de produits //industriels ?
581 **E-pu1 :** oui euh //
582 Ch : d'accord
583 **E-pu1:** euh avant/ ça s'app'lait CPI/ conception d'produits industriels/ mait'nant ça s'appelle EDPI[94]/ donc c'est toute la partie/ la conception/ c'est entre l'ouvrier et l'ingénieur pour travailler
584Ch : d'accord
585 **E-pu1 :** on va dire c'est un dessinateur un p'tit peu évolué
589 Ch : (*rire*)
590 **E-pu1 :** c'est euh très axé sur l'dessin et la conception// alors eux/ i's mangent du 3D du matin au soir
591 Ch : d'accord//et ceux-là/ vous pensez que j'peux les trouver où ?
592 **E-pu1:** alors fut un temps/y'en avait à Cannes/ je sais pas si i's y sont toujours/ à Hutinel[95]// y'avait une section EDPI/ je sais pas si elle existe toujours
593 Ch : d'accord/ ben j'peux m'renseigner déjà
594 **E-pu1 :** ouais/ je sais qu'elle était en ballotage à un moment//
595 Ch : oui/d'accord//et donc vous/vous dites que votre formation/elle est pas très connue ?
596 **E-pu1 :** elle est même/totalement inconnue//

Ainsi, la dépendance envers l’environnement industriel et économique immédiat qui caractérise l’enseignement professionnel court, perdure, obligeant l’offre institutionnelle de formation à des mises à jour d’ordre varié concernant le référentiel des compétences professionnelles, les noms des métiers, les niveaux des diplômes, l’ouverture de filières de formation initiale, l’équipement en matériels des lycées, le recrutement des enseignants, les campagnes publicitaires sur certaines filières, etc. Cette caractéristique constitue une différence fondamentale avec la discipline des mathématiques dont l’institutionnalisation est contemporaine de la création de l’enseignement public au début du XX^{e} siècle, et qui semble avoir bénéficié depuis d’une grande stabilité, si l’on excepte la brève crise révolutionnaire des « ‘maths modernes » des années 1970.

Pourtant, bien que la discipline de productique usinage – dont l’arrêté de définition date de 2004 – soit incomparablement plus jeune qu’une discipline générale, et que sa jeune histoire soit assez mouvementée, elle présente plus de points communs avec la discipline des mathématiques qu’on ne pourrait le penser de prime abord.
Il suffit pour cela de rappeler que la discipline scolaire des mathématiques n’a pas toujours eu le rayonnement qu’on lui connaît aujourd’hui : jusqu’en 1945, les langues anciennes étaient encore un indicateur d’excellence, et les mathématiques sans latin des sections modernes des cours complémentaires étaient loin d’avoir le prestige des mathématiques avec grec et latin de la section A’ du lycée général.
Nous poursuivons notre réflexion historique en considérant, dans la section suivante, l’influence des besoins en main d’œuvre exprimés par les partenaires industriels, sur

[94] Voir note 15.
[95] Lycée professionnel local.

l'orientation de l'organisation et des contenus de l'enseignement professionnel vers un enseignement technologique académique.

2.2.2. Le rapport savoir/compétences au cœur de la formation professionnelle

Nous allons tout d'abord voir pourquoi et comment l'objectif de qualification professionnelle d'une main d'œuvre qualifiée a contribué à orienter les contenus de l'enseignement professionnel vers un enseignement technologique académique, faisant du même coup évoluer les attentes vis-à-vis des mathématiques.

Dès 1953, année du début du deuxième plan de modernisation économique de la France, le patronat exprime le besoin « d'un ouvrier « moins manuel » » (Sido 2008, p. 4) en relation avec la mécanisation et l'automatisation des chaînes de production industrielles. En réponse à cette demande, l'Éducation nationale crée les centres d'apprentissage professionnel dont la finalité est de former des ouvriers qualifiés. Mais qu'est-ce qu'un ouvrier qualifié ?

> En Allemagne ou en France, un « ouvrier qualifié » est un ouvrier qui est certes compétent, mais dont la qualification est aussi reconnue par une « certification ».
> On introduit donc ici une notion de connaissance, qui est indépendance d'un travail ou d'une tâche donnés. Un travailleur qualifié (qualifizierter Arbeiter) aurait donc comme caractéristique d'avoir :
> – un statut social et légal particulier ;
> – une capacité à appliquer un savoir théorique dans un contexte pratique industriel. (Feyfant, 2009, p. 5)

Avec la déclaration de Copenhague de novembre 2002, les pays membres de l'Union Européenne s'engagent à coopérer pour ouvrir à tous le marché du travail européen.

> Cela suppose que les systèmes d'enseignement et de formation s'adaptent en permanence aux développements et aux attentes de la société, selon les principes édictés à Lisbonne. Tous les deux ans, les ministres de l'éducation et de la formation professionnelle ainsi que les partenaires sociaux européens se réunissent pour faire le point sur le processus de Copenhague. (Feyfant, 2009, p. 1)

L'Éducation Nationale et le patronat doivent donc convenir d'un processus permettant la reconnaissance sociale de compétences et d'un système théorique de savoirs permettant de modéliser une diversité de situations dans les domaines d'activités technologiques. La délivrance d'un diplôme, une formation respectant les principes d'une éducation citoyenne sont les deux priorités de l'institution scolaire.

Les programmes des disciplines générales, en particulier celui des mathématiques-sciences physiques et chimiques, insistent de façon réitérée sur la liaison des enseignements généraux[96] et des enseignements de spécialités (2009) :

> **La formation a pour objectifs** […] de fournir des outils mathématiques et scientifiques pour les disciplines générales et professionnelles. (BOEN n°2 spécial du 19/02/2009, p. 1)

[96] Ce dispositif est décrit dans le chapitre 1 : 152 h sont données à l'initiative des établissements pour organiser la liaison des enseignements généraux aux enseignements professionnels sous forme de compléments disciplinaires ou de contribution à la mise en œuvre d'un projet.

> **Prendre appui sur des situations liées aux champs professionnels**
> Les compétences scientifiques doivent être construites, le plus souvent possible, à partir de problèmes issus du domaine professionnel ou de la vie courante.
> En retour, il s'agit de réinvestir ces compétences comme outils pour la résolution de problèmes rencontrés dans d'autres contextes. (*Ibid.*, p. 2)

> […] l'enseignant choisit au moins deux thématiques dans des sujets différents. […] Celles-ci doivent être en phase avec la vie quotidienne des élèves et leur formation professionnelle et motiver l'acquisition des compétences décrites dans le programme. (*ibid.*, p. 3)
> **Statistique à une variable**
> L'objectif de ce module est de consolider les acquis du collège en s'appuyant sur des exemples, où les données sont en nombre pertinent, liés aux spécialités des classes de seconde ou issus de la vie courante.
> (BOEN n°2 spécial du 19/02/2009, p. 6)

> **Information chiffrée, proportionnalité** […]
> L'objectif de ce module est de consolider l'utilisation de la proportionnalité pour étudier des situations concrètes issues de la vie courante, des autres disciplines, de la vie économique ou professionnelle. (*ibid.*, p. 7)
> Les fonctions sont utilisées pour modéliser une situation issue des autres disciplines, de la vie courante ou professionnelle. Leur exploitation favorise ainsi la résolution des problèmes posés dans une situation concrète. (*ibid.*, p. 8)

Cependant, l'adaptation ne provient pas tant du contenu mathématique lui-même que des situations modélisées et de la stratégie utilisée par l'enseignant pour introduire les objets mathématiques. Le programme n'est pas conçu seulement pour délivrer des outils spécifiques aux activités professionnelles mais surtout pour permettre de montrer les liaisons possibles entre des domaines diversifiés de l'activité humaine ; parmi lesquels, l'activité professionnelle a sa place réservée.
On notera que le programme de mathématiques de seconde professionnelle diffère peu du programme de mathématiques de seconde générale (BOEN n°3 du 23/07/2009), la différence la plus marquante étant que l'enseignement des vecteurs est différé en première dans les filières professionnelles de l'industrie. Nous reviendrons en détail sur les vecteurs dans la partie 3.
Outre le fait que la liaison entre l'enseignement des mathématiques et les enseignements professionnels est explicitement souhaitée par le patronat et l'institution scolaire comme en témoigne le référentiel d'activités professionnelles[97]du baccalauréat de technicien d'usinage, les deux parties s'accordent sur des procédés d'évaluation permettant de ne pas faire obstruction à des élèves faibles dans les enseignements généraux mais compétents dans les enseignements professionnels. Les procédés d'évaluation spécifiques aux filières professionnelles se diversifient comme suit (Feyfant, 2009, p. 1) :

- Validation des acquis de l'expérience professionnelle,
- Qualification par un centre de formation d'apprentis,

[97]Dans la filière productique usinage que nous étudions, le référentiel officiel de 2004 relatif à la création du baccalauréat de technicien d'usinage sera présenté en détail dans la partie 3.

– Délivrance du baccalauréat au lycée professionnel en évaluation sommative par le biais d'épreuves terminales ou de contrôle continu. En mathématiques, comme dans les autres disciplines, les deux types d'évaluation coexistent.

Ceci constitue une caractéristique de continuité si on compare le texte de 2009 aux dispositifs originels de 1950 :

> Tout d'abord pour certains, les enseignements généraux ne doivent pas constituer un frein à la réussite des élèves aux CAP. Il s'agit alors de « de faire preuve dans les corrections et notations de la largeur d'esprit nécessaire » [98] et, de ce fait, repêcher des candidats ayant obtenu en dessous de la note éliminatoire en mathématiques mais par ailleurs très bon dans les travaux pratiques. (Sido, 2008, p. 7)

Le *référentiel d'activités professionnelles et d'indicateurs d'acquisition de compétences* a, dans les années 2000, suscité beaucoup d'interrogations chez les chercheurs en didactique, à cause tant de la dépendance de l'école vis-à-vis des sphères économique ou industrielle qu'il faisait craindre, que de ses objectifs et ses contenus. Entre autres interrogations toujours actuelles, on retrouve la crainte que la formation aux compétences de référence ne masque une excessive flexibilité d'emploi (Grandgérard, 2002, p. 94-95), ou bien que celle-ci ne marque la limite de l'intérêt éducatif pour des pratiques non standardisées (Bush, 2011) ou bien encore que celle-ci ne soit le signe d'une dérive d'un enseignement massifié au détriment d'un enseignement centré sur les savoirs (Feyfant, 2009 p. 7).

La question du rapport entre savoirs scientifiques et compétences professionnelles se pose aux filières de lycée professionnel de façon toujours renouvelée. Le rôle des mathématiques y est sans doute critique dans la mesure où les domaines d'activité industrielle (tel la productique usinage) sont fortement mathématisés d'une part par la rationalisation des procédés de communication (conceptualisée par la notion de *chaîne numérique*) et d'autre part par l'automatisation des machines d'usinage (machines à commandes numériques).

La mission de formation intellectuelle et de poursuite d'études qui leur est fixée accroît encore cette tension.

Dans le triple souci de réduire le nombre de jeunes sans diplôme, de préparer à une certaine flexibilité de compétences et d'assumer une considération égalitaire des élèves (cf. chapitre 1), la position de l'institution scolaire est demeurée relativement constante depuis l'après-guerre : ne pas concevoir l'enseignement professionnel sans le rattacher à l'enseignement supérieur. Cependant, cette position contient certains aspects paradoxaux comme celui d'attribuer à l'enseignement professionnel une valeur inférieure tout en lui ménageant une passerelle vers l'université avec la création du baccalauréat professionnel, ou celui de déclarer nécessaire une liaison entre les filières professionnelles courtes et les filières générales sans parvenir à la réaliser au cours des décennies.

---

[98] CNPC de la métallurgie, compte rendu de la 11ème réunion du 23 novembre 1950.

2.2.3. Les mathématiques comme indicateur de la situation de l'enseignement professionnel dans le système éducatif

Sido (2008) rend compte de l'hésitation historique qui a présidé à l'institutionnalisation scolaire de l'enseignement professionnel en France entre 1945 et 1953. Fallait-il rattacher les filières professionnelles[99] au primaire ou au secondaire ? Dès le début de son intégration dans le système scolaire national, trois groupes sociaux-professionnels, les enseignants du primaire, ceux du secondaire et les acteurs du monde économico-industriel, ont confronté leurs arguments, débattant de la place de l'Enseignement Technique Court et dans celui-ci, en particulier, de la fonction des mathématiques.
Sido (*ibid.*) décrit trois positions initiales relatives à l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement professionnel :

- Une première position, celle des instituteurs qui avaient été impliqués dans l'éducation post-primaire, est favorable au rattachement des centres d'apprentissage professionnel à l'enseignement primaire ;
- une deuxième position, celle du patronat[100], attend des ouvriers qualifiés moins « manuels », donc plus capables de prendre des décisions à partir d'informations chiffrées ou graphiques, de changer de poste de production et de communiquer avec les cadres ayant fait des études supérieures;
- Une troisième position, celle de l'institution, qui prône un enseignement des mathématiques spécifique aux Centres d'apprentissage, est favorable au rattachement de ces derniers à l'enseignement secondaire.

Sido liste les raisons qui, dans les années 1950, justifient la position des enseignants du premier degré consistant à vouloir rattacher les filières de formations professionnelles à l'enseignement primaire :

- Des similitudes de finalités, de méthodes et de contenus avec l'enseignement primaire ;
- L'utilisation d'une pédagogie active et des choix de problèmes pris dans la vie courante, un programme de mathématiques proche de celui du certificat d'études primaires, fondé sur la pratique des opérations usuelles, du système métrique et du mesurage ;
- L'attachement des enseignants, dans ce cas majoritairement des instituteurs, à certaines valeurs. A cette époque, le Certificat d'Études Primaire incarne l'une de ces valeurs : d'abord parce qu'il valide l'acquisition de connaissances élémentaires du point de vue de l'élève, ensuite parce qu'il atteste de l'efficacité professionnelle des instituteurs impliqués ;

[99] En employant l'expression *filière professionnelle*, nous faisons un anachronisme puisque la continuité collège-lycée n'était pas établie. Nous avons néanmoins opté pour cette expression parce qu'il y a bien une continuité du cursus scolaire et afin d'éviter d'introduire les dénominations historiques qui n'auraient servi qu'une fois dans notre propos. Ici, il faudrait utiliser *centre d'apprentissage professionnel*.
[100] Dès 1953, le patronat participe à définir l'enseignement professionnel au travers des programmes d'examen.

– Le fait que la majorité des élèves (84 %) entrant en Centre d'Apprentissage professionnel provienne de l'enseignement primaire (Figure 13).

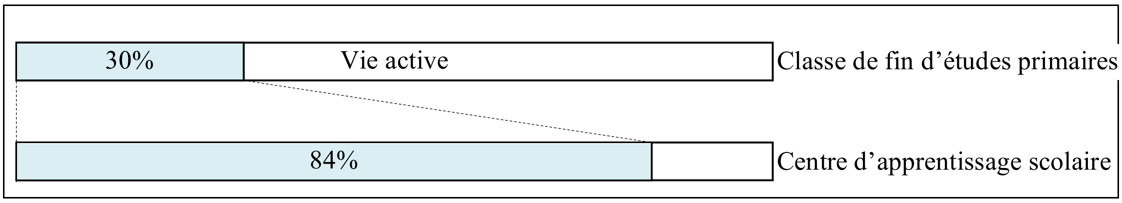


Figure 13 : L'origine des élèves dans les centres de formation professionnelle de l'après-guerre en 1945. Graphique réalisé à partir des données de Sido, 2008 p. 3.

En 2015, l'affiliation de l'enseignement professionnel à l'un ou l'autre niveau du système éducatif n'est plus un enjeu structurel comme il pouvait l'être en 1945. Les filières professionnelles existent et fonctionnent. Notre intérêt pour les arguments évoqués ci-dessus s'explique parce qu'ils nous permettent d'une part d'éclairer la culture professionnelle et les représentations d'arrière-plan, parfois anciennes mais souvent encore vivaces, qui perdurent dans les valeurs, postures et habitus professionnels des enseignants des filières professionnelles ; d'autre part de resituer l'enseignement professionnel dans le système scolaire français, et de mieux percevoir les lignes de fracture et de soudure qui expliquent les secousses et les reconfigurations régulières de système, et tout particulièrement de sa région la plus neuve : l'enseignement professionnel.

Nous allons détailler ces trois positions dans le but de suivre l'évolution de la relation entre l'enseignement professionnel scolaire et l'enseignement des mathématiques. Et nous allons chaque fois rechercher ce qui, dans la situation actuelle, les confirme et/ou les prolonge, en essayant de voir ce qui, dans l'enseignement professionnel contemporain, et plus spécialement la filière de productique usinage qui est notre objet d'étude, se rapproche de l'enseignement primaire, de l'enseignement secondaire, ou de ce qui les prolonge d'un côté par la formation par apprentissage non scolaire, de l'autre par le cycle court des études supérieures.

Il y a donc quatre contextes de formation susceptibles d'influencer l'enseignement professionnel.

En même temps qu'elle nous a servi à mettre en lumière les continuités ou les ruptures entre la situation initiale et la situation actuelle de l'enseignement professionnel, la rétrospective historique que nous venons d'effectuer nous a fourni un cadre d'analyse en trois points : les contenus, la démarche pédagogique, les valeurs. Pour chacun de ces points, nous déterminerons des points d'affinité ou de divergence de la discipline de productique usinage avec les quatre contextes d'enseignement (primaire, secondaire, apprentissage, supérieur) avec lesquels l'enseignement professionnel s'est historiquement construit.

Continuant d'exploiter l'entretien mené avec l'enseignant de productique usinage E-pu1, nous cherchons donc à comprendre comment ce praticien de l'enseignement professionnel positionne ses interventions en mathématiques par rapport à l'enseignement primaire,

l'enseignement secondaire ou l'apprentissage professionnel. Nous croisons son point de vue individuel avec le point de vue institutionnel des textes officiels.
Parmi les aspects mathématiques discutés ci-après, nous commençons par examiner quelques-uns des contenus mathématiques évoqués par E-pu1 lors de l'entretien : le travail sur les solides et la numération décimale.

2.2.3.1. Le travail sur les solides : un faux ami de l'enseignement primaire

En productique usinage, deux objectifs de formation essentiels sont l'un de savoir interpréter/écrire un document technique relatif aux différents états de fabrication d'une pièce, l'autre de savoir régler une machine outil en vue de produire une pièce conforme au modèle décrit.
Les deux objectifs mobilisent à la fois des savoirs conceptuels et des savoirs d'actions en situation d'usinage. D'un certain point de vue, on peut concevoir que la réalisation d'une opération d'usinage est une activité de reproduction comme on en propose en géométrie dans l'enseignement primaire (réalisation de maquette à partir de patron, assemblage de solides à partir de vue, ...). En effet, les procédures recensées peuvent se fonder sur la perception, la manipulation, l'observation ou la comparaison directe.
Dans l'enseignement primaire, les procédures personnelles sont possibles car elles sont considérées comme un ressort du processus d'enseignement-apprentissage. Elles expriment un niveau de conceptualisation du sujet à un moment donné et permettent à l'enseignant d'organiser, s'il l'entreprend[101], une démarche réflexive, voire d'évaluation, des diverses procédures existantes. Mais cette ressemblance est trompeuse car dans l'enseignement du lycée professionnel, les procédures correspondent à des pratiques de référence dans le domaine d'activité professionnelle. Elles ne sauraient être personnelles ainsi qu'en atteste le témoignage de l'enseignant E-pu1 :

> 441 Ch : donc une fois qu'ils doivent faire un travail / i 'faut bien qu'i's fassent des choix sur le logiciel /alors comment i's font ?
> 442 **E-pu1 :** ça dépend parc 'qu'en fait on y va par palier / sur les premières activités / euh / on va leur donner une guidance presque complète / c'est à dire nous fournissons le volume / on fournit l'enchaînement des opérations
> […]
> 444 **E-pu1 :** et il a juste à donner l'cycle à l'ordinateur
> […]
> 446 **E-pu1 :** un outil qu'on lui indique et avec cet outil / générer la forme qu'on lui indique /première étape / deuxième étape / i 'va choisir l'outil pour générer la forme
> […]
> 448 **E-pu1 :** troisième étape / i' va lui choisir l'enchaîn'ment des formes / par laquelle i'commence / etc. en étant à la toute fin de la formation / où i1 est total'ment autonome / où i'va même générer le volume // mais ça / on est vraiment en fin d'formation

[101] Dans la terminologie constructiviste, on peut parler de *phase de mutualisation* des procédures.

Dans la section antérieure *L'espace de travail géométrique de la productique usinage*, nous avons montré comment le langage graphique enseigné en construction mécanique était sous l'influence des pratiques sociales de référence. Nous avons situé en 1999 l'introduction du langage normalisé G.P.S.[102] issu du monde de l'industrie automobile puis généralisé aux autres domaines d'activités industrielles.
Nous avons indiqué que si la normalisation G.P.S. était devenue un objet d'enseignement en construction mécanique, quinze ans plus tard, elle n'était pas forcément maîtrisée par tous les enseignants en atelier. De plus, le concept G.P.S., en tant que norme professionnelle, fait l'objet de mises à jour régulières de la part du monde professionnel. Ce que nous venons de décrire concernant l'outil conceptuel G.P.S. peut aussi s'appliquer aux outils logiciels DAO-C.A.O[103].
Donc, par les nécessités des mises à jour des outils conceptuels ou logiciels du monde industriel et de la formation des enseignants spécialisés, la définition des contenus enseignés en matière de dessin technique résulte d'une négociation à long terme entre les acteurs du système éducatif et ceux du monde professionnel.
Pour ces raisons, le travail sur les solides, *via* les tâches liées à l'interprétation ou à l'écriture de dessin technique, ne peut en aucune manière être affilié à l'activité de reproduction proposée dans l'enseignement primaire. En effet, bien que la validation visuelle ou la manipulation puissent être communes aux deux espaces de travail géométrique, la réalisation d'une figure à partir d'un modèle réel ou figural à l'école montre peu de points communs avec la réalisation d'une pièce à partir d'un modèle conceptuel technologique. Les deux tâches ne correspondent ni au même niveau de complexité conceptuelle[104], ni aux mêmes enjeux de formation, ni aux mêmes outils sémiotiques.

2.2.3.2. La numération décimale : un vrai ami de l'enseignement primaire

Les connaissances relatives à la numération et aux opérations élémentaires et aux conversions dans le système métrique sont en revanche un point commun entre l'enseignement professionnel et l'enseignement primaire. Les témoignages suivants provenant de deux enseignants, E-pu1en productique usinage et E-cm en construction mécanique, le confirment :

> **364 E-pu1 :** […] on reprend à la base hein / on reprend aux additions et soustractions / on en est là […]
> **376 E-pu1** : non/ ça d'vient une gymnastique /tout comme les unités /dixième /centième de millimètre / etc. les fractions

[102] G.P.S. : Spécification Géométrique des Produits ou Geometrical Product Specification.
[103] D.A.O.-C.A.O. : Dessin Assistée par Ordinateur-Conception Assistée par Ordinateur.
[104] Nous faisons allusion ici aux trois niveaux : solide nominal, solide conceptuel possible avec les notions de *peau* et de *tolérancement*, solide réel dont on se demande s'il est conforme au précédent. (Cf. *L'espace de travail géométrique de la productique usinage*).

> **5 E-cm** : y'a d'gros problèmes en maths/ savoir mesurer/ savoir mesurer en millimètre / c'est la panique en dehors du centimètre// les surfaces/ les volumes/ les densités// dans la plupart des métiers il y a nécessité de métrer

On notera cependant que, dans le programme de mathématiques de lycée professionnel, la liaison nécessaire (et constatée sur le terrain) entre l'enseignement professionnel et l'enseignement primaire n'est pas explicitée alors que la continuité entre le collège et l'enseignement professionnel est marquée (Figure14) :

N° de page	Référence à la continuité des apprentissages mathématiques du collège au lycée professionnel
1	La formation a pour objectifs […] de former les élèves à l'activité mathématique et scientifique par la mise en œuvre des démarches d'investigation et d'expérimentation initiées au collège ;
4	[Le] domaine [des statistique et probabilités] constitue un enjeu essentiel de formation du citoyen. Il s'agit de fournir des outils pour comprendre le monde, décider et agir dans la vie quotidienne. La plupart d'entre eux ont déjà été introduits au collège.
4	À la suite du collège, le lycée professionnel doit, en particulier, permettre aux élèves d'entretenir et de développer leurs compétences en calcul mental.
9	[En géométrie], les capacités à développer s'appuient sur la connaissance des figures et des solides acquise au collège.
17	[En trigonométrie], faire le lien, pour certaines valeurs particulières, entre le cosinus d'un nombre et le cosinus d'un angle défini au collège dans un triangle rectangle.

Figure 14 : Quelques références à la liaison collège-lycée dans le programme de mathématiques du lycée professionnel (BOEN n°2 spécial du 19/02/2009).

L'institution est consciente des lacunes des élèves mais montre ici une certaine pudeur à les décrire et les n'atténue en ne remontant pas jusqu'à l'école primaire.

> Les disciplines générales sont fréquemment associées à un passé scolaire rejeté, mais un déficit dans ces disciplines empêche la plupart du temps de réussir dans les matières professionnelles. Certes, des élèves et des apprentis de la voie professionnelle ont échoué au collège « à cause » des disciplines générales, mais souvent plus pour des raisons d'ordres didactique et pédagogique que pour des raisons d'ordre cognitif. (HCE, 2009 b, p. 23)

L'institution étant consciente du fait que certaines difficultés des élèves sont ancrées dans un passé scolaire de l'école primaire, elle doit néanmoins maintenir sa posture égalitariste déclarée entre les différents baccalauréats, ce qui est cohérent avec l'euphémisation du programme qui situe la résolution de ces difficultés dans la continuité avec le collège.

Concernant la question qui nous intéresse, nous pouvons dire qu'une partie de l'enseignement de mathématiques mis en œuvre dans les disciplines spécialisées (aussi bien productique usinage que construction mécanique) est affilié à l'enseignement primaire au sens où l'effort enseignant porte sur des savoirs fondamentaux (écriture décimale, opérations élémentaires, conversions). Cependant, cette affiliation, bien qu'acceptée par les enseignants, est cachée au sens où le travail de médiation sur les savoirs mathématiques effectué par les enseignants de l'enseignement professionnel n'est pas évoqué dans les documents officiels.

Poursuivant la mise en perspective de l'enseignement professionnel par rapport aux quatre contextes de formation (enseignements primaire, secondaire ou aux formations situées à leurs marges), nous envisageons à présent notre deuxième axe descriptif, celui de la démarche pédagogique.

2.2.3.3. La démarche pédagogique : entre la démarche inductive et le tutorat

La pédagogie active relève d'une démarche constructiviste, où l'on s'assure que l'élève a l'occasion, avec ses pairs, de s'approprier le problème, d'exprimer ses représentations ou procédures puis de s'en distancier pour éventuellement les remanier. Cette démarche est décrite dans la séquence conversationnelle qui suit entre l'enseignant E-pu1 et la chercheuse Ch :

317 Ch : […] ils sortent des documents qui contiennent des erreurs ?
318 **E-pu1:** tout l' temps […]
321 Ch : […] et comment vous les corrigez alors ? directement sur les imprimés
322 **E-pu1 :** soit je signale l'erreur soit si el'e met pas en jeu la sécurité des matériels / des fois on les laisse louper […]
324 **E-pu1 :** dire bon ben voilà ça march' pas / ensuite on s'pose / on analyse // c'est justement not' credo/ apprendre en faisant
325 Ch : on les laisse aller jusqu'au bout d'leurs choix quoi
326 **E-pu1 :** voilà //et ensuite / on voit ensemble pourquoi le choix / il a été mauvais
327 Ch : O.K /et est-ce qu'ils arrivent bien à verbaliser euh ?
328 **E-pu1 :** non
329 Ch : la raison de l'erreur ?
330 **E-pu1 :** non / ils ont beaucoup d'mal / ils ont beaucoup d'mal par manque de maîtrise technique /comme i's ont un manque de maîtrise technique des outillages / i's ont du mal à pointer l'élément qui a fait que euh on est hors qualité

La prévalence d'une pédagogie active est un point de continuité avec l'enseignement primaire et, sans doute, un élément différenciateur entre le lycée général et le lycée professionnel. Cependant, les problèmes abordés en lycée professionnel ne sont pas comparables à ceux de l'école primaire. D'une part, l'espace de travail géométrique est plus complexe qu'à l'école primaire : comme nous l'avons déjà signalé, l'espace affine euclidien exploite la relation de Pythagore, les vecteurs, les déplacements mais il est vrai que les procédures de vérification peuvent être directes. D'autre part, les problèmes sont issus de la vie courante ou du domaine d'activité professionnelle. Or, dans la filière de productique usinage, les problèmes technologiques nécessitent d'être familiarisé avec le questionnement technologique, ce qui n'a rien de spontané. Le témoignage d'E-pu1 indique d'ailleurs que la pratique réflexive sur une erreur peut s'avérer difficile.

Par cette démarche, les enseignants de l'enseignement professionnel combinent la condition scolaire et la condition d'apprentissage. Il est important de souligner que « le milieu professionnel est un partenaire à part entière de la formation des élèves, même s'il n'en a pas la responsabilité principale comme c'est le cas pour les apprentis » (HCE, 2009 b, p. 7).

Les lycées professionnels bénéficient par ailleurs d'une certaine autonomie pour combiner les temps de stage en entreprise et les temps de formation scolaire. De plus, la formation professionnelle scolaire peut parfois être mise en œuvre de façon originale, à partir de commandes authentiques tout en restant dans l'établissement :

> Des formules du type « entreprises d'entraînement pédagogique permettent d'engager les jeunes dans une activité professionnelle encadrée, mais réelle : les lycées hôteliers accueillent de vrais clients dans un « vrai » restaurant, et les lycées professionnels agricoles ont leur exploitation. (*ibid.*, p. 7).

Ainsi, à la fin de la partie 2 (chapitre 5), nous analyserons un corpus de données de productique usinage relatif à la fabrication d'un prototype appelé « détecteur de houle », commandé par l'Institut Robert Hooke[105] de l'université de Nice Sophia Antipolis au lycée professionnel dans lequel nous avons enquêté.

La pédagogie active dans l'enseignement professionnel scolaire est aussi rendue possible par la limitation des effectifs :

> Les effectifs des classes permettent une prise en charge plus individualisée et la mise en œuvre d'un enseignement qui fait appel à la participation. L'effectif moyen par classe en LP est inférieur à 19, quand il est proche de 28 en LEGT ; seulement 6 % des classes de LEGT ont moins de 15 élèves, ce qui est le cas de presque 33 % des classes en LP. (*ibid.*, p. 7).

Les deux classes de productique usinage que nous avons visitées comptaient effectivement moins de 15 élèves.

La démarche pédagogique décrite est dans la continuité de l'enseignement primaire mais cela, là encore ne permet pas d'affilier directement l'enseignement professionnel à l'enseignement primaire. La place de l'enseignement professionnel semble davantage se situer entre l'apprentissage professionnel et l'enseignement primaire.

Pour finir, nous abordons le troisième volet de notre comparaison, celui des valeurs transmises par l'enseignement professionnel sur les relations entre l'individu (l'élève, l'enseignant, la collectivité) et le savoir, théorique ou pratique : ces valeurs permettent-elles de situer l'enseignement professionnel par rapport aux enseignements primaire, secondaire ou supérieur ?

2.2.3.4. Valeurs actuelles attachées à l'enseignement professionnel

Convenons qu'une valeur dans un groupe social résulte de la tension ressentie entre un phénomène jugé comme positif par ce groupe et l'effort qu'il consent pour que ce phénomène se réalise, ou inversement de son effort pour éviter la réalisation d'un phénomène qu'il juge négatif. La valeur est positive dans le premier cas et négative dans le second.

Nous avons repéré deux valeurs positives dans les différents discours recueillis auprès des enseignants de l'enseignement professionnel.

La première valeur positive est associée à *l'atelier*, ce qui est une valeur directement inspirée du milieu professionnel (celui de l'apprentissage sur le terrain) comme le montre l'extrait

---

[105] L'Institut Robert Hooke, « chargé de développer un enseignement culturel des sciences », est un service général de l'Université de Nice (http://irh.unice.fr).

suivant dans lequel l'enseignant E-pu1 décrit l'usage « mixte » qu'il fait de l'atelier ou de la salle de classe attenante :

> 169Ch : […] alors maintenant on va parler de de l'enseignement lui-même parce que jusqu'à présent on a parlé des élèves et de//de la matière// alors/ enseignez-vous en atelier seulement ? ben/ là je vois que non (Ch *désigne la salle de classe attenante à l'atelier, dans laquelle se déroule l'entretien*)
>
> **170 E-pu1** : c'est toujours mixte
>
> 171Ch : toujours mixte/ dans tous les ateliers ?
>
> **172-174 E-pu1** : oh en production souvent oui […] euh//ça se prête plus trop à de la techno magistrale comme on a pu faire à une certaine époque //donc on est beaucoup sur le concept apprendre en faisant/ sur la découverte/ l'expérimental on va plutôt leur faire essayer des choses et ensuite un petit bilan en classe mais assez rapide

E-pu1 a un regard réflexif sur sa pratique enseignante : il parle de *concept* d'apprendre en faisant qu'il généralise aux praticiens d'atelier (*on* collectif). Nous constatons également qu'une valeur positive peut voisiner avec un stéréotype : la salle de classe est en effet associée à une pratique désuète (*la techno magistrale d'une certaine époque*) et le temps qu'on y passe est minime.
La seconde valeur positive concerne *l'optimisation des ressources*. Dans l'extrait suivant, E-pu1 explique (52, 54) mais surtout il reformule et récapitule (56) l'attitude essentielle de l'usineur.

> 49Ch : O.K. donc y'a le coût qui intervient
> 50 **E-pu1 :** oui/ euh // énormément
> 51Ch : sur la durée vous voulez dire ou sur euh ?
> 52 **E-pu1 :** sur le temps d'usinage et l'nombre d'outils qui sont mis en œuvre
> 53 Ch : ah// parce que les élèves sont sensibilisés à ça aussi ?
> 54 **E-pu1 :** oooui / c'est l'cœur du métier //c'est ça qui nous empêche d'avoir délocalisé toute notre production en Asie/ not' savoir-faire/
> 55 Ch : d'accord / donc attendez/ j'vais l'noter // donc le nombre d'étapes / de gestes
> 56 **E-pu1 :** euh/ le nombre d'étapes / le nombre d'outils et le temps de production

Aucune de ces deux valeurs n'est liée directement à l'enseignement des mathématiques. Elles situent l'enseignement professionnel plus près de l'apprentissage professionnel que de l'enseignement primaire ou de l'enseignement secondaire. Bien que nous ne prétendions pas avoir exploré toutes les valeurs actuelles attachées à l'enseignement professionnel, nous soulignons toutefois un point qui nous semble important : les valeurs que nous avons citées sont celles de la spécialité professionnelle de productique usinage. Elles vont à l'encontre de la valeur officielle de généralité dont les mathématiques et la poursuite d'études qu'elles permettent sont représentatives dans cette filière. Par ses valeurs, l'enseignement professionnel ne peut donc pas être affilié à l'enseignement secondaire général, ce qui constitue peut-être une explication au fait que si peu d'élèves du lycée professionnel poursuivent leurs études dans le supérieur malgré les recommandations officielles.

En conclusion, les contenus enseignés, la démarche pédagogique et les valeurs transmises font de l'enseignement professionnel, au niveau du lycée, un espace spécifique du

système éducatif. Les mathématiques apparaissent un bon indicateur de son positionnement inconfortable entre l'enseignement primaire, l'enseignement secondaire général et l'apprentissage professionnel non scolaire et constituent une forme de parade à la marginalisation des élèves orientés en lycée professionnel par rapport au parcours scolaire de référence (celui du lycée général).
Certains des critères que nous avons discutés (objets cachés du primaire, environnement sémiotique mathématisé, valeurs spécifiques) montrent une certaine distorsion entre le discours enseignant et le discours officiel. Nous avons vu cependant que cette distorsion est complexe et contradictoire ; elle ne peut pas être réduite à l'opposition stéréotypée entre les savoirs d'action et les savoirs conceptuels.
Répondant à l'objectif humaniste de maintenir une cohésion sociale par les formations diplômantes et « d'assurer une égale dignité à la voie professionnelle en l'alignant sur la durée des cursus des voies générale et technologique » (cité par Feyfant, 2009, p. 2), l'institution défend le raisonnement suivant :

- L'affirmation du traitement égalitaire passe par les diplômes ;
- La gradation du niveau de diplômes passe par la formation scientifique ;
- La formation scientifique est dépendante des mathématiques.

Dans le contexte complexe de l'enseignement professionnel, nous cherchons à comprendre où se situe l'enseignement des mathématiques et quelles formes les enseignants des disciplines non générales lui donnent.

Conclusion de la partie 1

Dans cette partie de présentation, notre hypothèse générale étant qu'au lycée professionnel, il existe dans les disciplines de spécialités un enseignement des mathématiques parallèle à celui qui est programmé dans la discipline générale *mathématiques*, nous avons d'abord montré que l'approche interdidactique fournit un cadre de questionnement et des outils conceptuels d'analyse qui lui sont adaptés.
Nous avons ensuite montré que la configuration des trois disciplines que nous avons choisie comme objet d'étude contient en soi une représentation de l'impact des mathématiques dans la formation professionnelle, citoyenne et scientifique de l'élève. Ces trois disciplines correspondent en apparence à une division rationnelle des objets et objectifs d'enseignement. Cependant leur mise en perspective historique montre qu'il n'en est rien et qu'elles ne sont vraiment coordonnées ni entre elles ni surtout avec les autres secteurs scolaires. Nous avons également pressenti le poids que le stéréotype du clivage entre formation théorique et formation pratique fait peser sur les discours aussi bien des individus que de l'institution, et, paradoxalement pour cette dernière, surtout lorsqu'elle le récuse et s'efforce d'en limiter les effets.

Les différents aspects de ce dilemme idéologique et professionnel nous conduisent à nous demander comment l'institution ou les enseignants opposent (ou non) la formation pratique et la formation intellectuelle. Là encore, les mathématiques vont nous servir de fil directeur. Dans le cas de la filière de productique usinage qui se constitue autour de l'étude des objets technologiques et des procédés rationalisés de leur fabrication, nous nous apprêtons donc à repérer les questions mathématiques problématisées dans les activités proposées aux élèves de l'enseignement professionnel, c'est-à-dire des questions répondant aux critères suivants :

- S'agit-il d'une question de quantification, de géométrie ou de classement ?
- Les données initiales sont-elles numériques, géométriques ou relationnelles ?
- Les moyens de validation mathématique sont-ils bien identifiés ?

Il s'agit donc de nous décentrer de la représentation habituelle qu'un enseignant de mathématiques peut avoir d'une activité mathématique et d'analyser ces questions mathématiques « non pas en terme de *niveau mathématique* ou de lacunes […] mais en terme de cohérences de fonctionnement et de compétences construites par les élèves » (Delozane *et al.*, 2002, pp. 1-3)

Du fait que nous étudions la façon dont deux disciplines technologiques (la construction mécanique et la productique usinage) enseignent les mathématiques, nous ne pouvions éviter de nous demander ce qui caractérise un objet mathématique ou un objet technique, ce qui distingue ou non l'application d'une technique en classe de mathématique ou en atelier et, finalement, ce qui fait qu'une activité est ou non de nature mathématique. Notre étude porte sur les conditions qui font que les discours des différentes disciplines concernant les mathématiques se coordonnent ou, au contraire, demeurent disjoints bien qu'ayant des objets communs. Ceci est susceptible d'intéresser des enseignants, en particulier les enseignants de mathématiques, qui peuvent méconnaître les usages et certaines fonctions des mathématiques hors de leur discipline dans l'environnement d'étude de leurs élèves.

Nous avons vu que la conception institutionnelle des mathématiques enseignées est duale : une partie a pour fonction d'intégrer socialement l'individu en le rendant capable de traiter des problèmes pratiques, de la vie courante ou de l'atelier, tandis qu'une autre partie a pour fonction de permettre son évolution sociale à long terme, en développant des facultés intellectuelles.
Verillon (1996 b) commente cette vision dichotomique entre facultés intellectuelles et capacités pratiques en en cherchant les fondements dans les développements originels de la pensée mathématique et de la pensée technique. Il explique comment, dans l'Antiquité[106], en même temps que « la pensée savante » (Verillon, 1996 b, p. 5) s'est constituée comme norme de pensée à partir de cadres explicatifs, d'objets de savoirs fondés sur le discours, et d'institutions de production de savoirs, une certaine échelle de valeurs a pu s'ancrer dans la culture européenne et perdurer de façon plus ou moins évidente jusqu'à aujourd'hui :

> […] ce qui relève de l'ordre de la technique, est explicitement disqualifié autant comme source possible de savoir que comme objet légitime d'une approche savante. […]
> Notamment les techniques et les savoirs qui leur sont liés, niés en tant que tels par la communauté savante, vont connaître des modalités d'existence et de reproduction propres ne devant rien à celle-ci. Cette situation a duré jusqu'au XVII^e^ siècle, où apparaissent des signes de changement liés à l'émergence de la « Nouvelle Science » (Galilée), mais jusqu'à aujourd'hui les conséquences de ces clivages originels pèsent encore sur la question des savoirs relatifs aux techniques.
> (Verillon, 1996 b, p. 5)

En réponse à la première partie dans laquelle nous avons montré comment notre institution scolaire organise la division du travail d'enseignement, la seconde partie est conçue comme une exploration épistémologique, élargie dans le temps et à différents contextes d'enseignement, de ce qui sépare ou unit la pensée mathématique et la pensée technique.

[106] « En histoire européenne, l'Antiquité désigne la période des civilisations de l'écriture autour de la mer Méditerranée et au Moyen-Orient, après la Préhistoire, et avant le Moyen Âge. La majorité des historiens estiment que l'Antiquité y commence au IV^e^ millénaire av. J.-C. -3500-3000 avant J.C.) avec l'invention de l'écriture en Mésopotamie et en Égypte, et voit sa fin durant les grandes migrations eurasiennes autour du V^e^ siècle (300 à 600). » *in* (Wikipédia).

Partie 2 : Approche exploratoire de l’alternance de la pensée technique et de la pensée mathématique dans les disciplines étudiées

Introduction

Cette deuxième partie s'intercale entre une première partie où nous avons justifié l'adéquation du cadre théorique et du contexte de recherche et la troisième partie qui présente les résultats de notre expérimentation. Elle consiste en une approche épistémologique de la pensée mathématique et de la pensée technique, considérées dans leurs diversités et leurs connexions, et se justifie par le fait que, dans les métiers de l'enseignement, la catégorisation des lycées, des disciplines, des diplômes, et des personnels enseignants peut engendrer ou entretenir des représentations stéréotypées concernant la nature de l'activité mathématique ou encore la relation entre les mathématiques et les domaines d'activités technologiques. En effet, si les stéréotypes peuvent être utiles en tant que repères d'approche, notamment pour situer la place des mathématiques dans l'enseignement du lycée professionnel, ils peuvent aussi induire certains contresens, notamment ceux qu'engendrent le cloisonnement ou la hiérarchie des domaines de savoirs.

La problématique de cette deuxième partie est donc d'explorer différents modes de pensée pouvant contribuer à la constitution des savoirs mathématiques et à la flexibilité des discours d'enseignement des mathématiques.

Pour cela, nous avons croisé différentes approches (historique, anthropologique, sociologique, didactique) en prenant un peu de recul par rapport au domaine professionnel de l'enseignement. Nous abordons ainsi les mathématiques sans les rattacher d'emblée à une discipline ou au domaine de l'enseignement, même si cette mise à distance vise, à terme, à mieux questionner l'enseignement institutionnel des mathématiques. Pour cette raison, nous parlerons souvent d'*objet mathématique* plutôt que de *savoir mathématique*, expression qui nous semble plus difficile à utiliser car elle implique, entre autres, des discours qu'il faut situer à un certain niveau de maîtrise mathématiques et dans une intention de transmission. Cela nous permettra de distinguer l'*objet mathématique* et l'*objet mathématique enseigné* et de préciser comment ils entrent en relation lors de la déconstruction/ construction opérée par la transposition didactique dans un contexte donné.
S'intéresser aux *objets*, c'est d'abord distinguer les discours de ce à quoi ils réfèrent, c'est-à-dire porter son attention sur le contenu du discours et aussi sur des choses qui nécessairement existent pour que le discours ait un sens et qui restent du domaine de la pensée. S'intéresser aux *objets*, c'est donc admettre un lien très fort entre le langage et la pensée mais en gardant toutefois en tête que la pensée n'est pas la production langagière. En préliminaire à notre réflexion sur les objets et les modes de pensée, précisons le point de vue que nous adoptons quant à la relation entre langage et pensée.

Nous concevons la pensée comme une activité mentale comprenant une part non verbale faite d'intuitions, de créations et d'images mémorisées, difficile à communiquer mais en résonance avec une part verbale intériorisée ou non. Plus précisément, des recherches mettant à contribution la psychologie, les neurosciences, les recherches sur l'intelligence artificielle et

linguistique prouvent que *pensée* et *langage* sont des notions distinctes. Faisons d'abord un bref tour d'horizon des principales définitions de *pensée* et *langage*, à la suite de quoi nous examinerons les principes expérimentaux qui ont conduit à les distinguer.
Selon Laplane (2001), la pensée est « le traitement conscient de l'information, de toute information car les états affectifs font partie de la pensée et sont le résultat d'un certain mode de traitement de l'information ». Sfard[107] (2010) ajoute que la pensée est « un processus principal qui se déploie naturellement de l'intérieur ». Utilisant le mot *langage*, les deux auteurs pensent à la langue naturelle qui permet une conversation avec soi ou autrui. Chacun d'eux propose aussi une définition de *langage* rendant compte des attributs que la pensée n'a pas. Selon Laplane (*ibid.*), le langage est « l'utilisation de symboles articulés entre eux par des règles de syntaxe » tandis que Sfard insiste sur la dimension fonctionnelle[108] :

> Le langage verbal désigne un système symbolique, medium de communication, avec des règles pour créer des éléments autorisées (des expressions qui ont un sens) à partir d'autres précédemment construits. (Sfard, 2010)

Quels sont les principes expérimentaux qui ont conduit à distinguer pensée et langage ? Ils relèvent des différents champs des sciences cognitives que nous avons présentés dans notre introduction générale. Sans prétendre à aucune exhaustivité, nous en donnons trois exemples montrant que « la référence du langage, c'est la pensée qui n'est pas sans rapport avec la réalité extérieure mais qui en est cependant bien différente » (Laplane, *ibid.*).

- **Des observations cliniques en psycho-neurologie suggèrent que la capacité à penser et celle à utiliser le langage verbal sont indépendantes**.

Des humains ou des animaux peuvent être privés du langage verbal soit de façon acquise (maladie de surdité (Hyde *et al.*, 2011), accident d'aphasie (Laplane, 2001)), soit par nature (le geai (Hauser 2002)), soit par culture (population non soumise à la culture industrielle et à l'éducation euclidienne (Izard *et al.*, 2011)), sans pour autant être empêchés de communiquer. Dans tous ces cas, les sujets sont dépourvus de la capacité d'utiliser une langue naturelle. Cependant, ils montrent des aptitudes à développer des stratégies pour résoudre des problèmes divers : dénombrer, situer quelque chose dans l'espace ou le temps et prendre des décisions par rapport à la connaissance de cette situation, avoir conscience de soi même et exprimer des émotions, avoir conscience de l'altérité et développer des sentiments. Certains sujets peuvent aussi développer ou apprendre des langages non verbaux (gestes de mains, de la face, enchaînement d'actions).
À ces observations cliniques, il faut confronter celles qui portent sur les humains qui ont l'aptitude à utiliser la langue naturelle mais montrent une pensée désorganisée. Ceci peut

---

[107] « primary process that unfolds naturally "from inside" » (Sfard 2010).
[108] «word language as denoting a communication–mediating symbolic system with rules for creating permissible elements (meaningful expressions) from those previously constructed» (Sfard, 2010).

survenir dans le cas d'accidents. La désorganisation de la pensée traduit (Laplane, *ibid.*) une perturbation du schéma corporel ou de l'espace.

– **Des expérimentations en neurosciences montrent que l'activité sur les nombres et l'activité langagière ne mobilisent pas nécessairement la même zone cérébrale**.

Des tests, outillés par l'imagerie à résonance magnétique, sont menés sur des sujets : ils consistent, par exemple, à effectuer des opérations élémentaires sur les nombres. Différentes zones du cerveau paraissent alors activées selon que le traitement est symbolique (langage) ou non. On parle alors d'*anatomie du cerveau* dont certaines zones sont dédiées au langage verbal.

– **Des simulations en intelligence artificielle montrent que la mémorisation de connaissances ou l'accoutumance à certains phénomènes peuvent être modélisées par des processus binaires, c'est-à-dire non verbaux**.

Dans la première moitié du XX^{e} siècle, les physiologistes ont montré que les neurones biologiques mis en réseau permettent de réaliser des traitements logiques complexes. Grâce à la collaboration du neurophysiologiste Mc Culloch et du mathématicien logicien Pitts en 1943, il résulte que le comportement d'une cellule neuronale est modélisé comme étant binaire. Un neurone artificiel est donc un « dispositif à plusieurs entrées et une sortie qui simule certaines propriétés du neurone biologique » (Journal Officiel, 10/10/1998).

> Les réseaux de neurones artificiels sont des réseaux fortement connectés de processeurs élémentaires fonctionnant en parallèle. Chaque processeur élémentaire calcule une sortie unique sur la base des informations [de seuillages numériques, de combinaison et de topologie] qu'il reçoit. Toute structure hiérarchique de réseaux est évidemment un réseau. (Touzet, 1992, p. 6)

Un réseau de neurones artificiel est en fait un modèle déterministe conditionnel dont les paramètres sont modifiés algorithmiquement pour permettre d'entrer une base d'informations (apprentissage du réseau), de sorte qu'*a posteriori*, le réseau fournisse des réponses très cohérentes avec le système d'information en entrée (mémoire neuronale). Les réseaux de neurones artificiels modélisent assez bien les réseaux naturels car ils en partagent certaines qualités : mémoriser un système d'informations, les organiser par ressemblance, produire des erreurs, être très rapide, être informel par exemple. Le fonctionnement des réseaux de neurones artificiels est interprété comme l'image d'une pensée analogique (sans langage verbal).

De ces principes expérimentaux, il ressort que la pensée apparaît organisatrice des productions verbales. Réciproquement, le langage verbal apporte à la pensée la mise en forme qui permet d'une part de corriger certaines erreurs d'approximation de la pensée analogique et d'autre part de satisfaire une intention de communication. Le langage complète la pensée.

En ce qui concerne les relations dans l'espace géométrique, certaines relations apparaissent intuitives (Hyde, 2010 ; Hauser, 2002) ou universelles (Izard *et al.*, 2011) : la verticalité, la continuité, l'orientation des objets par des aspects saillants par exemple.

Cependant, l'absence d'habileté langagière crée plusieurs déficits : l'attachement rigide à une stratégie pour résoudre un problème, la difficulté à intégrer des données supplémentaires ou hétérogènes, la prégnance des actions pour créer des relations spatiales. Laplane (*ibid.*) insiste particulièrement sur l'importance du langage verbal en mathématiques pour aboutir à une mise en forme la moins équivoque possible.

Dans le contexte scolaire qui est celui de notre recherche, nous essayons de circonscrire ce qu'est un *objet* à travers les représentations extériorisées d'une pensée qui s'appuie sur un langage au sens large (oral, écrit, graphique, gestuel). Notre discussion sur le sens accordé aux expressions *objet mathématique* ou *objet mathématique enseigné* nous amènera à indiquer en quoi un objet est mathématique et en quoi, s'il est enseigné, il est reconnaissable. Afin de pouvoir décrire (parties 2, 3) l'enseignement des mathématiques dans les disciplines technologiques, nous chercherons à caractériser ce qui distingue l'une de l'autre la pensée mathématique et la pensée technique.
Ce questionnement nous conduira à étudier cinq cas pour illustrer ou éprouver notre argumentation. Ces études de cas s'appuieront sur des matériaux divers : documents de formation scientifique destiné aux enseignants, énoncés de manuel scolaire, productions écrites d'élèves, enregistrements de conversations avec des enseignants.
Cette réflexion permettra d'appréhender de façon critique l'épistémologie des mathématiques dans les disciplines. Enfin, en dernière section, en procédant à l'analyse thématique d'une conversation entre un enseignant de productique usinage et deux élèves, nous donnerons des exemples d'objets mathématiques que la discipline *productique usinage* enseigne.

Chapitre 3 : Pensées mathématiques et pensées techniques

Dans ce chapitre, nous utiliserons fréquemment les expressions *objet enseigné*, *objet mathématique*, *objet technique* ou une combinaison d'entre elles pour désigner ce à quoi se réfèrent les entités utilisées dans les différents discours que nous étudions. Nous nous proposons d'examiner leur signification dans le but de pouvoir discuter l'existence d'un enseignement des mathématiques dans l'une ou l'autre des disciplines, au-delà de la catégorisation opérée par l'institution scolaire en discipline des mathématiques, discipline technologique et discipline professionnelle.

3.1. L'objet et les modes de pensées

Dans cette section, nous nous intéressons aux relations qu'un discours didactique crée, *via* des objets, entre un domaine d'activité, une organisation de travail mettant elle-même en relation des savoirs, des techniques et un environnement.

3.1.1. De la chose à l'objet

Notre but est de clarifier la signification du mot *objet* dans les expressions *objet mathématique* ou *objet mathématique enseigné*. Dans la langue naturelle, le mot *objet* est assez fréquent : il fait partie de la liste des 650 mots les plus fréquemment lus par les élèves francophones, selon la liste publiée par Eduscol[109]. Sa particularité est d'avoir, dans les dictionnaires, des définitions si diverses et si abondantes qu'il semble finalement ne pas être défini. Il a « dans la langue naturelle, cette capacité de s'adapter à tout référent » (Zinna, 2004), de « réunir les différentes fonctions et la diversité morphologique des types » (*ibid.*).

Selon Zinna (2004), *objet* désigne toute chose (matérielle, symbolique, idéale, de nature quelconque) transformée par le fait d'être déclarée comme ayant une fonction ou une valeur pratique, esthétique ou artistique dans un domaine d'activité humaine. Zinna appelle *abjet* le résidu de la chose transformée, cette partie de la chose à laquelle l'activité n'attribue ni fonction, ni valeur. Mais si l'on change de domaine, l'abjet peut, éventuellement, devenir objet. Appliqués aux objets matériels, la notion d'abjet et le changement de statut d'abjet à objet se comprennent facilement : des copeaux peuvent être agglomérés, des lambeaux assemblés, des emballages recyclés, *etc.* Appliqués aux objets conceptuels, la notion d'abjet est plus difficile à

[109] Cette liste consultable http://eduscol.education.fr/cid47916/liste-des-mots-classee-par-frequence-decroissante.html est établie par le lexicologue Etienne Brunet.

concevoir. En suivant le point de vue de l'auteur, l'abjet d'un objet à venir serait constitué des parties de l'objet auxquelles, dans un certain domaine d'activité, aucune fonction n'est attribuée.

Par exemple, en mécanique dans le plan, l'objet conceptuel *moment scalaire* dépendant du concept de *produit vectoriel* n'est utilisé que pour calculer l'aire d'un triangle ou l'intensité d'un moment par le biais d'une formule algébrique, sans tenir compte de la direction ni du sens du *vecteur-moment*. Ainsi se forme un cortège d'énoncés relatifs au moment scalaire. L'un d'entre eux, très connu, est la définition suivante enseignée au lycée : le moment scalaire d'une force par rapport à un point d'un axe est le produit de l'intensité de la force par la distance du bras de levier à l'axe. Mais, comme le rappelle Fanchon :

> En statique ou en dynamique dans l'espace, la notion de moment scalaire ou algébrique […] ne suffit plus. Le moment d'une force doit être décrit sous forme vectorielle (vecteur-moment) et défini à partir d'un produit vectoriel. (Fanchon, 1996, p. 21)

On peut considérer qu'au niveau du lycée, ou au premier stade d'apprentissage, la composante géométrique (sens, direction normale, orientation d'un plan) du moment est un abjet tandis que la composante numérique (l'intensité) est l'objet enseigné.

Lorsque nous nous référons au programme de *mathématiques-sciences physiques et chimiques* du lycée professionnel[110], nous observons que la notion de direction normale au plan vectoriel définie par le vecteur force et le vecteur dirigeant l'axe n'est signalée que graphiquement à l'occasion de la notion de couple de force : dans le dessin de la Figure 15, la relation d'orthogonalité entre l'axe et le plan d'application du couple de forces est implicite. L'implicite fonctionne parce que notre esprit est habitué à interpréter dans le sens voulu ce type de dessin. Les références verbales à l'orthogonalité dans l'espace apparaissent dans le programme de mathématiques à l'occasion d'expressions comme « *repère orthogonal* » ou « *repère orthonormal* » qui parsèment les descriptifs ou dans le commentaire des relations plans/droites.

[110] BOEN n°2 spécial du 19/02/2009.

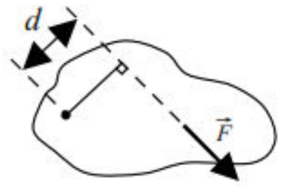
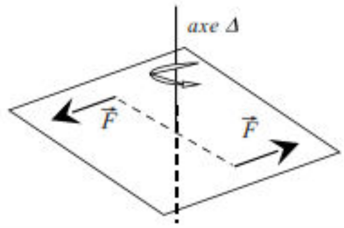
3. Comment soulever facilement un objet ?		
Capacités	**Connaissances**	**Exemples d'activités**
Vérifier expérimentalement l'effet du bras de levier ($F \cdot d$ constant). Utiliser la relation du moment d'une force par rapport à un axe. Utiliser la relation du moment d'un couple de forces. Faire l'inventaire des moments qui s'exercent dans un système de levage.	Connaître la relation du moment d'une force par rapport à un axe : $\mathcal{M}(\vec{F}/\Delta) = F \cdot d$  Connaître la relation du moment d'un couple de forces C : $\mathcal{M}_C = F \cdot d$ 	Modélisations expérimentales (brouette, pied de biche, leviers, treuil, chariot élévateur, …). Etude de situations professionnelles : manutention par élingue, porte personne en milieu hospitalier, grue d'atelier (chèvre), poulie, pince de manipulation en sidérurgie ou en tôlerie. Modélisation d'un palan.

Figure 15 : La notion de moment dans le programme de sciences physiques et chimiques de la discipline *mathématiques-sciences physiques et chimiques* (BOEN n°2 spécial du 19/02/2009, p. 54).

Dans la discipline des mathématiques, par exemple, Ouvrier-Buffet (2006) remarque que les définitions n'ont rien de définitif : elles s'adaptent et mettent en lumière un aspect fonctionnel ou formel ou relationnel plutôt qu'un autre en fonction du niveau scolaire. On pourrait considérer que les aspects passés sous silence forment provisoirement l'abjet de l'objet qui apparaît grâce à une définition que l'on propose aux élèves. L'objet *angle* par exemple donne à voir des définitions très différentes du collège au lycée passant de l'angle géométrique à l'angle orienté. Dans le chapitre 4, nous aurons à nouveau l'occasion de constater les variations de définition des objets mathématiques lorsque nous comparerons les démarches de deux disciplines du lycée professionnel, *mathématiques-sciences physiques et chimiques* et *construction mécanique* pour décrire une configuration de solides.

La notion d'*abjet* est relative à l'objet que l'on considère. Par exemple, l'observation de ce qui se passe en classe, à propos d'une notion mathématique enseignée, va conduire à décrire : *une ambiance* de groupe fatigante, *une impression* que les élèves ne s'intéressent pas, *l'air* motivé d'un élève, *etc.* Une *ambiance*, une *impression*, un *air* restent des choses qui ne sont rattachables à aucun concept du point de vue mathématique. Mais, du point de vue didactique et pédagogique, les relations et les ressentis pouvant être parmi les constituants d'une observation problématisée de l'objet enseigné, peuvent finalement être approchés théoriquement et être affiliés à la famille des concepts didactiques.

Selon Kleiber (1990), les objets sont catégorisés linguistiquement par des noms alors que les actions sont catégorisées par des verbes (*ibid.,* p. 16). Les objets ont une fonction de signification (*op. cit.,* p. 96), c'est-à-dire qu'ils sont les vecteurs des règles d'interprétations des signes langagiers. Pour les philosophes Panza et Sereni :

> […] un objet serait donc quelque chose dont on peut dire s'il tombe sous un concept déterminé et pour lequel on peut établir en outre ce qui l'identifie et ce qui le distingue de toute autre chose qui tombe sous ce même concept. (Panza et Sereni, 2013, p. 32)

L'expression *tomber sous un concept* exprime la dépendance de l'objet par rapport au concept, en ce sens que l'objet est lié au concept. Dans le cas des mathématiques, pour comprendre ce qui transforme une chose en objet mathématique, il faut s'intéresser à la définition du concept mathématique.
Les définitions de Kleiber d'une part et de Panza et Serini d'autre part concordent sur les faits suivants : (1) la notion d'objet implique un langage et un domaine d'activité, (2) l'objet est le vecteur d'un système d'interprétations du langage dans ledit domaine. Elles orientent ainsi indirectement ce qu'est un concept mathématique. Il nous faut donc aborder la question de la définition de concept scientifique que nous adopterons.

3.1.2. De l'objet au concept : notion d'objet mathématique

En tant que mot fondamental, définir à quoi réfère le mot *concept* est une entreprise complexe et de vaste envergure. Pour simplifier, nous utiliserons *concept* pour *concept scientifique*, c'est-à-dire un concept qui est un élément construit d'une théorie scientifique. Un concept mathématique est alors un concept scientifique d'une théorie mathématique.
Nous nous référons aux travaux de Bruno d'Amore (2001) qui fait le point sur les différentes interprétations du mot *concept* dans l'histoire de la pensée, impliquant la philosophie, la psychologie et l'anthropologie. Suite à cette mise au point, nous indiquerons quelle signification nous adoptons.

- Première signification : selon Aristote, **un concept est un instrument** rendant possible la description, la classification et la prévision des objets connaissables. Il ne peut être confondu avec le nom utilisé pour s'y référer.
- Deuxième signification : selon les philosophes du XIX^{e} siècle, un **concept est un résultat associé à un mode de génération indépendant du sujet.** Les philosophes français ou allemands discutent la nature du concept : dépend-il ou non des expériences sensorielles ? Est-il ou non contenu dans les phénomènes observés ? D'où tire-t-il sa valeur universelle ?
- Troisième signification : selon les psycho-généticiens actuels, **un concept est un indice la maturation du développement intellectuel d'un sujet**. Selon cette approche, le sujet passe globalement par trois phases. Durant la première phase, dite d'accumulation syncrétique, le sujet ne réalise pas de référence stable et objective. Pendant la deuxième phase, dite de complexification, le sujet établit des connexions mais elles ne sont pas toujours logiques (plutôt liées aux événements). Enfin, durant la phase conceptuelle, le sujet établit des

relations abstraites, fondées sur des propriétés. Ces relations stables constituent des concepts.
- Quatrième signification : d'un point de vue anthropologique, **un concept est un objet de transaction** entre une institution, l'école, la recherche, la profession, etc., et des sujets impliqués dans une relation d'enseignement-apprentissage. Les didacticiens s'interrogent sur la nature des objets enseignables : plutôt des méthodes et des attitudes ou plutôt des techniques ? Peut-on reconnaître les connaissances induites et stabilisées par une observation empirique comme *concept concret* ? Quelle forme de définition faut-il pour introduire un *concept abstrait* ? Quelles activités proposer pour *construire* un concept scientifique, faire évoluer la représentation d'un sujet ?

C'est pourquoi linguistes comme scientifiques ont pris l'habitude de recourir au composé *mot-concept* pour bien marquer la différence entre le signifié du mot qui participe du découpage notionnel de l'univers par la langue, et son référent, le concept qui participe d'une modélisation scientifique ou explicative du même univers.
Toutes les définitions concordent sur le fait que le mot désignant le concept n'est pas le concept. Les deux dernières significations sont cependant très soucieuses d'étudier l'impact des représentations scripturales du concept sur la représentation du concept et s'accordent sur le fait que le travail didactique porte sur un processus dynamique et social (la conceptualisation).
Nous utilisons la définition de Vergnaud (1982) qui s'applique aux concepts scientifiques et outille l'analyse épistémologique qu'on peut faire d'un concept. Selon Vergnaud, un concept est un triplet constitué (1) des situations que le concept modélise, (2) des représentations qui permettent de faire du concept un objet socialement communicable et (3) des opérateurs qui permettent de le manipuler et de produire des relations nouvelles. Vergnaud insiste sur la pluralité des situations qui donne un sens au concept et sur les propriétés du concept à travers les opérations. Il accorde aux représentations sémiotiques des concepts une valeur instrumentale tout en prévenant qu'elles sont autant aidantes qu'inductrices d'erreur.

3.1.3. Un exemple : le degré de liberté

Nous avons choisi comme exemple d'objet, l'objet *degré de liberté*, emprunté à un cours de fabrication mécanique[111]. Nous allons nous demander en quoi il peut être mathématique en considérant les éventuels concepts mathématiques sous lesquels « il tombe ». Avec cet exemple, nous souhaitons montrer en quoi la distinction entre *objet mathématique* et *objet enseigné* est opératoire pour notre problématique qui est d'appréhender la façon dont les disciplines 'non mathématiques' enseignent les mathématiques.

[111] Il s'agit en fait d'un cours mixte de construction mécanique et de productique- usinage, décrivant des principes théoriques de mécanique ou de géométrie descriptive, des procédés normatifs de spécifications géométriques mais aussi des outillages, des procédés d'usinage et des principes de productique.

En effet, un objet enseigné est toujours doublement caractérisé selon les points de vue inter- et intra- didactiques, par ses relations avec ce qui a été ou sera enseigné dans la discipline et dans d'autres disciplines, et par ses relations avec les choix pédagogiques liés au positionnement psychosociologique, intuitif ou raisonné, de l'enseignant.

La notion d'objet mathématique enseigné nous permet donc d'une part d'isoler certains concepts mathématiques dans un discours disciplinaire et, d'autre part, d'organiser une partie de l'analyse d'un discours didactique en mettant en relation l'intention didactique et certains procédés discursifs.

La figure 16 (16 a, 16 b) illustre l'objet *degré de liberté* à travers deux discours didactiques écrits de la même discipline (la productique usinage), au cours de deux activités distinctes dans le temps d'enseignement-apprentissage :

- La Figure 16 a illustre l'introduction de l'objet *degré de liberté* : l'extrait de manuel présenté fait référence à la navigation aérienne pour expliquer par analogie ;
- La Figure 16 b illustre l'évaluation terminale de l'objet *degré de liberté* : l'extrait d'épreuve d'examen présenté représente une machine-outil à 4 axes que l'élève doit légender en fonction d'informations rassemblées dans un dossier technique (que nous ne présentons pas).

8.2 Les degrés de liberté et les liaisons

Tout corps rigide libre dans l'espace, par exemple l'avion de la figure 8.1, a six mouvements possibles ou six degrés de liberté:

- trois translations suivant les trois axes orthogonaux menés à partir d'un point 0 solidaire au corps rigide
  - axe 0x, l'avance
  - axe 0y, la dérive
  - axe 0z, l'ascension
- trois rotations autour des trois mêmes axes
  - axe 0x, le roulis
  - axe 0y, le tangage
  - axe 0z, le lacet.

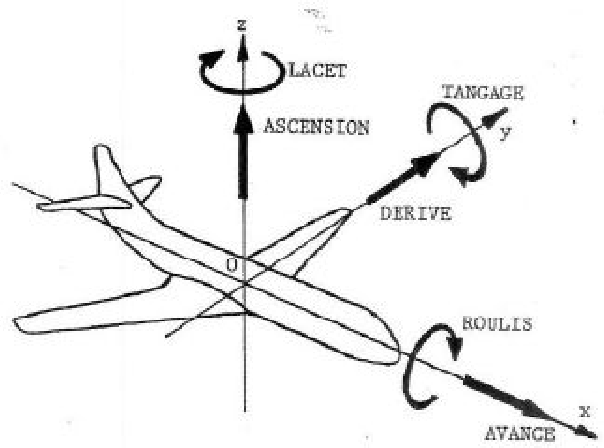


Figure 16 a : Degrés de liberté d'un avion. Extrait de notes de cours de fabrication mécanique, Université de Québec (Trottier, 1992, p. 207).

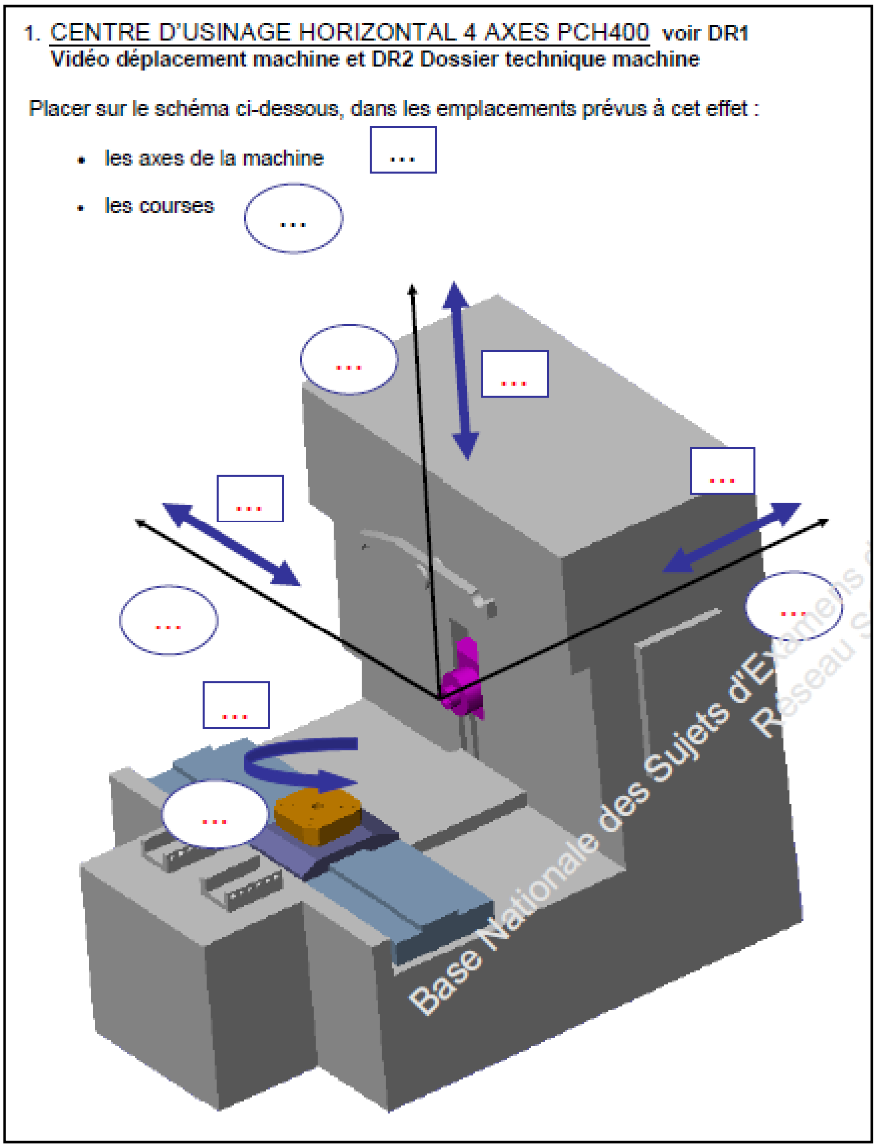


Figure 16 b : Degrés de liberté sur une machine-outil 4-axes.
Extrait de l'épreuve *Elaboration d'un processus usinage* du baccalauréat de technicien d'usinage, 2010.

Les concepts mathématiques de repère affine euclidien, de rotation ou de translation dans l'espace, le concept mécanique de système rigide sont nécessaires à la compréhension de l'objet *degré de liberté*. L'objet *degré de liberté* est instancié d'autant de façons qu'il y a d'avions ou de machines outils, cette instanciation se matérialise par un 6-uplet de mesures d'angle ou de longueur. En effet, l'objet *degré de liberté* réfère à un objet tridimensionnel potentiellement dynamique selon deux déplacements (rotation, translation) pour chacun des trois axes du repère.
La représentation sémiotique de cet objet conceptuel posant le problème d'une dimension
La Figure 17 (organisée en tableau comparatif) montre que l'objet *degré de liberté* dépend du champ conceptuel repère *orthonormé affine* dans des situations génériques et distinctes. En effet, chacune des Figures 16 a et 16 b fait référence à un repère local attaché respectivement à l'avion ou à la machine-outil. L'objet *degré de liberté*, nommé ou non, est défini en relation

avec un ensemble de concepts mathématiques ou mécaniques grâce à une sémiotique complexe. Cette sémiotique combine un vocabulaire spécifique à la situation, des symboles mathématiques usuels à la description cartésienne de l'espace et différents dessins de flèches. La mise en perspective d'une activité d'introduction (Figure 16 a) et d'une activité d'évaluation (Figure 16 b) montre comment un cadre d'interprétation du concept de repère affine euclidien se construit implicitement à partir de la description de l'objet enseigné *degré de liberté*.

	Figure 16 a : l'avion	**Figure 16 b : la machine-outil**
Objet	Degrés de liberté d'un avion en vol	Degrés de liberté d'une machine-outil
Fonction de l'objet	Description des variations de mouvements de l'avion dans son repère	Description des mouvements relatifs des éléments de la machine
Domaine d'activité des auteurs	Enseignement technologique de la productique usinage	
Activité des auteurs	Dévolution de l'objet par analogie	Evaluation de la connaissance de l'objet
Concept mathématique dominant	Repère affine euclidien	
Concepts mathématiques connexes	Vecteurs indépendants, base vectorielle : point origine, axe orienté Isométries de l'espace affine euclidien : translation, rotation	
Concepts de mécanique connexes	Système indéformable, rigidité (liaisons cinématiques) Référentiel de mouvements	
Contexte de l'objet	Avion	Machine-outil 4-axes
Appellation de l'objet	oui	non
Vocabulaire relatif à l'objet	Axes orthogonaux Mouvement Avance, dérive, ascension Roulis, tangage, lacet Degré de liberté, liaison	Vidéo *déplacement machine* Centre d'usinage horizontal Course
Symboles	O, x, y, z, Ox, Oy, Oz	
Figures relatives à l'objet	Flèches : -simple pour les axes ; -simple pour une translation ; -courbe pour une rotation	Flèches : - simple pour les axes - double pour une translation - courbe pour une rotation Etiquettes : - rectangulaire pour un axe - ovale pour un déplacement

Figure 17 : Analyse de l'objet conceptuel *degré de liberté*.
Système d'interprétations associé à l'instanciation de l'objet *degré de liberté* lors de l'enseignement (16 a) en introduction et (16 b) en évaluation terminale en productique usinage.

Par ailleurs, l'objet *degré de liberté* étant lui aussi un concept, d'autres objets qui peuvent être conceptuels ou matériels tombent à leur tour sous lui. Par exemple, les objets *navigation aérienne* et *réglage d'une machine-outil* vérifient la définition de Panza et Serini : ces deux objets dépendent du même concept de *degré de liberté* et se distinguent l'un de l'autre. En tant que concept, l'objet *degré de liberté* est relié à d'autres concepts tels le *degré de liaison* ou la *liaison mécanique* avec lesquels il partage le système de notation matricielle : tous peuvent être notés par un tableau de nombres à trois lignes (une ligne pour chaque dimension de l'espace)

et deux colonnes (une colonne pour décrire un déplacement par translation, une colonne pour décrire un déplacement par rotation).
L'exemple (Figures 16 a, b) nous indique premièrement qu'un objet peut dépendre de plusieurs concepts, deuxièmement que les notions d'objet et de concept sont récursives (un objet peut être le concept sous lequel tombe un autre objet), troisièmement que la notion d'objet semble servir à différencier les concepts entre eux et, qu'enfin éclaircir le signification d'un objet amène à questionner la signification d'un concept.

3.2. Naissances de la pensée technique et de la pensée mathématique

Nous venons de voir que le domaine d'activité dans lequel prend place un objet s'organise selon un mode dominant de pensée. Ce que nous dénommons *mode de pensée* est une manière d'imaginer (donc non nécessairement verbale et consciente) des relations entre :

- Les objets d'un domaine d'activité et le monde matériel,
- Ce domaine d'activité et l'organisation du travail humain,
- Les savoirs et les savoir-faire ou les techniques utilisées dans ce domaine d'activité.

Notre recherche *in fine* porte sur les objets mathématiques enseignés par des disciplines scolaires telles que la construction mécanique et la productique usinage. Dans cette optique, nous allons confronter deux modes de pensée particuliers : la pensée technique et la pensée mathématique. Cette articulation ne signifie pas que la pensée mathématique (ou technique) est une ou bien qu'il n'existe pas d'autres modes de pensée dans le champ d'activité de référence de ces disciplines comme dans les disciplines elles-mêmes.
Les termes *technique* et *mathématique* ont de nombreuses significations. Avant de nous engager dans la démarche comparative, nous allons préciser les sens que nous donnons aux termes *technique* et *mathématique* et considérer l'évolution des modes de relation entre technique et mathématique à travers l'histoire

3.2.1. Les pensées mathématiques : historique et représentations

Selon Thirion (1999), la pensée mathématique apparaît en Grèce entre 600 et 300 av. J.-C., se séparant, de façon non élucidée par les historiens, du « *bricolage intellectuel* » (*ibid.*, p. 31), c'est-à-dire des techniques géométriques et numériques des Egyptiens. Nous donnons quelques marqueurs de la naissance de la pensée mathématique.

3.2.1.1. Des marqueurs de la pensée mathématique : objet idéal et objet nominal

Dans la théorie des nombres des Pythagoriciens (585 à 400 av. J.-C.), les concepts sont rigoureusement définis : une méthode des proportions est exposée, les nombres sont classés par leurs propriétés en respectant l'exigence de la démonstration. La conviction selon laquelle les nombres structurent les phénomènes naturels règne :

> Les Pythagoriciens, selon Aristote, considèrent les nombres comme les éléments constitutifs de la matière. Ils identifient les nombres à des ensembles de points disposés en configurations géométriques,

> un peu à l'image de points disposés sur le sable ou de cailloux disposés sur le sol, ou, encore, « de la façon dont les étoiles dessinent une constellation. (Dahan-Dalmedico *et* Peiffer, 1986, p. 48)

L'école pythagoricienne a développé une arithmétique géométrique des nombres entiers, vus comme collections d'unités ; c'est-à-dire que sont découvertes de nombreuses propriétés numériques par réarrangement spatial des points représentant les unités[112]. L'arénaire d'Archimède (287 à 212 av. J.-C.) reprend près de deux siècles après les recherches des Pythagoriciens sur la nature des nombres et leur représentation lorsqu'ils sont très grands. Le système de numération grecque antique[113] ne permettait d'écrire que les nombres inférieurs au million ; Archimède cherche, lui, à déterminer le nombre de grains de sable nécessaires à remplir l'univers[114].
La conviction, de nature philosophique, selon laquelle toute chose peut être abstraite en nombre apparaît déterminante : « dès lors on peut dire que la mathématique, unifiée, a un objet et cet objet général est la structure du monde » (*ibid.*, p. 40) La « crise» de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ donne un exemple de l'impact de la pensée mathématique : le choix de concevoir $\sqrt{2}$ comme un objet idéal et la posture philosophique consistant à chercher une démonstration fondée sur les concepts et les techniques arithmétiques des Pythagoriciens se sont révélés infructueux mais ont préparé l'idée d'une proportion impossible. L'irrationalité[115] de $\sqrt{2}$, prouvée par l'absurde par Euclide (entre 325 et 265 av. J.-C.), n'aura finalement donné lieu à aucune approche empirique.
Platon (428/427– 348/347 av. J.-C.) introduit une composante importante de la pensée mathématique : celle d'une représentation des savoirs et du mode d'acquisition de ces savoirs à travers l'allégorie de la caverne. Panza et Serini (2013) proposent de l'allégorie de la caverne imaginée par Platon le schéma suivant (Figure 18) :

---

[112] Les nombres polygonaux, le gnomon (figure qui, ajoutée à une autre, la fait augmenter en aire ou en volume en conservant la forme) posent les fondements des suites numériques. Il est admis que l'école pythagoricienne connaissait, sans l'avoir prouvé, la relation de Pythagore : le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est la somme des carrés des deux autres côtés.

[113] Cette numération est décimale et additive : chaque symbole désigne un nombre qu'on écrirait aujourd'hui sous la forme $a \times 10^n$Erreur ! Signet non défini. , a et n étant des entiers prenant leur valeur respectivement, de 1 à 9 et de 0 à 3.

[114] Archimède est amené à faire des hypothèses cosmologiques et des remaniements mathématiques. Notamment, il suppose l'univers hélio centré et sphérique, procède à certaines extrapolations à partir de données empiriques sur la perception humaine pour en approcher le rayon et adopte enfin un système de notation positionnel pour désigner les grands nombres, c'est-à-dire des nombres d'ordre supérieur à celui des myriades. Dans le système décimal, une myriade correspond à 10^4. Archimède utilise une myriade de myriades, une myriade de myriades d'une myriade de myriades, *etc.* (Wikipédia).

[115] Le problème de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ est exposé dans la partie *Annexe des démonstrations*.

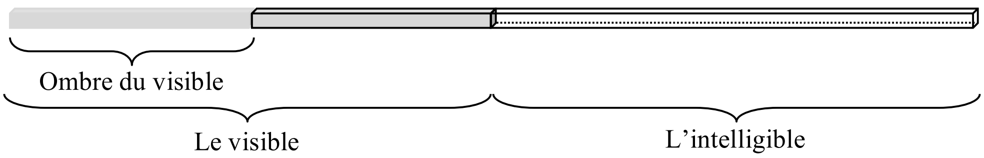


Figure 18 : Schéma de l'allégorie de la caverne selon Panza et Serini.

Un objet physique est figuré par un segment : une moitié de ce segment représente la partie visible de l'objet et l'autre moitié représente la partie intelligible de l'objet : celle où Platon situe la connaissance. Pour mettre en évidence la différence entre la simple vue de l'objet et sa connaissance véritable, le segment représentant la partie visible est à nouveau également divisé ; une moitié représentant l'ombre de l'objet, la seule qu'il nous soit donné d'observer directement. L'allégorie s'interprète ainsi : l'ombre de l'objet physique est à cet objet physique ce que la partie visible de cet objet est à sa partie intelligible. Que signifie cette allégorie et quelles en sont les conséquences ?
Ce à quoi nous accédons à première vue est l'ombre : elle renseigne, mais bien peu, sur l'objet physique. Il nous faut acquérir la connaissance pour pouvoir voir véritablement l'objet. Ainsi la connaissance éclaire un espace autre que celui des choses concrètes, des perceptions et des opinions. Cette façon de penser les mathématiques a eu une conséquence drastique. C'est que la démonstration devient emblématique de l'activité mathématique : tout recours à l'expérience est banni ; seul le raisonnement déductif est recevable.
Cet espace autre, hors des intuitions et du sens spontané, est au cœur de la pensée mathématique. Cartier (2000) le redit :

> […] qui peut imaginer un nombre qui aurait un milliard de milliards de milliards de milliards de chiffres ? Ce nombre-là n'a pas de sens, puisqu'il aurait trop de chiffres pour qu'on puisse même matériellement l'écrire : c'est une fiction. Il y a beaucoup de fictions en mathématiques ; elles sont extrêmement utiles car elles permettent un décrochage par rapport à la réalité, un voyage dans l'imaginaire et l'abstrait, qui permet de revenir ensuite dans le concret, beaucoup plus loin. (Cartier, 2000, p. 5)

En mathématiques, l'idée de vouloir traiter par le langage les nombres infinitésimaux ou infiniment grands est celle de l'analyse non standard (Artigue *et al.*, 1989). Le langage développé par cette branche des mathématiques permet, au prix de la version dénombrable de l'axiome du choix, de reformuler les théorèmes classiques de l'analyse (des nombres réels) en allégeant les contraintes sur les quantificateurs (ordre, spécification) et en donnant un seul énoncé concernant et les nombres réels (dits *standards*) et les autres qui sont appelés *non standards*. Le vocabulaire de cette théorie est particulièrement intéressant à observer : les nombres non standards, aussi appelés *hyperréels*, se classent en trois catégories : celle des nombres *infiniment petits*, celle des nombres *infiniment grands*, celle des nombres qui correspondent à la limite finie d'une suite réelle convergente. Le nombre réel (donc standard) servant à exprimer cette limite est appelée *ombre du nombre non standard*. Par exemple, 1 est l'ombre du nombre non standard 0,999…, non scriptable avec la numération de position et que l'on écrit usuellement à l'aide d'une limite :

$$\sum_{i=1}^{+\infty} 9\times 10^{-i} = \lim_{n\to+\infty} \sum_{i=1}^{n} 9\times 10^{-i} = 1$$

Déjà, le XIX^{e} siècle voit émerger la question à la fois philosophique et mathématique des limites de notre imagination de l'espace. Du philosophe Kant (1724–1804) au mathématicien Poincaré (1854–1912), le statut des axiomes géométriques et de la géométrie euclidienne sont questionnés. Les axiomes euclidiens sont-ils des évidences ? S'imposent-ils du fait de nos expériences physiques sur les objets ? Sont-ils des conventions. ? Vers 1830, des théories instituant des géométries non euclidiennes sont inventées : à partir de là, il n'est plus possible de confondre l'espace représentatif (celui des sensations), l'espace physique (celui des mesures et des mouvements) et l'espace géométrique (celui des opérations).
Nous nous appuyons sur les travaux de l'historien des sciences Nabonnand (2012) pour rendre compte de la position de Poincaré sur cette question.

> Nos représentations qui ne peuvent être que des reproductions de nos sensations se rangent dans l'espace représentatif. L'espace géométrique est la catégorie de l'entendement avec laquelle nous raisonnons spatialement. Nous ne nous représentons pas les corps extérieurs dans l'espace géométrique, mais nous raisonnons sur ces corps, comme s'ils étaient situés dans l'espace géométrique.
> (Poincaré, 1902*, La Science et l'hypothèse* cité par Nabonnand, 2012).

> Comme Lie[116], je crois que la notion plus ou moins inconsciente du groupe continu est la seule base logique de notre géométrie. Comme Helmholtz[117], je crois que l'observation des mouvements des corps solides en est l'origine psychologique. Mais je ne fais pas pour cela dériver la géométrie de l'expérience ; loin de là. Les expériences sur les solides n'ont été que l'occasion qui, parmi tous les groupes continus dont nous aurions pu faire une géométrie, nous a fait choisir le groupe euclidien, non comme le seul vrai, mais comme le plus commode (Poincaré, 1901, *Analyses* cité par Nabonnand, 2012).
> […] elle [la géométrie euclidienne] est la plus simple comme un polynôme du premier degré est plus simple qu'un polynôme du second degré. (Poincaré, 1902, *La Science et l'hypothèse* cité par Nabonnand, 2012).

Ainsi, la pensée mathématique accepte des objets mathématiques que, pour des raisons physiologiques et psychologiques, l'humain peine à imaginer et à figurer autrement que symboliquement. La pensée mathématique se préoccupe de relativiser les différentes théories (aussi bien numériquement que géométriquement) par rapport aux représentations que nous construisons par nos sensations et par nos expériences. Cet aspect de la pensée mathématique

---

[116]Sophus Lie, mathématicien norvégien (1842-1899) a donné son nom à une théorie algébrique qui pose que, d'une façon générale, un groupe est un ensemble stable par une opération binaire (*i.e.* à deux opérandes) et vérifiant certains axiomes. En particulier, les groupes de Lie sont des groupes où l'opération est une transformation d'un espace à *n* dimensions (IR^{n} ou C^{n}). Dans IR^{3} qui nous intéresse, les groupes de Lie sont l'ensemble des isométries vectorielles (rotation et symétrie), les transformations linéaires.
[117] Hermann Von Helmotz, physicien allemand (1821-1894) a étudié l'origine de nos représentations de l'espace d'un point de vue physiologique à partir de nos expériences sur les solides : mouvement musculaire, perception des mouvements dans les champs visuel ou tactiles.

est fonctionnel et ne tient pas compte de la nature des objets mathématiques utilisés. C'est pourquoi la question de la nature des objets mathématiques continue de se poser.

Selon Platon, les objets mathématiques, quoique abstraits, sont aussi réels que des objets concrets : ils préexistent aux discours et aux débats comme « un arbre, une plante préexistent aux théories qui portent sur eux » (Panza *et* Serini, 2013, p. 30). Dire qu'un objet mathématique est abstrait et réel signifie que son existence n'est pas liée aux perceptions humaines ou au langage humain et qu'il est intemporel. Panza et Serini soulignent la difficulté qu'ont les philosophes et les sémioticiens à séparer nettement les objets selon leur nature concrète ou abstraite. En supposant donc que les objets mathématiques soient abstraits et réels, ils ne sont accessibles que par leurs signes qui leur sont affectés dans les énoncés des théories qui parlent d'eux : leur nom, leur figure, leur définition.

À la conception de Platon qui considère les objets mathématiques comme étant de nature réelle (le réalisme ontologique), s'oppose la conception nominaliste d'Aristote. Selon le nominalisme, un objet abstrait et mathématique n'existe pas en soi : il apparaît, dans les discours, comme paraphrase d'un système cohérent de référence à des objets concrets.

> Dans des termes modernes, cette attitude [le nominalisme] revient à soutenir que les assertions mathématiques ne sont pas à prendre au pied de la lettre et que la forme qu'elles prennent d'habitude n'est qu'une reformulation d'assertions plus longues et complexes. De cette manière, les termes singuliers qui interviennent en elles et semblent dénoter les objets mathématiques, n'ont, en tant que tels, aucune référence et ne sont que des abréviations utilisées à la place d'expressions plus complexes dans lesquelles aucun terme de ce type n'interviendrait. (Panza *et* Serini, 2013, p. 70)

Nous reportons les significations répertoriées par le Centre National de Ressources Textuelles et Linguistiques (CNRTL) concernant le nominalisme.

> A. − *PHILOS. CLASS.* Doctrine d'après laquelle les idées générales ou les concepts n'ont d'existence que dans les mots servant à les exprimer.
>
> B. − *PHILOS. MOD. Nominalisme scientifique* ou par ellipse *nominalisme*.
>
> 1. Doctrine soutenant que les faits, les lois et les théories scientifiques ne sont autre chose que des constructions mentales nécessairement conventionnelles, mais empiriquement fécondes` (*Dict. des grandes philosophies.*, Toulouse, Privat, 1973, p. 269).

Il existe d'autres variantes nombreuses du nominalisme. Nous nous contenterons de retenir que la position nominaliste considère les objets mathématiques comme n'ayant pas d'existence hors des énoncés des assertions qui les impliquent.

Il est intéressant de noter que les adjectifs *idéal*, *nominal* n'apparaissent jamais dans les manuels de mathématiques de lycée. Ces deux adjectifs surviennent soit dans des situations où les mathématiques « réfléchissent » sur elles-mêmes (en philosophie), soit lorsque les mathématiques mettent en œuvre une approche systématique de modélisation du réel (transaction financière, construction mécanique).

À partir de l'analyse d'un exemple, consacrons un moment à l'élucidation du sens de ces adjectifs dans un contexte mathématisé (c'est-à-dire utilisant en partie la sémiotique des mathématiques sans que les mathématiques soient au centre du discours). Nous cherchons à résoudre la question suivante : existe-t-il un lien entre la position nominaliste telle que nous l'avons arrêtée et l'usage des adjectifs *idéal*, *nominal* ?

Illustrons notre propos à l'aide d'un document édité par le CERPET[118] (1999) intitulé *Exploitation du concept GPS et de la normalisation pour la Spécification Géométrique des Produits* (sous-entendu, des produits fabriqués en productique usinage). Ce document destiné aux enseignants de construction mécanique et de productique usinage a servi de support de formation lors de l'introduction dans l'enseignement professionnel, dans les années 2000, du langage normalisé de spécifications géométriques des produits, dit concept GPS. Ce langage, essentiellement graphique et numérique, est normalisé et utilisé dans le monde de la production industrielle. Il a pour cadre théorique la géométrie descriptive : les mathématiques sont donc celles de la géométrie affine euclidienne. Nous considérons la typologie des *éléments géométriques* du concept GPS, telle quelle est exposée dans ce document de formation et interrogeons l'adjectif *nominal* en relation avec la position nominaliste selon laquelle les objets mathématiques sont des procédés linguistiques pour désigner des assertions.

3.2.1.2. Objet géométrique nominal dans l'enseignement de construction mécanique

Ce document source de 80 pages que nous avons traité avec un programme de statistique lexicale, comporte 105 occurrences des adjectifs *(non)-idéal* et 94 occurrences du radical *nomin* dans les formes *nominales* ou *nominalement*. Ces résultats statistiques[119] confirment l'importance pour la modélisation mathématique de la distinction entre :

- Ce qui est potentiellement observable (*réel, non idéal, imparfait, référentiel*),
- Ce qui est fictif et théoriquement défini (*nominal, parfait, exact, sans défaut, spécifié, mathématique*).

Ajoutons que le langage GPS est conçu pour être appliqué avant et après la fabrication : c'est-à-dire, lors de la conception, sur un objet qui n'a pas de matérialité puis, après la fabrication, lors de la vérification de la géométrie de la surface matérielle de la pièce.
La typologie (Figure 19) fait apparaître trois types d'éléments géométriques.

---

[118] CERPET : Centre d'Études et de Rénovation Pédagogique de l'Enseignement Technique.

[119] Le dénombrement des occurrences a été réalisé automatiquement avec le logiciel *Word* de la façon suivante :

(1) Le document source au format PDF est d'abord converti au format docx ;

(2) On commence par dénombrer la chaîne de caractères la plus longue, c'est-à-dire la plus contraignante, qui est ici la forme adverbiale *nominalement*. Pour cela, on utilise l'outil **Rechercher/Remplacer** paramétré avec *nominalement* dans les deux boîtes de dialogue : le logiciel restitue le nombre d'occurrences de *nominalement* dans la totalité du document.

(3) La procédure est répétée pour la chaîne de caractères moins contraignante *nominal*. Le nombre restitué correspond aux mots contenant la chaîne de caractère *nominal,* tels que les formes adjectivales et la forme adverbiale. Il n'y a pas de forme avec le préfixe *a*- car la procédure restitue 0 pour la chaîne *anominal*.

(4) On recommence pour n'importe qu'elle chaîne de caractères. L'outil est insensible à la casse.

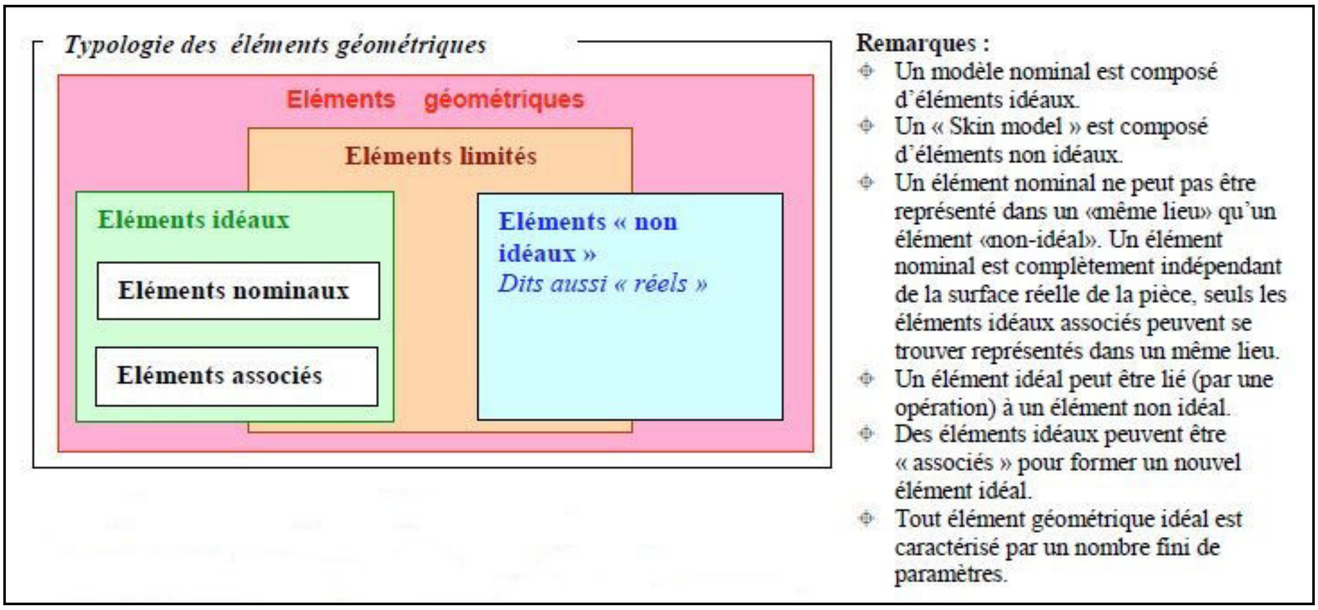


Figure 19 : Typologie des éléments géométriques dans le langage normalisé du domaine de la construction mécanique. (CERPET, 1999, p. 15).

Détaillons ces types et en particulier la manière dont ils prennent en charge la relation entre les objets matériels et les objets mathématiques. Les objets sont ici appelés *éléments*. Nous conservons ce terme au cours de la présentation et de notre discussion.

Les éléments réels

Le synonyme normalisé (c'est-à-dire recommandé par le concept GPS) de *réel* est *non idéal*. Bien qu'il soit dit *géométrique,* un élément non idéal n'est pas déterminé mathématiquement. Il est issu d'une pièce. Donc un élément non idéal est limité et désigne soit une surface, soit un linéament (partie d'axe d'un cylindre par exemple), soit un point saillant particulier. Un élément non idéal exprime les conditions liées aux matériaux de fabrication et aux outils : le concepteur anticipe les irrégularités ou anomalies macro-géométriques et définit une surface possible appelé *modèle de peau* (skin model).

Les éléments significatifs issus d'une pièce étant imparfaits car porteurs de défauts, ces éléments ne peuvent être caractérisés mathématiquement : à un élément non idéal, on adjoint un élément idéal, dit *associé,* qui, lui, est mathématiquement manipulable. Les deux éléments (non idéal et associé) sont représentés en un même lieu (Figure 20).

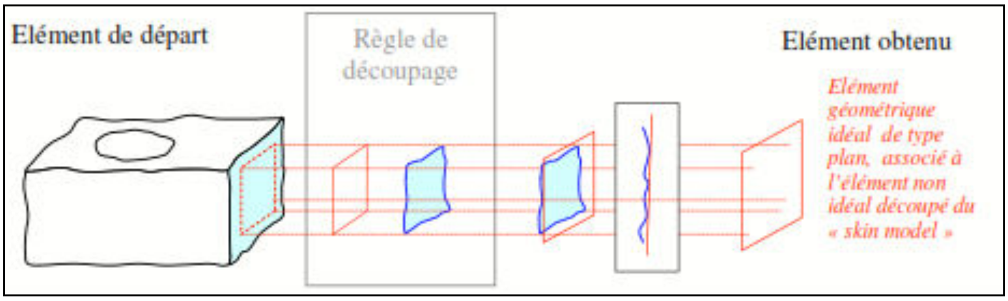


Figure 20 : Exemple d'association entre une surface non idéale, découpée du modèle de peau, et un plan idéal. (CERPET, 1999, p. 16)

Un élément non idéal dérive d'un élément conceptuel purement mathématique et presque certainement irréalisable : cet élément parfait et inatteignable est appelé élément nominal. Géométriquement un élément non idéal ressemble (malgré ses imperfections) à l'élément nominal qui lui est antérieur conceptuellement. On dit alors par exemple : *telle surface non idéale est de type nominal plan* ou encore *telle ligne non idéale est nominalement un cercle*. Ainsi une ligne de type nominal cercle (élément *limité non idéal*) pourra être décrite par l'un des paramètres décrivant un cercle idéal (Figure 21).

Dans le contexte du GPS où il s'agit de spécifier une forme géométrique mathématiquement, nous allons préciser quelle distinction de sens accompagne l'emploi de l'adjectif *nominal* par rapport à l'adjectif *idéal*, ceci afin de voir si le vocabulaire contient ou non des réminiscences des représentations antiques.

Les éléments idéaux

Tout élément idéal est mathématiquement caractérisé en géométrie descriptive : un nombre fini de paramètres permet de le définir. Il peut être borné (sphère) ou non (plan, droite). On peut appliquer sur les éléments idéaux les opérations mathématiques ensemblistes usuelles : union (ex : deux cylindres coaxiaux de rayon distincts pour définir un espace de tolérance), intersection (ex : deux plans pour définir une arête), différence (ex : un plan « évidé »). Toutes ces opérations sont rassemblées sous le terme usuel *construction*. Les éléments idéaux se partagent en deux catégories complémentaires : les éléments nominaux et les éléments associés, c'est-à-dire associé à un élément non idéal.

Un élément nominal est indépendant des éléments réels : il provient d'une idée de conception purement géométrique, sans préoccupation de la réalisation matérielle (frottement, jeu, usure, etc.). Il ne peut être figuré en même lieu qu'un élément non idéal. Un point, une droite, un plan peuvent être spécifiés comme élément de référence sans être associés à un élément non idéal. Un élément nominal est un élément géométrique parfait, irréalisable.

Un élément associé permet de passer du modèle de peau représentatif d'une réalité matérielle possible, à un modèle mathématique. Il peut être figuré en même lieu que l'élément non idéal auquel il est associé (Figures 20, 21). Dans la Figure 21, nous résumons les différents éléments géométriques et leur relation dans le cas d'un objet nominal circulaire.

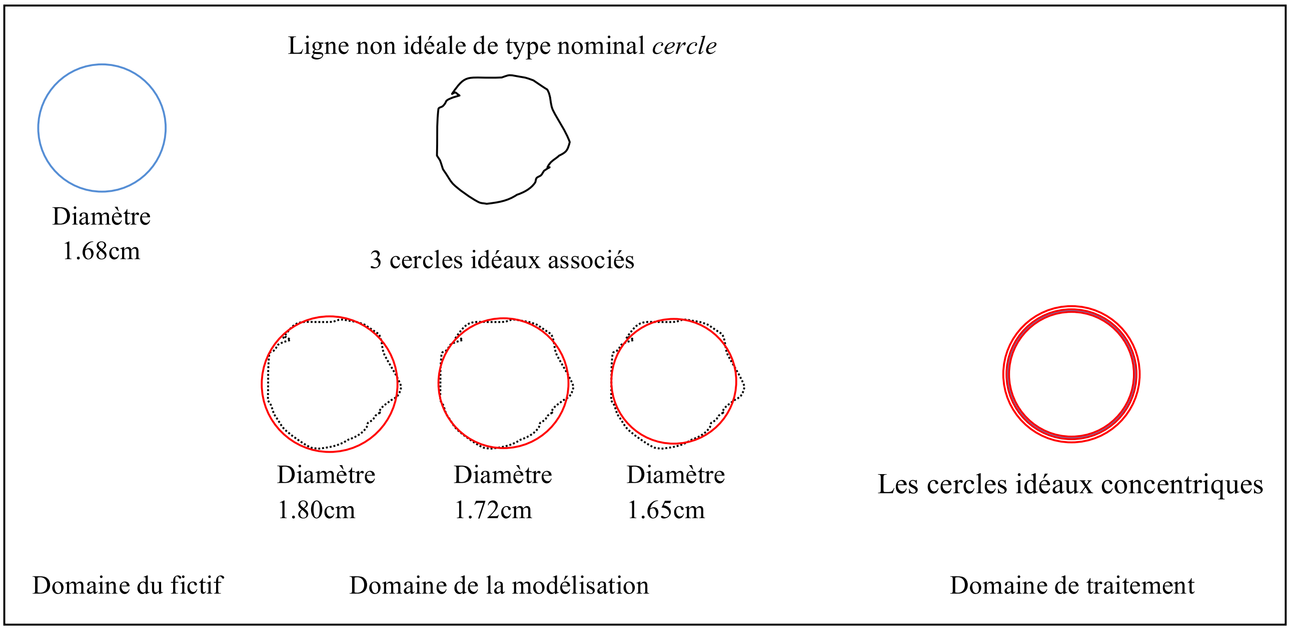


Figure 21 : Les différents types d'éléments géométriques. Exemple d'un cercle.

A propos des traitements

Comme tout concept, le concept GPS se voit définir des traitements spécifiques qui opèrent sur les objets géométriques. « Une opération est une contrainte imposée à un ou plusieurs éléments géométriques qui permet de définir des éléments géométriques particuliers, selon des procédures normalisées, dotés de propriétés pouvant intéresser les techniciens » (*op.cit.* p. 16). Au-delà des normes de communication qu'il va permettre, le concept GPS a une organisation mathématique qui est celle d'une structure algébrique, ayant :

– Des éléments (les formes géométriques de l'espace affine euclidiens) ;
– Des classes de formes (nominale, non idéale, associée) ;
– Des opérations internes sur les formes (Figure 22).

Ceci nous ramène à notre problématique : l'organisation mathématique du concept GPS modifie-t-elle le discours des enseignants des disciplines spécialisées alors même que ce qui est visé est seulement l'usage de la norme GPS et la manière de penser avec elle ?

Ces opérations sont regroupées dans les classes suivantes :
- Les **extractions**, qui permettent de définir des points à partir d'une surface ;
- Les **découpages**, qui permettent de définir des éléments de surface limités ;
- Les **filtrages**, qui permettent de définir des éléments significatifs d'un élément ;
- Les **associations**, qui amènent à associer des éléments géométriques entre eux selon des critères définis ;
- Les **unions**, qui permettent de définir des « groupes » d'éléments, en les considérant comme un élément unique ;
- Les **constructions**, qui amènent à définir un nouvel élément construit géométriquement à partir d'autres.

Figure 22 : Les opérations du concept GPS (CERPET, 1999, p. 16).

Précisons les types d'opérations : les constructions et les autres.

Les constructions désignent des opérations dont le(s) opérande(s) et le résultat sont de nature idéale ; les constructions sont donc mathématiques.
Les autres opérations présentent soit un opérande non idéal, soit un résultat non idéal.
La figure 23 donne un exemple d'opération complexe faisant intervenir des éléments géométriques de natures différentes.

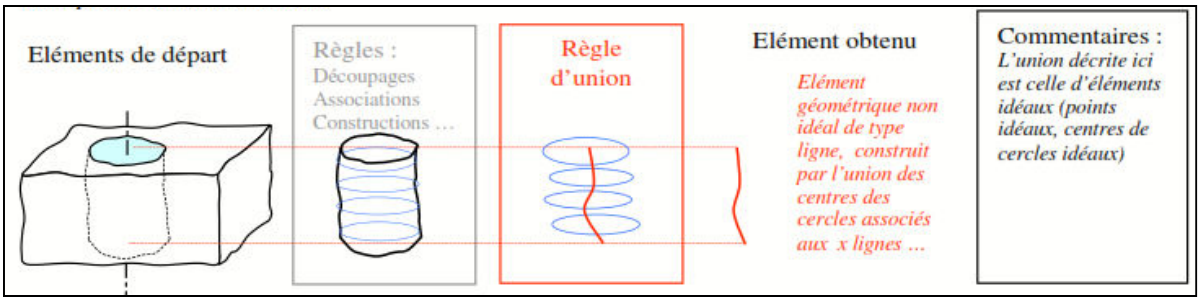


Figure 23 : Exemple de linéament (non idéal) formé par union de centres de cercles (points idéaux) associés à des linéaments (non idéaux de type nominal cercle) découpés du modèle de peau (CERPET, 1999, p. 16).

Discutons à présent la relation entre les mathématiques et la réalité matérielle organisée par le concept GPS à travers cette typologie.
La fonction de cette typologie est de disposer de principes, de catégories et d'opérations « pouvant intéresser les techniciens », c'est-à-dire disposer de moyens d'agir pour concevoir, fabriquer et contrôler de façon répétable, dans un contexte de production industrielle, des pièces fonctionnelles à moindre coût.
Sur le plan technique, la typologie normalise les pratiques descriptives et par conséquent la documentation d'un projet technique impliquant tous les corps de métiers. Dans cette section, ce n'est pas ce point qui nous intéresse.
Revenons à notre question : existe-t-il un lien entre la position nominaliste telle que nous l'avons arrêtée et l'usage des adjectifs *idéal* et *nominal* ?
Sur le plan mathématique, certains points nous semblent répondre à la question en fonction de la relation entre un système conceptuel et l'univers de ses possibles formes matérielles.

- **L'indépendance des éléments non idéaux par rapport aux éléments nominaux :** les deux types d'éléments ne figurent jamais au même lieu. Cette indépendance confirme que le modèle nominal, modèle initial dans le projet de fabrication, n'a pas de fonction prédictive de ce qui peut être réalisé. Par opposition, c'est le modèle de peau (les éléments non idéaux) qui intègre la fonction anticipatoire en tenant compte de la variabilité de forme lors de la fabrication.
  Donnons un exemple : supposons que notre projet soit d'extruder (enlever) un cylindre de matière centré entre deux faces opposées d'un bloc d'acier (Figure 23). Ce projet peut être modélisé géométriquement par un cube et un cylindre droit coaxiaux (objet nominal). Dans la réalité matérielle, le bloc n'est pas un cube et la matière extrudée n'est pas un cylindre : à l'échelle micrométrique, les faces ne sont pas lisses, les arêtes et l'axes ne sont pas rectilignes, *etc.* La variabilité des surfaces lors de l'extrusion, due à la déviation du foret,

aux irrégularités de la matière, est prévisible par expérience mais non connue. Elle est modélisée par le modèle de peau (objet potentiellement réel). On peut alors convenir que ce modèle de peau exprime la variabilité de la surface. Or la pièce à produire doit technologiquement rester fonctionnelle : donc la variabilité doit être bornée dès l'élaboration de la pièce (tolérancement). On pourra convenir que la variabilité de la surface d'extrusion est bornée par les surfaces conceptuelles de deux cylindres coaxiaux, lesquels constituent des objets idéaux associés.

- **La variabilité est conceptualisée *via* la catégorie des éléments non idéaux.** Le désordre des choses matérielles que défont les mathématiques est réintroduit sous forme conceptuelle. Il faut remarquer, comme nous l'avons déjà dit, que le modèle de peau est une vue de l'esprit : les objets non idéaux sont, dans le concept GPS, tout autant théoriques que les éléments idéaux. Nous avons donc là un concept, le GPS, dont les champs théoriques contributoires sont les mathématiques, la physique des matériaux et la sémiotique que nous n'avons pas abordée autrement que par le vocabulaire et quelques dessins (Figures 20 à 23).

- **L'opération d'association et le tolérancement constituent des traitements conceptuels des réalités physiques et matérielles.** L'opération d'association a pour fonction de lier un élément potentiellement réel (non idéal), donc représentatif d'une réalité possible, à un élément idéal, de nature mathématique donc opérable mathématiquement. La fonction opératoire des mathématiques (combiner, calculer, construire) est ici utilisée comme moyen d'action d'abord pour créer la forme d'un objet (phase de conception) puis pour définir une zone de tolérance par l'opération spécifique d'association. Une zone de tolérance est un espace physique où l'on considère qu'on peut admettre une surface usinée sans compromettre la qualité de la pièce (phase de vérification).

- **Avant que la pièce ne soit fabriquée, le concept GPS met en série différents modèles** : un modèle nominal (idéal), un modèle de peau (les éléments non idéaux) et un modèle associé (idéal lui aussi), permettant ainsi des opérations entre éléments de natures différentes. On peut aussi se demander quelle est la nature des éléments non idéaux : est-ce seulement parce qu'ils ne sont pas réguliers et qu'ils signifient la variabilité d'une surface matérielle, qu'ils ne sont pas mathématiquement opérables ? Les concepts de *tolérance* et de *peau* décrivent ce qui est probable, ce qu'il est possible d'obtenir dans la réalité. Ce qui semble être décisif est le fait que l'élément soit ou non constructible automatiquement à partir d'un nombre fini de segments et d'arcs de cercle.

Nous pouvons à présent faire le point sur le sens de *nominal* relativement aux éléments géométriques nominaux du concept GPS utilisé dans les domaines d'activités industrielles. *Idéal* signifie géométriquement parfait, au sens étymologique : on ne peut pas améliorer la définition de l'élément géométrique car l'élément ne comporte en soi aucune erreur. *Idéal* signifie également que l'harmonie et l'équilibre sont atteints : un élément idéal ne porte donc en lui aucune variabilité et en ce sens il n'entretient aucune relation avec les objets matériels. Un élément géométrique idéal est de nature mathématique : il est constructible au sens de la géométrie antique, de façon algorithmique (donc en un nombre fini d'étapes) en opérant sur des segments, des arcs de cercles, des droites, des plans. En particulier, on peut programmer un dessin sur ordinateur pour le représenter. La géométrie descriptive est le cadre théorique de ces opérations, notamment pour la génération de solides et de surfaces.

Nominal signifie idéal et déclaré initialement dans le projet de fabrication. Le fait de déclarer un élément nominal lui donne effectivement une place dans le projet de fabrication : *tel cercle de diamètre 17mm est nominal.* Mais, on ne sait pas si le fait que ce cercle soit nominal ôte l'existence au concept de cercle en dehors des discours. Cette incertitude est renforcée par le fait que la terminologie du concept GPS évite l'adjectif *réel*. Seul, *non-idéal* s'oppose à *idéal*. Donc si *non idéal* ne se confond pas avec *réel*, il y a une possibilité qu'un élément idéal soit réel. Mais, par ailleurs, Cartier (2000) fait remarquer qu'il faut être vigilant sur les multiples manières dont une théorie peut user de l'adjectif *réel* pour qualifier certains de ses objets sans pour autant que les énonciateurs de la théorie n'adhérent au réalisme platonicien. Un objet mathématique peut être qualifié de réel s'il est utilisé lui plutôt qu'un autre objet, s'il est efficace pour rendre compte de certaines situations. Citant les nombres réels, Cartier indique que le qualificatif *imaginaire* dans l'expression « nombre imaginaire » témoigne du fait que les mathématiciens ne savaient pas interpréter ces nombres dans l'univers numérique qui était le leur, avant que le calcul géométrique dans le plan complexe ne soit inventé. Le mot *imaginaire* est donc à comprendre en rapport avec une certaine *réalité*, mais la réalité dont il est question n'est pas matérielle : elle désigne un univers mathématique techniquement maîtrisé sans préjugé philosophique sur la nature réaliste ou non des nombres. Dans le concept GPS, on ne peut pas clairement interpréter l'usage de l'adjectif *nominal* en relation avec le nominalisme. Nous interprétons l'usage de cet adjectif plutôt comme un acte de langage déclarant ouvert le projet de fabrication d'une pièce.

Des deux conceptions originelles des mathématiques (le réalisme et le nominalisme), il émane trois traits qui semblent représentatifs de la pensée mathématique :

- Le premier trait est exemplifié par la typologie des éléments géométriques que nous venons d'analyser. La pensée mathématique n'a pas pour objet de modéliser la réalité matérielle, ni même la transition entre le monde mathématique et le monde sensible. Cela ne signifie pas que la réalité sensible soit sans influence sur les mathématiques : comme nous l'avons indiqué, les techniques numériques égyptiennes, l'observation de phénomènes physiques ou naturels réguliers ont contribué à la formation de certains concepts mathématiques. Néanmoins, en retour si les mathématiques ne parlent pas de la réalité sensible, de quoi parlent-elles et quelle est la nature de leurs objets ? Ces questions sont toujours en débat. Cependant, le fait que la relation des mathématiques à la réalité sensible soit refoulée ou que la nature des objets mathématiques soit problématique n'a jamais entravé le développement de la pensée mathématique ;

- Le deuxième trait est la valeur de vérité. Indépendamment des positions philosophiques, les mathématiques tiennent qu'une proposition est vraie si et seulement si elle est logiquement prouvée : le fait qu'elle concorde ou non avec les phénomènes observables est indifférent ;
- Le troisième trait est une conséquence de la nature non sensible des objets mathématiques. Les objets mathématiques se révèlent dans le discours mathématique *via* des formes privilégiées que sont les raisonnements et les définitions.

Ce troisième trait n'a pas été sans conséquence sur la formation de la pensée technique – qu'il faut situer dans l'Antiquité à peu près à la même période que celle de la pensée mathématique. Vérillon (1996 b, p. 10) souligne que la pensée mathématique originelle fondée sur le débat rationnel et le désintérêt pour les phénomènes physiques, valorisant un monde idéal (l'ordre, la connaissance, le cosmos, l'harmonie) et détenue dans des cercles académiques a imposé ses critères comme norme du développement du savoir. Il souligne que, par cette norme, de l'Antiquité à la Renaissance, « dans le même moment, ce qui relève de l'ordre de la technique, est explicitement disqualifié autant comme source de savoir que comme objet légitime d'une approche savante ». Il est vrai qu'à première vue, les techniques semblent se définir selon des critères apparemment opposés à ceux des mathématiques : à la recherche de solutions utiles, répétables et sensibles, elles agrègent des savoir-faire et des connaissances qui ne sont pas toujours transmis par les mots, et quand ils le seraient, ne seraient pas nécessairement mis en débat. Le critère de la sphère sociale du développement de la pensée technique apparaît être déterminant. C'est ce que nous montrons dans la section suivante.

3.2.2. Les pensées techniques : historique et représentations

Dans son ouvrage *Mythe et pensée chez les Grecs* (1971), Vernant discute différentes interprétations du mythe de Prométhée pouvant justifier de la formation de la pensée technique dans le monde hellénique. La naissance de la pensée technique est abordée ici dans le but de saisir les traits caractéristiques qui la distinguent de la pensée mathématique. Plusieurs auteurs de l'Antiquité ont commenté ou raconté ce mythe : Hésiode, Xénophon, Eschyle, Platon, Protagoras.
Nous donnons d'abord un résumé du mythe[120], à partir du texte de Platon puis des éléments de son interprétation de ce mythe qui éclairent la naissance de la pensée technique et en fournissent quelques caractéristiques.

3.2.2.1. Mythe de Prométhée et naissance de la pensée technique

Nous résumons ici un extrait du *Protagoras* de Platon, traduit par E. Chambry, cité par Simone Manon (2008, http://www.philolog.fr/le-mythe-de-promethee).
Les Dieux façonnèrent les créatures, dont l'homme, avec de la terre, du feu et les éléments qui y étaient alliés. Puis ils donnèrent pour mission à deux frères titans, Prométhée (celui qui

[120] Le texte complet de Platon est reporté dans la partie *Annexe des documents*.

réfléchit avant) et Epiméthée (celui qui réfléchit après) de distribuer les qualités de telle sorte que chaque espèce puisse assurer sa survie. Epiméthée prit seul en charge cette distribution : toutes les espèces étaient correctement pourvues, excepté l'homme qui se retrouva nu et sans défense.

Prométhée s'en aperçut alors qu'il était temps que les créatures soient portées à la lumière. Dans l'urgence, il vola à Héphaïstos, dieu du feu et de la forge, et à Athéna, déesse de guerre et de la sagesse, « la connaissance des arts avec le feu, car sans le feu la connaissance des arts est impossible et inutile » (*op.cit.*). Il offrit à l'homme le feu et la science de conserver sa vie.

L'homme honora les dieux, forma les noms des choses, pourvut à ses besoins et chercha à se mettre en sécurité en fondant des villes. Mais il manquait aux hommes les vertus politiques, c'est-à-dire la pudeur et la justice sans lesquelles les hommes s'entredéchirent.

Pour préserver l'espèce humaine, Zeus chargea Hermès de répartir les vertus politiques parmi les hommes. « Les arts ont été partagés de manière qu'un seul homme, expert en art médical, suffit à un grand nombre de profanes, et les autres artisans de même » (*op. cit*. en ligne). Devait-il en être de même pour les vertus politiques ? Zeus demanda que chaque homme de la cité reçoive les vertus politiques.

La suite du mythe que ne raconte pas l'extrait de Platon concerne le destin de Prométhée. Pour avoir volé les dieux, Prométhée fut condamné à être enchaîné et à avoir le foie dévoré chaque nuit par un rapace tandis que son foie se régénérait le jour : ainsi son supplice était toujours renouvelé.

Selon une autre version du vol du feu et du savoir, Prométhée organisa une feinte pour que les humains aient la part nourrissante d'un taureau sacrifié et que Zeus n'en ait que les os. A la suite de cette astuce effrontée, Zeus, de colère, supprima le feu aux humains, les condamnant à vivre dans le froid, la pénombre et à se nourrir de viande crue. Pour préserver les humains de ce triste destin, Prométhée entreprit de voler le feu pour le leur restituer.

La colère de Zeus contre les humains ne s'arrêta pas là. Zeus entreprit de piéger les humains de la manière suivante : il demanda à Héphaïstos, le dieu de la forge, de forger une très belle forme de femme, Pandore, qu'il dota, par son souffle, de la vie et d'une jarre qu'il était interdit d'ouvrir. Pandore et la jarre furent envoyées à Epiméthée ; Prométhée mit en garde son frère de ne pas se laisser séduire par le présent de Zeus. Mais ni Epiméthée, ni Pandore ne résistèrent à la tentation : Epiméthée épousa Pandore et Pandore ouvrit la jarre. Le contenu de cette jarre contamina l'humanité : les maladies, les vices, la mort mais aussi l'espoir habitèrent désormais l'âme humaine. Prométhée, finalement libéré par Hercule, redevint un personnage politique influent dans la sphère des dieux. Zeus avait en effet autorisé la libération de Prométhée à condition que ce dernier se couvre d'une cape en signe de sa dépendance.

Interprétations du mythe de Prométhée comme mythe étiologique de la pensée technique

Nous donnons tout d'abord un très succinct panorama (Figure 24) des objets techniques de la naissance de l'humanité jusqu'à la fin de l'Antiquité[121]. Nous ne reportons ici que ceux qui ont à voir avec le mythe de Prométhée, en les situant par rapport aux arts libéraux d'où viennent les discours savants. On remarque que les techniques relatives au feu et au travail du métal se développent sur plusieurs millénaires. Signalons que les systèmes de numération égyptien et babylonien et la première université sont les deux seuls objets qui sortent du cercle intellectuel grec. Est considéré comme objet technique tout objet phénoménologique, matériel ou symbolique qui permet de réaliser de façon répétable la transformation intentionnelle d'une chose en un objet qui satisfait un besoin conscient. Dans ce sens très large, le feu, l'écriture, les opérations numériques, mais aussi les organisations humaines (la cité, l'université) et les productions culturelles (arts, discours) sont des objets techniques comme l'est un levier. Nous leur réservons dans notre tableau la colonne de droite.

Chronologie Jésus-Christ	**Objets techniques usuels**	**Objets techniques issus des arts libéraux :** mathématiques, philosophie, mécanique, astronomie
– 1 400 000	**Feu naturel (utilisé mais non fabriqué)**	
– 40 000	Métallurgie	
– 35 000	Foret (outil pour trouer)	
– 7 000	**Technique du feu (fabrication)** Tenon et mortaise (technique d'assemblage)	
– 6 500	Cuivre / Plomb	
– 4 000	Argent	
– 3 500	Forge	
– 3 400		Système écrit de numération égyptienne (décimal additif)
– 3 300	Bronze	
– 3 100	Ecriture (autre que celle des nombres)	
– 3 000	Lubrifiant /Outil à tour / Levier	Planète Vénus (astronomie)
– 2 500	Soudage	
– 2 000	Fer / Verrou / Scie Pince (préhension des objets métalliques chauffés) Roue à rayons	Système de numération babylonien (sexagésimal positionnel)
– 1 500	Laiton	Cryptage
– 900	Alphabet	

[121] Une liste plus complète figure dans la partie *Annexe des documents*.

– 600	Vis sans fin	Remarque : la vis sans fin est analysée géométriquement par Archimède 350 ans plus tard.
– 520		Ratio musicaux dans la théorie des proportions de Pythagore / Théorème de Pythagore
– 450	Université Nalanda dans l'État du Bihar, Inde	Eclipse solaire par Anaxagoras Théorie des 4 éléments d'Empedocles Paradoxe de Zénon (notion de série)
– 410	Correspondance de codes	
– 370	Automate par Archytas de Tarente	
– 360		Théorie des sphères célestes par Eudoxus
– 350		Théorie des atomes de Démocrite La logique formelle d'Aristote
– 300		La théorie de géométrie d'Euclide Classification botanique de Théophraste
– 250		Principe hydrostatique d'Archimède Rayon terrestre par Eratosthène Poulies composées par Archimède Aire et volume d'une sphère par Archimède
– 200	Acier	Les coniques par Apollonius
– 150	Piston	Trigonométrie par Hipparque
– 100	Rabot à bois. cf. les outils rotatifs (les fraises) Presse à vis	Machine astronomique d'Anticythère
60		Formule de l'aire d'un triangle par Héron d'Alexandrie
150	Tour à manivelle (transformation d'un mouvement de va-et-vient en rotation)	Modèle de l'univers épicyclique par Ptolémée
250		Algèbre par Diophante d'Alexandrie

Figure 24 : Sélection d'objets techniques usuels et dans les arts libéraux jusqu'à la fin de l'Antiquité.

Le travail et les artifices intelligents deviennent le propre de l'homme.

Vernant (1971) souligne la dualité de Prométhée. D'une part, il appartient à la famille des premiers dieux, celle des Titans, d'abord victorieuse contre Uranus (père des premiers dieux, les Titans dont Prométhée fait partie) puis vaincue et bannie par Zeus (fils du Titan Cronos supplanté en tant que dieu). D'autre part, comme son nom l'indique, Prométhée est assez prévoyant pour ne pas épouser la cause de sa famille et éviter le bannissement. Il reste par ailleurs ami d'Athéna et frondeur envers Zeus. Prométhée se montre protecteur pour les hommes mais son frère, Epiméthée, par son inconséquence, contrevient toujours à son œuvre.

La dualité psychologique de Prométhée se répercute dans la façon de penser la relation entre l'homme et les techniques (Figure 25). Avant le vol du feu par Prométhée, les hommes disposaient du feu et des richesses naturelles. Après le vol du feu, tout cela n'est plus et ils doivent travailler.

Le travail devient le propre de l'homme : l'homme doit faire un effort et endure une certaine pénibilité à la tâche. Mais, si le travail apparaît pénible, en contrepartie, il permet de produire des artefacts satisfaisant les besoins préalablement exprimés, de rendre l'esprit humain entreprenant, organisé, calculateur (au sens mathématique).

Les hommes	**Les dieux**
Le feu volé	Le feu naturel
La mortalité	L'immortalité
Le travail, l'effort individuel L'apprentissage des techniques	La fécondité
La fabrication des richesses	La disposition naturelle des richesses
Les biens individuels	Les richesses naturelles
L'atelier	Le champ (agriculture, guerre)
Les fonctions sociales des métiers	Le regard des immortels
Le temps de la fabrication	Le temps naturel (les saisons)

Figure 25 : La dualité psychologique induite par le vol du feu par Prométhée.

Outre ces deux aspects (la pénibilité du travail et la production anticipée de biens) qui expriment des tendances psychologiques contraires, le développement des techniques dans la société grecque a été limité pour au moins trois autres raisons.

3.2.2.2. Limitations économiques et socio-culturelles négatives de la pensée technique

Le travail est la pierre angulaire de la pensée technique. Parce qu'il est associé à une tâche pénible, indépendamment de la valeur sociale produite, le travail est associé à la mise en place de certaines limites psychologiques.

Les métiers et les techniques s'inscrivent dans une relation non symétrique de service.

Les métiers et les techniques sont originellement définis par rapport à des besoins et à leur utilité vis-à-vis de la société. Un métier sera utile si par ses techniques, ses produits satisfont les besoins. Cela entraîne une division par métiers de la société travailleuse et jamais la spécialisation technique n'y apparaît comme une plus-value de l'esprit humain capable de transformer rationnellement les choses de notre vie.

Homère (800–750 av. J.-C.), à propos des techniques de tissage ou de métallurgie, assimile le tour de main des artisans à un exploit magique ou une formule de sorcier. Seule leur dextérité est reconnue.

Protagoras (premier sophiste, 490–420 av. J.-C.) compare la division par métiers à la distribution des spécialisations des fonctions biologiques (locomotion, alimentation, reproduction) qu'on observe dans le règne animal. Ajoutons que cette représentation sociale des métiers se trouve aussi dans la parabole qu'Agrippa Menenius Lanatus (consul de la République romaine, 503– 493 av. J.-C.) tint aux plébéiens pour les convaincre de cesser leur révolte contre les patriciens (Wikipédia). Selon cette parabole (plus souvent appelée fable), la société est organisée comme un corps humain et chacun, selon sa classe sociale, doit y tenir son propre rôle pour qu'il fonctionne correctement. L'estomac représente les patriciens : il doit être alimenté par les plébéiens sans quoi tout le reste du corps (les plébéiens) s'en trouveront affaiblis. Cette fable, dont on dit qu'elle persuada les plébéiens d'interrompre leur sédition, reconnaît donc aux différents métiers une solidarité organique.

La division des métiers signifie que les techniques relatives à un métier sont ignorées de la majorité de la société. Les techniques se développent en autarcie à l'image de l'atelier, typique d'un espace clos. Cette limite sociale conduit à une alternative importante que l'on peut discuter :

- La division par métiers et les techniques répondant au besoin de tous, participent-t-elles d'un lien citoyen ?
- La spécialisation par métiers étant le fait de quelques initiés et rendant les autres citoyens dépendants de leurs savoir-faire est-elle la négation du lien citoyen ?

Cela dépend de la signification qu'on donne au lien citoyen. Platon par exemple pense que le lien citoyen est un lien d'égalité selon lequel les citoyens sont interchangeables (Manon, 2008). Or le détenteur d'une technique ne peut être échangé contre quelqu'un qui l'ignore. Comme il le conclut dans cet extrait de *Protagoras*[122] :

> […] les Athéniens et les autres, quand il s'agit d'architecture ou de tout autre art professionnel, pensent qu'il n'appartient qu'à un petit nombre de donner des conseils, et si quelque autre, en dehors de ce petit nombre, se mêle de donner un avis, ils ne le tolèrent pas, comme tu dis. Et ils ont raison, selon moi. Mais quand on délibère sur la politique, où tout repose sur la justice et la tempérance, ils ont raison d'admettre tout le monde, parce qu'il faut que tout le monde ait part à la vertu civile ; autrement il n'y a pas de cité. (Texte cité par Simone Manon (2008)[123] : Platon, 320d–323a, *Protagoras* traduit par E.Chambry).

On trouve ici une problématique comparable à celle de la hiérarchie des différents baccalauréats (partie 1, chapitre 2) selon laquelle l'enseignement général supplante l'enseignement technologique et l'enseignement professionnel qui n'auraient pas, en soi, de valeur civique.

Les métiers et les techniques s'inscrivent dans une relation non réflexive de finalité.

Chez les auteurs grecs, on rencontre différentes représentations de l'arbitrage des hommes dans l'attribution ou dans l'exercice des métiers.
Platon (428–347 av. J.-C.) pense que les métiers sont prédestinés aux hommes.
Antiphon (480–403 av. J.-C.), à l'époque d'Aristote, prétend que *fabriquer* obéit à une finalité intelligente et naturelle, mais qu'il n'y a pas chez l'artisan de volonté ni de pensée préalable à l'acte de transformer le monde qui nous entoure.
Aristote (384–322 av. J.-C.) oppose *fabriquer* et *agir*. Parce que l'artisan-technicien répète les mêmes gestes pour réaliser un objet nécessaire à autrui, *fabriquer* est pour Aristote une occupation servile, une occupation d'obéissance. Au contraire, *agir* est une occupation libre qui requiert la capacité de penser par soi-même et donc la prudence (Vernant, 1971, p. 3–44).

[122] Cf. la partie *Annexe des documents*.
[123] http://www.philolog.fr/le-mythe-de-promethee

Finalement, l'artisan-technicien apparaît comme un instrument de la nature au service de la société : il fabrique mais il n'est pas l'usager de ce qu'il fabrique et n'en connaît donc pas la finalité. Ce schéma de pensée instaure une double hiérarchie : celle des besoins supplantés par celle des capacités.

Limitation de la pensée technique par les outils intellectuels

En Grèce, les inventions techniques ont été très nombreuses et très ingénieuses ainsi qu'en témoignent les travaux de reconstitution de Konstantinos Kotsanas[124], à partir de « l'étude approfondie de la littérature antique grecque, latine et arabe, [des] informations iconographiques présentes sur les vases peints, et [des] quelques pièces archéologiques qui ont été retrouvées » (http://kotsanas.com/fr/museum.php). Parmi plus de 300 systèmes techniques répertoriés, construits et mis en fonctionnement, on trouve un calculateur analogique[125], de nombreux automates, une horloge hydraulique, une machine à vapeur, … (*ibid.*).

Cependant, la diffusion des techniques dans les différents domaines de l'activité n'a pas été très poussée car les machines motrices restent à un stade expérimental ou anecdotique : la force du vent pour les bateaux, la force hydraulique, la force humaine ou animale sont largement utilisées pour mouvoir les instruments. Ce stade premier de développement des techniques est appelé *organon*, signifiant que l'instrument prolonge l'organisme humain (ou animal).

Des penseurs se sont en partie intéressés aux techniques :

- Les sophistes en dissertant sur les moyens au service du besoin,
- Archimède en définissant le principe du levier[126],

[124] « Konstantinos Kotsanas est né en 1963 à Egira, province d'Achaïe, en Grèce. Il a étudié au Département de génie mécanique de l'Université Polytechnique de Patras, où il obtint son diplôme en 1986. Depuis 1991, il est professeur permanent dans l'enseignement secondaire et, depuis 2003, directeur de l'École de la Deuxième Chance à Pyrgos » http://kotsanas.com/fr/biography.php.

[125] Des fragments de la machine d'Anticythère été trouvés en 1901 dans une épave datée d'avant 87 av. J.-C., aux abords de l'île grecque d'Anticythère, entre Cythère et la Crète (Wikipédia)La machine d'Anticythère est un calculateur analogique constituée d'engrenages de plusieurs centaines de dents calculant les phases de la Lune, prévoyant les éclipses solaire et les mouvements de certaines planètes. Il ne s'agit néanmoins pas d'une horloge astronomique car le mécanisme était actionné par une manivelle (Figure 24).

[126] Selon Ver Eecke (1955), c'est Pappus d'Alexandrie qui, dans sa *Collection Mathématique* (chapitre XI du livre VIII) se fait le relais d'une tradition orale attribuant à Archimède la phrase : « Donne-moi où je puisse me tenir ferme, et j'ébranlerai la Terre ».

« Émise dans une concision extrême, cette sentence présente à l'esprit une image grandiose du principe d'une moindre puissance capable de surmonter une plus grande résistance, qu'Archimède assume au début de son célèbre traité de l'Équilibre des Plans, mais qu'il avait sans doute établi théoriquement dans son traité intitulé : *Sur les fléaux de Balance*, dont la perte nous a privés d'une partie importante des connaissances de mécanique rationnelle avant l'époque du premier Héron » (*ibid.*).

- Archimède, encore, utilisant les propriétés géométriques de la spirale pour créer la vis sans fin, définissant la mécanique comme science du mouvement d'un objet pesant, théorisant sur les forces et les équilibres,
- Aristote en classant les machines monofonctionnelles de transmission de mouvement : poulie, vis, levier, treuil, coin. Sa classification est fondée sur les propriétés géométriques du cercle, etc.

Mais ils étaient guidés par l'analyse sociale ou géométrique davantage que par la recherche de solutions techniques. Or, si l'on met en perspective la construction mécanique contemporaine, la typologie des éléments géométriques du concept GPS, que nous avons analysée (§ 3.2.1.2.), nous montre que les mathématiques seules ne permettent pas d'aborder les machines techniques : la création d'un corpus de concepts intermédiaires entre la matière, la mécanique et la géométrie est nécessaire.

De plus, l'approche rationalisée du point de vue scientifique (modélisation mathématique, mécanique, variabilité) n'est pas suffisante pour comprendre le mécanisme d'invention et de diffusion d'une technique : d'autres rationalités de nature historique, sociale et économique interviennent « qui permettent d'élucider les désirs et finalités, qui permettent l'émergence et le renouvellement des techniques » (Descomps *et al.*, 2012, p. 2). Nous reviendrons sur les différents facteurs (§ 3.4.) de diffusion en examinant l'introduction de la pensée technologique dans l'enseignement institutionnel.

Vernant (1971, p. 48–55) soutient que la dualité de l'outillage intellectuel grec a été un obstacle au développement des sciences et des techniques (Figure 26) probablement parce que cette façon intellectuelle de polariser les problématiques a empêché la formation de la position médiane qui fonde la posture technique.

Sciences inventées par les Grecs	Valeurs associées aux discours	Valeurs opposées
La mécanique	Ce qui est mobile, le mouvement Ce qui est convexe	Ce qui est immobile/L'équilibre Ce qui est concave
La géométrie	Ce qui est constructible à la règle et au compas Ce qui est commensurable (rationnel) Ce qui est calculable	Ce qui n'est pas constructible à la règle et au compas Ce qui est irrationnel (incommensurable) Ce qui n'est pas calculable
Les mathématiques	Ce qui est vrai, la logique L'harmonie- Les proportions	Ce qui est faux Le non logique
La médecine	La cause	Les conséquences
La morale	La justice et l'équité La pudeur Le bien et le beau[127]	L'injustice et l'iniquité Le mal et la laideur
La philosophie	Thèse	Antithèse
La rhétorique	La production : inventio (recherche des idées), compositio (structuration du discours) elocution (expression)	La réception : déchiffrement (des mots aux phrases) compréhension (des phrases au discours) interprétation (de l'intention de l'émetteur)

Figure 26 : Dualité induite par l'outillage intellectuel grec classique (d'après Vernant, 1971, p. 48– 55).

La bipolarité des outils intellectuels antiques dont argue Vernant est à rapprocher de l'idée de Goody (1977) selon laquelle l'étude de la pensée humaine, située dans l'espace et le temps, nécessite de tenir compte des outils de communication en usage dans la population étudiée. Car ces outils servent certes les échanges interpersonnels mais sont aussi mobilisés de façon intérieure et façonnent profondément la représentation que les individus se font du monde.
A ce titre, la valorisation sociale des savoirs par le discours reste une question importante dans la sphère de l'enseignement :

> Les cadres théoriques, les critères, les valeurs qui ont présidé dans l'antiquité à l'apparition, à la définition et à l'autonomisation de la sphère et de la pensée savantes ont pesé et pèsent encore sur le regard épistémologique que l'on porte sur les techniques. La pensée savante — qui s'est imposée comme norme de toute pensée — a été constituée dans ses grandes lignes par la tradition grecque, notamment dans ses formes abouties, platonicienne et aristotélicienne. (Vérillon, 1996 b, p. 9)

[127] L'accord entre l'intérieur et l'extérieur constitue l'idéal grec par excellence, celui du *kaloskagathos*, l'homme aussi beau et bon. Il se base sur l'harmonie suscitée par la correspondance entre le bien (intérieur) et le beau (extérieur) et ne sépare pas l'éthique de l'esthétique, raison pour laquelle il n'a pas cessé jusqu'à nos jours d'être interrogé d'un point de vue artistique, comme d'un point de vue éthique, jusqu'à être nié.

Du point de vue sociétal, la pensée technique antique rompt avec la nature et les dieux. Elle est affranchie de la religion et des rituels à la différence de l'agriculture et ne cherche pas à imiter la nature.

En conclusion, la pensée technique est associée à l'idée de travail pénible (répétitif et contraint) et de rationalisation des métiers à travers leur spécialisation, ne permettant ni la réciprocité sociale des services, ni la participation aux spéculations sur la vie de la cité. La pensée technique ne fait pas partie des vertus politiques. La maîtrise d'une technique n'est pas reconnue au même titre que celle des arts libéraux. Pourtant, dans les deux cas, l'apprentissage et l'expertise sont nécessaires.

Du point de vue des savoirs et savoir-faire, la pensée technique antique est encore rudimentaire, inventant des objets dont la fonctionnalité dépend de la transmission du mouvement par l'homme ou l'animal (il n'y a pas d'objet méta-fonctionnel). En Grèce, il n'y a « pas de dépassement de la technique simple de l'adaptation aux choses » (Vernant, 1971, p. 46). La pensée technique est peu présente dans les discours savants de la mécanique dont les questions sont plutôt problématisées dans l'esprit mathématique, sans lien avec la matière et la fonctionnalité.

Nous venons d'étudier la naissance de la pensée mathématique et celle de la pensée technique dans la Grèce antique. Les deux modes de pensée n'ont pas le même rayonnement. La pensée mathématique est à haute valeur intellectuelle (les mathématiques sont l'un des arts libéraux) tandis que la pensée technique est un moyen de satisfaire les besoins de la société. Nous allons poursuivre notre réflexion sur les deux modes de pensée à travers les points de vue de chercheurs en mathématiques actuels en observant lesquelles parmi les valeurs antiques ont perduré ou se sont transformées dans l'un ou l'autre des modes de pensée. Pour finir, nous verrons par le biais de deux exemples comment la pensée mathématique et la pensée technique se confrontent l'une à l'autre.

3.3. Différents aspects des pensées mathématiques actuelles

Nous envisageons ici la pensée mathématique (au sens d'un hyperonyme) à travers diverses fonctions et leurs modalités de réalisation :

- La production des connaissances mathématiques ;
- La réorganisation perpétuelle du construit mathématique ;
- La garantie épistémique des connaissances mathématiques ;
- Le service aux autres sciences ;
- La transmission des connaissances ;
- Les représentations individuelles ou collectives des mathématiques.

Ces fonctions ne sont pas indépendantes les unes des autres. Nous avons essayé néanmoins de les ordonner en les présentant une à une.

3.3.1. L'accroissement des connaissances mathématiques

Dans cette section, nous cherchons à éclaircir ce qui fait que certains traits de la pensée mathématique sont caractéristiques de cette discipline. Bien qu'ils soient liés, nous les examinons successivement :

- Les modes de production de connaissances mathématiques ;
- Le rôle des mathématiques comme fournisseur de modèles pour les autres sciences ;
- La valeur toujours reconstruite de la connaissance mathématique ;
- La valeur de vérité et la démonstration : ce dernier caractère est fondamental dans la production des connaissances mathématiques.

3.3.1.1. Les modes fondamentaux de production des connaissances mathématiques

La nature façonnée par l'homme et les mathématiques fonctionnent comme des réservoirs de formes qui communiquent et s'alimentent mutuellement (Cartier, 2000) : les formes observables dans la nature inspirent les mathématiciens qui eux-mêmes inventent des formes dont s'inspirent d'autres hommes pour marquer leur espace de vie (route, habitat, art, …).

L'un des enjeux les plus évidents des mathématiques est donc d'abstraire des modèles conceptuels à partir des symétries et des régularités de la nature et, en retour, de créer de nouvelles symétries ou régularités qui à plus ou moins longue échéance se trouveront instanciées dans l'environnement façonné par l'homme. Ceci concerne les objets tout autant que les relations opératoires ou inclusives qui s'appliquent à ces objets.

Par exemple, les nombres entiers naturels et les arrangements géométriques réalisent cet enjeu, permettant d'observer des régularités dans la nature (formes de vie ou formes minérales) dont les mathématiques abstraient des modèles. Dans l'autre sens, les vecteurs géométriques deviennent des « *métaphores* » (Bkouche, 2009) pour imaginer des vecteurs à quatre, cinq, n composantes et fonder la géométrie (non euclidienne) des variétés différentielles. Les applications concrètes sont alors à chercher dans le domaine de la physique, celle de la relativité générale, ou de l'informatique, entre autres.

Deux modes d'accroissement des connaissances apparaissent ainsi spécifiques aux mathématiques : d'une part la déduction mathématique et d'autre part, la construction de relations[128] entre ensembles, source de l'étude de la conservation, de l'altération ou de la

[128] En mathématiques, une *relation* est une notion ensembliste. Cela signifie que pour définir une relation, la notion d'*ensemble* est nécessaire. Admettons qu'un ensemble soit une classe d'objets. Définissons ce qu'est une relation : Soit E et F, deux ensembles non vides et p, une propriété définie à partir d'un élément de E et d'un élément de F. On appelle « relation par p », l'ensemble des couples (dont le premier élément appartient à E et le deuxième à F) vérifiant p.
Par exemple, si E est l'ensemble des mots de la langue française et F est l'ensemble des nombres entiers naturels, on peut considérer la propriété p définie ainsi : un couple formé d'un mot M et d'un entier n vérifie p si et seulement si le nombre de lettres du mot M est égal à l'entier n. Ainsi le couple (*mathématiques*, 13) appartient à la relation

génération de certaines propriétés de l'un dans l'autre. Dans le cas le plus structurant, la relation est un isomorphisme (Lamon, 1971). Elle permet d'organiser les éléments entre eux et ainsi de restructurer un ensemble. La multitude des propriétés envisageables est une incitation à la créativité.
Ainsi par exemple, l'ensemble des entiers peut être structuré par classes de congruences, par primalité, par puissances de 10, …

> Non seulement les mathématiques anticipent ainsi sur l'expérience, en lui fournissant des cadres, mais encore on peut dire qu'elles constituent une sorte de création : la construction, par l'esprit, d'une réalité nouvelle. […] alors qu'en tous les autres domaines de la science la déduction pure n'engendre que chimères et que le progrès des connaissances suppose un appel continu à l'observation et à l'expérience, la déduction mathématique est au contraire réellement productive. (Piaget, 1929, p. 151)

Les mathématiques comme matrice architectonique des autres sciences

Un deuxième enjeu des mathématiques est d'agrandir et de diversifier les cadres conceptuels dont se servent les autres sciences. Les mathématiques inventent des outils aussi flexibles que possible, des formes, des lois opératoires de telle sorte que les combinaisons en soient renouvelées et disponibles si d'autres sciences en ont besoin.
Cependant, prétendre que les mathématiques fournissent des cadres conceptuels relève d'un regard *a posteriori* sur les sciences et leurs outils mathématiques. Nous avons vu en effet que la réalité sensible (les phénomènes) n'est pas l'objet des mathématiques. Les mathématiques, la physique théorique et les sciences informatiques semblent être attachées les unes aux autres et progresser ensemble. On observe ainsi que la physique théorique spécialise les outils mathématiques tandis que, grâce aux technologies de l'informatique, la branche mathématique du calcul scientifique arrive à explorer[129] un domaine numérique de plus en plus complexe et de plus en plus vaste, ce qui serait inenvisageable à la main. Certains objets mathématiques impossibles à décrire explicitement à la main car ils nécessiteraient un nombre de symboles dépassant notre entendement deviennent manipulables grâce aux automates de calcul ; certaines démonstrations très longues en nombre d'étapes arrivent à terme ; certaines relations nécessitant de vérifier de très nombreuses combinaisons sont constatées.

L'accroissement des connaissances mathématiques chemine donc avec le progrès technologique.

---

par *p*. Mais le couple (*mathématiques*, 12) n'appartient pas à la relation par *p*. Dans la pratique, on dit que le mot *mathématiques* est en relation avec l'entier naturel 13.

[129] Grâce aux automates de calcul et éventuellement en distribuant les tâches de calcul entre plusieurs d'entre eux, certains traitements deviennent possibles : calcul formel à plusieurs variables, calcul numérique sur des nombres ou des matrices de très grande taille permettant par exemple d'accéder, pour un entier naturel donné n quelconque, à la $n+1^e$ décimale de π ou de tester la primalité d'un entier de grande taille, *etc*.

L'accointance des mathématiques actuelles avec les sciences de l'informatique interroge la valeur de vérité des artefacts d'ordinateurs et, *in fine*, remet en question la distinction entre les champs de la recherche expérimentale et de la recherche en mathématiques. Delahaye résume ainsi cette accointance :

> Vraisemblablement aucun des mathématiciens du domaine ne démontrera seul et à la main le tout nouveau théorème « le 1000 milliardième chiffre binaire de π est un '1'», mais c'est quand même à eux de décider s'il faut considérer comme vrai une telle affirmation. (Delahaye, 1998, p. 142)

Cette phrase de Delahaye fait référence à la formule découverte en 1995 par S. Plouffe, D. Bailey et P. Borwein (*op. cit.*, p. 131). À l'aide d'ordinateurs, ces chercheurs ont établi un programme (suite finie d'instructions) de calcul formel déterminant dans le désordre les chiffres du développement binaire[130] de π . Cette formule est originale car on peut accéder à l'un d'entre eux sans avoir besoin de connaître tous les chiffres le précédant.
Cette phrase décrit le travail du mathématicien qui ressemble alors à celui du physicien expérimentateur : l'objet de son observation réside dans les artefacts de son objet d'étude.
Dans les institutions de recherche, la distinction entre objets physiques et objets mathématiques n'est pas si nette qu'à l'école. L'idée selon laquelle, dans la recherche scientifique, les champs de recherche des mathématiques, de la physique théorique et des sciences de l'informatique seraient cohésifs, transparaît dans les figures de styles (allégorie, métaphores, analogie) que les mathématiciens utilisent (Figure 27) : il s'agit le plus souvent de celle d'un corps vivant dont le squelette représentent les mathématiques et le « reste » les autres sciences.

[130] Dans un système positionnel binaire (en base 2), deux chiffres sont disponibles ; on prend 0 et 1.

Représentation des mathématiques	Procédé rhétorique	Texte situé
Un squelette logique, peu familier, peu accueillant.	Allégorie	nous connaissons une voie royale basée sur les notions ‘ espace vectoriel’ et ‘produit scalaire’ […] elles vont nous servir de fil directeur. Nous essayerons d’habiller sobrement un squelette logique parfait, mais trop abstrait pour l’enfant, pour en faire un être d’aspect familier et accueillant (Choquet, 1964, p. 11)
Ce qui permet aux sciences de se tenir debout de marcher. Un condensé de créativité	Métaphore continuée	Les mathématiques constituent l’ossature de la science moderne et sont une source intarissable de concepts nouveaux d’une efficacité incroyable pour la compréhension de la réalité matérielle qui nous entoure. […] Les nouveaux concepts sont le résultat d’un long processus de distillation dans l’alambic de la pensée. (Connes 2013, p. v)
	Allégorie	On ne peut pas retirer la chair des os d’un homme sans le tuer. (Thirion, 1999, p. 28)
Un système vivant, sans référence au corps humain.	Comparaison	A biologist studying animal’s behavior or a trainer working with animals considers such notions as fear, anger, pain, or sexual attraction, and tries to explain various actions of animals (attacking, running away, mating, *etc*.) in these terms. However, these actions could also be explained at some lower level, the level of biochemical reactions in the animal’s brain, or even at a subatomic level, involving statistical information about motions of particles. It is clear that these lower levels (especially the subatomic one) are not very useful in explaining and predicting the animal’s behavior: they are too detailed. Likewise, a proof of a theorem should be explained at a ‘macroscopic’ level, involving mathematical objects and principles techniques, rather than at a ‘subatomic’ derivation level*.” *“This is a technical term whose informal meaning is that there exists a mechanical method of verifying whether a given sentence is a member of a set or not. (Pelc, 2010, p. 367)
	Allégorie	Je considérerais plutôt les mathématiques en termes de physiologie, comme un organisme, où il n’y aurait pas de centre mais plutôt un réseau, où diverses parties importantes se répondent, interagissent, cette unité organique étant possible parce que les mêmes outils mathématiques peuvent se réemployer dans de nombreuses incarnations. Là est l’extraordinaire : dans le réemploi des outils mathématiques, dans le dynamisme qui les fait s’engendrer. La meilleure image pour symboliser les mathématiques, c’est la vie organique. (Cartier, 2000, p. 12)

Figure 27 : Les mathématiques comme matrice architectoniques des autres sciences, vues par quelques mathématiciens.

On ne peut pas interpréter ces figures de styles sans les considérer comme des actes de langage dans un discours situé.

- Les deux premières citations sont celles de mathématiciens dans une posture de pédagogue vis-à-vis l’un de l’algèbre linéaire, l’autre des mathématiques de licence : destinées à des étudiants ou à des enseignants, elles visent à rassurer et à séduire. La persuasion est renforcée dans chacun des discours par des hyperboles (*voie royale, source intarissable,* *efficacité incroyable*) et par un effet de contraste entre la puissance mathématique pure et le contrôle didactique (*nous essaierons ; sobrement*, *long processus de distillation*).

- Les trois autres textes sont des essais sur le fonctionnement des mathématiques. Les figures de styles ont ici un effet explicatif pour un mécanisme difficile à synthétiser. L'allégorie de Thirion est un trait d'humour macabre suggérant l'inanité de donner un statut épistémologique particulier aux mathématiques par rapport aux autres sciences.

L'idée commune est bien celle des mathématiques ayant une fonction architectonique (coordinatrice) des autres sciences selon deux variantes, celle du squelette qui permet à l'homme de tenir debout et de se mouvoir, ou celle de l'organisme indifférencié qui s'étend selon un réseau interactif.
Pour notre part, nous retiendrons l'allégorie du système organique toujours remanié de l'intérieur, comme nous le justifions par la suite dans la section suivante sur la *Reconfiguration des savoirs mathématiques*.

Enfin, la démonstration constitue en soi un mode d'accrétion des savoirs mathématiques, à double niveau : théoriquement mais aussi individuellement.
Pour un individu, assimiler une preuve ne consiste pas seulement à se montrer capable de contrôler pas à pas la validité de chaque assertion : il s'agit aussi constamment de mettre à jour sa carte personnelle du réseau des concepts, de mieux maîtriser les conséquences des définitions.
Pelc (2010), mettant en avant une comparaison faite par un autre auteur, compare une preuve au terrain d'observation du chercheur expérimental :

> Often the new ideas and techniques conveyed by a proof are more much important than the theorem for which the proof was originally invented. Rav formulates it succinctly:
> "Proofs are for the mathematician what experimental procedures are for the experimental scientist: in studying them one learns of new ideas, new concepts, new strategies – devices which can be assimilated for one's own research and be further developed". (Pec, 2010, p. 358)

Ainsi, même si le mathématicien invente une définition d'un objet conceptuel, lui et ses pairs ne maîtrisent pas d'emblée la portée de cet objet dans le réseau des autres concepts. L'écriture de raisonnement lors de la recherche de preuve apporte cette compréhension et prolonge le processus de création. Godoy (1977, p. 97) souligne combien l'écriture est, en mathématiques et en philosophie, l'un des « outils appropriés à cette rumination constructive » qui apporte une compréhension profonde.

Reconfiguration des savoirs mathématiques

Les mathématiques constituent, vis-à-vis des sciences, un réservoir de cadres et d'outils. Dans cette matrice, la pensée mathématique agit à un double niveau : en fournissant des techniques et aussi, dans un mouvement épistémologique, en réorganisant les champs conceptuels entre eux (Patras, 2001) ou encore en changeant de point de vue (Drygalski, 2012 ; Corlay, 2006).

L'objet « application numérique » est à ce titre exemplaire dans l'histoire des mathématiques et dans le curriculum enseigné. Cet objet, historiquement, est envisagé d'abord dans le cadre de grandeurs corrélatives, puis dans le cadre analytique (numérique) et enfin dans le cadre ensembliste, lequel permet d'aborder des applications à plusieurs variables numériques et aussi des applications non numériques. Nous voyons par ces changements de cadres que le champ conceptuel de l'objet « application » s'agrandit. Mais cela ne s'arrête pas là : dans un même cadre, une application (mettons à une variable) peut être étudiée selon différents points de vue sans mobiliser nécessairement tous les concepts du cadre. Dans le cadre de l'analyse, les changements de points de vue occasionnent l'invention de nouvelles définitions et une reconfiguration du réseau des concepts : le point de vue local nécessite le concept de voisinage, le point infinitésimal nécessite le concept de limite, le point de vue global nécessite le concept de domaine de définition (Chorlay, 2006).
Dans l'enseignement, l'introduction de nouveaux théorèmes ou définitions s'accompagne bien souvent de changements de point de vue. Par exemple, la définition d'un extremum va du point de vue ponctuel au point de vue local, les propositions où le nombre dérivé apparaît partent d'un point de vue infinitésimal, *etc*.
L'auteur indique que le travail du mathématicien est aussi de distinguer ces points de vue puis de les relier. Cela rejoint le travail de réflexion par l'écriture de preuves évoqué à la section précédente. La pensée mathématique contient cet entrelacs de niveaux et de cadres.
Ainsi, le corpus de connaissances mathématiques ne croît pas que par accumulation de concepts et de techniques. Il croît aussi parce qu'il se réorganise en même temps que les connaissances sont créées, donnant à voir davantage de connexions et de possibilités d'interprétations.

> […] on a deeper level the goal of mathematics is to develop enhanced ways for humans to see and think about the world. Mathematics is a transforming journey, and progress in it can be better measured by changes in how we think than by the external truths we discover. (Thurston, 2011)

3.3.1.2. Les discours sur le vrai

Tels que les mathématiciens les décrivent, les valeurs et le rôle de la pensée mathématique dans la construction des connaissances scientifiques ne semblent pas s'écarter beaucoup de la pensée mathématique antique.
Les mathématiques ont pour objet la constitution de connaissances indépendantes de tout contexte particulier, créant ainsi une œuvre universelle et collective parfaitement « désubjectivée » (Cartier, 2000, vidéo en ligne) et sans utilité *a priori*.

La valeur de la vérité tient à la désubjectivation des connaissances.

La dimension désubjectivée des mathématiques pose des questions psychologiques : cette dimension nie-t-elle la personnalité des individus ou peut-elle être le support d'une reconstruction de la subjectivité des individus ?
Prenant l'exemple du rayonnement de l'école mathématique soviétique et de son déclin après le démantèlement de l'Union soviétique en 1991, Cartier (2000) décrit la possibilité que

l'individu mathématicien investisse son activité mathématique dans une fonction de dissidence contre la dictature.
Il semble néanmoins que d'autres raisons interviennent : Laforgue (2005) justifie l'émigration d'une partie des mathématiciens russes par des salaires insuffisants mais explique, à partir de témoignages, le succès de l'école mathématique soviétique par des raisons structurelles : organisation décentralisée de l'école, cursus d'excellence, peu de censure en mathématiques.

Se basant sur des entretiens avec des enseignants de mathématiques, Nimier (1988, p. 216–244) catégorise les modes de leur relation aux mathématiques. De l'analyse psychologique des entretiens, il déduit quatre modes (non exhaustifs) de relations, chaque mode réinvestissant la dimension *désubjectivée* des mathématiques en l'orientant en fonction du ça, du moi ou du sur-moi de l'enseignant. De plus, il corrèle ce mode de relation à un mode de relation aux élèves. Ces travaux étant assez difficiles à exposer car ils mobilisent des concepts de psychanalyse freudienne, nous nous limitons à rendre compte des quatre modes tels qu'ils sont intitulés par Nimier :

- Un mode de maîtrise : les mathématiques permettent la mise en sécurité intérieure en « faisant » prédominer la pensée sur les pulsions ;
- un mode anaclitique[131] : les mathématiques, idéalisées comme une vérité sans défaut, donnent l'assurance de bien raisonner, donc de bien faire et apportent la paix intérieure. L'objet mathématique, harmonieux et unifié, compense un manque ;
- un mode schizoïde[132] : les mathématiques ont deux fonctions paradoxales, celle de faire un lien d'équilibre avec la réalité sociale (par exemple en devenant enseignant de mathématiques) et celle de permettre l'isolement dans un univers de jeu intellectuel ;
- Un mode persécuteur : les mathématiques sont fantasmées sous la forme de dangers : la rigueur mathématique apparaît déshumanisante ; elle est corrigée en attribuant des fonctions sociales diverses aux mathématiques : la sélection sociale, la construction sociale des connaissances par exemple.

Ce que nous retenons de cette digression psychanalytique c'est que la dimension désubjectivée et essentiellement symbolique des mathématiques peut participer à la formation d'un type de personnalité et donner lieu à une représentation stéréotypée de la fonction des mathématiques. Nous discuterons la représentation stéréotypée des mathématiques *idéalisées* lors de l'analyse d'un énoncé de manuel scolaire de mathématiques dans la section suivante (§ 3.3.3.).
L'enjeu de la connaissance n'est pas seulement de définir des objets mathématiques *désubjectivé*s ; il réside surtout dans le mode de dé-subjectivisation, c'est-à-dire dans le cheminement conduisant à définir lesdits objets. Notons que la question du mode d'acquisition

---

[131] Anaclitique, adj. : PSYCHANAL. Qui résulte de la privation des soins maternels pendant la première année. www.cnrtl.fr/lexicographie/anaclitique
[132] Schizoïdie, n. f. : repli sur soi, difficulté d'adaptation aux réalités extérieures *in Le Petit Robert* 1989.

des connaissances est de nature philosophique et ne concerne pas spécifiquement les mathématiques.

Les modes de désubjectivisation des connaissances mathématiques

À l'origine de ce processus de dé-subjectivisation des mathématiques, nous trouvons un type de discours spécifique : la démonstration, qui agrège une valeur : le vrai, et une démarche de pensée caractéristique : le mode déductif.

> The term mathematician […] encompasses all scientists adopting the methodology of proofs' […] It includes algebraists, topologists, mathematical logicians, theoretical computer scientists but excludes engineers or physicists who are not interested in the way of they are obtained. (Pelc, 2010, note p. 368)

Les acteurs non théoriciens des sciences physiques et des domaines technologiques ne sont pas perçus comme des représentants complets de la pensée mathématique :

> Sigaut[133] ne voit pas dans la science des ingénieurs, en raison de son caractère normatif et prescriptif, un logos à part entière qui permettrait de la qualifier de technologie scientifique.
> (Vérillon, 1996 b, p. 11)

La preuve est nécessaire à la pensée mathématique car l'application d'un théorème, d'une méthode, d'une implication, s'ils sont reconnus comme savoir mathématique, doit pouvoir se répéter sans conduire jamais à une contradiction. La démonstration est « le prix à payer […] : il faut être certain qu'on n'arrivera pas à des absurdités ou des contradictions, car le mathématicien ne veut énoncer que des vérités certaines » (Cartier, 2000, p.11).
Toutefois, l'invariance du vrai dans le discours de la preuve a évolué par rapport à la valeur antique du vrai :

> On commence aujourd'hui à se rendre compte que cette obsession de la non-contradiction, garant de la rigueur, n'est pas forcément une bonne chose. Quand, on souscrit un contrat d'assurance, tout ce que l'on veut, c'est que le contrat d'assurance garantisse en cas de catastrophe ; on espère que la catastrophe n'arrivera pas trop souvent, mais on espère que l'assurance est là pour pallier. Si un système de raisonnement mathématique peut en principe conduire à une contradiction, mais que cette contradiction est si complexe que personne, pour des raisons de limitation physique, ne pourra jamais l'exhiber, c'est comme si elle n'existait pas.
> De nos jours, on s'achemine peu à peu vers des théories para-consistantes[134], où l'on n'essaie pas de démontrer qu'il n'y aura jamais de contradiction, où l'on estime satisfaisant de la repousser au-delà de tout horizon prévisible. (Cartier, 2000, p. 11)

---

[133] Vérillon fait référence à l'article suivant de François Sigaut :
Sigaut F. (1991). « Les points de vue constitutifs d'une science des techniques, essai comparatif ». In PERRIN J. (Ed.), *Construire une science des techniques* (pp. 381-397). Limonest : L'interdisciplinaire.

[134] Dans une définition mathématique, le « *si* » est à comprendre comme un « *si et seulement si* », de sorte qu'une définition peut s'exprimer directement ou par contraposée. En l'occurrence, une théorie, désignant ici un ensemble d'axiomes, de règles formelles de déduction, de théorèmes, la définition mathématique de (1) *théorie consistante* équivaut à la définition de (2) *théorie para-consistante* :

Dans cette explication assez elliptique, notamment sur les *raisons de limitation physique*, Cartier évoque les résultats de la recherche logicienne du début du vingtième siècle qui ont révolutionné (ou relativisé) la représentation que les mathématiciens avaient d'une théorie mathématique et de la valeur du vrai. En 1930 et 1931, les travaux de Gödel[135] ont montré que la vérité d'un énoncé et l'expression de sa preuve dans un langage suivant les règles de la logique formelle ne sont pas équivalentes. Ainsi, un énoncé peut être vrai et n'être pas démontrable.

Plus précisément, une théorie étant consistante, on ne peut pas démontrer que cette théorie est consistante en utilisant les axiomes et les théorèmes de ladite théorie ;

i.e. : pour toute théorie consistante, il existe un énoncé, non démontrable en utilisant le système formel permettant de le formuler[136], exprimant la consistance de la théorie.

Ce résultat de Gödel, appelé *second théorème d'incomplétude*, dit donc qu'une théorie consistante ne se suffit pas à elle-même pour montrer sa consistance.

Il a en particulier répondu au deuxième problème posé par David Hilbert en 1900 à propos de la consistance de l'arithmétique. La question sous-jacente au deuxième problème de Hilbert concernait les énoncés (les mises en langage) de la théorie : était-il possible de les évaluer et de les reconnaître mécaniquement par calcul propositionnel ? Voici ce que pensait Hilbert dans les années où il soumettait tout ou partie des ses vingt-quatre fameux problèmes :

> Le jeu de formules [caractéristique de la mathématique formalisée] est donc conduit selon certaines règles définies, qui expriment la technique de notre pensée. Ces règles forment un système fermé qui peut être découvert. L'idée fondamentale de la théorie de la démonstration n'est autre que de décrire l'activité de notre pensée, d'établir un protocole des règles selon lesquelles notre pensée opère.
> (Hilbert, cité par Patras, 2001)

Une démonstration mathématique n'augmente pas sa valeur épistémique par le fait qu'elle soit formalisée et calculable (Pelc, 2010, p. 360), c'est-à-dire totalement désubjectivée. De plus, une preuve est bien plus qu'une séquence de déductions logiques : c'est un raisonnement, c'est-à-dire un discours intentionnel, anticipant des niveaux d'évidence en fonction du lecteur visé, porteur de considérations « tectoniques » : les objets sont mis en relief et en réseau entre eux, ce qui ne peut pas être automatisé totalement car on ne peut pas exhaustivement et infailliblement prévoir le cheminement de l'auteur d'une démonstration.

---

(1) *une théorie mathématique est consistante si le système d'axiomes qui la définit permet, pour tout énoncé, de déduire si celui-ci est vrai ou (exclusivement) faux*

(2) *une théorie est para-consistante si le système d'axiomes qui la définit conduit à ce que l'un au moins de ses théorèmes soit, au sein de la théorie elle-même, à la fois vrai et faux.*

[135] Kurt Gödel (1906–1978) est un mathématicien-logicien- philosophe, qui a effectué la partie la plus productive de sa carrière à l'université de Vienne en Autriche. Après l'annexion de l'Autriche par l'Allemagne, il émigre aux États-Unis en 1940 pour ne pas être enrôlé dans l'armée allemande : il a travaillé à l'Institute for Advanced Study de Princeton (New Jersey).

[136] Voir Delahaye Jean-Paul. (1984). *Informations, complexité et hasard*. Editions Hermès, p.159–184.

Le concept de théorie para-consistante, la disjonction entre les propositions et leur calculabilité (formalisme) ont finalement bouleversé la représentation de la rigueur et de la puissance de la polarité *vrai-faux* : l'idée selon laquelle toutes les théories mathématiques sont astreintes à *la* rigueur s'est écartée de la représentation antique.
Des exemples historiques montrent d'ailleurs que la rigueur n'est pas en soi génératrice de savoirs mathématiques : Jacques Bernoulli et la loi faible des grands nombres, Jean Robert Argand et le calcul géométrique, Evariste Galois et la résolution des équations polynomiales ont chacun en leur siècle observé et fait fonctionner leurs idées avant d'en avoir les preuves complètes, dont certaines sont venues bien plus tard. Par ailleurs, la définition et le nom d'un concept requièrent un temps long qui montre que l'inspiration mathématique n'est pas seulement guidée par la logique : une définition bien pensée rend son concept fécond ; un nom inadapté frappe l'imagination des chercheurs avec le risque de provoquer des contresens. Par exemple, des dénominations telles que *famille libre, valeur propre, déterminant, groupe cyclique, anneau intègre, corps clos, ombre d'un hyper-réel* n'ont pas été choisis au hasard.
Ainsi, à un certain niveau de la recherche en mathématiques, le vrai donne lieu à des représentations sophistiquées et nuancées qui s'éloignent des représentations antiques.
Au niveau de l'enseignement des mathématiques de lycée, en revanche, on peut conjecturer que les représentations du vrai sont conformes aux représentations antiques.
Et l'on peut constater que l'écart des représentations entre ces deux niveaux d'étude et de pratiques des mathématiques constitue en soi un terrain de prospection interdidactique. Drouhard et Lozi (2013) interrogent en parallèle la place de la démonstration dans les programmes de mathématiques et dans la production de la recherche mathématique. Constatant la disparition progressive de la démonstration au fil des programmes dans les manuels de mathématiques de terminale scientifique (théorème admis, preuve différée en exercice), les auteurs interrogent l'actualisation de la valeur du vrai et proposent deux pistes explicatives :

- Soit, dans la société, l'idéal hilbertien (« tout doit être démontré ») confronté au temps d'enseignement trop court et au nombre d'objets à enseigner trop nombreux, apparaît totalement utopique ;
- soit, dans les institutions de recherche et de production mathématique, l'idéal hilbertien est remis en question par l'abondance et la complexité des démonstrations dont la correction est assistée par ordinateur, à l'instar du théorème des Quatre Couleurs[137]. L'une des raisons pourrait être l'évolution même de la valeur du vrai dans les démonstrations et leur para-consistance. Moyennant quoi, comme Cartier et Delahaye l'ont signalé, la vérification est presque certaine et non plus certaine.

Dans les deux cas, le « statut d'activité emblématique des Mathématiciens » (Drouard et Lozi, 2013, p. 4) de la démonstration est écorné pour des raisons extérieures à l'institution scolaire.

[137] Ce théorème énonce qu'il suffit de quatre couleurs pour colorier une carte géographique de façon que deux pays limitrophes n'aient pas la même couleur, quelle que soit la forme des frontières et le nombre de pays.

L'évanescence des démonstrations dans les activités mathématiques enseignées serait alors à interpréter « bien plutôt comme une transposition (difficile, chaotique) à l'enseignement de l'évolution du statut de la preuve dans le monde des mathématiques vivantes, fortement liée à l'outil informatique » (*op. cit.*, p. 8).
Nous allons maintenant considérer la pensée mathématique sous l'angle de la transmission des savoir-faire mathématiques par l'institution scolaire. Discerne-t-on l'empreinte de la pensée mathématique dans sa complexité ? Doit-on parler de plusieurs pensées mathématiques parallèles ? Celle des chercheurs et celle des usagers de savoir-faire ? La section suivante aborde ces questions.

3.3.2. La formule de Héron : un exemple de représentation stéréotypée dans l'enseignement des mathématiques

Nous avons vu que la valeur du vrai en mathématiques a évolué de l'Antiquité à nos jours. Cette évolution ne constitue pas un paradigme comme cela peut s'observer en sciences expérimentales : aucun des énoncés mathématiques n'est invalidé par le changement de la valeur du vrai. On en revient ici à un trait caractéristique des mathématiques déjà abordé (§ 3.3.1.), celle de l'accumulation inexorable des techniques (formules, théorèmes) alors que les savoirs (discours, définitions) se dissolvent ou bien, au contraire, se développent au cours des décennies, des siècles et se trouvent finalement très éloignés de leur objet initial. Cette accumulation des propositions vraies soulève des questions à propos de leur transmission dans un processus d'enseignement-apprentissage. Nous en avons retenu deux qui nous permettent, ici, d'aborder des exemples de discours didactiques en relation avec le lycée et aussi de nous projeter dans la démarche comparatiste de la partie 3. La première question est celle des techniques de référence et des savoirs élémentaires. Il apparaît impossible de tout transmettre, non seulement à cause de la quantité mais aussi en raison de la sophistication des construits théoriques[138]. La deuxième question est celle de l'alternative de la représentation de la liaison entre les mathématiques « vivantes » et les mathématiques enseignées jusqu'en licence : s'agit-il d'un continuum, où il y aurait plusieurs niveaux de pratique technique ou s'agit-il de deux mondes séparés, les mathématiques scolaires étant un phénomène culturel de transposition des mathématiques savantes ?

Dans cette section, nous considérons les effets de l'accumulation des techniques mathématiques sur l'enseignement des techniques ? Comment est-elle gérée lors de la transmission scolaire ? Comment justifie-t-on l'évolution des savoirs, au sens où les discours sur les objets mathématiques enseignés changent au cours du temps et des disciplines ?
Comme nous l'avons annoncé, cette partie de la thèse a pour objectif une approche exploratoire de la pensée mathématique et de la pensée technique destinée à étayer l'étude de l'enseignement

[138] Notons toutefois que des techniques quasi-dénuées de théorie sont enseignées dans toutes les filières de lycée général, technologique et professionnel : c'est le cas des intervalles de fluctuations en probabilités.

des mathématiques dans trois disciplines du lycée professionnel. Nous allons aborder cette question de l'accumulation des techniques en analysant un exemple de manuel de mathématiques. Celui que nous avons choisi, *Bac Pro 2de Mathématiques* aux Editions Foucher, est destiné aux élèves de seconde professionnelle, anticipant en cela l'approche comparatiste que nous mènerons en troisième partie à propos des objets mathématiques enseignés. Nous allons mettre en évidence un cas de représentation stéréotypée de la pensée mathématique. Nous présentons d'abord brièvement le contexte institutionnel, le manuel lui-même et sa manière spécifique d'organiser pour l'élève une démarche réflexive sur les mathématiques.
Ensuite, nous analysons un énoncé (selon les points de vue historique, épistémologique, didactique) en quête de manifestations de la pensée mathématique ou de la pensée technique.

Contexte institutionnel du manuel

Conformément aux prescriptions officielles (Figure 28), le manuel propose explicitement des activités mathématiques visant à développer des attitudes intellectuelles et citoyennes. Nous interprétons ici le mot *attitude* comme étant une disposition intérieure, une façon de penser la cohérence présente et à venir des objets enseignés. Les enseignements disciplinaires ont pour mission de développer chez l'élève la capacité d'être critique par rapport à certaines questions globalement abstraites en leur donnant l'occasion de se construire une expérience par rapport à ces questions. La notion d'attitude rejoint ici celle de pensée.
La liste officielle des thématiques met les mathématiques en parallèle avec des domaines de techniques (observer à distance, mesurer, transmettre un message). Le manuel adopte une signalétique des thématiques par pictogrammes (Figure 29). Celui qui concerne l'évolution des sciences et des techniques représente un satellite qui émet des ondes et qui a deux panneaux solaires.

Les attitudes développées chez les élèves (BO spécial n°2 du 19/02/2009, p. 1)
L'enseignement des mathématiques et des sciences physiques et chimiques doit contribuer à développer chez l'élève des attitudes transversales : • Le sens de l'observation ; • La curiosité, l'imagination raisonnée, la créativité, l'ouverture d'esprit ; • L'ouverture à la communication, au dialogue et au débat argumenté ; • Le goût de chercher et de raisonner ; • La rigueur et la précision ; • L'esprit critique vis-à-vis de l'information disponible ; • Le respect de soi et d'autrui ; • L'intérêt pour les progrès scientifiques et techniques, pour la vie publique et les grands enjeux de la société ; • Le respect des règles élémentaires de sécurité.
Thématiques en mathématiques (BO spécial n°2 du 19/02/2009, p.3)
Les thématiques sont classées en cinq grands sujets : • Développement durable ; • Prévention, santé et sécurité ; • Évolution des sciences et techniques ; • Vie sociale et loisirs ; • Vie économique et professionnelle. Une première liste non exhaustive et révisable de thématiques à explorer, classées par grands sujets, est proposée ci-dessous. Par année de formation, l'enseignant choisit au moins deux thématiques dans des sujets différents. La thématique choisie est d'autant plus riche qu'elle permet d'aborder plusieurs modules du programme. Pour chacune d'entre elles, des questions énoncées par l'enseignant doivent être proposées. Celles-ci doivent être en phase avec la vie quotidienne des élèves et leur formation professionnelle et motiver l'acquisition des compétences décrites dans le programme. L'utilisation de ces thématiques peut prendre plusieurs formes (activité introductive concrète, séance de travaux pratiques, recherche multimédia, travail en groupe, travail personnel… [Première liste de thématiques relative à] l'**évolution des sciences et techniques** • Transmettre une information. • Mesurer le temps et les distances. • Découvrir les nombres à travers l'histoire des mathématiques. • Observer le ciel.

Figure 28 : Les attitudes et les thèmes scientifiques dans la discipline mathématiques-sciences physiques et chimiques.

Figure 29 : Les pictogrammes des thématiques dans le programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques.

Le manuel utilise le pictogramme *Évolution des sciences et des techniques* à sept reprises sur 192 pages, donnant à voir une sélection d'activités qui permettent un regard rétrospectif sur les sciences (Figure 30). Sur les sept points relevant du thème *Évolution des sciences et des techniques*, six font référence à l'Antiquité : l'Égypte ancienne, la Grèce antique et ses fameux géomètres, l'empire romain. Bien qu'elle mobilise le théorème de Thalès, la croix du bûcheron fait exception : elle n'et pas référée à un contexte historique mais à un métier, car elle permet au bûcheron d'estimer facilement la hauteur d'un arbre.

Discussion : la pensée mathématique véhiculée par le manuel

Nous interprétons la représentation très importante des mathématiques de l'Antiquité (85%) dans le thème *Évolution des sciences et des techniques* comme l'expression d'une vision stéréotypée de la pensée mathématique dans le manuel. Justifions notre interprétation.

Le manuel fait face à deux exigences qu'il tente de satisfaire en bloc. D'une part, il doit affirmer l'apport de la discipline dans le développement d'attitudes intellectuelles complexes et ambitieuses (Figure 28) ; d'autre part, il doit choisir que transmettre parmi toutes les connaissances mathématiques accumulées sans jamais être périmées. En réponse à cette double exigence, le manuel mise sur l'idée que les premières mathématiques sont aussi les mathématiques premières, c'est-à-dire les mathématiques fondamentales ; ce qui, de plus, est congruent avec la constante *théorèmes*[139] *de Pythagore-théorèmes de Thalès* dans les différents programmes du cursus.

Précisons à présent la notion de stéréotype et le phénomène de stéréotypie.

D'un point de vue général, la stéréotypie désigne un mode de catégorisation figée des objets d'un domaine, le radical *stereos* signifiant solide donc indéformable. Cette catégorisation se fait en établissant « une relation invariable d'éléments invariables » (Château, 2002). En sémiotique, on convient à présent que « le stéréotype relève du plan du contenu », ce qui le distingue du cliché limité au plan de l'expression (Biagioli, 2010 a).

Dans les deux cas, le mécanisme est le même : le stéréotype ou le cliché créent une habitude de penser ou de parler qui rigidifie la pratique. Le stéréotype affecte les représentations, pensées et attitudes et va de pair avec la notion de groupe social. Pour un groupe social, la stéréotypification constitue en soi un mode de constitution de ressource culturelle qui, *a priori*, n'est affecté d'aucune valeur. Le stéréotype n'est en soi ni positif, ni négatif ; c'est son contenu qui l'est. Dans les deux cas, l'effet sémiotique est le même : la cible est assimilée durablement au stéréotype qui 'lui colle à la peau'. La désignation figée déshumanise ses victimes, même si elle est flatteuse. Les fonctions d'un stéréotype sont diverses :

[139] Dans le cas des théorèmes de Pythagore et de Thalès, nous laissons la forme plurielle pour désigner chacun d'eux pour signaler l'usage en vigueur dans l'enseignement secondaire depuis 2008 : le but étant d'aider les élèves à distinguer l'énoncé direct, qui passe du cadre géométrique au cadre numérique, à l'énoncé réciproque. Usuellement, on parle *du* théorème de Pythagore, *du* théorème de Thalès.

- Différencier deux groupes, ce qui peut aller de l'assimilation à la discrimination (Tagieff, 1997) ;
- Assurer « un principe d'économie cognitive » (Château, 2002) ;
- Constituer « une source d'information par défaut quand le système ne dispose d'aucune information » (Vincent *et al.*, 2005, p. 306) ;
- Satisfaire « le besoin de se rassurer face à l'altérité » (Auger, 2010) ;
- Constituer un ressort d'analyse des impacts de la cognition sociale sur le sujet (Bariolis, 2010 a).

Ainsi, un stéréotype détermine les relations entre groupes car le groupe social s'en sert pour affirmer son identité et le sujet, son appartenance au groupe. Les valeurs associées au stéréotype induisent le jugement stéréotypé ; ce qui veut dire qu'un stéréotype peut être étayé par des opinions ou des anecdotes mais qu'il n'est pas démontrable. Les conséquences du jugement stéréotypé sont doubles : d'une part, il renforce l'identité groupale de celui qui l'énonce ; d'autre part, il affecte l'identité groupale de sa cible soit en l'affaiblissant soit en la renforçant paradoxalement par l'auto-stéréotypie lorsque la cible s'approprie le jugement stéréotypé. Donnons deux exemples rapides de stéréotypes à propos du poids des disciplines dans le processus d'orientation :

- Un proviseur de lycée à propos la filière scientifique (cas d'affaiblissement de l'identité de la cible) : « *la spécialité SVT/ elle sert à rien si vous voulez faire médecine / il faut prendre maths ou physique* » ;
- Un enseignant de construction mécanique à propos de la filière professionnelle (cas d'auto-stéréotypie) : « *si on peut s'passer des maths/c'est OK* ».

Les limites d'un stéréotype sont, comme nous l'avons dit *supra*, sa rigidité et sa non-démontrabilité.

En quoi, dans le manuel que nous explorons, la concentration des occasions de réfléchir à l'évolution des sciences et des techniques traduit-elle une représentation stéréotypée de l'histoire des mathématiques ?

- Un rapide inventaire montre que la discipline des mathématiques établit une relation quasi-exclusive entre les mathématiques de l'Antiquité et l'approche du thème de l'évolution des sciences et des techniques (Figure 30).
- Les mathématiques de l'Antiquité grecque sont le seul écho bien repéré car elles cumulent de nombreuses qualités qui en ont fait le canon culturel et éducatif de la discipline : la richesse de la géométrie, le prestige des mathématiciens fondateurs (Thalès, Pythagore, Euclide, Archimède), l'idéalisation d'une période qui a vu l'invention de la démocratie en Occident (la rigueur aristotélicienne, les vertus du citoyen de Platon) et enfin l'éloignement dans le temps qui leur confère une allure mythologique.
- À un niveau élémentaire, les théorèmes de Thalès et de Pythagore peuvent donner l'impression qu'ils n'ont pas rompu le lien avec le monde de la matérialité et des

phénomènes physiques. Il s'agit toujours en effet de calcul de longueur, d'aire en passant sous silence la construction axiomatique de la géométrie euclidienne qui, elle, a généré d'autres géométries. Néanmoins, au même titre que les géométries alternatives qui ont été théorisées par la suite, la géométrie euclidienne n'est pas vraiment accessible dans le cadre de l'école.

Les enseignants de mathématiques forment le groupe social énonciateur et énonciataire du stéréotype, lequel consiste à privilégier une période de l'histoire des mathématiques. Le prestige des mathématiques antiques n'est pas la seule explication à la formation de ce stéréotype. Le manuel que nous avons pris en exemple trouve une forme de validation de sa sélection dans le fait que les théorèmes de Pythagore et de Thalès font partie des souvenirs scolaires de chacun d'entre nous et du bagage technique commun pour passer du cadre géométrique au cadre numérique[140]. Ainsi, la permanence de certains items dans le curriculum de mathématiques crée une sorte de boucle de rétroaction positive envers eux. Cela nous interroge sur le choix des objets enseignés et sur la représentation ambitieuse d'un enseignant modèle qui saurait à la fois maîtriser didactiquement les objets qu'il enseigne et interroger l'histoire des mathématiques.

Activité	**Page**	**Sémiotique de la situation historique**	**Objet de savoir mathématique Technique référencée**
problème 6	85	Dessin d'un cylindre de substitution alphabétique de type Jules César	Fonction affine d'encodage chiffré et sa réciproque pour le décodage
activité 1	100	Photographie d'une pyramide de Kheops	Théorème de Pythagore
activité 1	100	Dessin d'une corde à 13 nœuds d'arpentage Texte décrivant la nécessité de borner les champs après chaque crue du Nil	Réciproque du théorème de Pythagore
activité 2	101	Dessin de l'ombre portée d'une pyramide	Théorème direct de Thalès
problème 11	109	Texte décrivant le porte-voix en buis et les vigies du port du Pirée, cinq siècles avant Thalès	Théorème direct de Thalès
problème 12	109	Schéma de la croix du bûcheron	Théorème direct de Thalès
problème 11	144	Texte présentant Héron d'Alexandrie et sa formule	Calcul d'aire d'un triangle

Figure 30 : Le thème *Évolution des sciences et des techniques* dans *Bac Pro 2^de^Mathématiques*, 2012.

[140] On retrouve, par exemple, le théorème de Pythagore et le théorème de Thalès dans le programme de préparation au Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles (CRPE).

Affinons notre exploration du manuel : l'éventail des exercices marqués par l'icône *Évolution des sciences et des techniques* juxtapose sans aucune explication les techniques mathématiques antiques et leurs prolongements actuels.
Le choix quasi-exclusif des objets de savoir antiques finit par contredire l'objectif qui était de mettre en valeur l'évolution des sciences et des techniques, puisqu'on montre que les objets mathématiques antiques sont inchangés et toujours en fonction. La perspective historique a pour effet de les incarner à travers une iconographie et une documentation, mais ne remplit nullement l'objectif fixé. Pour ce faire, il eût fallu par exemple juxtaposer au cylindre de substitution alphabétique romain une prise d'écran d'un programme de calcul cryptographique actuel.
Nous allons examiner plus en détail l'un des énoncés : le *problème* du calcul d'aire par la formule d'Héron d'Alexandrie (Figure 31). Notre but est de déconstruire la relation stéréotypée des mathématiques enseignées aux mathématiques antiques. Pour cela, nous analyserons plusieurs aspects :

- Le contexte scientifique et historique de la formule d'Héron. Nous aurons alors un point de vue sur l'usage de la formule et son rapport avec les techniques d'aujourd'hui comme cela est annoncé dans le thème *Évolution des sciences et des techniques* ;
- L'épistémologie de la formule de Héron en mathématiques. Nous aurons alors un point de vue sur l'originalité de cette formule et ce qu'elle signale dans l'histoire des mathématiques ;
- Le discours didactique du manuel pour introduire la formule, en tant que technique située dans l'histoire de la mesure d'aire et en tant qu'expression algébrique donnant lieu à une activité mathématique.

Au terme de cette analyse, nous ferons le point sur la pensée mathématique et la pensée technique transmises à travers cet exercice dont la fonction initiale était d'éveiller une réflexion sur l'évolution des sciences et des techniques.

Le contexte épistémologique et historique de la formule de Héron

À l'époque d'Héron d'Alexandrie, on utilisait des nombres écrits avec des lettres grecques[141] ; l'extraction de racines numériques n'était donc pas possible au sens d'une approximation décimale. La formule de Héron n'était pas calculable en pratique, sauf pour quelques triangles particuliers, ce qui rejoint le problème de l'incommensurabilité de $\sqrt{2}$.
La formule de calcul de l'aire d'un triangle par les longueurs des côtés était connue depuis Archimède[142] (c'est-à-dire bien avant Héron) mais n'était pas utilisée. Il faut s'interroger sur

[141] Cf. note 117.
[142] Pour rappel (Wikipédia), les dates des principaux penseurs grecs, repérées avant et après Jésus-Christ :

son non-usage en topométrie et sur la plus-value pratique ou épistémique que Héron recherchait en établissant la preuve de cette formule. Rappelons qu'à l'époque de Héron, Aristote est le premier penseur à étudier le discours démonstratif par déduction. Il précède Euclide dont les travaux font entrer les mathématiques dans le paradigme de la preuve.
Héron cherchait à mettre en accord une technique d'évaluation d'aire et la pratique du mesurage direct. En effet le mesurage direct est très limitatif en topométrie ; des techniques (pratiques ou formulées) utilisant les angles permettent d'acquérir des longueurs indirectement (trigonométrie) et de reconstruire des mesures d'autres grandeurs par analyse géométrique. Voilà une explication au fait que la formule de Héron ait été par la suite, en topométrie[143] ou en mécanique, supplantée par les formules trigonométriques :

$$\left(\frac{1}{2}\times base \times longueur\ adjacente \times sinus\ de\ l'angle\right)$$

Cette dernière formule, généralisée dans l'enseignement disciplinaire de mathématiques par la formule fondamentale $\left(\frac{1}{2}\times base \times hauteur\right)$ ne nécessite pas le recours à la trigonométrie mais suppose que la mesure de la hauteur est connue.

Thalès de Milet (- 624– - 547) ; Pythagore de Samos (- 569– - 606) ; Platon (- 428– - 347) ; Aristote (- 384 – - 322); Euclide (- 325– - 265) ; Archimède (- 287– - 212) ; Eratosthène (- 276– - 194) ; Héron d'Alexandrie (- 70– + 10).

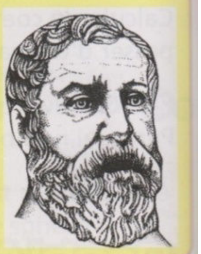
[143] En topométrie et dans toute autre science intéressée au mesurage de la surface terrestre, deux situations se présentent : soit on acquiert les coordonnées d'une suite de points **par mesurages d'angles** (dont l'azimut), soit on dispose des coordonnées des points dans une base de données.
Les procédures de calcul d'aire et de décomposition des surfaces (triangulaire ou trapézoïdal) changent en fonction de la situation initiale mais le principe algébrique d'additivité des aires est finalement toujours appliqué.

Problème 11 *

La formule de Héron

Héron d'Alexandrie

Héron d'Alexandrie (Ier s. après J.-C.) a exprimé, par une formule qui porte son nom, l'aire S d'un triangle dont les côtés ont pour longueur a, b et c :
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où p est le demi-périmètre du triangle.



1. Cas général

a) Exprimer le demi-périmètre p du triangle en fonction de a, b et c.

b) À l'aide de cette formule calculer l'aire d'un triangle ABC dont les côtés mesurent $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 5$ cm.
Vérifier le résultat à l'aide d'une autre méthode.

c) Calculer l'aire d'un triangle MNP dont les côtés mesurent $MN = 7$ cm, $NP = 9$ cm, $MP = 11$ cm.

2. Cas du triangle équilatéral

Le côté d'un triangle équilatéral a pour longueur $a = 7$ cm. Son aire est donnée par la formule $A = a^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

a) Vérifier que l'on obtient bien cette formule à partir de la formule de Héron.

b) Calculer l'aire de ce triangle équilatéral. Arrondir au centième de cm^2.

c) Calculer la longueur du côté d'un triangle équilatéral d'aire 58 cm^2. Arrondir au dixième de cm.

Figure 31 : La formule de Héron (Maths-Bac Pro 2de 2012, problème 11 p. 144).

Bien que la formule n'ait pas diffusé comme technique de mesurage d'aire, elle est représentative des travaux d'Héron d'Alexandrie (100 ap. J.-C.) qui, avec ceux, entre autres, de Diophante d'Alexandrie (vers 200 ap. J.-C.), président à la naissance de l'algèbre. En effet, dans sa démonstration (voir la section suivante), Héron utilise des nombres sans chercher à leur donner une interprétation géométrique (par exemple le produit de deux mesures d'aires) :

> Dans les Métriques, ouvrage consacré à la mesure des aires et des volumes et plus généralement à la géodésie, Héron rompt avec la tradition hellénique et n'identifie plus les nombres aux grandeurs géométriques qui les représentent, mais calcule avec les nombres eux-mêmes. La géodésie étant enseignée dans un but pratique aux arpenteurs, aux maçons et autres artisans, Héron ne put se contenter des méthodes géométriques rigoureuses qui lui interdisaient de multiplier deux aires, de calculer des racines carrées et cubiques, mais y allia les techniques babyloniennes de calcul et les procédés approximatifs des arpenteurs égyptiens. […]
> Diophante vivait à une époque où les mathématiques alexandrines perdaient leur puissance créatrice. Son œuvre constitue la dernière création originale. Des commentateurs érudits […] remplacent désormais les inventeurs. (Dahan-Dalmedico *et al.*, 1986, p. 70)

Pappus (vers 300–350 ap. J.-C.), Hypatie d'Alexandrie (vers 360–415 ap. J.-C.), Proclus de Lycie (412–485 ap. J.-C.), Entocios d'Ascalon (vers 500 ap. J.-C.) analysent, enrichissent et diffusent les travaux des inventeurs fondateurs (Euclide, Archimède, Apollonius). Il semble que la conjoncture géopolitique (la domination romaine peu versée dans les sciences et l'avènement de la chrétienté récalcitrante aux travaux païens) ait signé la fin de l'école mathématique d'Alexandrie. Le lynchage d'Hypatie d'Alexandrie en 415 et le saccage de la bibliothèque du musée d'Alexandrie en 640 en sont les marques historiques les plus mémorables.

Ainsi, la formule de Héron marque l'histoire de mathématiques pour une raison autre que celle d'avoir été utilisée pour le mesurage de l'aire de parcelles. Elle n'est pas la plus appropriée pour illustrer l'évolution des sciences et des techniques. Cependant, cette formule pose la question de l'alternative technique entre le mesurage direct (par les longueurs) et le mesurage indirect (par les angles). A ce titre, elle justifie sa pertinence didactique dans le thème *Évolution des sciences et des techniques*.

De façon générale, les problèmes d'arpentage et de mesurage des parcelles posent, dans une société donnée, des questions qui ne peuvent être réglées que dans un cadre intriquant son développement scientifique et ses techniques vernaculaires. Ces questions, complexes, mettent bien en relief que certaines conditions peuvent entraver la diffusion d'une connaissance mathématique. A partir d'un document daté de 1494–1495 des archives cadastrales corses, Zerner *et al.* (1993) interrogent la diffusion d'une technique algébrique d'évaluation des aires dans le contexte de la colonisation génoise : ils font état, à la même époque, de techniques empiriques[144] utilisées dans la vie courante basées sur le jeté d'une poignée de semence. Ces techniques vernaculaires perdurent jusqu'au début du XVIII^e^ siècle tant qu'un système de mesure de grandeurs[145] uniformisé n'est pas institué. Par ailleurs, en analysant le raisonnement arithmétique développé dans le document d'archive, les auteurs concluent que la monstration d'une technique mathématique peut se constituer en outil rhétorique pour convaincre les décideurs politiques : l'opération de multiplication y est exhibée avec des aménagements spécifiques tandis que l'opération d'extraction de racine carrée qui intervient pourtant dans le raisonnement, est passée sous silence.

---

[144] Une technique empirique d'évaluation de mesures d'aires est donnée par le nombre de poignées de semence nécessaires pour ensemencer une surface ; « la poignardière en rapport avec la poignée, l'éminée en rapport avec l'émine et la saumée » Zerner *et al.* (1993).

[145] En 1795, la définition du mètre (reproductible et indépendante du lieu terrestre de mesurage) est adoptée par le gouvernement français :

> « Avec le mètre sont définies les unités de volume et de masse : on crée ainsi le système métrique décimal, permettant de convertir plus aisément les unités puisque, désormais, pour passer d'une unité à ses multiples (et sous-multiples), il suffit de déplacer la virgule. La même année, la Convention Nationale prévoit la création d'étalons pour le mètre et le grave (nom original du kilogramme).» (http://fr.wikipedia.org/wiki/Système_international_d'unités)

En conclusion, l'évolution des techniques est un phénomène complexe qui amène à interroger ce qui peut, à travers des paramètres historiques (géopolitique, culturel, scientifique), expliquer la diffusion ou la non-diffusion d'une technique. Dans le cas des mathématiques, le regard qu'on porte *a posteriori* sur une technique mathématique est double : il peut concerner les domaines d'application de cette technique ou bien la réorganisation des savoirs qu'apporte la démonstration de cette technique.

Analyse épistémologique de la formule de Héron et de sa démonstration originale.

Nous allons analyser deux démonstrations de la formule de Héron qui sont consultables dans la partie *Annexe des démonstrations*.

La première démonstration est facile : elle utilise le produit scalaire usuel dans l'espace vectoriel euclidien IR^2 et les identités remarquables. Cette preuve fait une remarquable synthèse des techniques de calculs enseignées en filière scientifique avec comme point d'orgue la formule d'Al Kashi, rebaptisé « théorème de Pythagore généralisé ». À part cela, cette preuve ne donne pas du tout l'idée du type de raisonnement suivi par Héron ni de l'apport de cette formule dans la pensée mathématique.

La deuxième démonstration est celle de Héron. Cette démonstration nécessite d'abord une traduction : nous nous référons au rapport final du CREM (2004, p. 463‒467) qui conduit en parallèle une traduction du texte de Héron et une traduction aménagée pour une lecture moderne[146]. Elle est, de plus, géométriquement complexe, analytique et nécessite de raisonner en termes de triangles semblables ; des triangles auxiliaires interviennent et il faut prendre l'initiative d'un report de longueur. A l'instar de la première preuve que nous avons exposée, cette preuve constitue une synthèse experte de la géométrie du triangle et de la théorie des proportions en opérant à la règle et au compas. Comme la démonstration de Héron est détaillée en annexe[147], nous en donnons très sommairement les étapes.

- Le centre du cercle inscrit au triangle permet de partitionner le triangle en trois triangles de même hauteur : d'où la relation entre l'aire du triangle ($\mathcal{A}$), son demi-périmètre (p) et le rayon (r) de son cercle inscrit : $\mathcal{A} = pr$ (Figure 32)

[146] Cf. dans la partie *Annexe des démonstrations*.

[147] Cf. dans la partie *Annexe des démonstrations*.

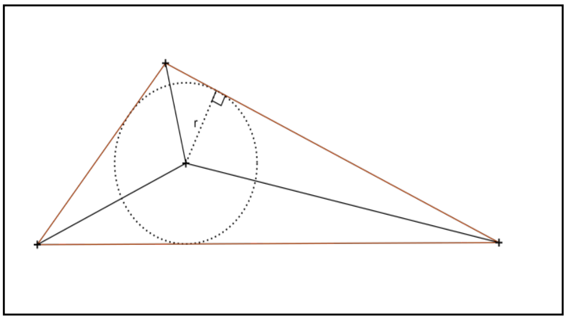


Figure 32 : Etape 1 de démonstration de la formule de Héron.

- En conséquence, le triangle est partitionné en trois couples de triangles isométriques, symétriques l'un à l'autre par rapport à chacune des bissectrices respectivement. On en déduit qu'il suffit de reporter, dans le prolongement d'un des côtés, la longueur du côté d'un triangle isométrique de sommet opposé pour former un segment de longueur p (Figure 33).

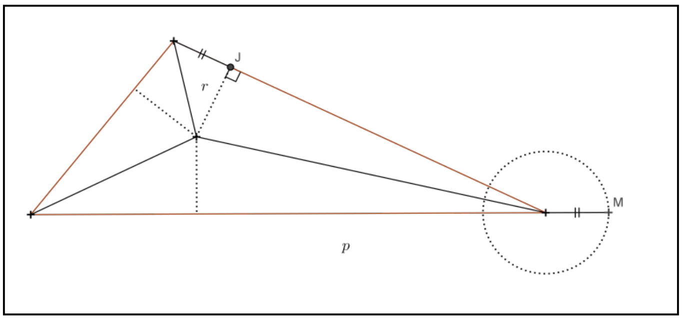


Figure 33 : Etape 2 de démonstration de la formule de Héron.

- À partir de ce segment, on construit deux triangles rectangles de même hypoténuse : on peut donc caractériser quatre points cocycliques voyant l'un des côtés du triangle sous deux angles supplémentaires (Figure 34).

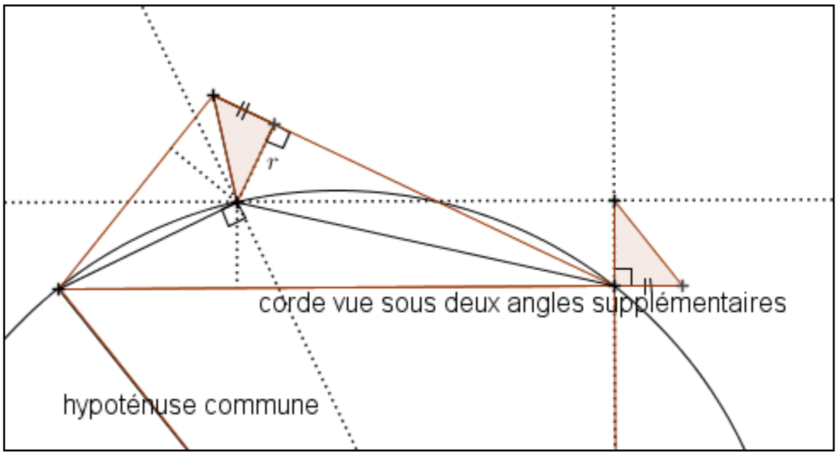


Figure 34 : Etape 3 de démonstration de la formule de Héron.

- Or les trois couples de triangles isométriques partitionnent l'angle de 360° de leur sommet commun qui est le centre du cercle inscrit. On en déduit de nouvelles égalités angulaires qui permettent de déduire de nouveaux couples de triangles semblables (un exemple sur la figure 35).

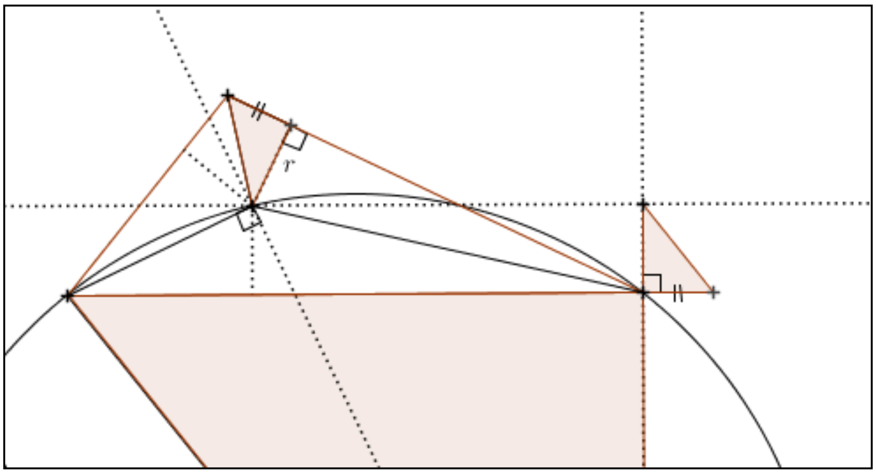


Figure 35 : Etape 4 de démonstration de la formule de Héron.

- On utilise alors différentes relations de proportionnalité de longueurs de côtés homologues. L'algèbre permet alors, en aveugle, c'est-à-dire en perdant les interprétations géométriques des calculs, d'obtenir la formule de Héron.

Nous pouvons constater que chaque pas de la démonstration de Héron condense des savoirs et des techniques. L'apport épistémique de la preuve selon Héron est localisé à la dernière étape ; nous pouvons y suivre un raisonnement faisant intervenir le produit de quatre longueurs qui « consacre » le passage de la mesure de grandeur géométrique au nombre pur. La formule de Héron résulte de cette audace algébrique.

Analyse de l'énoncé du manuel

Dans la discipline des mathématiques, la formule de Héron est souvent utilisée dans les manuels comme prétexte à du calcul littéral ou numérique (comme c'est le cas ici) ou vectoriel (si l'on s'intéresse à la preuve). Dans l'extrait que nous présentons (Figure 31), l'intention apparaît double : enclencher une réflexion sur l'évolution des sciences et des techniques (Figures 28 et 29) et faire faire un, ou former au, calcul algébrique. Nous analysons cet énoncé, extrait toujours du même manuel scolaire de seconde professionnelle, comme un discours situé par rapport à ces deux intentions.

L'énonciateur de ce discours est le groupe des auteurs du manuel formé d'enseignants de mathématiques. Du point de vue du lecteur-élève, cet énonciateur peut soit paraître anonyme, soit être assimilé à l'enseignant de mathématiques.

Du point de vue du lecteur enseignant, nous supposons que l'enseignant s'assimile à l'énonciateur (même s'il s'en distancie par des modifications ou des commentaires). Nous faisons cette hypothèse parce que nous postulons que l'enseignant, connaissant le programme

de mathématiques de la seconde professionnelle, reconnaît ses propres intentions didactiques lorsqu'il choisit un énoncé dans un manuel.
Reprenant le discours de la figure 31, nous allons voir si et comment des mathématiques y sont enseignées. Pour cela, nous allons essayer d'y repérer les traits de la pensée mathématique, tels que nous les avons définis (§ 3.2.). Nous en rappelons la liste :

(a) La production des connaissances mathématiques par l'invention de concept ou la déduction ;
(b) La réorganisation perpétuelle du construit mathématique faisant prendre conscience du réseau de dépendance des objets mathématiques entre eux ;
(c) La garantie épistémique des connaissances mathématiques, c'est-à-dire l'exigence de la preuve ;
(d) Le service aux autres sciences et aux domaines d'activités industrielles ou sociales ;
(e) La transmission des connaissances ;
(f) Les représentations individuelles ou collectives des mathématiques.

– **Première intention de discours : enclencher une réflexion sur l'évolution des sciences et des techniques.**

L'icône *Évolution des sciences et des techniques* engage le lecteur à mettre en perspective la technique de mesure d'aire par la formule d'Héron et tout autre technique actuelle du calcul d'aire d'un triangle, dérivée ou non de cette formule.
L'ancienneté de la formule est suggérée par le nom, les repères de dates, le portrait dessiné montrant une tête barbue. Le moteur de recherche d'images de *Google* indique 437 pages d'Internet contenant ce portrait. Le crédit photographique du manuel indique *Portrait présumé d'Héron d'Alexandrie Collection GB*, la collection GB[148] étant une collection commerciale de pièces de monnaie de l'Antiquité à nos jours. Dans le discours, ce portrait n'est pas anodin. Bien qu'étant d'une authenticité douteuse et bien que n'étayant pas la réflexion sur les sciences et techniques, il signale l'Antiquité. Il fait diversion à une justification de la technique (formule d'une aire) en relation avec une problématique pratique, celle de l'arpentage d'un terrain triangulaire ou celle d'une aire polygonale quelconque par exemple.
La fonction technique de la formule de Héron est clairement indiquée : elle calcule l'aire d'un triangle étant donné les longueurs des côtés (Figure 31, questions 1 c et 2 b).
La formule de Héron n'est pas comparée à la formule usuelle requérant une hauteur, de sorte que l'apport de la trigonométrie ne peut pas être discuté. En effet, le contexte d'application de la formule est celui de triangles « scolaires » aux dimensions centimétriques (Figure 31,

[148] Il est difficile de déterminer le référent de GB. Il semble qu'il s'agisse du numismate Guy Braun http://www.gb-collection.com/monnaies//contact_us.php .

questions 1 b, 1 c, 2 b, 2 c) dans un format numérique (entier, exact) adapté aux visées de la discipline.

En conclusion, nous dirons que la première intention du discours est annoncée au lecteur mais n'est pas réalisée. Plus précisément, dans la liste des traits de la pensée mathématique qui nous sert d'analyseur), les aspects susceptibles d'être convoqués dans le discours sont :

(b) La réorganisation du construit mathématique liée à l'*évolution* des sciences et des techniques ;
(d) Le service aux autres sciences et aux domaines d'activités industrielles ou sociales ;
(e) La transmission des connaissances car la formule de Héron est l'objet central du discours ;
(f) Les représentations individuelles ou collectives des mathématiques à travers le choix d'une période historique et le portrait du personnage d'Héron.

Notre analyse montre que seuls les aspects (e) et (f) sont exprimés.

– **Seconde intention de discours : faire faire un ou former au calcul algébrique.**

Nous allons maintenant nous intéresser aux traits de la pensée mathématiques suivants :
(a) La production des connaissances mathématiques par l'invention de concept ou la déduction ;
(c) La garantie épistémique des connaissances mathématiques, c'est-à-dire l'exigence de la preuve.

La manipulation de la formule algébrique de Héron est problématisée de deux façons : soit les longueurs des côtés du triangle sont connues et la formule donne l'aire (Figure 31, questions 1 et 2 a), soit l'aire est connue et c'est la longueur de côté d'un triangle équilatéral qu'il faut déduire (Figure 31, question 2 c). L'idée de réciprocité des traitements algébriques est présente mais n'est pas formalisée. Elle sous-tend l'approche par l'exemple, l'absence de généralisation, l'absence de formalisation.

Le discours sur la vérité mathématique n'est pas à proprement parler une preuve. Il s'agit plutôt d'une conviction de la justesse de la formule, construite par la répétition de trois exemples (questions 1 b, 1 c, 2 a, Figure 31) et par la confrontation à une autre méthode, implicitement la formule usuelle (demi-produit de la base par la hauteur) car le triangle proposé est rectangle (Figure 31, question 1 b).

Ce discours sur la formule de Héron (Figure 31) dispense deux aspects de la praxis mathématique en les atténuant : la déduction par calcul numérique et la vérification. L'atténuation consiste à minimiser les contraintes formelles et les considérations générales (*un* triangle dans l'introduction) et à construire une conviction de justesse par répétition de cas particuliers. Les autres aspects sont éludés.

3.3.3. L'accrétion des connaissances mathématiques : un challenge pour l'enseignement

Comme nous l'avons dit (§ 3.3.1.), les connaissances mathématiques (concepts, techniques, relations) s'accumulent et requièrent la double capacité de comprendre les liens entre les cadres et les liens entre points de vue d'un même cadre.

Dans le contexte de l'enseignement professionnel, nous avons vu, à la section précédente, qu'une réponse possible de la discipline des mathématiques au problème de l'accumulation des connaissances est de proposer une approche thématique de l'évolution de nos sciences et techniques. Nous avons vu également que cette réponse est ambitieuse car elle présuppose qu'on compare des usages anciens et des usages actuels et qu'on interroge les changements d'usages et donc qu'il y ait au moins une évocation des arguments historiques attestant de ces usages. Cela incite également à distinguer le domaine des mathématiques des multiples domaines d'activité utilisant les mathématiques, dans lesquels les techniques mathématiques trouvent une raison sociale. Lozi (2012) identifie plusieurs raisons explicatives du fait que la discipline scolaire des mathématiques et le domaine des recherches en mathématiques sont devenus des mondes étanches l'un à l'autre pour une majorité des enseignants :

- alors que les mathématiques scolaires sont utilisées comme outil de sélection, la grande majorité des enseignants ignorent ce que sont les objets des mathématiques actuelles[149] ;
- alors que certaines disciplines peuvent accueillir des objets d'enseignement issus de la recherche actuelle, les mathématiques enseignent des concepts fondamentaux mais peinent à introduire des concepts récents[150] dans les curriculums, un obstacle étant qu' « en réalité très peu de sujets de recherches en mathématiques sont compréhensibles au niveau de l'enseignement primaire et secondaire » (*op. cit.*) ;
- La perception des mathématiques scolaires comme outil de sélection fait que la discipline des mathématiques elle-même peut être peu appréciée.

L'auteur conclut que pourtant la capacité des enseignants à concevoir la discipline des mathématiques de façon évolutive, sans la déconnecter des domaines de recherche et en questionnant les modes de transmission des mathématiques, est un enjeu de leur professionnalité à long terme car cette capacité permet « de trouver les ressources nécessaires pour affronter [les] changements » (*op. cit.*).

---

[149] « L'American Mathematical Association a défini le classement (MCS_2010) de toutes les mathématiques (c'est l'unique classement mondial, il est universellement reconnu) en plusieurs milliers de rubriques (la capacité maximale de ce classement qui se présente sous la forme : nombre (0-99_ lettre (A-Z)_ nombre (0-99) est de 260 000 items), auquel chaque chercheur est tenu de se conformer pour proposer ses publications » (Lozi, 2012, p.243-244).

[150] Certaines tentatives ont été faites pour introduire des éléments de la théorie des graphes et certains algorithmes en première économique et sociale.

Avant de se demander comment l'institution scolaire « gère » cette immense accumulation de connaissances, on peut d'abord se demander quelle est la nature de la connaissance enseignée ou enseignable. Plusieurs chercheurs soulignent que les disciplines diffèrent les unes des autres par le fait que certaines de leurs connaissances puissent être enseignées/apprises autrement que par les mots :

- Biagioli (2010, p. 4) comparant les disciplines linguistiques et les disciplines non linguistiques quant à leur usage de la langue naturelle, marque une différence importante :

  […] l'enseignement des langues constitue un champ sémiotiquement différent de celui des autres matières, un champ métalinguistique dans lequel on se sert des langues pour parler des langues, tandis que dans les autres disciplines on se sert des langues pour parler d'objets non linguistiques » ;

  Elle ajoute plus loin, que « parce que [les apprentissages non linguistiques] ne situent pas leur identité dans les langues ils semblent toujours plus abstraits qu'elles (*op. cit.*).

- Mariotti (1998 b, p. 2) décrit, dans la discipline des mathématiques de collège et de lycée, trois modes d'accès à la connaissance : « le langage, la logique ou le raisonnement ». Or la démarche logique et certaines formes de discours utilisées par le raisonnement se passent de la langue naturelle.
- Cartier (2000, p. 6), parlant des mathématiques enseignées en général, oppose le savoir aux savoir-faire :

  […] Ce qui distingue le savoir-faire du savoir, c'est que le savoir-faire se transmet, par les mots, les livres, les manuels, les cours, mais aussi et surtout par la main. … la création mathématique était d'abord "un geste". […] Le fait que les mathématiques sont un "savoir-faire" leur donne cet aspect objectif, ce détachement par rapport à la subjectivité. Le geste s'apprend par imitation ou se copie, ou se lit, mais il doit, en principe, être détaché de toute affectivité. Le savoir, quant à lui, est plutôt le discours organisateur autour du savoir-faire. Le savoir-faire mathématique, c'est ce que l'on peut mettre dans un bon répertoire, dans un bon dictionnaire.

- Vérillon (1996 b, p. 7) indique à propos de l'apprentissage des techniques :

  […] les techniques condensent des connaissances « en acte » et « en artefact » qui, bien que plus ou moins conceptualisées et susceptibles d'être exprimées de manière discursive, n'en sont pas moins transmises socialement (y compris, donc, par des moyens non discursifs).

Ainsi, selon les disciplines, les savoir-faire et l'apprentissage mimétique peuvent venir contrebalancer l'aspect abstrait des objets enseignés. Les sciences et les mathématiques, se prêtent bien au jeu d'être enseignables. En effet, elles ont des savoir-faire, autrement dit des techniques, qui peuvent s'apprendre par des moyens verbaux mais aussi par des moyens non verbaux : un geste à imiter, un code non verbal, une formule, une procédure…

Nous partons de l'hypothèse selon laquelle les techniques, étant reproductibles, font partie des objets mathématiques enseignés. Cette hypothèse permet d'introduire la question *comment gérer l'accumulation des connaissances mathématiques ?* question qui apparaît spécifique à l'enseignement des mathématiques dans la mesure où les connaissances s'accumulent sans qu'aucune ne soit ni invalidée, ni indubitablement inutile. En ce sens, les mathématiques ressemblent à certains domaines de création artistique (littérature, musique).

L'accumulation des connaissances (définitions, théorèmes, algorithmes, techniques, …) a pour conséquence que les nouvelles connaissances sont construites sur des théories de plus en plus sophistiquées et difficiles d'accès. Stehr (2000) dit que le savoir (discours situés organisateurs des connaissances, objet enseigné) a d'autant plus de valeur dans son pouvoir d'action sociale (rayonnement intellectuel ou économique) qu'il traduit un accroissement marginal des connaissances. Il s'agit alors de mettre en relief ce qu'on sait faire ou dire, outre ce que l'on savait déjà. Dès lors, la question *comment gérer l'accumulation des connaissances mathématiques ?* se reporte sur la transmission des connaissances à travers les discours et les techniques. L'environnement technologique, dont nous avons vu (partie 1) qu'il constitue une partie de l'environnement sémiotique des discours, détermine aussi les techniques à transmettre. L'exergue au descriptif du calcul matriciel dans le programme de terminale scientifique donne un exemple de réponse à la question *comment gérer la multitude des techniques et des savoirs mathématiques ?* (Figure 36).

Matrices et suites

Il s'agit d'étudier des exemples de processus discrets, déterministes ou stochastiques, à l'aide de suites ou de matrices. On introduit le calcul matriciel sur des matrices d'ordre 2. Les calculs sur des matrices d'ordre 3 ou plus sont essentiellement effectués à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.

Exemples de problèmes	Contenus
Marche aléatoire simple sur un graphe à deux ou trois sommets. Marche aléatoire sur un tétraèdre ou sur un graphe à N sommets avec saut direct possible d'un sommet à un autre : à chaque instant, le mobile peut suivre les arêtes du graphe probabiliste ou aller directement sur n'importe quel sommet avec une probabilité constante p. Etude du principe du calcul de la pertinence d'une page web. Modèle de diffusion d'Ehrenfest : N particules sont réparties dans deux récipients ; à chaque instant, une particule choisie au hasard change de récipient. Modèle proie prédateur discrétisé : - évolution couplée de deux suites récurrentes ; - étude du problème linéarisé au voisinage du point d'équilibre.	• Matrices carrées, matrices colonnes : opérations. • Matrice inverse d'une matrice carrée. • Exemples de calcul de la puissance n-ième d'une matrice carrée d'ordre 2 ou 3. • Écriture matricielle d'un système linéaire. • Suite de matrices colonnes (U_n) vérifiant une relation de récurrence du type $U_{n+1} = AU_n + C$: - recherche d'une suite constante vérifiant la relation de récurrence ; - étude de la convergence. • Étude asymptotique d'une marche aléatoire.

Figure 36 : Discours et techniques dans l'enseignement des matrices en terminale scientifique (BOEN spécial n° 8 du 13/10/2011, p. 18).

De même que dans l'exemple de la formule de Héron, le but est double :

– Faire faire du calcul numérique à plusieurs dimensions (calcul matriciel) sans entrer dans les détails théoriques (inversion à l'aide du tableur à l'ordre 3, formule de changement de base admise pour le calcul d'une puissance matricielle, chaînes de Markov par exemple) ;

- mettre en avant les services rendus par les mathématiques aux autres domaines d'activités, ici essentiellement scientifiques (informatique, sciences physiques[151], économique) à travers des modèles probabilistes.

Le type de discours utilisé, mi- présentatif, mi-prescriptif (Figures 31, 36), combine plusieurs procédés pour rendre compte de l'accumulation des connaissances :

- le name dropping qui crée des associations plutôt positives (stéréotypes positifs) : Héron et l'idéal antique, Ehrenfest et la modernité scientifique (1907). La fonction des noms propres n'est pas seulement de poser des jalons dans l'histoire des mathématiques ; elle est aussi de suggérer que la discipline ménage un accès à un héritage précieux : précieux parce qu'il est antique ou parce qu'il est porteur d'expertise. Ce procédé est utilisé avec parcimonie parce qu'on pourrait associer le nom d'un chercheur à chaque modèle[152] ;
- La mise en avant d'une situation de référence (*calcul de la pertinence d'une page web*). Ce procédé souligne le côté utilitaire des mathématiques ;
- L'utilisation d'un stéréotype (*modèle prédateur-proie*) ; ce procédé souligne le côté universel des mathématiques : les relations les plus vitales peuvent être modélisées.

Donc, une façon qu'a le monde de l'enseignement de gérer l'accrétion inexorable des connaissances mathématiques, et la complexité qui va avec, consiste à privilégier des problématiques (les phénomènes aléatoires, le repérage cartésien par exemple), à ajuster les objets enseignés aux outils modernes de calcul et de représentations des formes, à mettre en scène ces choix pour les rendre raisonnablement attractifs.

La question *Comment gérer l'accumulation-complexification des connaissances mathématiques par l'enseignement institutionnel* ? est une question épistémologique, fortement débattue en termes de transposition didactique ou de continuum. Il nous semble important d'explorer cette question pour le travail comparatif qui suivra (parties 2, 3).

Le concept de transposition didactique, théorisé par Chevallard en 1980, s'appuie sur l'idée de *distance entre savoir savant et savoir enseigné*, la distance rendant nécessaire la transposition. La transposition didactique (indépendamment des disciplines) est d'abord un outil générique pour pouvoir décrire, à tous les niveaux, toutes les variations et évolutions possibles de la cognition : intersubjectives, intrasubjectives, institutionnelles… par le biais du *rapport*[153] d'un *individu* (ou bien d'un *sujet* d'une *institution* y occupant une certaine *position*) à un *objet*

[151] Le modèle d'Ehrenfest est un modèle probabiliste décrivant les changements de pression d'un gaz, c'est-à-dire un phénomène macroscopique irréversible dans le temps, en fonction des déplacements réversibles des molécules (échelle microscopique) : d'où la description (Figure 36) en termes de *particules* entre deux *récipients* et non en termes de *boules* et d'*urnes*.

[152] Le modèle proie-prédateur est aussi associé aux noms Lotka-Volterra.
L'algorithme du pagerank de Google est emblématique des algorithmes de calcul de la pertinence d'une page web.

[153] Les mots en italique sont ceux utilisés par Chevallard dans la formulation de sa théorie de l'anthropologie du didactique.

(pouvant lui-même être un rapport). Ce rapport est caractérisé par la manière dont l'individu ou l'institution, par sujets interposés, pense l'accomplissement d'une *tâche* mobilisant l'objet : selon une *technique* relative à une *théorie*. Dans sa théorie, Chevallard emploie les mots *technologie* et *technologiques* qu'il définit ainsi :

> Les notions de technologie et de théorie doivent être entendues en un sens propre à l'institution ou à la personne considérée. Est technologie ce qui, dans une institution ou pour une personne, remplit la fonction technologique-justifier, éclairer la technique τ relative au type de tâches T, voire permettre de l'engendrer (ou de la reconstruire, quand elle est donnée, est théorie ce qui assume, en cette institution ou pour cette personne, une fonction théorique. (Chevallard 2006, p. 10)

Bien d'autres concepts sont définis dans cette théorie exhaustive. La notion de *savoir savant* ne donne pas lieu à une définition à la différence des autres termes de la théorie. Cependant l'expression revient trois fois sur 41 pages dont deux fois entre guillemets et l'auteur précise ce que signifie l'expression *savoir savant* :

> Ce que dit la théorie de la transposition didactique, en d'autres termes, c'est qu'il n'y a pas de « repère privilégié » à partir duquel observer, analyser, juger le monde des savoirs et, plus largement, des praxéologies. Le « savoir savant » lui-même est une fonction, non une substance, et par rapport à quoi le didacticien doit expressément s'excentrer. De là découle que le travail du didacticien consiste, chaque fois, en la construction d'un repère jamais définitif depuis lequel analyser les praxéologies dont il étudie la diffusion. (Chevallard, 2006 p. 12)

Bkouche (1999) conteste le concept de transposition didactique arguant de l'artificialité de la distinction *savoir savant/savoir enseigné.* Selon lui, cette distinction est fondée sur les différences de discours observées d'un lieu social à l'autre (en l'occurrence les lieux de recherche et l'école) alors que pourtant le discours en chacun de ces lieux se réfère à un *contenu mathématique*. L'auteur conclut qu'en tout lieu social de production de savoir (lieux de recherche ou école), le processus de reconstruction de significations d'un contenu mathématique par le discours s'applique ; il n'y a pas de transposition mais différents discours. Convenant que l'enseignement des mathématiques est un mode (parmi d'autres) de socialisation des mathématiques rendant nécessaire « une mise en forme didactique et l'invention de situations spécifiques »[154] parce que l'un des interlocuteurs est apprenant, Belhoste (1998, p. 290) considère que l'activité de recherche et l'activité d'enseignement sont dans une même dynamique de production et de reproduction de savoirs mathématiques. En s'appuyant sur des considérations historiques, l'auteur montre en effet que le discours didactique a un effet normalisateur sur la communication des savoirs, que des valeurs telles que la rigueur mathématique ou la hiérarchie des concepts ont pour origine l'activité d'enseignement collectif et qu'enfin la représentation de l'expertise mathématique, à travers la figure du *chercheur en mathématiques* ou l'idéologie de l'évaluation –dans la société française– est construite historiquement à partir des académies d'enseignement et recherche. Belhoste

[154] Belhoste (1998) emploie le mot *transposer* entre guillemets (*op.cit.*, p. 290).

considère notamment les liens étroits entre les activités de recherche et les activités d'enseignement comme ressort de carrière. L'École Polytechnique et l'École Normale Supérieure constituent par exemple, au moins pendant un moment de leur histoire, un vivier d'enseignants en classes préparatoires ou d'enseignants chercheurs en université. L'existence du groupe Bourbaki[155] illustre le point de vue de Belhoste : partant de l'idée de rénover un cours d'analyse, une association d'anciens normaliens chercheurs et enseignants a produit un ouvrage hiérarchisant les objets mathématiques qui a marqué les deux sphères (recherche et enseignement).

La fonction du savoir savant comme référence du savoir enseigné reste donc un objet de discussion et le qualificatif de *mathématicien* peut, selon certains points de vue, mettre sur un même plan l'enseignant et le chercheur. De ces différents points de vue, nous retenons que :

- Les techniques (ou savoir faire) cristallisent l'attention lors de l'étude des phénomènes d'enseignement-apprentissage en mathématiques ;
- Le discours rationnel (démonstratif ou explicatif) n'étant pas le seul mode de production de mathématiques, est un critère à relativiser par rapport à d'autres modes communicationnels. Ce point nous semble important dans notre perspective d'étude de l'enseignement des mathématiques par des disciplines d'une filière professionnelle ;
- Les significations mathématiques construites à partir de l'ensemble des outils sémiotiques sont spécifiques à un contexte donné. Il y a donc de multiples façons de faire des mathématiques ; notre propos est précisément d'établir les ressemblances et différences entre ces multiples façons.

La notion de *pensée mathématique* peut donc être vue comme un faisceau de traits caractéristiques :

- Une représentation épistémologique des mathématiques comme fournisseur d'outils de prévision et de modélisation pour un nombre croissant de sciences ;
- La prévalence du discours sur le vrai. Par ailleurs, le fait que la valeur exclusive *vrai* (ou *faux*) en logique formelle ait un sens différent du *vrai* de la vie courante est un argument de consolidation de la pensée mathématique ;
- Des modes de production des connaissances diversifiés (déduction, construction de relations, contemplation des preuves, expériences numériques, …) ;
- Un détachement des visées utilitaires et des contextes phénoménaux ;
- Un renouvellement continu et cumulatif de techniques et de concepts ;
- Une requalification régulière du réseau des concepts, du réseau des points de vue ;
- Un enjeu de transmission amenant à opérer des sélections de connaissances et à assortir des discours les mettant en réseau. Nous avons convenu d'appeler *savoir* ces discours afin de

[155] Le groupe Bourbaki est présenté plus précisément dans *Annexe des documents* à partir des portraits de deux dictionnaires, l'un anglais, l'autre français.

les distinguer des techniques, autonomes par rapport aux discours, et d'indiquer qu'un discours didactique est chargé en intentions.

Cependant, il apparaît aussi que l'univers mathématique qui est en expansion permanente ne peut maintenir une pensée uniforme : si, parmi les acteurs des mathématiques, on distingue les créateurs, les transmetteurs et les usagers, on obtient des variations très importantes dans les attentes et la représentation de l'activité mathématique, dans le critère de « mathématicité » d'un objet ou dans les raisonnements ; ces représentations pouvant parfois former des représentations stéréotypées (tels par exemple, l'idéal antique, la rigueur, la démonstration, *etc*.).
Parmi les points qui font diverger les conceptions de la pensée mathématique, on trouve :

- La représentation de l'activité mathématique variant entre les différentes sphères où sont présentes les mathématiques (recherche, enseignement, domaines d'activités technologiques, vie sociale) ;
- Les définitions/représentations du (des) savoir(s) mathématique(s), de l'activité mathématique qui ne sont pas uniformes chez les didacticiens ;
- La légitimité des mathématiques par rapport aux autres sciences : de quoi parlent-elles vraiment ? Comment s'articulent les mathématiques et les autres sciences dans les représentations imaginaires collectives ?

On arrive ainsi non pas à *une* pensée mathématique mais à *des* pensées mathématiques parallèles.
Dans la section suivante, nous étudions et discutons la pensée technique. D'abord dans une approche générale, nous interrogeons ce qui peut caractériser une technique. Ensuite, nous envisagerons la pensée technique d'un point de vue culturel, c'est-à-dire en relation avec les outils sémiotiques d'une communauté (liée par la même culture).
Enfin, nous spécialiserons notre approche de la technique en considérant le cas des domaines d'activités technologiques dans lesquels les mathématiques sont un champ contributoire important.
Nous serons ainsi amenée à distinguer les termes *technique* et *technique technologique* et à voir comment, à partir de cette diversité, se caractérise la pensée technique.

3.4. Les pensées techniques actuelles : un facteur de renouvellement pour l'école ?

Nous venons de définir ce qu'est un objet mathématique (§ 3.1.) et d'examiner différents aspects de la pensée mathématique (§ 3.2., § 3.3.) qui préside à son usage. Notre recherche nous amène à considérer les objets mathématiques à travers les discours de disciplines diversement qualifiées de générale, de technologique et, de professionnelle.

L'étude de la formule de Héron (§ 3.3.2.) nous a montré que la pensée technique accompagne la pensée mathématique, par le biais de problèmes numériques ou géométriques récurrents et

spécifiques à certains contextes socio-historiques, en relation avec les ressources (y compris théoriques) disponibles pour la résolution. Nous considérons donc que les objets mathématiques peuvent motiver à la fois la pensée mathématique et la pensée technique.
Dans cette section, la concomitance de la pensée mathématique et de la pensée technique en mathématiques nous amène à effectuer un travail symétrique : comme nous avons défini un objet mathématique et éclairé certains aspects de la pensée mathématique, nous proposons une définition de l'*objet technique* et précisons certains aspects de la pensée technique. Rappelons qu'un mode de pensée correspond à une manière d'imaginer de façon non nécessairement verbale ou consciente des relations entre :

- Les objets d'un domaine d'activité et le monde matériel ;
- Ce domaine d'activité et l'organisation du travail humain ;
- Les savoirs et les savoir-faire ou les techniques utilisées dans ce domaine d'activité.

Cette démarche devrait nous permettre d'une part de mieux distinguer les objets enseignés et le mode de pensée mathématique dans les discours disciplinaires que nous étudions et, d'autre part, de discuter les relations éventuelles entre technique, objet technique et objet mathématique.

3.4.1. Dimension universelle de la pensée technique

Le mot *technique* en tant que nom désigne une séquence d'actions intentionnelles de transformation d'un objet dans un domaine d'activité. L'objet peut être matériel, conceptuel ou corporel. Les actions ne sont pas spontanées mais résultent d'une transmission socialement organisée qui rend explicite l'existence du lien de causalité entre une action et une étape de la transformation.
Le caractère socialement transmissible d'une technique implique trois qualités : une qualité de fidélité (effet stable), une qualité d'utilité (effet attendu), une qualité de transmissibilité (indicateur d'assimilation).
L'utilité est ici à considérer sans jugement de valeur ou sans catégorisation morale. Est utile tout ce qui satisfait un besoin, quelle que soit la nature de ce besoin :

> Un besoin est un sentiment de privation ou d'insatisfaction lié aux exigences de la nature ou de la vie sociale. On distingue plusieurs sortes de besoins :
> - Les besoins physiologiques (faim, soif, fatigue, froid ...)
> - Les besoins de sécurité (assurances, casque de moto, porte blindée ...)
> - Les besoins sociaux ou d'appartenance (clubs, associations, partis ...)
> - Les besoins d'estime et de réalisation (culture, création, collections, développement personnel…).
>
> (Site de l'académie de Grenoble[156])

[156] Site de l'académie de Grenoble : http://www.ac-grenoble.fr/college/henri.corbet/file/Technologie/6ieme/syntheses/CI_1_Fonct_Objets.pdf

L’utilité et le besoin peuvent, selon cette définition, répondre à des critères objectifs ou subjectifs.
Une technique est ainsi par définition :

- Opératoire et anticipatoire car elle est constituée par une suite d’actions explicitement liées à des transformations ;
- Culturelle car elle est transmissible. C'est-à-dire qu’il y a au moins un processus de transmission et qu’au moins un moyen sémiotique est mobilisé ;
- Utile car elle produit l’effet attendu, au sens où les transformations permettent de satisfaire un besoin.

Il existe différents types de techniques selon les domaines d’activité auxquelles elles réfèrent : domestiques, artisanales, sportives, artistiques, créatives, mathématiques, industrielles, cognitives, *etc.*
Si, par leur caractère transmissible, les techniques apparaissent comme des objets culturels, la pensée technique présente deux dimensions : l’une indépendante des cultures (que nous disons universelle), l’autre soumise aux variations culturelles.
Présentons la dimension universelle de la pensée technique en envisageant deux aspects : la *dérivabilité* d’une technique et l’*autonomie* d’une technique par rapport aux discours.

3.4.1.1. La dérivabilité des techniques

Le premier aspect que nous étudions est la possibilité de *dériver* une technique.
Le mot *dériver* émane des travaux de l’ethnologue Sigaut (2010), lesquels s’inspirent des travaux de Mauss[157]. Partant de ce qu’il appelle la « *formule de Mauss* : *une technique est un acte traditionnel efficace* », Sigaut (2010) étudie la nécessité de chaque composante de cette formule :

- Les actions qui réalisent l’acte technique de transformation (composante « opératoire ») ;
- La transmissibilité de la technique par tradition (composante « culturelle »). Nous utilisons le mot *transmission* plutôt que le mot *tradition* afin d’embrasser la diversité des processus de transmission/ acquisition ;
- L’effet anticipé de la technique pour satisfaire un certain besoin (composante « utile »).

Selon Sigaut et Mauss, toute technique peut donner lieu à une technique *dérivée* lorsque l’une de ces trois qualités est occultée soit par le producteur, soit par l’usager de la technique. La dérivabilité des techniques constitue donc un trait universel (Sigaut, 2010, pp. 357– 367).
L’approche systématique de la dérivation d’une technique, composante par composante, est illustrée dans le tableau de Sigaut (Figure 37 : code 0 dans les colonnes *action-tradition-effet*). La dérivation y est envisagée dans trois domaines fondamentaux (Figure 37 ; colonnes *faire-apprendre-jouer-montrer*).

[157] Mauss, M. 1950 *Sociologie et anthropologie*. Paris : Presses Universitaires de France.

Le tableau de Sigaut ne prétend pas être exhaustif quant au choix des domaines d'activités ; il n'envisage pas par exemple que certains domaines d'activité puissent se recouper : le jeu et l'apprentissage entre autres. Celui qui nous intéresse particulièrement est le domaine *apprendre*.
Les activités dérivées des techniques y sont numérotées de 1 à 16. Cette numérotation n'a pas de signification particulière si ce n'est de montrer que les cas sont testés exhaustivement. Les noms que Sigaut place dans les cellules ne sont pas non plus caractéristiques : ils peuvent être employés dans d'autres contextes. Analysons le tableau (Figure 37).

ACTION	TRADITION	EFFET	FAIRE	APPRENDRE	JOUER	MONTRER
+	+	+	Techniques « ordinaires » 1	Entraînement par l'action réelle (effective) 2	Jeux d'adresse 3	Sports de compétition et de démonstration ; acrobatie ; etc. (cirque) 4
+	+	0	Échec, panne 5	Entraînement par l'action simulée (exercice) 6	Jeux de faire-semblant 7	Théâtre, mime. Certaines ruses, feintes 8
+	0	+	(Premier essai d'une invention?) 9	Expérimentation 10	Physique amusante 11	Prestidigitation, illusionnisme 12
0	+	+	Phénomènes spontanés (indépendants de l'action humaine) 13	(Révélation?) 14	Jeux de hasard 15	Automates 16

Figure 37 : Tableau synoptique des modes de dérivation d'une technique reproduit (*in* Sigaut, 2010, p. 363).

Sigaut (*ibid.*) montre que si l'homme utilise sa raison pour définir des techniques servant les transformations dont il a besoin, l'homme utilise aussi les techniques pour renouveler son imaginaire : créer des jouets étonnants (boomerang, cerf-volant, ballon), mystifier ses congénères (prestidigitation, système automatique), repousser les limites (virtuosité), simuler la réalité (exercice, spectacle), exploiter un site naturel (une sablière), *etc.*

Sigaut se demande ce que devient une technique si l'action est supprimée ou encore si la transmission n'a pas lieu ou encore si la visibilité du lien de cause à effet est supprimée dans l'un des quatre domaines d'activités humaines : l'industrie qui s'appuie sur les techniques pour satisfaire les besoins d'une société (*faire*), l'apprentissage qui utilise les techniques pour éprouver les savoir-faire des apprenants (*apprendre*), le jeu qui consiste à combiner pour soi-même les effets distrayants des techniques (*jouer*) et enfin le spectacle qui consiste à donner à voir à autrui les techniques (*montrer*).

Il montre alors que dans chacun des domaines d'activités, chacune à son tour, l'une des trois composantes de la technique (l'action, la transmission, l'effet) peut être supprimée pour donner lieu à une activité générique dérivée d'une technique.
Sigaut en déduit une interprétation selon laquelle « la formule de Mauss a une valeur analytique, et que cette valeur est transculturelle parce que toutes les sociétés humaines s'en servent elles-mêmes ». C'est-à-dire que la plupart des activités humaines (industrie, artisanat, apprentissage,

jeu, spectacle) utilisent des techniques ou leurs formes dérivées, décomposées, qui finalement constituent « des formes pratiques d'analyse des techniques » (*ibid.*).

Ce que nous voulons souligner en citant le travail de Sigaut est la possibilité que, à l'instar de la pensée mathématique, la pensée technique ait une dimension universelle, ce qui n'exclut pas qu'elle ait aussi une dimension culturelle par le fait de ses modes de transmission.

Dans le *faire*, on peut se demander si les techniques traditionnelles (domestiques, artisanales) et les techniques très mathématisées issues de l'industrie restent comparables et rendent pertinent un regard général sur les techniques. Nous pensons qu'au moins deux raisons permettent de répondre oui.

La première raison est que nombre de techniques industrielles (architecture, métallurgie, tissage, herboristerie, écriture) ont été artisanales avant d'être dépendantes des sciences théoriques ou expérimentales (mathématiques, sciences physiques et chimiques et informatique). Le vocabulaire décrivant la forme des pièces ou des outils garde ce lien.

Une autre raison tient dans la dimension universelle que nous venons d'évoquer. Une technique industrielle, au même titre qu'une autre technique, est dérivable. Dans le domaine industriel, l'effet d'une technique peut être manqué s'il y a une erreur ou une panne dans la chaîne de fabrication et la transmission de la technique n'a lieu qu'après que celle-ci a été inventée. L'action peut être annulée si la technique est simulée virtuellement (cas de la conception assistée par ordinateur ou de la robotique) ou mimée (cas des maquettes, cas des panoplies-jouets).

Un cas qui nous intéresse particulièrement est celui de l'activité d'apprentissage.

- L'apprenant peut agir techniquement sur les objets matériels : par exemple, positionner un outil sur la glissière d'une machine-outil selon un réglage prescrit.

  De nombreuses activités mathématiques en école primaire sont manipulatoires en début d'apprentissage (grouper par 10 des allumettes pour apprendre la numération positionnelle, réaliser un partage équitable et maximal d'une collection, carreler une surface).
- L'apprenant s'exerce à appliquer une technique sans chercher l'effet réel : par exemple, calculer les coordonnées de l'image d'un point repéré par une translation donnée par son vecteur, appliquer l'algorithme de division euclidienne.
- L'apprenant (pas nécessairement scolaire) peut tâtonner pour produire un certain effet si une technique ne lui est pas acquise. C'est ce qu'on observe lorsqu'un enfant cherche à dessiner une maison ou son corps, plus généralement à représenter un objet tridimensionnel.
- Le dernier mode (l'absence d'action) est difficile à illustrer : selon le tableau de Sigaut (Figure 15), il faudrait exhiber une situation où, sans action de l'apprenant, un effet escompté est produit. Sigaut, avec prudence, propose le mot *révélation* pour nommer la dérivation d'une technique s'opérant sans qu'il y ait d'activité observable dans un contexte d'apprentissage. À la différence des autres modes de dérivation, il ne fournit pas d'exemple. Nous proposons d'illustrer le cas de la *révélation* dans le domaine de l'apprentissage.

Bien sûr, le mot *révélation* peut avoir un sens dans d'autres domaines ou à propos d'autres choses que les techniques. Nous reportons ci-après la définition de *révélation* qui nous semble le mieux convenir à un contexte d'apprentissage :

> **C.** − Phénomène par lequel une réalité cachée ou ignorée se manifeste, s'impose soudainement à la conscience ou à la connaissance ; prise de conscience immédiate, découverte par voie d'intuition, d'inspiration, d'illumination. […]
> **SYNT.** *Révélation brusque, brutale, subite, inattendue, spontanée ; révélation progressive ; avoir, attendre, recevoir la révélation de qqch. ; avoir des révélations* (relativement à qqch.) ; *la révélation de l'amour, du plaisir ; la révélation de soi-même.*
> *P. Méton.* ♦ [Désigne une chose] Fait, réalité que l'on découvre inopinément et qui, souvent, s'avère riche d'enseignement ou de grande conséquence. (CNRTL)

Parmi les révélations célèbres en contexte d'apprentissage, on trouve celle du langage des doigts vécue par Helen Keller[158]. Dans son autobiographie[159], H. Keller raconte comment elle a eu soudainement conscience de l'association entre un signe et un signifié et de l'épellation des mots, ceci après avoir consacré plusieurs jours à reproduire des « mots » sans y accorder de signification.

Dans ce cas, on peut considérer qu'il y a une partie technique (mais pas seulement) dans l'épellation par les doigts d'un message : dans une langue donnée, l'action de mettre en gestes un mot produira le même effet tactile, l'action d'ordonner les « lettres » mettra le récepteur dans la même position relative, *etc.*

En considérant cette partie de technique de la lecture, on ne peut pas dire que l'action soit absente : elle est faite par autrui et est contemplée longuement par l'apprenant sans immédiateté de la conscience du lien de cause à effet. La révélation correspond plutôt ici à la désynchronisation entre un temps d'imprégnation solitaire et un temps de prise de conscience, solitaire lui aussi.

La révélation, comme dérivation d'une technique dans le cadre d'un apprentissage, pourrait signifier un décalage entre l'observation non analytique d'une action et la prise de conscience de l'effet de cette action. Ainsi, on pourrait considérer qu'une technique donne lieu à une révélation non pas sur la totalité de la séquence d'actions qui la définissent mais sur l'une

[158] Helen Keller (1880-1968) devient sourde et aveugle à la suite d'une maladie apparentée à une méningite vers l'âge d'un an et demi. Bien qu'elle développe un langage personnel d'une soixantaine de signes dans son environnement domestique, elle reste très isolée et très frustrée. En Alabama où elle vit, sa famille fait venir à demeure vers 1888 une éducatrice spécialisée, Ann Sullivan, elle-même malvoyante. Ann Sullivan parvient à enseigner un langage des doigts, ce qui permet de rompre l'isolement d'Helen. Ensuite, Helen reçoit une éducation académique dans différents instituts de la côte est, jusqu'à être diplômée en art à l'Université de Pennsylvanie. A 22 ans, lors des premières années d'université, elle raconte son enfance dans une autobiographie, *The Story of My Life* (1903). Elle consacre ensuite sa vie à l'écriture, à la défense de la cause ouvrière et de celle des aveugles. Elle a été honorée tout au long de sa vie et lors de ses funérailles par l'ensemble de la société américaine pour ses engagements à défendre les personnes vulnérables.

[159] L'extrait de son autobiographie consacré à ce souvenir est reproduit dans la partie *Annexe des documents*.

d'entre elles. Donnons un exemple de révélation dans le contexte d'enseignement-apprentissage d'une technique instrumentale. Un enseignant montre à un enfant comment positionner ses doigts sur la touche[160] de l'instrument de musique de l'enfant : ses doigts, épais, sont joints sur le manche inadapté à sa taille d'adulte. Visiblement le fait que l'instrument et la taille de l'instrumentiste sont proportionnés n'est pas pris en compte dans les paramètres de la transmission. L'enfant tente alors d'imiter avec ses doigts fins la jonction des doigts de l'enseignant. Il les incline en les rapprochant un peu sans trop détériorer la justesse du son produit…Puis vient la révélation, au bout d'un certain temps d'auto-observation : il se rend compte qu'il peut desserrer les doigts et que cela ne nuit pas à la qualité du son. La jonction des doigts est un fait parasite dans la transmission de la technique, un fait sans signification par rapport à l'effet visé.
En supposant qu'un effet parasite affecte l'un des paramètres d'une technique, reconnaître cet effet sans l'intervention d'une aide peut constituer une révélation.
Nous envisageons à présent un deuxième aspect universel de la pensée technique : son autonomie par rapport aux discours.

3.4.1.2. L'autonomie des techniques par rapport aux discours

Vérillon (1996 a ; 1996 b) fait remarquer que le changement de déterminant de l'expression, quand on passe d'une *technique* à *la technique* modifie grandement la signification du mot *technique*. Une technique est un objet : deux techniques peuvent être discriminées par leurs séquences d'actions, par les objets qu'elles transforment, par les modes de transmission. *La* technique renvoie à « *un univers particulier* », « *une sphère industrieuse* » (*ibid.*) qui regroupe une pluralité méthodiquement organisée de techniques. Des expressions telles que *la technique du portrait, la technique du piano, la technique du calcul*, *etc.* en témoignent. La sphère de la technique est celle de la différenciation et du contrôle des techniques, voire de l'expertise : elle est donc peu ouverte sur le quotidien. Andreucci et Ginestié (2002) montrent que les objets techniques naturels, alimentaires ou quotidiens[161], c'est-à-dire des objets qui sont des instruments servant à d'autres actions techniques que celles qui ont présidé à leur production, sont peu reconnus comme objets techniques par les collégiens :

> Cela pourrait vouloir dire que les objets techniques ordinaires, dont l'usage ne semble pas, par opposition, justifier d'apprentissage spécifique et organisé finissent aussi par faire mauvaise figure par rapport aux objets qui s'exposent à une véritable genèse conceptuelle pour devenir des instruments de l'action du sujet. (Andreucci et Ginestié, 2002, p. 55)

La représentation stéréotypée que l'on se fait de l'objet technique est celle d'un matériel moderne, électroélectronique et sophistiqué. Le théorème de Pythagore, de transmission

[160] En l'occurrence un violoncelle demi, c'est-à-dire pour un enfant de 6 à 10 ans.
[161] Voici différents exemples d'objets techniques :
- Naturels : une toile d'araignée, un nid d'oiseau, un barrage de castor, un terrier ;
- Alimentaires : une brique de beurre, une tomate cerise, une tartine de pain, une frite ;
- Quotidiens : une règle graduée, un compas, *etc.*

millénaire, qui permet de passer d'une relation géométrique à une relation entre aires (et réciproquement) peut pourtant, lui aussi, être vu comme un objet technique.

D'un autre côté, Cartier (2000) décrit les savoir-faire comme des techniques et indique que les discours qui leur sont associés peuvent éventuellement changer au cours du temps sans affecter le résultat visé par la technique :

> […] ce sont là des faits ou un "savoir-faire" qui vont se transmettre, de la même manière que, de génération en génération, on transmet l'art de faire un mur droit, un plafond qui ne s'effondre pas, *etc.* […] Le savoir est, à chaque époque, le discours qui essaie d'organiser ce savoir-faire, de déceler les articulations entre les diverses parties du savoir-faire et de décrire les conditions du développement ultérieur. Le savoir est un peu l'idéologie autour du savoir-faire, et le savoir-faire a une certaine existence indépendante […]. (Cartier, 2000, p. 6)

Dans la multitude des techniques qui nous entourent, les plus usuelles ou les plus pérennes se passent de discours (techniques qui concernent la vie courante), ou bien sont peu perturbées par d'éventuels discours (techniques qui concernent les savoir-faire élémentaires), lesquels peuvent varier dans l'espace ou dans le temps, comme le suggère Cartier.

Par exemple, la technique de représentation plane en perspective cavalière, enseignée dès la sixième en classe de mathématiques (Figure 38), donne lieu à des discours qui ne modifient pas le procédé graphique (lequel consiste à dessiner un carré, dessiner ce carré translaté, joindre les sommets homologues). À une même époque, dans des contextes d'enseignement différents, des présentations assez différentes du rapport entre les règles de construction graphique et les règles d'interprétation géométrique (Figures 38, 39) peuvent coexister.

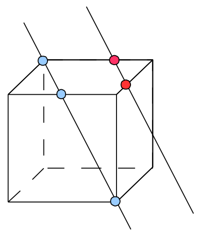


Figure 38 : Parallélisme apparent dans une représentation en perspective cavalière.
Des droites qui semblent parallèles ne le sont pas nécessairement dans l'espace.

La figure 39 met en vis-à-vis deux extraits de manuels de seconde présentant les règles de la perspective cavalière. Le manuel de seconde professionnelle décrit les règles fondamentales de la perspective cavalière et donne une convention graphique tandis que le manuel de seconde générale donne les règles générales de toute perspective parallèle (cavalière ou non) et complète ces règles d'un avertissement concernant l'interprétation géométrique des dessins. De plus, ce deuxième discours apporte des indications métatextuelles : *propriétés, attention* qui situent le lecteur dans un contexte d'apprentissage contrôlé par le discours.
Mais en dépit de ces différences, la technique graphique de représentation ne varie pas.

La perspective cavalière est une méthode de représentation des solides, qui utilise certaines règles, dont : – Deux droites parallèles sont représentées par des droites parallèles ; – Les faces avant et arrière sont représentées en vraie grandeur (à une échelle donnée) ; – Ce qui est visible est tracé en traits pleins et ce qui est caché est tracé en traits pointillés. (Mathématiques, 2de Bac pro, 2009, Direction Hugon, Editions Nathan technique, p. 28)
Propriétés Si deux droites sont parallèles dans la réalité, alors elles sont représentées par deux droites parallèles en perspective cavalière. Si des points sont alignés dans la réalité, alors ils sont représentés par des points alignés en perspective cavalière. La perspective cavalière conserve les proportions. **Attention !** Si deux droites sont parallèles en perspective cavalière, elles ne sont pas forcément parallèles dans la réalité. Si des points sont alignés en perspective cavalière, ils ne sont pas forcément alignés dans la réalité. (*Math'x*, 2de générale et technologique, 2010, Editions Didier, p. 267–269)

Figure 39 : La règle graphique fondamentale de la perspective cavalière dans deux manuels.

3.4.2. De l'objet au concept d'objet technique

Nous avons adopté (§ 3.1.1.) la définition selon laquelle le mot *objet* désigne toute chose transformée par le fait d'être déclarée comme ayant une fonction ou signifiante ou opératoire (pratique) ou esthétique ou artistique, dans un domaine d'activité humaine. Un objet est donc le résultat d'une catégorisation par la langue naturelle ou par un jargon d'outils conceptuels ou matériels qui permettent d'agir intellectuellement ou matériellement (sans exclusivité de l'une ou l'autre manière).

Nous avons également retenu (§ 3.1.2.) qu'un objet mathématique est défini par le concept mathématique sous lequel il tombe (Panza et Sereni, 2013, p. 32). Par exemple, le nombre 5 est un objet mathématique qui tombe sous le concept *nombre naturel* et qui ne peut être confondu avec d'autres objets tombant sous le même concept *nombre entier naturel*. Nous avons alors été amenée à préciser et justifier la définition de Vergnaud (1982) que nous adoptons pour *concept mathématique* : un concept mathématique est un triplet constitué (1) des situations que le concept modélise, (2) des représentations qui permettent de faire du concept un objet socialement communicable et (3) des opérateurs qui permettent de le manipuler et de produire des relations nouvelles.

Pour rendre compte cette fois de ce qu'est un objet technique, nous nous référons à la définition d'une technique (Sigaut, 2010) et à la désignation linguistique des concepts et des actions (Kleiber, 1990, p. 16) respectivement par des noms et des verbes. Un objet technique désigne toute chose transformée par le fait d'être déclarée comme assurant une fonction technique, dans un domaine d'activité humaine. Dire qu'un objet assure une fonction technique signifie qu'il permet de réaliser de façon stable certaines transformations d'un autre objet –qu'il faut préciser– en appliquant une certaine technique, c'est-à-dire en appliquant un enchaînement éprouvé de savoir-faire dans le but d'atteindre un résultat préalablement conçu dans sa forme

ou ses propriétés. Nous retrouvons bien les trois composantes d'une technique : les transformations causalement liées aux actions, le caractère transmissible et le caractère utile.
Ainsi, d'un point de vue général, un objet technique assure une certaine fonction technique et se distingue des autres objets techniques qui assurent la même fonction technique : la bille d'un stylo à bille[162], le piston d'une seringue, la douille d'une poche à douille pâtissière assurent la même fonction technique de régulation d'écoulement d'un liquide visqueux.

3.4.2.1. Fonction technique et objet technique

Que recouvre l'expression *fonction technique* ? Utilisée dans le domaine des sciences et techniques, cette expression traduit une démarche systématique d'analyse et de catégorisation des actions. Dans le domaine des sciences et techniques, les connaissances permettant de décrire et de prévoir les phénomènes causalement liés aux actions sont organisées grâce à des *concepts techniques.* Rogalski et Vidal (2007, p. 61) définissent ce qu'est un concept technique. Un concept technique permet de théoriser une action dans la perspective de garantir le domaine de validité de cette action, voire de l'étendre. Un concept technique est composé de principes (lois de la physique), d'outils de modélisation théorique (mathématiques), de données quantitatives (l'expérience) et de règles de dessin technique (communication). Ces composantes contribuent à valider un concept technique.

Dans l'enseignement général (au collège[163] et en lycée[164]), la notion d'*objet technique* est un pivot dans le curriculum de la discipline de technologie. L'objet technique y est défini comme « objet transformé par l'Homme dont la fonction répond à un besoin de celui-ci » (BOEN spécial n°6, 28/08/2008, p. 11).
Les exemples[165] d'objets techniques étudiés en classe vont du silex[166] (évoqué) aux produits industriels plus ou moins quotidiens (trousse, chaussures, scooter, trottinette électrique, blouson de ski, avion). Une finalité de la discipline de technologie est d'associer la réflexion sur le principe de fonctionnement (fonctions techniques) d'un objet technique à celle portant sur sa

[162] Le stylo à bille, souvent étudié en cycle 2 de l'école primaire comme objet usuel, est détaillé de la bille au capuchon troué ce qui suscite des questions de technologie structurale (écoulement/ préhension/ ventilation), de technologie génétique (évolution des outils d'écriture), de technologie générique (ergonomie/ design- qualité / 4 couleurs), *etc.* (§ 1.2.4.4.).
[163] BOEN spécial n° 6 du 28/08/ 2008.
[164] D'après l'arrêté du 8 avril 2010 (BOEN spécial n°4 du 29/04/ 2010), la technologie en tant que discipline scolaire est introduite au lycée général de façon restreinte *via* l'enseignement d'exploration « innovation et création scientifiques » qui est proposé en seconde. « Néanmoins, alors que l'exploration de l'économie figure dans le cursus de tous les élèves, la création et l'innovation technologique est proposée dans très faible minorité d'établissements et touche moins d'un élève sur cinq. » (Decomps *et al.*, 2012, p.8)
[165] Les exemples sont issus des ressources pédagogiques de référence : document ressource (note précédente), site académique de l'académie de Grenoble http://w ww.ac-grenoble.fr/college/henri.corbet/file/Technologie/6ieme
[166] En sixième, le silex est un prototype d'objet technique utilisé pour faire la distinction entre un objet naturel, un « caillou », et un objet technique.

justification en termes de besoin objectivement défini (*fonction d'usage*[167]) ou de besoin subjectif (*fonction d'estime*), dépendant, lui, de valeurs esthétiques ou pécuniaires.
Ainsi, selon cette approche de l'objet technique, les questions de moyens techniques ou de solution technique sont précédées par les notions de *besoin* et de *produit*, le premier étant susceptible d'être satisfait par le second :

> Un produit est un objet ou un service qui peut être consommé.
> Un service est un produit immatériel (exemples : transport, coiffeur, nettoyage ...).
> Un bien est un produit matériel. Exemple : du pain, une trousse, des chaussures.
> (Site de l'académie de Grenoble[168], ressource pour l'enseignement technologique en classe de 6^e^)

Un objet technique y apparaît comme un produit consommable (objet matériel ou service) qui est une réalisation, c'est-à-dire le résultat de transformations qui satisfait un besoin éventuellement complexe. L'adjectif *consommable* signifie que l'objet technique a subi le processus qui permet d'« amener une chose à son **terme**. Le terme est l'achèvement dans la plénitude […] » (CNRTL[169]).

Le discours que nous présentons ci-après montre bien ce cheminement de la pensée pour décrire ce qu'est une réalisation technique. D'abord, la réalisation technique est centrée sur un besoin dans lequel l'imagination et des valeurs échappant à la rationalité scientifique ont leur place. Ensuite, la rationalité scientifique permet d'organiser la réalisation. Enfin, la réalisation technique est envisagée en relation avec les ressources et l'environnement matériel ou social (sa faisabilité, son impact) :

> **Les réalisations techniques**
> L'invention, l'innovation, la conception, la construction et la mise en œuvre d'objets et de procédés techniques servent les besoins de l'homme – alimentation, santé, logement, transport, communication. Objets et procédés sont portés par un projet, veillant à leur qualité et leur coût, et utilisant des connaissances élaborées par ou pour la science. Leurs usages, de la vie quotidienne à l'industrie la plus performante, sont innombrables. Façonnant la matière depuis l'échelle de l'humain jusqu'à celle de l'atome, produisant ou utilisant l'électricité, la lumière ou le vivant, la technique fait appel à des modes de conception et de raisonnement qui lui sont propres, car ils sont contraints par le coût, la faisabilité, la disponibilité des ressources.
> Le fonctionnement des réalisations techniques, leur cycle de production et destruction peuvent modifier l'environnement immédiat, mais aussi le sol, l'atmosphère ou les océans de la planète.
> La sécurité de leur utilisation, par l'individu comme par la collectivité, requiert vigilance et précautions.
> (BOEN spécial n°6 du 28/08/2008, Collège : programmes de l'enseignement de technologie, p. 3)

[167] Exemple : dans l'objet technique *véhicule de transport*, la fonction d'usage *contrôler la vitesse* est assurée par un système de freinage, c'est-à-dire un dispositif assurant un ensemble de fonctions techniques de transmission ou transformation de l'énergie cinétique. Sur un vélo classique, la solution technique consiste en un système de câbles et de patins ; dans une automobile, la solution technique est différente (frein hydraulique).
[168] http://www.ac-grenoble.fr/college/henri.corbet/file/Technologie/6ieme/syntheses/CI_1_Fonct_Objets.pdf)
[169] CNTRL : Centre National de Ressources Textuelles et Linguistiques
http://www.cnrtl.fr/definition/consommable

L'enseignement des objets techniques semble être conçu pour rendre compte des spécificités de la pensée technique qui accompagne les réalisations techniques. Ces spécificités correspondent à la combinaison de quatre postures épistémologiques (Decomps *et al.*, 2012) que nous présentons rapidement.

3.4.2.2. Différentes postures vis-à-vis des techniques et des objets techniques

Chacune des quatre postures que nous présentons indique comment se constitue l'idée de l'objet technique et quel réseau d'influence est présupposé entre l'état des théories scientifiques, l'état d'avancement des techniques et l'état des besoins, tacites ou explicites, à un niveau individuel, sociétal ou économique.

La posture prenant les sciences comme modèle d'explication des objets techniques est celle de la technologie structurale.

Elle consiste à « présent[er] toute technique comme procédant naturellement des sciences fondamentales, en empruntant le canal des sciences appliquées. C'est l'approche de la technologie structurale. » (*op. cit.,* p. 2), le mot *technologie* étant utilisé ici au sens étymologique de discours sur les techniques.
Cette posture se trouve souvent dans les filières scientifiques où les disciplines générales (mathématiques et sciences physiques) prévalent[170] sur les disciplines des sciences appliquées (construction mécanique) : les modèles mathématiques et physiques permettent de décrire, d'expliquer et prouver que certaines fonctions techniques sont assurées par tel objet technique. Mais cette posture n'apparaît pas suffisante pour expliquer le mécanisme incessant des innovations techniques, posant ainsi la question de la diffusion des inventions dans la société ou l'industrie. Nous avons vu par exemple que tout au long de l'Antiquité grecque (§ 3.2.2.), des inventions techniques très sophistiquées n'avaient diffusé ni dans la société, ni dans le monde industriel.
L'éolipyle[171] d'Héron d'Alexandrie en est un exemple. Sa fonction technique de propulsion à vapeur ne donne lieu à des réalisations techniques socialement intégrées que près de quinze siècles après son invention, lorsque les conditions scientifiques (savoirs, valorisation de la propriété intellectuelle) et économico-politiques (expansion géographique au XVI^e^ siècle en Espagne, révolution industrielle en Angleterre au XVIII^e^ siècle) favorables sont revenues. Reprenons l'évolution de l'objet technique *machine à vapeur*.
Héron d'Alexandrie (10-70 après Jésus-Christ) fut un inventeur très productif. Son éolipyle est une sphère munie de deux siphons coudés diamétralement opposés ; cette sphère est mise en rotation par circulation de vapeur d'eau (un dispositif de mise en ébullition de l'eau est donc nécessaire). A l'époque de son invention, cet appareil est un jouet de par sa faible puissance.

[170] Dans les formations d'ingénieur, les coefficients et horaires accordés aux mathématiques et sciences physiques sont souvent les plus forts lors des années d'examens et de concours.
[171] http://kotsanas.com/fr/exh.php?exhibit=0301006

Avec le recul, cet appareil est aujourd'hui considéré comme un prototype de la machine à vapeur.
Il faut attendre le XVI^e siècle pour que le principe de la machine à vapeur réapparaisse à la cour d'Espagne, cette fois-ci pour propulser un bateau muni de roues à aubes. Mais là encore, la technique de propulsion à vapeur ne diffuse pas.
Le XVII^e siècle voit les applications se multiplier (canalisation, pompe, moulin, véhicule) jusqu'à la chaudière de Denis Papin en 1679. Bien que son prototype soit inefficace, Denis Papin introduit un nouvel objet technique : le piston, lequel permet d'augmenter la puissance de la chaudière.
Au XVIII^e siècle, la machine est automatisée et utilisée systématiquement dans les mines anglaises. Vers 1760, James Watt y adjoint différents objets techniques : d'abord une chambre de condensation pour la vapeur (ce qui augmente l'efficacité), un cylindre à double action (ce qui augmente la puissance) et enfin un régulateur de pression (ce qui augmente le rendement). Après que les brevets déposés par Watt ont expiré en 1803, les inventions d'Arthur Woolf puis d'Edmund Cartwright marquent l'arrivée de la chaudière à haute pression[172].
Cette analyse ne prétend pas être complète mais justifie la coexistence de différents regards épistémologiques pour appréhender la diffusion de l'invention : ce rapide survol indique que la communication scientifique ou le contexte politico-économique peuvent peser au même titre que l'état d'avancement des sciences et des techniques.

La posture prenant les besoins comme source de justification du renouvellement des objets techniques est celle de la technologie[173] générique.

L'étude des techniques s'intéresse à l'ingéniosité des objets techniques lorsqu'elle insiste sur l'audace et l'efficacité de leur conception. Cet angle d'étude requiert une attention portée aux désirs (vus comme besoins) suscitant l'invention technique. Par exemple, le régulateur de Watt vient d'une commande de l'industrie : une demande extérieure a encouragé la recherche technique.
Alors que dans la technologie structurale, la pensée technique se fonde sur les théories mathématiques et physiques, la technologie générique se fonde sur l'exploration de voies nouvelles. A quoi peut-on reconnaître l'exploration d'une voie nouvelle ? Nous proposons deux critères concernant l'objet technique innovant : d'une part l'absence de critères scientifiques de conformité (standards) permettant de comparer l'objet technique à des homologues, et, d'autre part l'incertitude quant à sa diffusion dans le monde social, industriel ou scientifique.

[172] http://fr.wikipedia.org/wiki/Machine_à_vapeur
[173] Dans cette section, le mot *technologie* désigne toujours un discours sur les techniques.

La technologie générique s'intéresse donc à « la diversité des cheminements entre l'objet technique et la pluralité de ses fonctions » (*op. cit.*, p. 3). Pour cela, elle sollicite la contribution de champs tels que la philosophie, la sociologie ou les sciences cognitives.
Considérons par exemple la fonction d'usage de tourne de page dans un document numérique :

- S'il s'agit d'un conférencier coordonnant son discours à des diapositives sur son ordinateur, la fonction de la tourne correspond à un bouton binaire (un clic fait apparaître la nouvelle diapositive) et celui-ci est le plus souvent signalé par une flèche ;
- S'il s'agit d'un lecteur lisant un livre numérique, il suffira que le lecteur fasse le geste avec le doigt comme il le ferait sur un livre papier ;
- S'il s'agit d'un musicien jouant une partition numérique synchronisée à un instrument numérique, la tourne s'effectuera sans contact.

Dans les trois cas, la tourne correspond à la lecture linéaire d'un document et sa sémiotique évolue d'une forme symbolique (une flèche vers la droite) à un geste imitant un contexte technique antérieur jusqu'à devenir transparente, c'est-à-dire prise en charge par le dispositif technique et sans signalement au lecteur. L'invention du bouton numérique, celle de l'écran tactile et celle de la partition numérique correspondent au moins pendant un certain moment à des innovations qui servent la même fonction d'usage. Des raisons ergonomiques ou psychologiques ont contribué à diversifier les solutions et objets techniques imaginées par les concepteurs informaticiens, tantôt en symbolisant la fonction de tourne (*flèche* gauche/droite), tantôt mimant un geste issu d'une technologie traditionnelle (*touch pad*), tantôt en enfouissant l'appel de la fonction (rien à faire). Des sémioticiens, des philosophes interrogent l'impact de ces objets techniques sur les systèmes de représentation et d'interprétation. Zinna (2004) dont nous avons évoqué les travaux (§ 3.1.) s'interroge par exemple sur les outils sémiotiques qui transforment la chose en objet : texte, symbole, icône, geste[174].

La technologie générique ne nie pas l'importance des théories scientifiques mais les relativise en posant des questions relatives à l'obsolescence des objets techniques, à leur image sociale, *etc.* Il faut par ailleurs noter que si l'adjectif *générique* qualifiant une posture ou une théorie présuppose une « capacité à générer, à inventer » (*op. cit.* p. 4), ce qualificatif concerne aussi d'autres champs tel celui des mathématiques.

---

[174]Les écrans et claviers tactiles donnent lieu en anglais à un vocabulaire imagé vers 1975 : *touchpad keypad* où le radical *pad* signifiant *chemin* décrit un mouvement naturel et aisé. L'invention à l'origine de de ces objets techniques date des années 1970.
http://www.etymonline.com/index.php?allowed_in_frame=0&search=pad&searchmode=none L'évolution technique et sociale de ces objets a été le thème de certains travaux personnels encadrés en première. Voir par exemple la page web construite par des élèves : tpe-ecrans-tactiles.wikeo.fr/historique.html

La posture anthropologique liant l'évolution des objets techniques et celle de la société est celle de la technologie générale.

Dans le cadre des sciences humaines et sociales, il s'agit d'analyser le cycle de vie des objets techniques et leur impact sur la société ou l'environnement : qu'est-ce qui explique que des objets techniques et les techniques associées se développent, se modifient ou soient abandonnées ? Quels sont les éléments du milieu explicatifs des évolutions observées ? Cette posture synthétique demande de considérer des aspects scientifiques et techniques mais aussi économiques, géopolitiques, moraux.

La posture analytique centrée sur les objets techniques est celle de la technologie génétique.

Dans cette posture, l'objet technique est évalué soit en observant les variations d'usage entre différents usagers, soit en le comparant « avec d'autres objets techniques dédiés à la même fonction mais procédant d'acquis scientifiques différents, ou encore avec d'autres objets techniques procédant d'acquis identiques, mais dédiés à des fonctions différentes » (*op. cit.*, p. 9).

Selon Decomps *et al.,* la technologie génétique est la plus adaptée à l'enseignement des objets techniques car, à l'inverse des technologies structurale ou générale, elle ne présuppose pas une dépendance des solutions et des objets techniques aux théories des sciences exactes ou humaines : « elle offre un cadre qui éclaire l'histoire des objets techniques, leur évolution en *lignées* et leur adaptabilité à la multiplicité des contextes de leurs usages » *(op.cit.*, p. 4).

Récapitulons : dans le contexte d'un enseignement disciplinaire, un discours sur les objets techniques peut avoir plusieurs présupposés qui situent leur champ d'étude par rapport à d'autres champs d'étude, parmi lesquels les mathématiques. En appliquant la catégorisation de Decomps *et al.* (2012), nous avons envisagé quatre postures qui contribuent à former la pensée technique :

- La technologie structurale où la fonction technique de l'objet découle d'une approche scientifique ;
- La technologie générique où l'objet technique émane d'une capacité de l'homme à innover ;
- La technologie générale où l'objet technique a un cycle de vie et est susceptible d'avoir un impact sur l'homme, la société ou l'environnement ;
- La technologie génétique où les objets techniques s'organisent entre eux selon leurs fonctions techniques (prévues ou non), les solutions techniques qui permettent leur réalisation et les modalités d'utilisation.

Dans les disciplines de construction mécanique et de productique usinage que nous considérons pour notre recherche, et dans les discours des enseignants que nous avons rencontrés, la posture dominante est celle de la technologie génétique, même si la technologie structurale peut avoir une place importante dans leur enseignement. Nous justifierons cette affirmation à une prochaine section (§ 3.4.5.) mais, pour cela, nous avons besoin d'intercaler une mise au point sur les relations technique/technologie, objet technique/objet technologique (§ 3.4.4.).

Quant à nous qui étudions le discours enseignant sur les objets mathématiques, en interférence avec leur discours sur les objets ou la démarche techniques, notre posture est celle de la technologie générale car elle fournit un cadre suffisamment large pour rétablir les liens entre les disciplines. En effet, la méthode de l'analyse de discours, complétant l'analyse épistémologique d'un point de vue mathématique, permet de mettre en lumière certains aspects de la relation d'une discipline aux mathématiques et permet ainsi d'introduire dans notre questionnement des aspects culturels, relevant d'autres postures. Notre posture vis-à-vis de la technologie est donc générale. Il nous reste donc aussi à comparer un objet technique et un objet mathématique (§ 3.4.4.).

3.4.3. La dimension technologique des objets enseignés : quelle place pour les mathématiques ?

En utilisant les repères établis lors de notre investigation épistémologique, nous nous demandons, dans cette section, pourquoi et de quelle façon les mathématiques accompagnent les enseignements des disciplines technologiques.
Nous continuons à chercher les éventuels indicateurs des mathématiques sur le plan des contenus, le plan des pratiques et celui des représentations disciplinaires.

3.4.3.1. Objet technique et objet mathématique dans l'enseignement

Les techniques constituent un point commun aux objets mathématiques et aux objets techniques. En effet, les définitions que nous avons adoptées, indiquent que les objets mathématiques et les objets techniques dépendent les uns comme les autres de champs conceptuels et de techniques. Or, un champ conceptuel (§ 3.1.2.) comporte en soi des traitements régularisés des situations qu'il modélise, ce qui nous permet de parler de techniques mathématiques. L'étude de la formule de Héron (§ 3.3.2.) nous a donné l'exemple d'un manuel scolaire désignant *une technique de calcul d'aire* d'un triangle ; le mathématicien Cartier auquel nous avons fait référence, prétend lui-même (§ 3.4.1.2.) que seules les techniques mathématiques sont enseignables.
Un autre point commun aux objets mathématiques et aux objets techniques est leur continuel renouvellement, sans que les uns ou les autres perdent leur validité. De plus, les uns comme les autres peuvent devenir désuets.
Objet mathématique et objet technique ne peuvent pourtant pas être pris l'un pour l'autre. Alors que la pensée mathématique, procédant par réduction du désordre et de l'irrégulier, crée des concepts et des objets qui peuvent par la suite s'avérer unificateurs, la pensée technique, elle, en affinant l'expression des besoins, engendre des objets techniques de plus en plus spécifiques dans un souci de qualité[175].

[175] La qualité d'un objet technique est d'autant plus élevée qu'il satisfait le besoin exprimé.

D'autre part, un objet mathématique est de nature conceptuelle, donc intangible et accessible indirectement à travers des formes sémiotiques. S'il est technique, ce n'est qu'un type particulier d'objet technique. Le *discriminant d'un trinôme de degré 2*, enseigné dans toutes les classes de première de lycée général, technologique ou professionnel, est un exemple d'objet mathématique technique : il assure une fonction, celle de prévoir le nombre et le calcul de solutions d'un certain type d'équation et il s'inscrit dans un développement théorique. Plus généralement, un algorithme, en tant que procédure juste (prouvée), robuste et réglée par un nombre fini d'étapes (principe de terminaison), peut être considéré à la fois comme un objet mathématique et comme un objet technique : il *satisfait le besoin* de résoudre un type de problème toujours paramétré de la même façon.
Mais la réciproque n'est pas vraie : tout objet mathématique n'est pas un objet technique car il n'a pas d'utilité, du moins d'utilité délimitée par l'expression d'un besoin. Un objet mathématique est davantage un outil conceptuel. Les matrices, les nombres complexes, les polynômes, les graphes sont des exemples d'objets mathématiques souples, adaptables à différentes situations, par différents champs scientifiques.

Qu'est-ce qu'un objet enseigné ?

De la même façon que nous nous sommes interrogée sur la notion d'objet mathématique ou d'objet technique, nous allons préciser la notion d'objet enseigné. Partons de l'hypothèse qu'un objet enseigné se caractérise par le fait qu'il a suffisamment d'occurrences et au moins une représentation sémiotique dans le discours enseignant, avec la variété que cela suppose à l'oral, à l'écrit ou dans les environnements logiciels. Il reste alors à préciser ce qui, dans le discours ou les pratiques, peut être qualifié d'*enseignant*.
Est *enseignant* ce qui relève de l'intention socialement acceptée qu'une personne socialement qualifiée pour cela organise un milieu d'apprentissage pour autrui autour d'un objet. Nous avons vu que l'autonomie des techniques par rapport aux discours (§ 3.4.1.2.) signifie que les techniques ou savoir-faire sont transmissibles alors que les discours en constituent les savoirs. En conséquence, le discours *enseignant* est marqué par la conscience d'une différence de compétences entre l'enseignant et l'élève et de ce qui est nécessaire pour réduire cette différence (Grundmann, 2006, p.71). Nous rappelons la polysémie du mot *compétence* dont Vergnaud, dans sa réflexion critique lors de l'introduction des compétences dans l'évaluation scolaire, commente quelques significations :

- Est plus compétent celui qui sait faire quelque chose qu'il ne savait pas faire (perspective développementale) ou que d'autres ne savent pas faire (perspective différentielle) ;
- Est plus compétent celui qui s'y prend d'une manière plus fiable, plus économique, plus générale, plus élégante, mieux compatible avec le travail des autres... ;
- Est plus compétent celui qui dispose d'une plus grande variété de procédures pour traiter une classe de situations, en fonction des valeurs particulières prises par les variables de situation.
- Est plus compétent celui qui est moins démuni devant une situation nouvelle, jamais rencontrée auparavant. (Vergnaud, 2006, en ligne)

Vergnaud ajoute que les trois dernières significations requièrent « un regard analytique sur l'activité elle-même et ses formes d'organisation, pas seulement sur le résultat » (*op. cit.*). Nous nous intéressons à ces différents niveaux dans la perspective d'explorer l'enseignement des mathématiques à travers différentes disciplines.

Dire qu'un objet est un objet enseigné ne préjuge pas de la manière dont il est enseigné. Si l'on se place du point de vue enseignant, c'est-à-dire de celui qui est réputé être le plus compétent par rapport à l'élève, on peut distinguer différents niveaux d'explicitation de la démarche d'enseignement selon que l'enseignant, par sa pratique ou son discours, expose l'objet à enseigner en aménageant plus ou moins le milieu, en s'engageant plus ou moins dans une correction différenciée, en engageant l'élève, *etc.*

Dans les sections précédentes (§ 3.4.1.), nous avons discuté de ce qui est essentiel dans la définition d'une technique. Nous avons notamment mis en évidence que les techniques interviennent dans tous les domaines d'activités, ce qui revient, dans le cadre de notre recherche à distinguer deux types d'objets techniques enseignés : le objets techniques mathématiques et les objets techniques 'classiques'.

Dans le contexte de la filière productique usinage**,** nous allons maintenant préciser les significations des mots *technologie* et *technologique* dans des expressions telles que *discipline technologique*, *activité technologique*. On se demandera aussi en quoi un objet technique mathématique et un objet technique d'un domaine d'activité technologique, diffèrent notamment dans le cadre de l'enseignement.

3.4.3.2. La dimension technologique dans l'enseignement

Voici comment Zinna (2004), différencie objet technologique et objet technique :

> On peut dire que, par rapport à l'objet technique, l'objet technologique est le résultat de la maîtrise du *deuxième objet*, c'est-à-dire de l'objectivation des procédures de production. Les cultures technologiquement plus avancées ont standardisé la production de machines finalisées à la production d'autres machines, dans une cascade d'objets à valeur méta-objectuelle. D'ailleurs, le niveau technologique d'une culture n'est pas donné par les objets qu'elle possède, mais par sa capacité de produire tantôt des objets, tantôt des méta-objets. (Zinna, 2004, p. 7)

De ce point de vue, un objet technologique se définit comme un objet technique par rapport à ses fonctions techniques ou à ses fonctions d'usage et, en plus, par rapport aux procédures désubjectivées de sa production, ces dernières mettant en œuvre des méta-objets techniques, c'est-à-dire des objets techniques eux-mêmes composés d'objets techniques (les machines de production). Interrogeant le préfixe *méta-*, Pérennec (2012) répertorie quatre significations :

- La succession spatiale ou temporelle (ex : métacarpe, métamorphose, métaphore) ;
- La proximité de nature ou de fonction (ex : métaldéhyde, métonymie) ;
- Le surpassement (ex : méta-analyse, méta-information, métaphysique, méta-outil) ;
- La réflexivité (ex : métadonnées, méta-outil).

Le discours scientifique et le discours technologique adoptent deux sens : celui de surpassement pour désigner des objets complexes (organisateurs d'autres objets) et celui de réflexivité pour désigner des objets qui sont générés pour maîtriser la complexité.
Les notions *objet technologique* et *méta-objet* ne s'impliquent pas l'une l'autre : un objet technologique peut être ou non un méta-objet et, par ailleurs, un méta-objet n'est pas nécessairement technologique.
Dans l'espace des objets matériels, une feuille de papier aluminium alimentaire est un objet technologique car elle est fabriquée industriellement mais elle n'est pas un méta-objet. Une calculatrice est un objet technologique et est aussi un méta-objet.
En mathématiques, la plupart des objets sont des méta-objets. Généralement, ce ne sont pas des objets techniques ; certains d'entre eux peuvent l'être comme par exemple le discriminant d'un trinôme de degré 2. En revanche, une dimension technologique peut être mise en avant lorsqu'un objet mathématique est mobilisé dans un emploi restreint et est associé à une procédure automatique de traitement (Figure 40).

<table>
<tr><th>Discipline</th><th>Objet</th><th>Fonction technique</th><th>Méta-objet</th><th>Dimension technologique</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Productique usinage</td><td>Machine-outil</td><td>Positionnement rationalisé d'un outil d'usinage par rapport à une pièce à usiner</td><td>oui</td><td rowspan="5">Oui
Fabrication industrielle</td></tr>
<tr><td>Fraise (fraiseuse)</td><td>Enlèvement de matière par rotation d'une couronne de rabots autour d'un axe</td><td>oui</td></tr>
<tr><td>Lame de rabot</td><td>Enlèvement de matière par incision</td><td>non</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Construction mécanique</td><td>Engrenage</td><td>Transmission d'un mouvement de rotation</td><td>oui</td></tr>
<tr><td>Roue dentée</td><td>Entrainement d'une roue d'engrenage</td><td>non</td></tr>
<tr><td>Torseur[176]</td><td>Classe d'équivalence de couples de vecteurs</td><td rowspan="5">Oui</td><td rowspan="3">Non</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Mathématiques-sciences physiques et chimiques (première)</td><td>Polynôme[177]</td><td>Calcul formel sur les nombres, les fonctions numériques</td></tr>
<tr><td>Vecteur</td><td>Calcul géométrique</td></tr>
<tr><td>Intervalle de fluctuation des fréquences échantillonnées</td><td>Outil de décision pour « juger de la pertinence de certaines observations » (BOEN n°2 du 19/02/2009 p. 14)</td><td>Oui/non selon l'outil de calcul</td></tr>
<tr><td>Mathématiques (terminale S)</td><td>Matrice réelle inverse d'ordre 3</td><td>Mise en relation de matrices semblables pour calculer la puissance n^e d'une matrice (BOEN spécial n°8 du 13/10/2011 p. 18)</td><td>Oui
Inversion au tableur</td></tr>
</table>

Figure 40 : Méta-objet et objet/dimension technologique dans les disciplines.

[176] **Torseur** : couple de vecteurs décrivant les actions (par rotation ou translation) (Cf. chapitre 9).
[177] **Polynôme** : expression algébrique de la forme $a_0X^n + a_1X^{n-1} + \cdots + a_nX^0$ où $a_0, a_1, \ldots, a_n$ désignent des nombres et $X^n, X^{n-1}, \ldots, X^0$ désignent des objets de même nature entre lesquels des opérations d'addition et de multiplication, ayant les « bonnes » propriétés, sont définies. Un polynôme permet ainsi d'avoir un raisonnement générique applicable à une grande diversité d'objets : matrices, applications, nombre, …

Ainsi, l'utilisation de l'adjectif *technologique* demande quelques précautions[178]. Cette exigence s'accroît lorsqu'on passe au substantif *technologie*.

***Technologie*, un mot très polysémique.**
En plus du sens étymologique de discours rationnel et argumentatif sur les techniques qui est peu utilisé, nous avons relevé cinq domaines d'emploi des deux mots *technologie* ou *technologique*. Nous proposons de les présenter à travers des citations de discours écrits, dans la perspective d'éclairer les expressions *discipline technologique* et *activité technologique*.

– Le premier domaine d'emploi a une dimension sociale : une *technologie* y est définie comme un ensemble de techniques cohérentes dans un domaine d'activité spécialisée. La dimension est sociale parce que le mot *technologie* désigne globalement les savoir-faire d'une catégorie socio-professionnelle. Dans un domaine donné, les usagers ont la maîtrise de leurs techniques et peuvent ou non en connaître la théorie. Nous avons retenu deux citations illustrant ce domaine d'emploi :

  (1) A l'origine, [la géométrie] s'est construite comme une technologie de l'espace pour résoudre des problèmes spécifiques comme les problèmes d'astronomie ou d'arpentage et ceci dans des communautés spécialisées. (Houdement *et* Kuzniak, 2006, p. 177)

  (2) [En probabilités], les études menées s'appuient sur des exemples simples issus du domaine technologique ou de la vie courante » Programme de mathématiques et sciences physiques et chimiques. (BOEN spécial n°2 du 19/02/2009, p. 32)

– Le deuxième domaine d'emploi a une dimension culturelle : une *technologie* y est définie comme le signe extérieur d'un certain stade de développement de la société. La dimension culturelle n'est pas sans rapport avec le contexte socio-économique et se traduit par des expressions axiologiques du type *fracture numérique*, *école à deux vitesses*. *Les technologies* désignent un contexte social synchronisé avec les avancées technico-scientifiques mais ces technologies sont transparentes pour l'usager qui n'a pas vraiment nécessité d'en connaître les principes de fonctionnement.
  L'extrait suivant illustre ce domaine d'emploi :

  Dans ce contexte, l'enseignement des mathématiques et des sciences physiques et chimiques participe à la maîtrise des technologies usuelles de l'information et de la communication […]
  La résolution de problèmes nécessite la mise en œuvre des quatre compétences suivantes qui doivent être évaluées : […] communiquer à l'aide du langage scientifique et d'outils technologiques.
  (BOEN spécial n°2 du 19/02/2009, p. 2)

– Le troisième domaine d'emploi a une dimension scientifique. Une *technologie* peut alors désigner un processus complexe et innovant intégrant un principe théorique scientifique original ; c'est un résultat de la recherche appliquée. Un différentiel de connaissance

[178] Nous avons déjà entrevu que les expressions *la technique* et *une technique* ont des sens différents (§ 3.4.1.2.).

théorique fait alors passer d'une technologie à une autre (Stehr, 2000). L'invention réside dans ce différentiel théorique mais c'est la technologie qui, permettant la mise en œuvre, améliore ou crée certaines fonctions d'usage.
Un domaine d'activité technologique est explicitement lié à une théorie scientifique mathématisée (Panza et Sérini, 2013), c'est-à-dire à une théorie dont les énoncés comportent des références à des objets mathématiques. La productique usinage est, par exemple, explicitement liée à la mécanique qui a longtemps été considérée comme une partie des mathématiques.
Pour illustrer ce domaine d'emploi, nous avons retenu deux dénominations, l'une étant celle d'une institution, l'autre celle d'une revue de diffusion des innovations industrielles. Dans ce deuxième cas, l'extrait suivant donne un exemple de processus technologique innovant :

(1) *La Recherche et de la Technologie* dans « Ministère de l'Education Nationale, de la Recherche et de la Technologie ».
(2) « *Industrie et Technologies* a repéré vingt-cinq technologies autant originales qu'utiles : […]
Usinage de trou carré : l'outil qui résout la quadrature du cercle.
Le Dijet Corner Mills, de l'outilleur japonais Dijet Industrial, autorise la réalisation d'un trou carré à l'aide d'une simple fraiseuse. Le centre de l'outil, triangulaire, suit dans le porte-outil, une trajectoire spécifique, faisant décrire un carré aux trois pastilles d'usinage. Il devient ainsi possible de fraiser un trou carré avec un outil rotatif […] » (Industrie et Technologies, 2012, 942 : 28–38)

- L'avant-dernier domaine d'emploi a une dimension taxonomique. Il indique comment dans un même champ de recherche et d'enseignement (le champ d'étude des techniques et des objets techniques) les discours peuvent varier selon la fonction que l'on accorde aux techniques dans la vie courante et dans leur rapport à la science. Le discours ci-après considère quatre postures épistémologiques. Dans la technologie structurale, l'objet technique est déduit des lois d'une théorie scientifique. L'extrait suivant illustre ce domaine d'emploi :

Cette « science des techniques » s'exprime, comme pour toute science, dans des théories diversifiées.
Nous présentons ici, parmi celles arrivées aujourd'hui à un degré de maturité suffisant, quatre d'entre elles : la technologie structurale, la technologie génétique, la technologie générique et la technologie générale. (Decomps *et al.*, 2012, Avertissement)

Enfin le dernier domaine d'emploi a une dimension didactique. Il combine dimension scientifique et dimension sociale dans la poursuite de fins éducatives et dans l'institutionnalisation de formations diplômantes. La technologie peut désigner un type de discipline scolaire (chapitre 2) ou plus largement un champ de savoirs à enseigner/apprendre selon une épistémologie spécifique dans un contexte d'enseignement donné (Éducation technologique au collège, éléments de technologie professionnelle en lycée professionnel ou technologique). Pour illustrer ce domaine d'emploi, nous avons retenu une référence d'article et le descriptif d'une épreuve du baccalauréat professionnel :

(1) Jouin Béatrice**.** (2002). *Les sciences physiques en lycée professionnel, discipline de service par rapport à la technologie.* ASTER 34 : 10 – 31.

(2) *« Epreuve de technologie. Elaboration d'un processus d'usinage. Coefficient 3-Modalité de contrôle : ponctuelle écrite-contrôle continu en formation- 4h »* (Arrêté définissant le bac productique usinage, 2004, p. 56)

Or, au-delà de la référence à un domaine d'activité technologique, la définition d'une discipline d'enseignement de la ou d'une technologie implique différents niveaux de construction : des contenus à enseigner, des critères de recrutement des enseignants, une distribution des missions et des tâches d'enseignement, un spectre de cursus d'études associés de façon cohérente, un regard normalisé sur cette discipline (Perrenoud, 1996, pp. 49-60 ; Lebeaume, 2011 b, en ligne [8]). L'évaluation par compétences, la prise en compte des savoirs d'action *vs* des savoirs en texte, la constitution d'un corps d'enseignants bivalents et majoritairement masculins semblent avoir une place importante dans la construction de la définition disciplinaire, selon deux versants : une « facette épistémologique » et une « facette sociale » (Lebeaume, 2011 b, en ligne [9, 26]).

Nous avons décrit la facette sociale (chapitre 2) lors de la mise en place de l'enseignement professionnel en France. Nous avons alors observé l'évolution des fonctions de l'enseignement des mathématiques vis-à-vis de l'enseignement professionnel et pu analyser « la hiérarchisation implicite ou explicite des disciplines […], les codes du savoir scolaire » (Lebeaume, 2011 b, en ligne [7,9]). Nous ne revenons pas sur cet aspect et nous concentrons sur la facette épistémologique.

Nous avons conclu l'inventaire des postures épistémologiques vis-à-vis des objets techniques (§ 3.4.3.) en disant que, dans l'enseignement, la posture dominante est celle de la technologie génétique, qui apparaît le mieux adapté, car elle fait appel à peu de savoirs contributoires, et qu'elle utilise une grande diversité de critères dans la structuration des savoirs sur les objets techniques. Nous allons voir comment se réalise cette épistémologie dans la mise en place institutionnelle de la technologie, en tant que matière d'enseignement.

La technologie vue comme discipline ou matière scolaire

A l'occasion d'une réflexion sur l'éducation technologique au collège, Lebeaume (2011 b) présente deux outils d'analyse visant « l'examen des conditions et des possibilités de réorientation des disciplines. » (*Ibid.*, en ligne [5]).

Le premier outil est un « cadre de questionnement » (*ibid.*, en ligne [14]) sur un enseignement disciplinaire. Cet outil permet un double point de vue : d'une part sur la cohérence interne de cet enseignement par la prise en compte des *tâches* de l'élève, les *visées* éducatives et les *références* ; d'autre part sur l'évolution de cet enseignement par la comparaison de ses fonctions dans les curriculums :

> Ce questionnement a été initialement présenté grâce à un schéma tripolaire à deux facettes. La première repère la cohérence interne entre les tâches proposées aux élèves, leurs visées éducatives et leurs références. Ce schéma s'inscrit dans un cadre plus large qui figure le milieu scolaire d'insertion de l'enseignement et l'indication de son développement temporel […]. Mais, ce schéma peut aussi être

> examiné, selon son autre facette, avec un point de vue externe. Il s'agit alors d'identifier la fonction ou les fonctions qu'assure cet enseignement, cette matière ou cette discipline dans le curriculum. […]. Le repérage de ces missions, fonctions […] est déterminant pour examiner les disciplines ou les configurations disciplinaires (Reuter, 2007) à l'échelle curriculaire. (*op. cit.*, en ligne [14])

Le deuxième outil est un repère « inspiré des travaux de sociologie du curriculum présentés par Ross (2000) » (*op. cit.*, en ligne [15]). Il distingue trois critères de « pilotage » d'un enseignement. Le premier critère, sous l'étiquette *connaissances*, indique un pilotage par les connaissances. Le deuxième critère, appelé *compétences*, indique un pilotage par des objectifs et des observables. Enfin, le troisième, appelé *expériences*, désigne un mode d'actions et d'expériences en situation.

> La première fait prévaloir le savoir et sa logique interne avec une tendance à l'atomisation des contenus ; la deuxième n'est pas conçue comme l'apprentissage systématique des savoirs ou savoir-faire mais elle privilégie l'apprentissage fonctionnel et la résolution de problèmes significatifs pour les élèves ; la troisième focalise prioritairement le processus de découverte des activités sociales permettant de se situer dans le monde. (*op.cit.*, en ligne [15])

Ces deux outils conceptuels s'accordent bien avec une approche interdidactique des relations entre disciplines et de leurs évolutions. Ils ne sont pas sans rappeler la structure d'*espace de travail géométrique* de Houdement et Kuzniak (2006) qui décrit la relation qui s'établit entre *l'espace local et réel* où l'élève effectue une tâche géométrique et le *référentiel théorique* en fonction des règles de validation qui se construisent en lien avec les *artefacts* disponibles (environnement sémiotique). En effet, tous ces outils posent la question de la légitimité de ce que l'on enseigne ou de ce que l'on apprend.

Dans son étude de l'évolution des contenus enseignés en technologie depuis 1966, Lebeaume se sert des trois critères de pilotage : connaissances, compétences, expériences, pour répartir les contenus enseignés de la *technologie* en tant que discipline scolaire du collège en trois domaines : *la technologie expérimentale*, *la technologie professionnelle* et *la technologie domestique* (Figure 41).

	Tâches	**Visées**	**Références**
Technologie expérimentale	Analyse et démontage/ remontage de mécanismes	Initiation à l'analyse technique et aux représentations graphiques	Pratiques individuelles de bureau d'étude
Technologie professionnelle	Activités de réalisation d'objets ou d'ensembles	Initiation aux opérations techniques et aux outils	Pratique professionnelle d'atelier
Technologie familiale	Utilisation et étude d'appareils usuels	Développement de compétences pratiques et de vie sociale et individuelle	Pratiques domestiques

Figure 41 : « Trois propositions initiales pour la technologie » *in* Lebeaume, 2011 b, en ligne [17].

Si nous transposons au lycée professionnel l'analyse de Lebeaume (Figure 41), nous voyons que les deux premières catégories du tableau permettent d'éclaircir la répartition des rôles entre les disciplines spécialisées d'une filière professionnelle : la discipline technologique se charge de l'enseignement d'une *technologie expérimentale* et la discipline professionnelle de celui d'une *technologie professionnelle*. Lui-même d'ailleurs y invite :

> La portée de cet outil d'analyse est sans doute plus grande[179] dans l'analyse des formations professionnelles et des enseignements technologiques ainsi que du processus de validation des acquisitions de l'expérience qui consiste en la formalisation des connaissances incorporées aux expériences professionnelles et aux compétences en actes. (Lebeaume, 2011 b, en ligne [20], note 17)

En effet, dans le cadre particulier de notre recherche, la discipline de construction mécanique apparaît comme une *technologie expérimentale*, dédiée à la conception des objets techniques et non à leur réalisation, et la discipline de productique usinage apparaît comme une *technologie professionnelle* et non comme un enseignement professionnel. Ce dernier point de vue a été développé par Deforge :

> La formation [professionnelle] comprend une partie d'enseignement dit "professionnel", et en réalité technologique, que Deforge[180] (1991) décrit comme un « mixte de savoirs formalisés et de savoir-faire, d'enseignements théoriques et d'enseignements pratiques ». (Jouin, 2002, p. 9)

L'analyse de Lebeaume fournit donc des pistes de comparaison entre la discipline technologique (la construction mécanique) et la discipline professionnelle (la productique usinage) qui, ajoutés aux éclairages sémantiques, faciliteraient leur collaboration et leur articulation didactique. La description de Deforge d'une discipline dispensant un « mixte de savoirs formalisés et de savoir-faire, d'enseignements théoriques et d'enseignements pratiques"»[181] peut également s'appliquer à la discipline générale (mathématiques-sciences physiques et chimiques). Cependant, à cause de leur fonction de fournisseur d'outils flexibles (§ 3.3.1.1.) aux autres sciences, les mathématiques ne peuvent être considérées comme une technologie.

En rappelant les obstacles rencontrés, en 1966, lors de l'introduction l'enseignement de la technologie expérimentale, Lebeaume permet aussi de comprendre la connivence de l'enseignement technologique de construction mécanique avec l'enseignement général des sciences physiques :

> Le développement de cette première ébauche de la technologie expérimentale [en 1966] est rapidement limité […] Avec ses exercices de dessin industriel considérés comme l'équivalent du latin de la voie 2 et le choix explicite des activités d'investigation de mécanismes pour que la technologie se distingue d'une discipline d'atelier, son ambition scientifique et son approche concrète permettent son intégration dans l'enseignement de physique à l'époque où les sciences expérimentales du collège se redéfinissent. La « technologie et son expression graphique » devient alors « technologie-physique » (*ibid.)*.

.

---

[179] Intérêt plus grand pour comprendre la structuration de l'enseignement professionnel que pour comprendre celle de l'éducation technologique au collège.

[180] DEFORGE, Y. (1991). *Enseignement technique, enseignement professionnel, enseignement technologique : essai d'élucidation de ces trois titres*. In J. Perrin. Construire une science des techniques, pp. 399-406.

[181] L'auteur, lui-même, a mis entre cotes sa description.

Aujourd'hui, le dessin technique assisté par ordinateur contribue à l'autonomie de la discipline construction mécanique.

Nous allons maintenant compléter notre réflexion sur la dimension technologique d'une discipline en croisant le point de vue de la recherche didactique que nous venons d'exposer avec les points de vue internes d'enseignants concernant une discipline particulière : la construction mécanique en lycée professionnel.

3.4.3.3. La construction mécanique : portrait d'une discipline technologique. Points de vue croisés d'un enseignant de productique usinage et d'un enseignant de la discipline

Parmi les entretiens[182] menés avec deux enseignants de la filière productique usinage, l'un de productique usinage (E-pu1), l'autre de construction mécanique(E-cm), nous avons choisi les passages qui concernent la construction mécanique et les avons analysés en utilisant les critères de Lebeaume (Figure 41).

Nous présentons chaque fois le verbatim puis son analyse et concluons par une synthèse entre les deux points de vue des enseignants rapportés au point de vue général exposé dans la section précédente.

La construction mécanique vue par un enseignant de productique usinage.

L'enseignant qui parle donne un point de vue sur la discipline à la fois extérieur et impliqué : extérieur parce que ce n'est pas la sienne, impliqué parce que devant apprendre à ses élèves à réaliser les dessins établis dans la classe de son collègue, il a développé une certaine expertise de la construction mécanique, qu'il revendique avec une vivacité qu'on pourrait assimiler à une tentative d'acculturation.

33 Ch : d'accord // et ça représente quel horaire ?
34 E-pu1 : euh / onze à douze heures hebdomadaires
35 Ch : ah oui / quand même
36 **E-pu1 :** euh y compris la construction euh // ouais non c'est bon
37 Ch : ça veut dire quoi y compris la construction ?
38 **E-pu1** : y'a l'dessin avec
39 Ch : c'est à dire que vous faites l'enseignement en deux temps ?
40 **E-pu1 :** Voilà euh / y' a un enseignant spécialisé sur la partie des sciences dures euh et ensuite nous on fait la modification des dessins industriels
41 Ch : d'accord //donc c'est pas vous qui faites le dessin / mais vous vous concertez avec euh votre collègue ?
42 **E-pu1 :** oui puisqu'on // de fait / en tant qu'usineur / j'ai des qualifications de dessin pour pouvoir modifier euh et prendre des mesures
43 Ch : d'accord / donc dessin modifié et dans quel cas vous modifiez les dessins par exemple ?
44 **E-pu1 :** euh quand on a des dimensions qui sont infaisables ou des formes qui sont trop complexes, on voit avec le bureau d'études pour des modifications directement en bâtisse
45 Ch : d'accord
46 **E-pu1 :** en général / c'est des contraintes technologiques ou financières / ça revient toujours à ça
47 Ch : les formes trop complexes, c'est par rapport aux appareils qui permettent d'usiner

[182] La partie *Annexe des données* présente les verbatims dans leur intégralité.

48 **E-pu1 :** par rapport aux appareils des/ des/ des /des dimensions qui seraient trop précises par rapport à leurs fonctions engendrent des coûts qui sont inappropriés
49Ch : O.K. donc y'a le coût qui intervient
50 **E-pu1 :** oui, euh // énormément
51Ch : sur la durée vous voulez dire ou sur euh ?

La description de la discipline de construction mécanique suit le schéma suivant : *la construction*(36)→*le dessin*(38)→*la partie sciences dures*(40)→*en bureau d'étude* (44). Partant du nom de la discipline, ce schéma donne d'abord *les visées éducatives* et *les pratiques sociales de référence* de façon concordante avec celles décrites dans la matrice de Lebeaume (figure 41). L'expression *sciences dures* fait référence à un contenu théorique, perçu comme peu facile d'accès, qui est dans les attributions de la discipline de construction mécanique mais non dans celles de la productique usinage.
Plus précisément, la construction mécanique en tant que *technologie expérimentale de conception* est définie par contraste avec la productique usinage vue comme technologie de la réalisation (42, 44, 46, 48, 54). La construction propose des solutions techniques (*mécanismes*) sans parfois intégrer les contraintes de réalisation et d'économie.

La construction mécanique vue par un enseignant de la discipline.

1 Ch : pourriez-vous d'abord présenter votre discipline s'il vous plaît ?
2 E-cm : (*l'enseignant va au tableau et dessine une « bulle » qu'il légende « construction » et il ajoute des flèches sortantes au fur et à mesure de ses commentaires*) y' a l'enseignement professionnel et la construction// avec un référentiel commun dans le lycée (*1ère flèche*) / ensuite le but/ c'est la lecture de tous les documents techniques (*2e flèche*) / plan/ plan 3D / éclatés/ nomenclature //la physique (*3e flèche*) statique/ dynamique // la compréhension des systèmes d'énergie / la transmission/la transformation par le mouvement en maintenance fabrication et l'électricité en automobile // y' aussi l'écriture (*4e flèche*) / la mise en plan et les modifications jusqu'à 13h par semaine en EDPI[183] // faut voir la plaquette du lycée

Comme dans l'interview d'E-pu1, la visée éducative décrite par E-cm concorde avec celle attribuée par Lebeaume à la technologie expérimentale, à savoir l'écriture et la lecture des documents techniques dans leur grande diversité. L'enjeu de cet enseignement est d'acquérir une bonne compréhension des principes de transformation et de transmission de l'énergie dans une visée applicative. La description d'E-cm laisse entrevoir la différence entre un objet technique et un objet technologique en utilisant le mot *système*.
La construction mécanique est la technologie de référence de différentes technologies professionnelles (*EDPI, automobile, productique usinage*). Elle est donc plus générale et théorique dans son contenu que ces dernières. Cette discipline marque la distinction entre une technologie applicative (versée dans des problématiques de réel sans réalisation) et une technologie professionnelle (versée dans des problématiques de réel avec réalisation).

[183] EDPI : Étude et Dessin de Produits Industriels

La dimension technologique de ces différentes disciplines les amène à enseigner des processus et des modèles abstraits (généraux et désubjectivisés), par l'intermédiaire des sciences physiques, ce qui explique qu'elles soient mathématisées.

Nous allons clore notre exploration de la pensée technique et de son apport à la diversité et à la définition des enseignements en nous interrogeant sur la transmission des techniques comme nous l'avons fait pour celle des connaissances mathématiques.

3.4.4. Transmission des techniques (connaissances techniques)

Rappelons tout d'abord que ce questionnement est général. Il est susceptible de concerner toute discipline car tout domaine d'activité développe des techniques. Il s'organise autour de deux traits :

- Le premier est le caractère transmissible des techniques, soit directement (en temps réel), soit par l'entremise des discours ;
- Le second est la dimension éventuellement technologique des techniques qui va justifier l'entremise d'un discours didactique.

3.4.4.1. Des actions aux discours : différentes modalités de transmission des techniques

Les techniques s'inscrivent dans un processus de transmission et peuvent être enseignées. Il en résulte une première alternative : la présence/absence de discours didactique
Comme nous l'avons déjà évoqué, la transmission des techniques ne passe pas nécessairement par des moyens discursifs ; or c'est par les moyens discursifs que la technique devient un objet didactique explicite car le discours permet un regard réflexif sur les outils et les méthodes.
Il semble que la réciproque ne soit pas vraie : l'absence de mise en mots n'implique pas l'absence d'intention didactique. La primatologue Grundmann (2006) qui a étudié, dans une population de grands singes, la transmission de la technique de cassage de noix[184] décrit une gradation dans l'intention de transmission d'une technique sans recourir au discours :

- L'adulte laisse passivement le jeune l'observer en train d'appliquer la technique ;
- L'adulte montre une grande tolérance envers le jeune : il le laisse manipuler les outils ou la noix ou interférer dans ses gestes (imprégnation) ;
- L'adulte prépare le milieu laissant à disposition les objets techniques et la noix (incitation) ;
- L'adulte observe le jeune en train de s'essayer à la technique sans intervenir ;
- L'adulte observe le jeune et apporte des corrections (recentrer la noix ; la repositionner ; corriger un geste).

[184] Cette technique combine deux objets techniques (un marteau et une enclume) et est, à ce titre, un exemple de technique complexe dans le monde animal. Une application experte de cette technique consiste à fendre la coque sans abimer la noix.

Mais cette gradation ne correspond pas à une suite de stades de communication autour de la technique car cette suite n'est pas systématiquement observée entre un adulte et un jeune et, de plus, l'adulte ne contrôle pas systématiquement les effets de ses corrections. Elle décrit différents modes de transmission qui se passent du discours et indique que l'apprentissage d'une technique par imitation de gestes reste un processus complexe. La complexité provient des variations interindividuelles d'une part de la perception, d'autre par des habiletés à utiliser les outils.
Dans la mesure où l'imitation peut contribuer à la transmission des techniques, l'échelle du temps de l'action et la proximité temporelle des actions de celui qui montre et de celui qui apprend sont des facteurs dont il faut tenir compte. La notion de *concept pragmatique*, développée par Rogalski et Vidal-Gomel (2007), se propose d'appréhender la structuration de l'activité en temps réel. Les apprentissages qui en découlent se font selon des modalités non exclusivement didactiques (par exemple le compagnonnage) et dans une relation d'association utilitaire entre l'action et la théorie.

À partir d'observations relevées en milieu professionnel dans un domaine d'activités technologiques[185], les auteures ont caractérisé un mode de conceptualisation intermédiaire entre le concept quotidien et le concept scientifique (qu'elles n'assimilent d'ailleurs pas au concept enseigné) basé sur « des *entités*[186] […] qui ne [sont] ni des paramètres directement observables ou mesurés via des instruments, ni des concepts scientifiques ou techniques » (*ibid.*, p. 50).
Un concept pragmatique se réfère à une problématique de décision pratique en situation, en fonction de savoirs scientifiques (mécaniques, géométriques) et de savoir-faire concernant l'utilisation d'une machine automatique et l'interprétation des indicateurs qu'elle renvoie (environnement sémiotique). Les concepts pragmatiques sont des « représentations schématiques et opératives, élaborées par et pour l'action, qui sont le produit d'un processus historique et collectif, et qui sont transmises essentiellement par expérience et par compagnonnage »[187] (Rogalski *et* Vidal, 2007, p. 51).
Cette définition nous intéresse particulièrement car nous y retrouvons la référence aux trois composantes d'une technique[188] : les transformations causalement liées aux actions (*l'action*),

[185] Le domaine étudié par Rogalski et Vidal est celui de la plasturgie qui est l'industrie de transformation des matières plastiques. Tout comme la productique usinage, la plasturgie a aussi ses filières de formations scolaires. Il existe notamment un baccalauréat correspondant à cette industrie, intitulé *Plastiques et composites* (www.onisep.fr).
Comme en productique usinage, le technicien-bachelier en plasturgie se réfère à un cahier des charges pour fabriquer des pièces selon des techniques spécifiques, prépare son poste de travail (outillage, maintenance) et vérifie les pièces.
[186] Le mot *entités* est entre guillemets dans le texte.
[187] Citation dans le texte *in* Samurçay, R., & Rogalski, J. (1992). Formation aux activités de gestion d'environnements dynamiques : concepts et méthodes. *Éducation permanente*, 111 : 227–242, p.235.
[188] Rappelons les définitions que nous avons formulées au cours du chapitre 3 :

le caractère transmissible (*processus historique et collectif*) et, dans le contexte de l'industrie, le caractère utile.
Ainsi, la notion de *concept pragmatique* insiste sur le fait que transmettre une technique nécessite des conditions, qui ne sont pas nécessairement celle d'un milieu didactique, pour que s'élaborent des représentations qui permettent d'orienter l'action de façon stable.

Dans le contexte du lycée professionnel, il est légitime de s'interroger sur la part des connaissances théoriques décrivant l'espace (formes, position) dans ces représentations.
Dans son étude sur la symétrie orthogonale dans le travail géométrique des tailleurs de bois, Bulf (2010) introduit la notion de *concept naturalisé* pour signifier que la conceptualisation de la symétrie (et donc le concept de symétrie) s'accomplit dans le paradigme de la géométrie naturelle du modèle de Houdement et Kuzniak (2006) (Figure 42) et convoque donc des composantes hétérogènes : des « répertoires de techniques relativement figés », des « résidus d'enseignement », une « adaptation au contexte, d'un savoir ou savoir-faire de référence » (Bulf, 2010, p. 119).

Or ni la productique usinage, ni la construction mécanique ne peuvent s'apparenter à un métier artisanal, même si certains éléments comme la stabilité des situations et des codes utilisés les en rapprochent. Nous allons décrire leur espace de travail géométrique en nous référant au modèle de Houdement et Kuzniak déjà cité. Nous présentons brièvement ce modèle.
Le concept d'*espace de travail géométrique*[189] est défini par trois composantes : un objet de l'*espace réel ou local* d'étude, des *artefacts* de géométries (outils, instruments) et un *référentiel théorique* plus ou moins structuré. Le travail géométrique correspond à l'effort de mise en relation de l'espace local ou réel et du référentiel théorique. Le concept d'espace de travail géométrique constitue un outil conceptuel pour appréhender différents *paradigmes* de la *pensée géométrique*.
Les auteurs reprennent au philosophe Kuhn (1962) le terme de *paradigme* défini à deux niveaux : globalement, un paradigme est un ensemble de croyances, de valeurs, de techniques et d'instruments partagés par une communauté, et localement, un paradigme est un exemple critique proposé aux apprenants pour leur donner à voir les différents objets du même paradigme envisagé globalement.
Ils empruntent aussi l'expression *mode de pensée* aux travaux du philosophe Gonsett (1945) qui en définit trois : l'intuition, l'expérience, la déduction.

§ 3.2.2.1. : Est considéré comme objet technique tout objet phénoménologique, matériel ou symbolique qui permet de réaliser de façon répétable la transformation intentionnelle d'une chose en un objet qui satisfait un besoin conscient.
§ 3.4.2. : Une technique est un enchaînement éprouvé de savoir-faire dans le but d'atteindre un résultat préalablement conçu dans sa forme ou ses propriétés.
[189] Les expressions en italique sont celles utilisées par Houdement et Kuzniak .

- Dans le mode de pensée intuitive, la validation et la vérification sont instantanées et fondées sur la perception. Ce mode de pensée est guidé par les événements (par exemple les manipulations d'instruments)[190].
- Dans la pensée de l'expérience, des hypothèses sont émises ; leur validation est différée et conditionnée par l'expérience,
- La pensée déductive fonctionne sur le mode hypothético-déductif.

Ils font l'hypothèse que ces trois modes de pensée ne sont pas indépendants et proposent à partir de là trois paradigmes géométriques : la *géométrie naturelle*, *la géométrie axiomatique naturelle* et *la géométrie axiomatique formaliste*. Dans les deux premières géométries, les objets géométriques sont ceux de notre espace physico-géométrique. Dans la géométrie purement axiomatique, la référence à notre espace physico-géométrique est rompue et les objets géométriques considérés peuvent avoir une dimension théorique quelconque, éventuellement infinie. Nous reproduisons le tableau (Figure 42) que les deux auteurs proposent pour « résumer les attributs de chacun des paradigmes géométriques » (Houdement et Kuzniak., 2006 p. 19) :

	Géométrie naturelle I	**Géométrie axiomatique naturelle II**	**Géométrie axiomatique formaliste III**
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité	De type logique
Espace	Proche du réel et lié à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur les axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espaces physico-géométrique	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Outils pour chercher, conjecturer	Outil heuristique
Aspect privilégié	Evidence et construction	Propriétés et démonstrations	Démonstration et lien entre les objets

Figure 42 : Les trois géométries, *in* Houdement et Kuzniak (2006, p. 19).

Pour ce qui concerne la discipline construction mécanique, le concept GPS (§ 3.2.) a montré qu'à travers la typologie des objets, les figures, le répertoire de symboles codant des relations spatiales, et des éléments de géométrie descriptive relativement enfouis, la géométrie convoquée est de type intermédiaire entre la géométrie axiomatique naturelle II et la géométrie naturelle I : le concept de peau et les objets réels par exemple ne sont que des schémas de la réalité tant que la pièce n'est pas réalisée. On comprend aussi qu'il est inutile de faire intervenir l'espace géométrique abstrait puisque les techniques s'accomplissent dans l'espace tridimensionnel physico-géométrique.

[190] Nous avons signalé (chapitre 3) que notre intuition de l'espace est sous-tendue par la disposition spatiale de notre corps.

Pour ce qui concerne la discipline productique usinage, nous étudierons en détail (chapitre 5) l'activité de réglage d'une machine-outil, activité technologique faisant intervenir le concept de repère affine euclidien (changement de référentiel). Ce dernier fait d'abord l'objet d'un enseignement explicite en situation, qui fait intervenir des connaissances mathématiques, des connaissances techniques et des connaissances relatives à la sémiotique de la machine. Il s'intègre ensuite à des actions techniques, (ex : installation des outils, calage de la pièce, programmation de la machine) au cours desquelles se construisent des représentations pragmatiques (ex : casse d'outil[191]). Nous montrerons que l'espace géométrique de cette discipline est aussi une géométrie naturelle intermédiaire, située entre la géométrie naturelle I et la géométrie axiomatique naturelle II, car les vérifications sont liées à la perception mais le cadre de rationalité est celui des représentations conceptuelles, celles de la machine outil.

3.4.4.2. Influence de la dimension technologique dans la transmission d'une technique

Les productions avec des machines à commandes numériques, avec des logiciels (tableur, DAO-CAO, …) donnent une dimension technologique à certaines activités techniques. Quel est alors la place des mathématiques dans la prise de conscience de la dimension technologique, autrement dit dans « l'objectivation des procédures de production » (Zinna, 2004, p. 7) ?

La pensée mathématique s'occupe de construire des systèmes de connaissances logiquement déductibles les unes des autres à partir d'un petit nombre d'axiomes. Sa valeur essentielle est de maintenir la valeur du vrai en toute relation, ceci indépendamment du langage permettant de raisonner. Les constructions mathématiques sont sans limite. On ne sait pas vraiment vers quoi les mathématiques qui s'accumulent sans jamais s'invalider orienteront leurs développements.

La pensée technique s'occupe de rationaliser les moyens pour réaliser une transformation symbolique ou matérielle de manière efficace : une intention de résultat préexiste. Sa valeur essentielle est d'optimiser les moyens : la rationalisation du travail humain et la maîtrise théorique des principes des techniques ont amené une théorisation des techniques par domaine d'activité. Tout comme celle des mathématiques, la pensée technique est créative et conserve l'efficacité à ses techniques. Mais, à la différence des mathématiques, certaines techniques deviennent obsolètes (y compris des techniques mathématiques) car plus personne n'y voit d'utilité, c'est-à-dire qu'on ne sait plus quoi en faire.
La pensée mathématique et la pensée technique ont, au début de leur histoire, été disjointes pour des raisons multiples, les deux principales étant la valorisation de la rationalité par le débat sur les motivations utilitaires des techniques et la spécialisation des métiers dans la société antique. Or l'omniprésence des techniques dans tous les domaines de l'activité humaine (y compris en mathématiques) et la forte connivence entre les mathématiques et la physique ont fait que les histoires de ces deux pensées se renouent. L'une et l'autre se soutiennent dans leur

[191] Dans le verbatim présenté dans la section 3, un enseignant de productique usinage et deux élèves discutent d'un outil, dont on peut deviner rien qu'à la silhouette, qu'il est trop long et se cassera au contact de la pièce.

développement : les mathématiques créent des outils de modélisation du réel, très flexibles pour les autres domaines, et ceux-ci en retour renouvellent les moyens d'exprimer les objets mathématiques.

Une dimension technologique dote la plupart des domaines d'activités d'un champ théorique scientifique auquel contribuent les mathématiques. Parfois, c'est l'invention d'un concept original, dans un domaine technologique, qui théorise le hiatus entre le modèle mathématique et le réel. Nous avons vu par exemple le concept de peau, propre à la construction mécanique, exprimer le concept de variabilité d'un modèle de la réalité.

Dans le domaine de l'enseignement, les techniques (ou savoir-faire) constituent des objets de d'enseignement bien identifiables, autour desquelles les discours et les références à un cadre théorique varient. Ceci semble commun aux disciplines mathématisées. La distinction entre discipline générale (ici les mathématiques) et disciplines technologiques apparaît pertinente en ce sens que les disciplines technologiques dispensent des configurations de techniques valorisant l'aspect productif. Dans tous les cas, que la discipline soit générale ou technologique, l'idée fondamentale est que la mathématisation des techniques recule la nécessité d'entrer en contact avec les choses réelles *via* les modèles numériques. Les simulations numériques (en construction mécanique, en aéronautique, etc.) permettent d'étudier de façon prospective le comportement d'objets techniques de façon bien moins onéreuse que les simulations effectives.

Dans une activité disciplinaire, nous dirons que la pensée mathématique domine s'il y a un questionnement sur le vrai quelque soit l'aboutissement et la forme de celui-ci. Nous avons vu à propos de la formule de Héron, que la question de la vérification d'une formule peut se faire par le croisement avec d'autres techniques connues (triangle rectangle, formule usuelle). Selon le contexte scolaire, le questionnement sur le vrai ne prend pas nécessairement la forme d'une démonstration.

Nous dirons que la pensée technique domine dans une activité disciplinaire si une procédure régulière permet de résoudre une question reconnue, dans une perspective de stabilisation des résultats produits. On peut envisager, enfin, des activités où la pensée mathématique et la pensée technique coexistent et sont difficiles à distinguer : par exemple quand on justifie une étape d'une technique ou bien lorsque l'on évalue deux techniques.
Pour conclure, il nous semble que trois dimensions conditionnent la transmission des techniques (Figure 43).
La première dimension concerne l'objet technique[192] qui permet de réaliser la technique. Si cet objet est un méta-objet alors, la transmission de la technique peut porter sur des techniques intermédiaires relatives à certains des objets techniques qu'il agrège. Pour cette raison, le temps

[192]La nature de l'objet technique varie avec la technique. S'il s'agit d'une technique gymnique, l'objet technique peut être un groupe musculaire. S'il s'agit d'une technique d'opération sur les nombres, l'objet technique peut être un algorithme de numération, *etc*.

de l’action (de la transformation) peut ou non être différé. Pour cette raison, cette dimension est dite *méta-objectuelle* (Figure 43, axe horizontal).
La deuxième dimension concerne la désubjectification de la technique à transmettre. Du fait qu’une technique est, par définition transmissible, une technique est plus qu’une procédure personnelle qui serait stable. Comme l’a montré Lebeaume (Figure 41), la désubjectification des techniques s’accroît graduellement lorsqu’on passe du monde domestique privé (technique familiale), au monde des métiers (technique artisanale). Nous avons intercalé le niveau des techniques algorithmiques entre les niveaux artisanal et industriel. En effet, un algorithme fournit une démarche désubjectivée mais l’accomplissement des actions peut conserver des traces personnelles de l’opérateur, dans le marquage des résultats intermédiaires par exemple. Pour que la technique algorithmique soit dépersonnalisée, il faut un environnement qui permette d’automatiser les traitements (informatique ou mécanique). Selon notre schéma, le maximum de la désubjectification des techniques se produit à l’échelle industrielle parce que l’opérateur de la technique perd de vue le destinataire du produit et que la production ne se fait plus à l’échelle unitaire, ce qui reste envisageable au stade précédent. Dans notre schéma de synthèse, cette dimension est dite *technologique* (Figure 43, axe vertical).
La troisième dimension décrit les modes de transmission des techniques en fonction de l’explicitation de l’intention didactique (Figure 43, axe oblique). Comme nous l’avons déjà souligné, cet axe ne correspond pas à une gradation de la communication : les modes peuvent se combiner. Cet axe décrit d’abord deux alternatives : (1) l’absence/présence de discours, (2) la concomitance/le différé du discours par rapport aux actions. Les discours explicitement didactiques ont eux aussi différentes fonctions[193] : description, motivation, facilitation, explication, justification, évaluation (Castela, 2010).

[193] Nous reviendrons sur le modèle de Castela dans le chapitre 7.

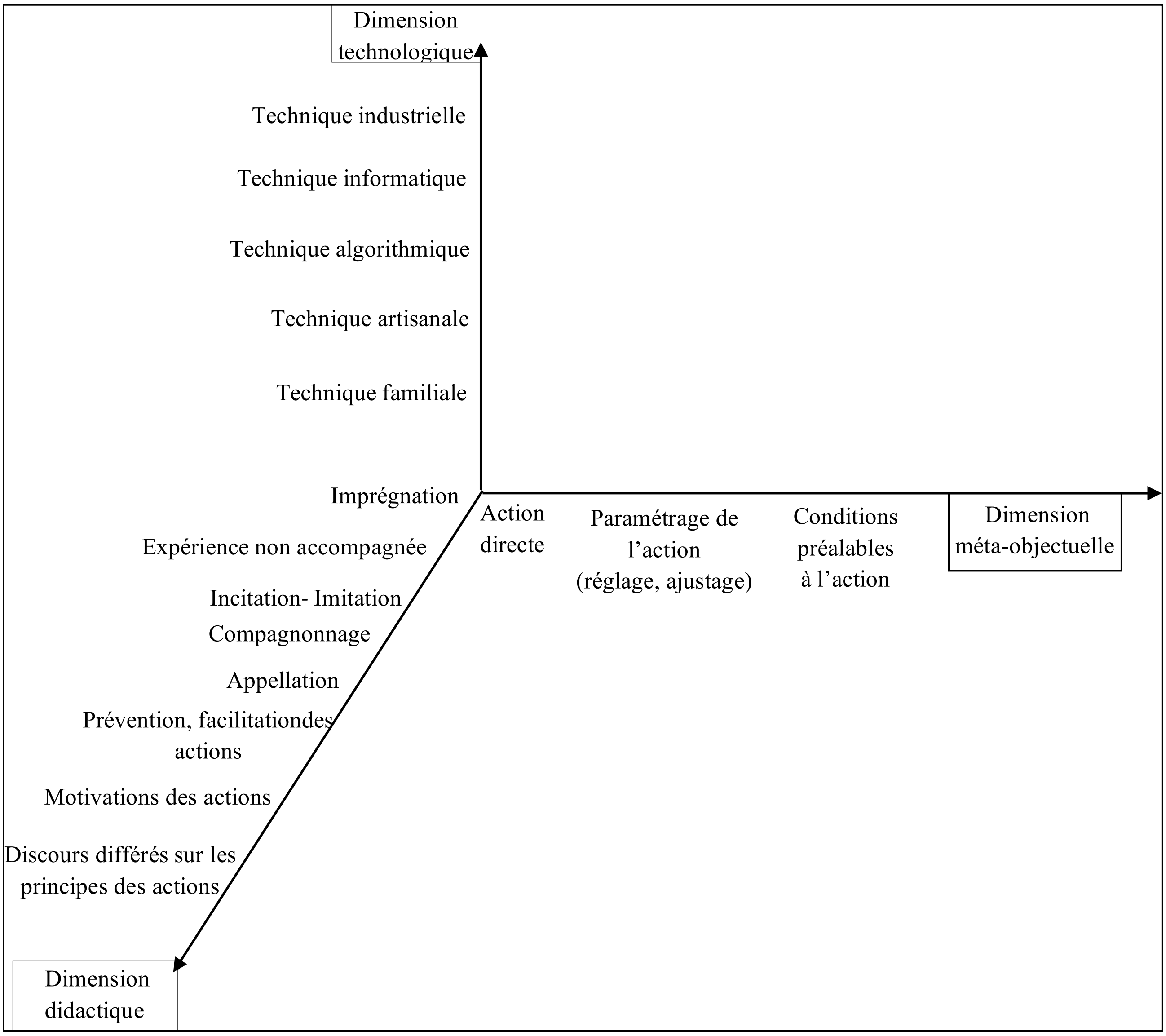


Figure 43 : Trois dimensions influençant la transmission des techniques.

Chapitre 4 : Approche exploratoire de la pensée technique dans la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques

Dans ce chapitre, nous nous appuyons sur les résultats du chapitre précédent pour étudier les places de la pensée mathématique et la pensée technique dans les discours disciplinaires en mathématiques et en construction mécanique.

Nous allons d'abord mettre en évidence la pensée technique dans l'enseignement des mathématiques en étudiant deux types de discours : d'une part des récits que des étudiants font de leurs apprentissages en mathématiques, d'autre part, des présentations didactiques de manuels de mathématiques à propos des solides.

Nous rappelons brièvement les significations adoptées pour les expressions que nous employons fréquemment : celle d'objet mathématique, de technique, d'objet technique (chapitre 3) :

- **Un objet mathématique** est défini comme un lien de langage vers un concept mathématique. Ce lien de langage constitue un système d'interprétation du concept. Un objet mathématique se distingue des autres objets mathématiques qui se réfèrent au même concept (§ 3.1.1.) ;
- D'une façon générale, **une technique** est une suite logiquement organisée d'actions dont les effets, anticipés, satisfont un besoin. Une technique est répétable et transmissible : elle met clairement en relation de cause à effet une action et un effet. Une technique et les objets qu'elle implique prennent du sens dans un domaine d'activité (§ 3.2.2.1) ;
- Un **objet technique**, matériel ou symbolique, permet la réalisation d'une action d'une technique (§ 3.2.2.1) : il assure une fonction technique et se distingue des autres objets techniques qui assurent la même fonction technique (§ 3.4.2.).

Dans le cas particulier des **techniques mathématiques**, les transformations sont conceptuelles.

Dans la discipline des mathématiques, les techniques ont une place importante pour plusieurs raisons : d'une part, leur explication peut fournir une base de raisonnement pour les preuves (ex : le calcul algébrique) ; d'autre part, elles donnent lieu à un type d'activité d'entraînement, l'exercice (§ 3.4.1.), qui reflète les attentes mutuelles de l'enseignant et de l'élève.

Par ailleurs, si, en général, les objets mathématiques ne peuvent pas être considérés comme des objets techniques car le répertoire de leurs usages reste ouvert et toujours renouvelé, il n'empêche que certains d'entre eux peuvent devenir des objets techniques lorsqu'ils sont

employés pour résoudre, par une suite finie d'opérations (fonctions techniques), un type de situation, à partir d'un type de données (fonction d'usage). C'est le cas des formules algébriques, de certains algorithmes (ex : les opérations élémentaires sur les nombres) et de certains théorèmes emblématiques (ex : théorème de Pythagore). Ceux-ci peuvent être transmis et appliqués sans nécessairement avoir une maîtrise approfondie de leur preuve ou des concepts mathématiques mis en jeu.
Ces objets mathématiques techniques peuvent aussi ne pas être reconnus comme objets techniques car, par leur nature conceptuelle, ils ne correspondent pas au stéréotype de l'objet technique (Andreucci *et* Ginestié 2002). Il y a donc à s'interroger sur la représentation des techniques en fonction de la discipline scolaire qui les enseigne.

La pensée technique est guidée par la notion d'utilité pour les usagers et a à voir avec l'organisation du travail dans les sociétés.
Dans le cas particulier des domaines d'activités techniques mathématisées, les champs théoriques contributoires (les mathématiques, la mécanique, la sémiotique, l'informatique, l'ergonomie) confèrent aux techniques une dimension objective. Dans le cas de la productique usinage, plus que le rapport à la matière, c'est l'étude des moyens (règles, normes) garantissant l'utilisation (usage de l'objet technique) et l'efficacité (accomplissement de la fonction technique) qui constituent l'objet de la pensée technique.

Dans ses fondements, **la pensée mathématique** se nourrit de questions sur les formes de l'espace, leur relation, sur les quantités et les nombres que l'on peut se représenter dans les situations usuelles. Mais, même si nous pouvons ressentir le besoin de les imaginer, pour la plupart des objets mathématiques, il n'est pas nécessaire qu'ils soient imaginables pour qu'ils soient définis dans une théorie mathématique. La pensée mathématique est guidée d'une part par la recherche de structures logiques permettant de classer, de relier et combiner les objets mathématiques, d'autre part par l'invention méticuleuse de définitions qui ont un rôle déterminant dans la construction théorique et la flexibilité de nouveaux objets mathématiques. Pour cette pensée, la preuve logique et le discours sur le vrai sont des valeurs essentielles. Le formalisme du langage mathématique apparaît secondaire. La pensée mathématique contribue aux activités humaines soit par les questions philosophiques qu'elle soulève (légitimité des mathématiques dans nos sociétés, nature des objets mathématiques) soit par ses contributions aux sciences physiques, aux sciences de l'informatique et aux domaines d'activités technologiques.

C'est l'alternance de ces deux pensées dont nous proposons de chercher des indices dans les disciplines des mathématiques et de productique usinage.

4.1. Récits d'apprentissage scolaire en mathématiques

Nous avons demandé à six étudiants, âgés de 20 ans en moyenne, en deuxième année de licence scientifique[194], qui se préparaient à devenir professeurs des écoles, de témoigner par écrit d'une difficulté d'apprentissage en mathématiques survenue au cours de leur scolarité, pour laquelle ils avaient, de plus, gardé un souvenir précis de la résolution.

Cette formation ayant pour fonction d'initier à la didactique des mathématiques de l'école et de vérifier les prérequis de l'épreuve de mathématiques du concours, nous avons d'abord proposé des activités d'entraînement classiques. Puis, devant la disparité des performances malgré des parcours identiques[195], notre questionnement didactique a évolué de la recherche d'activités mathématiques d'entraînement vers la recherche d'activités de décentration des mathématiques.

La demande des récits d'apprentissage se justifiait d'abord par le fait qu'elle constituait un exercice réflexif sur l'apprentissage et, d'autre part, parce qu'elle permettait d'introduire la problématique des différentes temporalités à l'école (temps calendaire, temps institutionnel et curriculaire, temps d'enseignement, temps d'apprentissage, temps subjectif). C'est donc à travers les récits de ces six étudiants que nous avons questionné la pensée technique et la pensée mathématique.

4.1.1. Présentation du contexte

Les étudiants interrogés ont tous suivi une filière scientifique au lycée ; ils avaient, au moment du recueil de données, dix-neuf ou vingt ans, excepté l'un d'entre eux, suisse-allemand non francophone et un peu plus âgé, venu étudier en France dans le cadre du programme Erasmus. Le faible effectif s'explique par le fait que l'année 2011 (année du recueil des récits) était la première année de fonctionnement de ce parcours optionnel de formation, suite à la réforme des instituts universitaires de formation des maîtres.

Les productions écrites ont été recueillies selon le protocole suivant :

- Une introduction de 10 minutes a été consacrée aux différentes temporalités dans les processus d'enseignement-apprentissage institutionnel et collectif. Le but est d'éveiller la conscience de représentations de soi-même en train de comprendre.
  Les entrées suivantes sont écrites au tableau (Figure 44) :

[194] La licence dont nous parlons ici est la licence de physique qui figure dans l'offre de formation de l'Université de Nice Sophia Antipolis. Dans cette licence, un parcours intitulé *Sciences et Culture* est proposé : « L'objectif de cette mention est de conjuguer des bases solides dans les domaines scientifiques à une culture générale nécessaire pour la réussite des concours d'État, concours administratifs accessibles directement avec une Licence. Elle s'adresse plus spécifiquement aux étudiants désireux de passer le concours de professeur des écoles […] » (http://unice.fr/formation/formation-initiale/slp12120)

[195] Tous les étudiants sont titulaires d'un baccalauréat scientifique (ou équivalent) et ont suivi les enseignements de licence de première année.

Ce qui est intemporel	Temps du calendrier	Temps institutionnel (cursus)	Temps d'enseignement (temps didactique)	Temps subjectif (temps ressenti)	Aide

Figure 44 : Le tableau à compléter accompagnant le récit d'apprentissage.

- La consigne a été lue deux fois oralement : « *cherchez dans vos souvenirs d'écolier-collégien-lycéen, un point de mathématiques que d'abord vous ne compreniez pas et que vous avez finalement compris. Précisez le moment où vous avez eu conscience d'avoir compris et complétez le tableau*. »
  L'expression *point mathématique* était volontairement vague pour éviter d'utiliser *savoir* ou s*avoir-faire*.
- Le moment d'écriture s'est déroulé durant le dernier quart d'heure de la deuxième séance (chaque séance dure 1h30min). Ce moment faisait suite à une séance de résolution d'exercices de géométrie.
- Les étudiants ont écrit sur une feuille ordinaire.

Conformément à la consigne, chaque production écrite comporte un court texte et un tableau, spécifiant les différentes temporalités coexistant en classe. Chaque étudiant a complété le tableau après avoir rédigé le témoignage, en faisant lui-même une interprétation des temporalités dans la situation dont il faisait le récit. A ce propos, on pourra constater que *le temps ressenti* est parfois décrit comme le ressenti tout court.

Nous restituons les productions telles quelles en les présentant dans l'ordre croissant des niveaux scolaires remémorés et en réarrangeant les entrées pour rendre la présentation des données plus compacte (Figure 45. a, b, c, d, e, f).

<table>
<tr><th>Récit écrit de l'étudiant Albert</th><th>Les temporalités interprétées par l'étudiant</th></tr>
<tr><td rowspan="6">« Il y a très longtemps, au primaire, je ne comprenais pas le symbole × de la multiplication. J'ai cru pendant au moins une semaine à l'époque que mon enseignant faisait le + de l'addition mais en dessinant mal le symbole. De plus, il aura fallu que ma mère m'explique qu'une multiplication n'est juste qu'une suite d'additions pour que je comprenne leur fonctionnement. En effet, 4×4 est aussi égal à 4+ 4+ 4+ 4 = 16. Ce jour là, j'ai pris conscience que les mathématiques et encore plus les multiplications faisaient partie intégrante de la vie de tous les jours pour tous les êtres humains. »</td><td>Objet : « outils de la multiplication »</td></tr>
<tr><td>Calendrier : « 1998 »</td></tr>
<tr><td>Cursus : « CE1 »</td></tr>
<tr><td>Temps didactique: « au moins une semaine + cours »</td></tr>
<tr><td>Durée ressentie : « connaissance après une semaine »</td></tr>
<tr><td>Aide : « mère, enseignant, vie de tous les jours »</td></tr>
</table>

Figure 45 a : Récit d'un apprentissage mathématique.

Récit écrit de l'étudiant Philippe	Les temporalités interprétées par l'étudiant
« Je devais être en CE2, lors d'un exercice avec un ami plus âgé j'ai découvert la division. Je revoie encore le dessin d'un pré avec ses 12 moutons. Mon camarade m'a expliqué ce que représentait $\frac{1}{12}$ du troupeau et m'a ensuite demandé de lui montrer $\frac{3}{12}$, $\frac{8}{12}$, … à la fin il m'a avoué que j'avais compris cette opération complexe qu'était la division. »	Objet : « la division/fraction »
	Calendrier : « 1998-1999 »
	Cursus : « CE2 »
	Temps didactique: « une demi-heure »
	Durée ressentie : « découvert »
	Aide : « mon camarade»

Figure 45 b : Récit d'un apprentissage mathématique.

Récit écrit de l'étudiant Charles (germanophone)	Les temporalités interprétées par l'étudiant
« J'ai compris que Dans les math il y a des roules (law) qui sont different pour l'addition où la soustraction par example a + b = b + a est vrai mais a – b = b – a c'est seulement vrai si a = b C'était dans le lycée il y a huit ans et je peux me souvenir très clairement à ce moment là dans la classe. (Avant j ai esseyé de le comprendre et après je me suis sentis très bien parce que j'ai réussit quelque chose) »	Objet : « l'addition et la soustraction »
	Calendrier : « 2002 »
	Cursus : « seconde »
	Temps didactique: « le cours »
	Durée ressentie : « fière de le comprendre »
	Aide : « la classe ? »

Figure 45 c : Récit d'un apprentissage mathématique

Récit écrit de l'étudiante Louise	Les temporalités interprétées par l'étudiant
« La première fois que j'ai abordé les tableaux de signe j'étais en classe de seconde. En classe, je n'avais pas compris la méthode. J'ai alors demandé à mon beau-frère de m'expliquer. Il m'a refait la démonstration, puis on a fait quelques exemples. J'ai été surprise de comprendre aussi rapidement, alors que j'avais essayé de comprendre par moi-même pendant une période relativement longue. Ce qui m'a permis de comprendre est le fait que mon beau-frère a fait toutes les étapes intermédiaires, ce qui n'avait pas été fait en classe de manière aussi ''approfondie''. »	Objet : « le tableau de signes »
	Calendrier : « 2006 »
	Cursus : « seconde »
	Temps didactique: « rapidement »
	Durée ressentie : « une période relativement longue »
	Aide : « beau-frère, cahier »

Figure 45 d : Récit d'un apprentissage mathématique

Récit écrit de l'étudiante Jeanne	Les temporalités interprétées par l'étudiant
« Je me souviens que pendant l'année de première j'avais des difficultés à repérer les polynômes du second degré du type $ax^2+b x+c$. Dans les exercices complexes, je ne les voyais pas. Un jour, une bonne copine à moi m'a expliqué sa technique : à chaque exercice son premier réflexe était de repérer les polynômes. Pour cela, elle vérifiait les puissances et le fait que ce soit une addition. Maintenant pour chaque équation, je vérifie si je me trouve en présence d'un polynôme. »	Objet : « polynôme du second degré »
	Calendrier : « 2007/2008 »
	Cursus : « première »
	Temps didactique: « un jour »
	Durée ressentie : « maintenant »
	Aide : « *un*e bonne copine à moi »

Figure 45 e : Récit d'un apprentissage mathématique

<table>
<tr><th>Récit écrit de l'étudiante Françoise</th><th>Les temporalités interprétées
par l'étudiant</th></tr>
<tr><td rowspan="6">« Lorsque j'étais en première, j'ai eu quelques difficultés à aborder les barycentres. Ayant toujours refusé d'apprendre les formules mathématiques par cœur, je me suis penchée sur l'origine de ce mot afin d'en découvrir la signification : le centre des masses. J'ai alors compris quelques jours plus tard qu'il suffisait d'imaginer des poids en chaque point et une sorte de balance dont on bougerait le pivot pour obtenir un équilibre horizontal. Cette représentation mentale m'a permis de comprendre la formule et de la retrouver. Cette expérience m'a également montré qu'il existe un lien entre les mathématiques et les activités extérieures. »</td><td>Objet : « barycentres »</td></tr>
<tr><td>Calendrier : « 2006 »</td></tr>
<tr><td>Cursus : « première »</td></tr>
<tr><td>Temps didactique: « quelques jours »</td></tr>
<tr><td>Durée ressentie : « découvrir, imaginer »</td></tr>
<tr><td>Aide : outil de recherche (« je me suis penchée sur l'origine du mot »)</td></tr>
</table>

Figure 45 f : Récits d'un apprentissage mathématique

4.1.2. Résultats et discussion

Nous appliquons la méthode d'analyse de discours aux textes produits par les étudiants : celle-ci consiste à considérer d'une part, la structure et la cohérence de l'énoncé et, d'autre part, les marques de l'énonciation (marques expressives de la subjectivité de l'énonciateur en lien avec le destinataire du discours). On observe alors les effets produits par la mise en relation de ces deux composantes du discours. Nous cherchons des signes montrant la combinaison d'un mode de pensée technique et d'un mode de pensée mathématique.

4.1.2.1. Du côté de la pensée technique

Quatre étudiants évoquent une technique mathématique en la situant dans le cursus. Ces techniques sont la notation multiplicative pour l'addition itérée d'entiers naturels en CE1, l'écriture fractionnaire au CE2, les tableaux de signes en seconde, la reconnaissance formelle d'un polynôme de degré 2 en première.

La plupart des récits témoignent d'une visée utilitaire des mathématiques. Ainsi l'outil *tableau* organise spatialement la règle des signes et permet, *via* une technique de décodage, d'obtenir l'ensemble des solutions d'une inéquation. De même, la notation fractionnaire pour étendre la technique de dénombrement entier à celui des douzièmes, le signe de la multiplication ne semble pas avoir d'autre fonction que celle d'économiser des symboles dans une addition itérée : *une multiplication n'est juste qu'une suite d'additions*.

Dans le contexte de l'enseignement-apprentissage, ces techniques apparaissent sous la forme dérivée d'exercice (*lors d'un exercice, dans les exercices complexes*) ou sous la forme de dysfonctionnement (*pas compris la méthode*, *j'ai cru que mon enseignant faisait le + de l'addition mais en dessinant mal le symbole*).

La technique est associée à une démarche explicative (*mon camarade m'a expliqué*, *mon beau-frère de m'expliquer*, *une bonne copine à moi m'a expliqué*) concernant probablement l'effet des actions. Le caractère répétable, séquencé et contrôlable des actions est souligné par les déictiques temporels marquant la progression (*il m'a ensuite demandé de lui montrer*

$\frac{3}{12}, \frac{8}{12}, \dots$, *toutes les étapes intermédiaires, maintenant*) et les adjectifs indéfinis distributifs (*pour chaque équation, je vérifie* ; *à chaque exercice son premier réflexe*).
Enfin, « le savoir-faire a une certaine existence indépendante : il s'incarne souvent en mathématiques par une création de formes » (Cartier, 2000). La mise en œuvre des techniques citées déclenche des représentations mémorisées plus ou moins conventionnelles qui se passent de discours ainsi qu'en témoignent les formulations suivantes : *je revois encore le dessin d'un pré avec douze moutons*, *de type* $ax^2 + b\,x + x$ ou encore $4 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4$.

4.1.2.2. Du côté de la pensée mathématique

Les concepts mathématiques convoqués dans les six récits sont tous relatifs à des opérations et à leurs propriétés algébriques. Ces opérations portent sur les nombres naturels (Albert Fig. 45 a), rationnels (Philippe Fig. 45 b), réels (Charles Fig. 45 c), sur les polynômes (Louise Fig. 45 d, Jeanne Fig. 45 e) ou la notion vectorielle de barycentre (Françoise Fig. 45 f). La science du calcul constitue un des piliers de l'activité mathématique : la remémoration d'une expérience mathématique suffit à convoquer une diversité théorique (calcul numérique, calcul formel, calcul géométrique) très cohésive (c'est-à-dire que l'idée de calcul exprime une constante épistémologique de la pensée mathématique).
On retrouve l'idée caractéristique des mathématiques qui est de créer des outils flexibles modélisant des situations sémantiquement différentes ou étendant par analogie construite certains traitements à de nouveaux objets. Ainsi la fraction d'entiers modélise, dans l'ordre de complexité croissante, soit la partition équitable d'une unité, soit une nouvelle mesure de grandeur additive résultant de la subdivision de l'unité, soit une proportion, soit un quotient exact. Il en va de même pour la multiplication qui s'interprète d'abord comme une addition itérée lorsqu'elle s'applique aux entiers naturels puis devient une opération autonome lorsqu'elle se généralise aux nombres réels, ce qui correspond à un saut conceptuel important.
À l'exception des entiers naturels, tous les objets évoqués (rationnels, réels, polynômes, vecteurs) sont à considérer comme éléments d'une structure algébrique[196]. On remarque que les étudiants évoquent des techniques de calculs sans en en connaître les bases théoriques. Cette situation n'a rien d'original : nous l'observerons (chapitre 5) en seconde de productique usinage, où les élèves auront à manipuler des vecteurs dans l'espace de façon intuitive.

Dans ces récits, le ressenti d'une transformation personnelle est chaque fois exprimé. A l'inverse de la pensée technique centrée sur la transformation de l'objet, la transformation

[196] Une structure algébrique est un ensemble d'objets stable par une ou plusieurs opérations, ces dernières ayant les propriétés suffisantes pour qu'on puisse considérer des relations structurantes entre les objets de la structure considérée (*opposés, inverses, symétriques, conjugués*, …). La notion d'élément neutre, analogue au zéro pour l'addition, est fondamentale. Pour une définition complète, se reporter dans la partie *Annexe des documents*.

ressentie ici correspond à un dérangement ou à un réarrangement de sa pensée entre un avant et un après où on a la conviction d'avoir compris.
Le vocabulaire exprime la perception par le sujet de sa propre altérité : *il m'a avoué* (Philippe Fig. 45 b) *j'ai été surprise* (Louise Fig. 45 d), *avant j'ai essayé de le comprendre et après je me suis senti très bien* (Charles Fig. 45 c). Le ressenti peut d'ailleurs s'accompagner d'une position éthique telle celle de Françoise (Fig. 45 f) (*ayant toujours refusé d'apprendre les formules mathématiques par cœur*).

Enfin, la pensée mathématique est marquée par la nécessité de prouver (en utilisant différentes techniques allant de l'explicitation – appelée monstration en mathématiques – à la démonstration, en passant par la mise en évidence) pour garantir, comme nous l'avons dit, le caractère dé-subjectivé et intemporellement vrai de toute proposition. L'idée de la nécessité de la preuve se traduit dans les discours de Louise (Fig. 45 d) et de Charles (Fig. 45 c).
Dans *il m'a refait la démonstration puis on a fait quelques exemples* (Louise Fig. 45 d) : une première monstration a eu lieu en classe (prise à tort par l'étudiante pour une démonstration), une seconde explicitation est faite par le beau-frère (vue par Louise comme une preuve mais dont nous ne savons rien).
Ce n'est qu'après les démonstrations que quelques exemples arrivent pour roder la technique du tableau de signes. Le discours d'exposition de la preuve et la genèse de la preuve mathématique étant des entités bien distinctes, les exemples ont des fonctions épistémiques bien différentes dans l'un et dans l'autre. Dans le propos de Louise (Fig. 45 d), la 'démonstration' est déjà connue puisqu'elle est *refaite* donc les exemples sont illustratifs. Les exemples imprègnent la pensée mathématique : exemple de référence, contre-exemple construit *ad hoc*, exemples inductifs, etc.

Les discours de Françoise (Fig. 45 f) et de Charles (Fig. 45 c) sont les seuls à évoquer des objets qui ne sont pas des techniques de calcul : une définition et une implication.
Françoise raconte qu'elle a intériorisé la notion de barycentre (*imaginer* […] *une sorte de balance*) ce qui lui a permis de comprendre la définition vectorielle du barycentre et de la mémoriser.

Charles énonce une implication, sans la quantifier ; on comprend toutefois ce que cet étudiant veut dire. Une caractéristique de la pensée mathématique est d'interroger la réciproque d'une implication. Considérons la proposition suivante :

un nombre réel est nul si et seulement s'il est égal à son opposé.

L'implication, que nous appelons (i_1) : *si un nombre réel est nul alors il est égal à son opposé* ne pose pas de difficulté de calcul. En revanche, l'implication réciproque, que nous appelons (i_2) : *si un nombre réel est égal à son opposé alors il est nul* engage plusieurs propriétés des opérations usuelles (addition et multiplication) et peut poser problème à un élève de seconde. C'est cette dernière implication qui a étonné Charles.

La démonstration nécessite de faire des choix : sur le grain de l'argumentation, sur le contrôle des digressions et sur la forme. Ceci, en soi, n'est pas spécifique aux mathématiques. Ces paramètres rendent la démonstration plus ou moins aisée à suivre.
Ce qui nous intéresse dans la formulation de Charles est le fait qu'on retrouve une partie de l'expression *si et seulement si* qu'on utilise de façon rigide pour exprimer l'équivalence de deux propositions. Nous observons ici un cas où deux propositions, équivalentes logiquement, sont liées par des implications nécessitant des efforts différents pour établir leur preuve. Ainsi, l'implication (i_1) est facile tandis que l'implication (i_2) l'est moins. L'implication énoncée par Charles (non francophone) est :

$$(a-b) = (b-a) \textit{ seulement vrai si } a = b$$

Transformons cet énoncé pour déterminer à quelle implication de l'équivalence le récit de Charles correspond :

$$(a-b) = (b-a) \textit{ vrai seulement si } a = b$$
$$(a-b) = (b-a) \textit{ nécessairement } a = b$$
$$(a-b) = -(a-b) \textit{ nécessairement } (a-b) = 0$$

Finalement, on reconnaît l'implication (i_2) :

Un nombre réel égal à son opposé est nécessairement nul.

Ou encore :

Si un nombre réel est égal à son opposé alors il est nul.

Le très bref récit de Charles met en valeur la déduction, trait important de la pensée mathématique. Mais puisque cet étudiant étranger est encore peu versé dans les tournures de la langue courante ou dans les formulations académiques, il montre que la maîtrise logique et la maîtrise linguistique ne peuvent pas être confondues. Nous observerons (chapitres 9), dans les évaluations terminales de la filière productique usinage, des énoncés ayant quasiment évacué la nécessité de faire une phrase.
L'analyse de discours de ces quelques récits montre que, dans le souvenir mathématique, la pensée technique et la pensée mathématique coexistent. Si l'on conçoit la pensée mathématique comme un mode volontaire d'abstraction, de recherche de concepts unificateurs et de relations logiques, on s'aperçoit que ce mode de pensée dépasse la discipline chargée de l'enseigner, il caractérise l'activité mathématique en général, et non la discipline des mathématiques. Il en va de même pour la pensée technique qui accompagne la mise en œuvre de toute technique quel que soit le domaine d'activité.

Dans le cas des activités de calcul, la pensée mathématique et la pensée technique sont liées. Cela signifie qu'on enchaîne les transformations de l'objet calculable en questionnant la justesse des enchaînements et en ayant un regard pragmatique sur le déroulement du calcul (expérience du calcul, forme du résultat visé).

Nous venons de considérer la pensée mathématique et la pensée technique à travers des récits évoquant des objets mathématiques de calcul (nombres, polynômes, vecteurs). Nous poursuivons l'exploration de la pensée technique dans la discipline des mathématiques en nous intéressant à présent à un objet mathématique géométrique : *le solide*.

4.2. A la croisée de la pensée mathématique et de la pensée technique : la voiture jouet

Au cours des chapitres 3 et 4, nous avons étudié différents cas : la formule de Héron, les récits d'apprentissage en mathématiques, le concept GPS et les discours d'enseignants en construction mécanique. Ceux-ci ont permis de comprendre que, dans ces disciplines, la pensée mathématique et la pensée technique coexistent à travers les techniques mathématiques enseignées.
Ces quatre premiers cas ont permis d'appréhender l'alternance de ces modes de pensée d'un point de vue interne aux disciplines (les mathématiques ou bien la construction mécanique).

Notre approche interdidactique nous amène à compléter notre exploration de l'alternance de la pensée technique et de la pensée mathématique dans ces disciplines en croisant les points de vue qu'elles ont les unes des autres. Nous avons pour cela choisi un cinquième cas, celui de la voiture-jouet, qui est utilisée aussi bien en mathématiques qu'en construction mécanique (dessin technique) pour introduire la représentation des solides complexes.
Justifions en quoi la voiture-jouet, utilisée comme support didactique, est adaptée pour appréhender la représentation que la discipline des mathématiques propose du dessin technique et, à travers lui, des disciplines technologiques industrielles. La voiture-jouet fait référence à un authentique objet technologique de haute valeur sociale (une voiture de sport) mais en même temps, elle est un jouet : sa fonction technique est dérivée (chapitre 3), c'est-à-dire que l'élève ne s'attend pas à un descriptif de fonctions mécaniques. Construire une situation didactique sur un jouet permet de concentrer l'effort didactique sur les solides (forme, dimensionnement, positions relatives, mode de représentation).

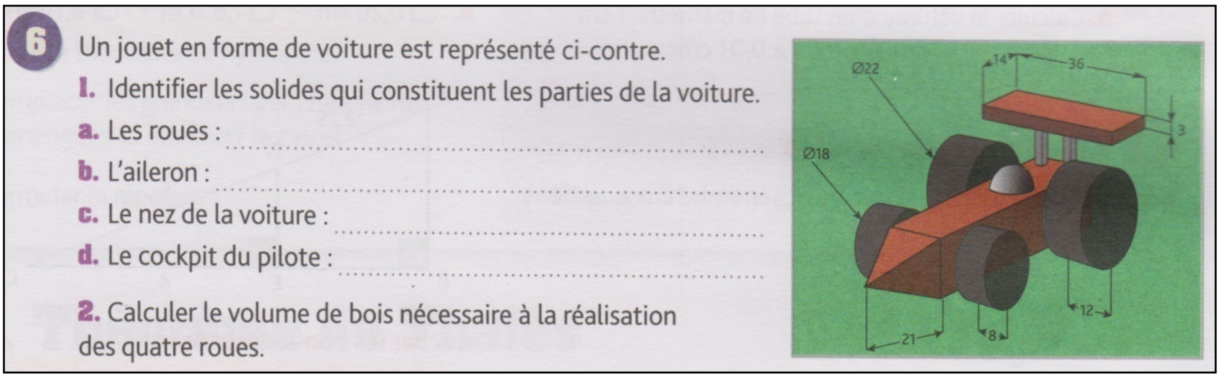
Cet aspect socio-psychologique fera l'objet d'une étude détaillée dans la partie 3 *Approche comparatiste des langages disciplinaires* : celle de la représentation qu'une discipline construit d'elle-même, en lien avec celle qu'elle construit d'autres disciplines.

4.2.1. Présentation des documents pédagogiques et problématique

Dans le but d'appréhender la représentation que la discipline des mathématiques propose du dessin technique, nous comparons deux documents pédagogiques décrivant une voiture jouet, issus respectivement de la discipline *mathématiques-sciences physiques et chimiques* en seconde professionnelle (Figure 46) et de l'enseignement d'exploration *sciences de l'ingénieur* en seconde générale (Figure 47). L'enseignant qui a fourni le document pédagogique (Figure 47) enseigne la construction mécanique dans le même lycée professionnel. Il utilise la même salle d'expériences, le même outil DAO-CAO pour l'enseignement d'exploration *sciences de l'ingénieur* en seconde générale et pour la construction mécanique en lycée professionnel.

Les deux documents pédagogiques fournissent des éléments de comparaison, montrant en quoi la représentation du dessin technique dans l'enseignement des mathématiques est ou non réaliste et en quoi il permet ou non d'établir une liaison entre les enseignements disciplinaires. Le premier document est un exercice d'entraînement destiné à des élèves de filière industrielle et issu d'un manuel de mathématiques de seconde professionnelle (Figure 46). Son énoncé est à relier avec la prescription officielle qui recommande de proposer des exemples dans le champ de spécialité des élèves. En effet, lorsque le manuel reprend le contexte et la figure de l'énoncé dans un contrôle en cours de formation (CCF), il indique à son propos :

> Le CCF présenté a été proposé à des élèves dans un contexte de classe, de champ professionnel et de formation spécifique. Il ne serait pas pertinent de l'utiliser directement hors de ce contexte.
> (Mathématiques 2de BAC PRO, 2013. Editions Delagrave, p. 145)


6 Un jouet en forme de voiture est représenté ci-contre.

1. Identifier les solides qui constituent les parties de la voiture.

a. Les roues : ....

b. L'aileron : ....

c. Le nez de la voiture : ....

d. Le cockpit du pilote : ....

2. Calculer le volume de bois nécessaire à la réalisation des quatre roues.

Figure 46 : Décomposition d'une voiture jouet dans la discipline des mathématiques.
In Mathématiques 2de BAC PRO, 2013. Editions Delagrave, p. 130.

Le second document est extrait d'une fiche présentant les règles et les modalités du dessin technique dans le cadre d'un enseignement d'exploration en seconde générale, intitulé *initiation aux sciences de l'ingénieur* (Figures 47 a, b). Cet enseignement initie à la construction mécanique, telle qu'elle est pratiquée en début de seconde professionnelle, à travers des éléments de dessin technique, des simulations de construction ou d'assemblage assisté par *Solidworks*, des activités d'analyse fonctionnelle d'objets technologiques.

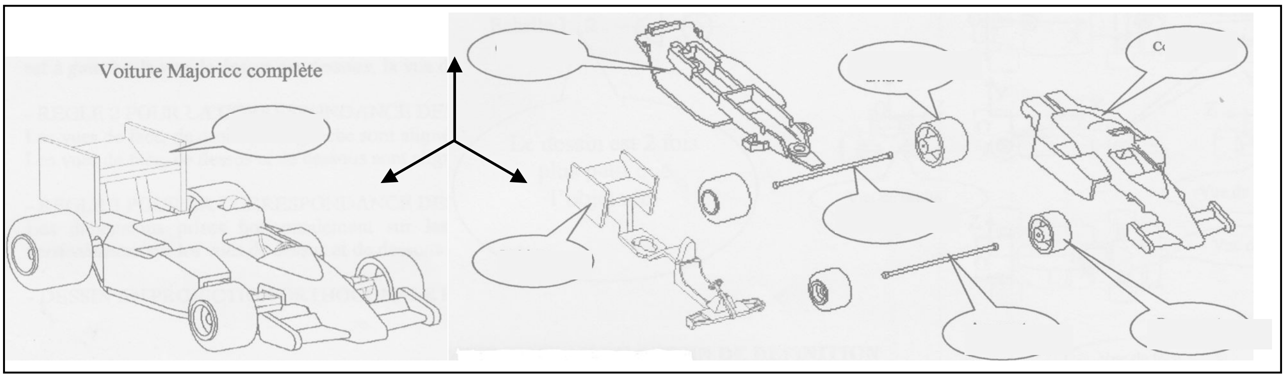


Figure 47 a : Décomposition d'une voiture jouet par plan d'ensemble à gauche ou par dessins de définition à droite.

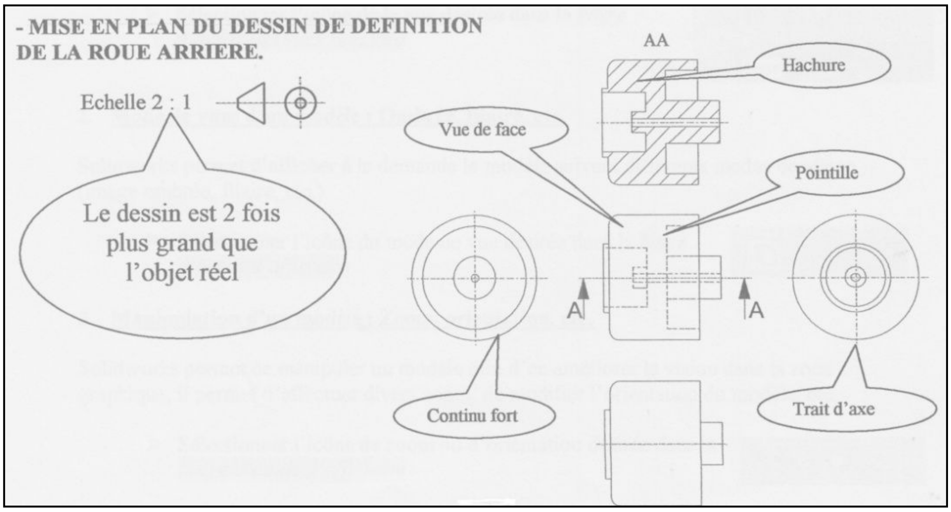


Figure 47 b : Technique des projections orthogonales :
La vue de face par projection dans le plan (OYZ) ; les vues de droite et de gauche par projection dans (OXY).
La vue de dessus par projection dans le plan (OXZ) ; la vue en coupe par section dans ce plan.
Extrait d'un document pédagogique d'initiation au dessin technique en seconde.

Nous nous sommes demandé si l'énoncé de mathématiques proposé (Figure 46) réalisait ou non une liaison des enseignements au sens défini par le programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques :

> **Prendre appui sur des situations liées aux champs professionnels**
> Les compétences scientifiques doivent être construites, le plus souvent possible, à partir de problèmes issus du domaine professionnel ou de la vie courante. En retour, il s'agit de réinvestir ces compétences comme outils pour la résolution de problèmes rencontrés dans d'autres contextes. (BOEN spécial n°2 du 19/02/2009, p. 2)

Nous intéressant particulièrement aux techniques de représentation plane des objets tridimensionnels, nous nous sommes aussi demandé :

- Quelles étaient leur nature et leurs fonctions dans la discipline de construction mécanique ? Le document (figure 47 a) répond à cette question ;
- Quelles étaient leur nature et leurs fonctions dans la discipline des mathématiques ?
  Afin de répondre à cette question, nous avons réalisé une analyse des techniques de représentation de l'espace au plan utilisé dans sept manuels de mathématiques de seconde. Le programme précité ne mentionne que la perspective cavalière et les logiciels de géométrie dynamique :

> **Capacités**
> - Représenter avec ou sans TIC un solide usuel.
> - Lire et interpréter une représentation en perspective cavalière d'un solide usuel.
> - Reconnaître, nommer des solides usuels inscrits dans d'autres solides.
> - Isoler, reconnaître et construire en vraie grandeur une figure plane extraite d'un solide usuel à partir d'une représentation en perspective cavalière.
> - Construire et reproduire une figure plane à l'aide des instruments de construction usuels ou d'un logiciel de géométrie dynamique. (BOEN spécial n°2 du 19/02/2009, p. 9)

Comment, dans ces conditions, la discipline des mathématiques peut-elle réinvestir les compétences du domaine professionnel ? Nous allons approfondir cette question en analysant l'énoncé de mathématiques de la Figure 46.

4.2.2. La situation : représentation d'un objet technique, un jouet

La voiture jouet est un simulacre de voiture (Cf. la dérivabilité des techniques, § 3.4.1.). Elle a la forme d'une voiture mais les fonctions d'usage d'un jouet : donc elle doit par exemple rouler si on la pousse, être démontable et assemblable par encastrement, etc. En revanche, elle ne sert pas à transporter et n'a pas de mécanisme d'auto-mobilité.
L'objet jouet permet aux deux disciplines de se concentrer sur la description de la voiture comme objet tridimensionnel. On peut noter que la construction mécanique ne s'interdit pas de citer le nom commercial du jouet tandis qu'en mathématiques, le jouet évoqué ne réfère à aucune réalité.
Dans l'exercice de mathématiques (Figure 46), l'objet est décomposé en volumes élémentaires :

- Chaque solide définit une unité morphologique de l'objet géométrique : nez, aileron, … En biologie, ces parties sont fonctionnelles mais ici elles sont sollicitées pour constituer un repère interne à l'objet : le nez étant sur la face avant et l'aileron[197] étant un organe terminal de stabilisation des oiseaux ;
- La première question de l'exercice porte sur l'identification des solides : il s'agit de faire correspondre, à une partie (dessinée, nommée) de la voiture jouet, un solide idéal en le nommant. Pour cela, l'élève doit coordonner l'interprétation du texte (par exemple *le nez de la voiture*) avec celle du dessin (ici *deux triangles adjacents*) et avec l'expérience qu'il a des voitures ou des jouets en forme de voiture pour finalement produire un nom (ici *une pyramide*). Cette question vérifie le bon usage des codes sémiotiques ;
- La seconde question est de nature technique : il s'agit d'appliquer la formule du volume d'un cylindre donné par son diamètre puis d'appliquer l'additivité des volumes.

Dans l'initiation au dessin technique, l'objet est décomposé en surfaces fonctionnelles :
- Chaque surface a une fonction technique pour le jouet : la coque, les axes, le châssis, les roues… ;
- L'éclaté montre l'agencement des pièces, lesquelles sont disposées conventionnellement par rapport à l'avant de l'objet ;
- Les surfaces ne sont ni simples, ni convexes, ni nommables autrement que par leur fonction technique ;

[197] Les significations du mot *aileron* sont nombreuses en biologie ou en sciences et techniques (architecture, aéronautique, arme…), l'idée commune étant celle d'un appendice spécialisé dans un système.

– Le repère (O, X, Y, Z) est lié à l'orientation du jouet lui-même qui est liée à la fonction d'usage faire *rouler la voiture*.

4.2.2.1. Le concept de repère d'espace et les techniques de représentation graphique

L'énoncé de la discipline des mathématiques recourt partiellement à la sémiotique du dessin technique. On peut en effet noter :

- L'absence d'unité de longueur (le millimètre est sous-entendu) ;
- Les flèches de report de cotes ;
- La vue en perspective quasi-isométrique ;
- la caractérisation des cercles par leur diamètre (∅).

Ce recours n'est que partiel car les documents techniques authentiques sont plus complexes :

- Ils orientent les représentations en perspective dans un repère orthonormé (lui-même signalé sous forme figurale) ;
- Ils combinent une représentation globale (perspective isométrique, plan d'ensemble) et des représentations locales (dessin de définition, coupes, vue) ;
- Ils indiquent l'échelle de représentation, etc.

Le concept de repère d'espace met en cohérence dans un lieu unique, la page papier ou celle d'un environnement logiciel, différents dessins : vues (projections planes) dans une épure, dessins de définitions dans un « éclaté », représentations en perspectives. Ce concept permet en effet de définir des projections planes suffisantes à la reconstitution d'un objet tridimensionnel (dimensions, forme, orientation et de position relative des éléments). Sans la référence à un repère, la technicité du dessin disparaît : c'est-à-dire que le dessin ne répond plus à la question mathématique d'une équivalence entre l'objet 3D et une de ses représentations 2D. Deforge (1981) rapporte que Monge n'imposa pas si facilement la géométrie descriptive comme technique mathématique de représentation plane des solides. L'une des raisons en a été sans doute que cette technique nécessitait un apprentissage mathématique : celui des projections, celui des constructions à la règle et au compas des intersections d'ensembles images réciproques par deux projections. Ces notions et savoir-faire étaient nécessaires pour comprendre en quoi deux projections planes permettaient de passer de l'espace au plan et réciproquement. Ce que ne garantissaient pas les techniques graphiques précédant la géométrie de Monge :

> Le problème demeure lorsque le dessin est considéré, indépendamment de toute théorie des plans de projections, comme la restitution de ce que l'on voit lorsqu'on se trouve bien en face d'un objet, d'une maison, et à une certaine distance, cet objet nous apparaît comme aplati ; ses arêtes deviennent des lignes droites, ses courbes des arcs de cercle, et son tout nous semble une surface plane. (Deforge 1981, p. 199)

Ainsi, un document technique ne présente pas un dessin mais plusieurs et c'est la cohérence entre ceux-ci qui garantit la justesse mathématique de la technique : l'objet tridimensionnel est alors reconstructible.

Nous observons que l'énoncé de mathématiques propose isolément une représentation en perspective ; en ce sens, cette représentation est moins mathématique que les dessins techniques proprement dits et ne peut pas contribuer à enseigner la vision dans l'espace ; elle enseigne plutôt des habitudes d'interprétation.

L'incomplétude de la représentation en perspective (isométrique ou cavalière) est observable dès qu'elle ne s'applique plus à un parallélépipède rectangle. Pour qu'une perspective s'inscrive dans une technique mathématique, et pas uniquement dans une technique graphique, on peut soit lui adjoindre un système de vues par projections planes comme le fait la construction mécanique, soit inscrire le solide dans un réseau à maille cubique (Figure 48).

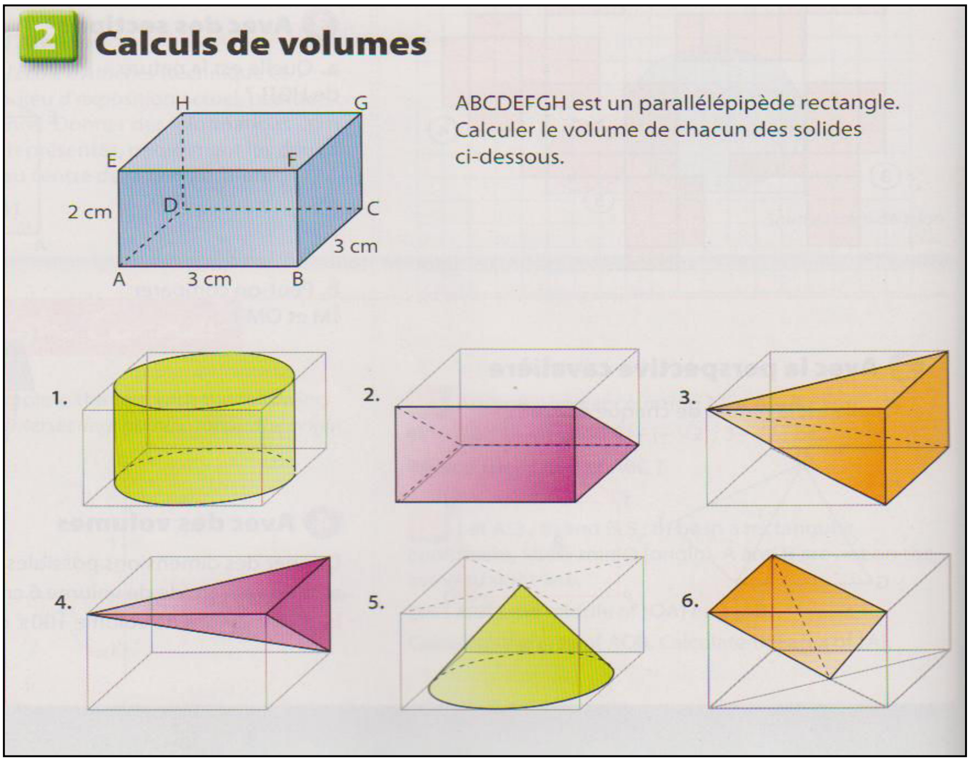


Figure 48 : Solides inscrits dans un parallélépipède rectangle. *In* Math'x, 2e, Didier, 2010, p. 268.

4.2.2.2. Intérêt et limite de la perspective isométrique utilisée en construction mécanique

Dans un dessin technique, l'intérêt de la vue isométrique est de donner une vue globale de l'objet tridimensionnel sans favoriser aucun axe (d'où son nom). Hormis cela, cette perspective fonctionne selon les mêmes règles que la perspective cavalière : elle conserve le parallélisme (Figure 48) et les proportions.

L'inconvénient est qu'aucune mesure n'est conservée : c'est un dessin d'approche mais non un support d'analyse ou de reproduction. Pour favoriser la lisibilité, les arêtes cachées souvent ne sont pas indiquées et la perspective est quasi-isométrique : c'est-à-dire que le coefficient de réduction n'est pas rigoureusement le même dans chacune des directions (Ox, Oy, Oz) de l'espace mais cela suffit pour que perceptivement on comprenne l'encombrement de l'objet.

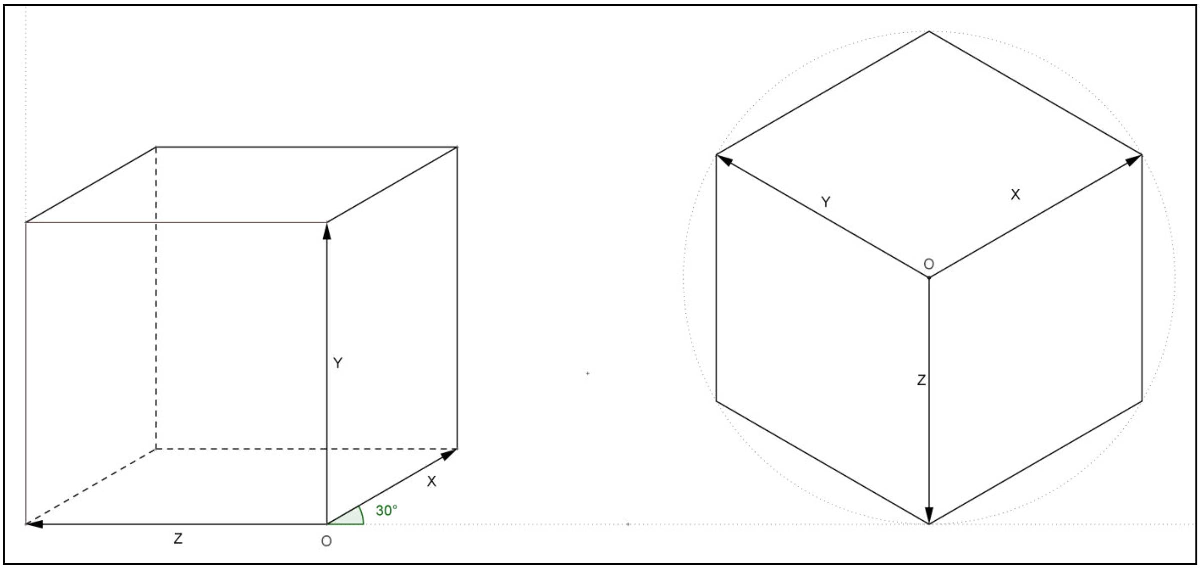


Figure 49 : Deux perspectives parallèles. L'espace est muni d'un repère affine euclidien orthonormé direct

À gauche, la perspective cavalière conserve identiquement tout plan parallèle au plan (OYZ) et réduit les longueurs selon la direction normale (OX) : les rapports de longueur ne sont pas conservés.

À droite, la *perspective isométrique* projette orthogonalement sur (XYZ) : les longueurs sont réduites selon le même rapport $\sqrt{\frac{2}{3}}$: les rapports de longueurs sont conservés.

Ainsi la perspective isométrique est plus facile à interpréter car elle rend mieux compte des proportions du solide. Cependant, du point de vue mathématique, elle est plus complexe à justifier et à réaliser graphiquement par rapport à la perspective cavalière.

Nous nous sommes donc demandé quelle était la place de la perspective isométrique (ou quasi-isométrique) dans la discipline des mathématiques et si, éventuellement, elle pouvait être un élément de liaison des enseignements entre la construction mécanique et les mathématiques. La section qui suit expose les résultats d'une analyse statistique, effectuée sur un lot de manuels de seconde, qui permet de répondre à cette question.

4.2.2.3. La représentation plane des solides

Nous savons que :

- La construction mécanique utilise la perspective isométrique et non la perspective cavalière pour les raisons que nous venons d'exposer ;
- Les mathématiques mettent la perspective cavalière au programme depuis la sixième. Ce mode de représentation y est donc familier.

Pour déterminer si la discipline des mathématiques modifiait ses habitudes didactiques en recourant à la perspective isométrique (ou quasi-isométrique), nous avons dénombré systématiquement les techniques de représentation des solides dans un panel de sept manuels de mathématiques de secondes édités entre 2009 et 2010, c'est-à-dire conformes aux programmes de mathématiques en cours. Notre protocole se décompose en quatre phases.

Lors de la première phase, nous avons constitué deux lots de manuels (Figure 50) :

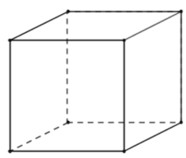
- Quatre manuels de seconde professionnelle qui se conforment à la prescription de présenter des exemples issus de champs professionnels ;
- Trois manuels de seconde générale qui constituent la population témoin.

N°	**Manuels de seconde professionnelle**
1	Mathématiques, 2^{e} Bac pro, direction Astier, Nathan technique, 2009
2	Mathématiques, 2^{e} Bac pro, direction Hugon, Nathan technique, 2009
3	Maths Industriel, 2de professionnelle, Hachette technique, 2009
4	Maths Bac Pro, 2^{e}, Belin, 2009
	Manuels de seconde générale et technologique
5	Math, 2de, Didier, 2010
6	Odyssée Mathématiques, 2de, Hatier, 2010
7	Symbole maths, 2^{e}, Belin, 2010

Figure 50 : Manuels de seconde utilisés pour le sondage sur les techniques de représentation des solides.

Lors de la deuxième phase, nous avons fixé au préalable quatre classes organisées autour des représentations planes du cube puisque le cube supporte un repère affine orthonormé adapté à la problématique de la représentation du réel. Nous avons complété avec deux autres classes de représentations graphiques pour pouvoir rendre compte de la diversité des solides proposés dans les manuels. Voici le descriptif des classes :

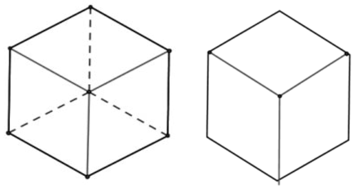
- **Classe du cube représenté en perspective cavalière.**
  La perspective cavalière a deux caractéristiques : (1) deux arêtes parallèles du cube sont représentées par deux segments parallèles ; (2) deux faces parallèles du cube sont parallèles au plan de représentation et sont représentées par deux carrés. Les autres faces n'apparaissent pas comme des carrés. L'avantage de cette représentation est d'être facile à dessiner à la main. Le dessin du cube selon la perspective est le suivant :



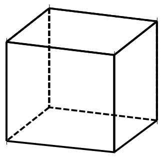
- **Classe du cube représenté en perspective isométrique.**
  La perspective isométrique a deux caractéristiques : (1) deux arêtes parallèles du cube sont représentées par deux segments parallèles ; (2) les six faces du cube sont représentées par six losanges superposables. Le plan de représentation est, dans ce cas, orthogonal à l'un des trois axes de rotation d'ordre 3 du cube[198]. Lors de la représentation, aucune face ne conserve sa forme mais, à la différence de la perspective cavalière, toutes restent

[198] Un tel axe est défini par la donnée de deux sommets opposés du cube (deux sommets n'appartenant pas à la même face). Le cube est globalement conservé par rotation d'angle $\frac{2\pi}{3}$ autour de cet axe.

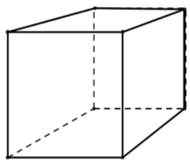
superposables d'où le préfixe *iso*. Comme nous l'avons déjà dit, l'avantage est une meilleure appréhension des proportions. L'inconvénient est l'alignement apparent de certaines arêtes, d'où l'élision (parfois) des arêtes non visibles. Le dessin du cube en perspective isométrique peut être l'un ou l'autre des suivants :



– **Classe du cube représenté en perspective quasi-isométrique.**
Une perspective quasi-isométrique a deux caractéristiques : (1) deux arêtes parallèles du cube sont représentées par deux segments parallèles ; (2) le plan de représentation n'est ni parallèle à une face du cube, ni orthogonal à l'un des axes d'ordre 3 du cube. Comme dans la perspective cavalière, on peut choisir un plan tel que les arêtes soient distinguées les unes des autres et tel que la représentation soit facile à interpréter. Comme dans la perspective isométrique, aucune face n'est privilégiée et les informations dimensionnelles réelles ne sont pas restituées. Un dessin du cube selon une perspective quasi-isométrique peut être le suivant :



– **Classe du cube représenté en perspective non parallèle, avec un point de fuite.**
Une perspective avec point de fuite représente quatre arêtes parallèles du cube par des segments portés par des droites concourantes ; les autres arêtes sont représentées par des segments parallèles. Un dessin du cube selon une perspective avec point de fuite peut être le suivant :



– **Classe du parallélépipède rectangle non cubique**, nous incluons dans cette classe toutes les représentations de parallélépipèdes rectangles non cubiques rencontrées au cours de l'analyse.

– **Classe des solides non parallélépipédiques.**
Dans cette classe, on trouve des représentations d'objets non polyédriques (cône, cylindre, sphère) mais aussi des polyèdres (prisme à base non rectangulaire, pyramide) ou plus

rarement des assemblages de pyramides ou de cubes, deux à deux adjacents par une de leurs faces.

Lors de la troisième phase, nous avons fixé deux règles de comptage des occurrences.
La première règle consiste à tenir compte des unités de discours (*une* activité, *une* définition, *un* théorème, *un* exercice, *etc*.). Cette règle est de ne dénombrer qu'une seule fois un même solide qui serait représenté plusieurs fois par le même type de représentation dans une même unité de discours. Nous cherchons en effet à comprendre comment une discipline constitue une sémiotique qui lui est propre : ce sont donc les associations entre le contexte d'énonciation et la technique graphique de représentation des solides qui nous importent.

La seconde règle décide de la classe à choisir lorsqu'un solide est représenté dans un cube comme dans la Figure 48. Dans ce cas, nous avons considéré que le cube avait un rôle explicatif ou facilitateur en mettant en relation deux grandeurs (la hauteur et une dimension de base) ou en mettant en évidence des éléments de symétrie. Dans le discours, la représentation du cube vient éclairer celle du solide inscrit. C'est donc la représentation du cube que nous avons considérée.
Nous avons alors calculé la fréquence (en %) d'occurrence de chaque classe (Figures 51 a, b).

Classe de représentation plane	**Cube en perspective cavalière**	**Cube en perspective isométrique**	**Cube en perspective quasi-isométrique**	**Cube en perspective non parallèle**	**Parallélépipède rectangle non cubique, toutes représentations confondues**	**Solide non parallélépipédique non inscrit dans un cube**
N°1	27	0	2	0	27	44
N°2	22	0	0	1	51	26
N°3	26	0	8	0	26	40
N°4	13	0	8	1	31	47
N°5	32	0	7	0	28	34
N°6	14	2	16	0	27	40
N°7	53	0	0	0	15	32
Moyenne	26,71	0,29	5,86	0,29	29,29	37,57
Médiane	26	0	7	0	27	40

Figure 51 a : Les modes de représentations planes des solides dans les manuels de mathématiques.

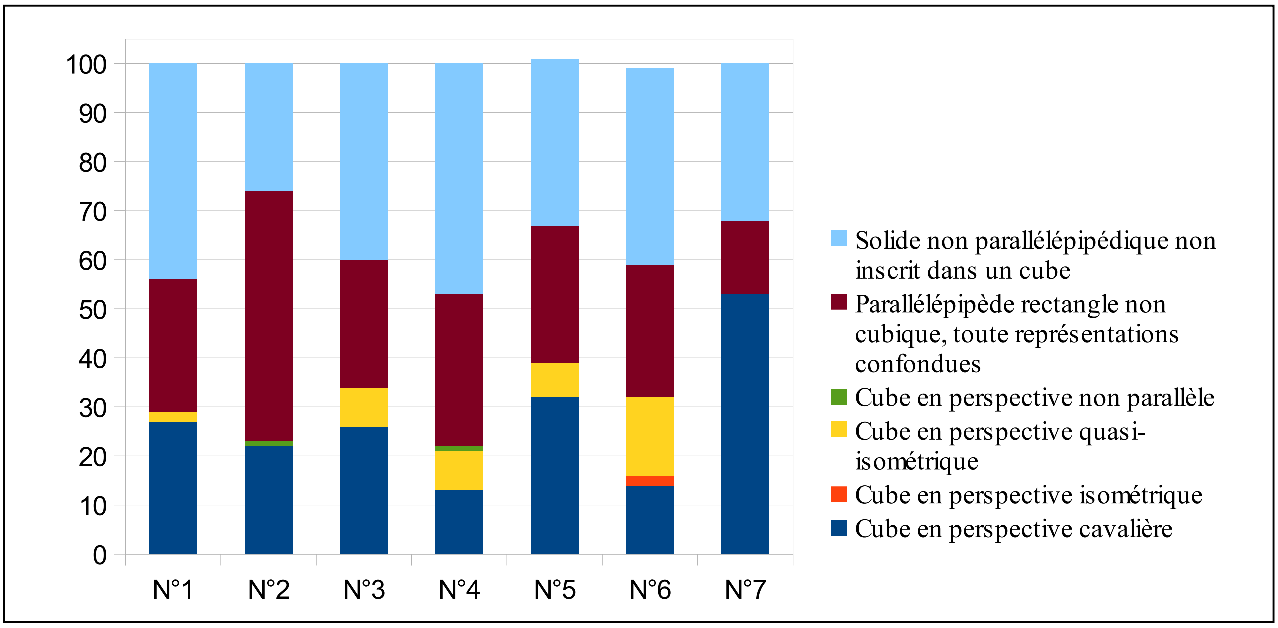


Figure 51 b : Les modes de représentations planes des solides dans les manuels de mathématiques.

Les résultats montrent que le cube en perspective cavalière est constamment présent en mathématiques : dans un même manuel, plus d'un quart des représentations planes de solides y sont consacrées (Figure 51 a : moyenne et médiane de l'ordre de 26%). Nous expliquons ce constat par deux faits : premièrement, cette perspective peut être réalisée en partant du dessin de deux carrés translatés l'un de l'autre ; ce qui est facile à dessiner à main levée. Deuxièmement, la perspective cavalière est la seule méthode graphique qui fasse l'objet d'un enseignement programmé. Du point de vue des auteurs de manuels, il y a donc une cohérence et une efficacité à privilégier le cube en perspective cavalière.

Par ailleurs, plusieurs apprentissages sont initiés à partir du cube *via* des situations de référence. Ces situations ont à voir avec la mesure de longueur puis avec le repérage de l'espace affine euclidien. Les repères orthonormés permettent en effet d'appliquer des formules de calculs de grandeurs géométriques par le théorème de Pythagore puis par le produit scalaire.

On peut alléguer aussi les habitudes d'interprétation (Chaachoua, 1997) et de représentation d'un plan de l'espace par un parallélogramme dont le côté le plus long est parallèle à la direction de l'écriture dans la feuille qui constitue l'espace graphique. Ces habitudes favorisent la perspective cavalière comme procédé privilégié de mise en évidence des relations d'incidence droite/plan ou d'orthogonalité droite/plan, plan/plan (Figure 52 à gauche). Mais ce point est à nuancer car les dessins produits à l'aide des logiciels de géométrie dynamique permettent de produire facilement des représentations quasi-isométriques (Figure 52 à droite) facilitantes pour visualiser les relations entre plans et droites dans l'espace. Dans un manuel sur deux de notre échantillon, 7% des représentations du cube sont en perspective quasi-isométriques (Figure 51 a : médiane de 7%).

Dans la mesure où seule la perspective cavalière est au programme de mathématiques, on peut considérer que le recours à d'autres perspectives est une forme d'ouverture de la discipline à d'autres usages.

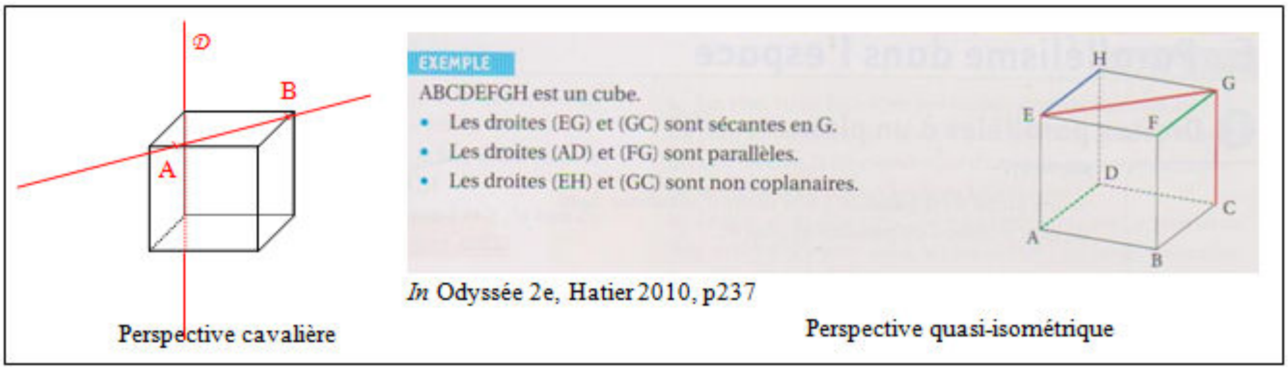


Figure 52 : Le cube pour visualiser les relations d'incidence ou d'orthogonalité entre droites et plans de l'espace.

Nous sommes partie d'un énoncé de mathématiques portant sur la modélisation par des solides usuels d'un jouet. Nous avons constaté l'évocation d'un contexte technologique par l'assemblage des solides et par une représentation cotée en perspective quasi-isométrique, cette évocation étant présentée par le manuel comme un réinvestissement des compétences acquises dans le champ de spécialité. Notre analyse conduit à conclure à un appauvrissement, du point de vue mathématique, de la technique de représentation plane :

- Par l'occultation du concept de repère d'espace (plus précisément de repère orthonormé), c'est-à-dire une absence de discours didactique sur la représentation en perspective isométrique ;
- Par l'incomplétude de la représentation choisie : l'interprétation reste empirique : par expérience, on devine une pyramide, un parallélépipède, …
- Par un engagement incertain hors du champ des mathématiques disciplinaires : le travail sur les surfaces, le lien entre la forme et la fonction technique (par exemple la différence de diamètre entre les roues arrière et avant) ne sont pas exploitées mathématiquement. En particulier, la décomposition de la voiture-jouet en solides simples est peu réaliste. Le travail géométrique revient à un travail sur les formules, c'est-à-dire la mise en œuvre d'une technique numérique.

Dans le genre d'écrit *énoncé d'exercice*, la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques donne à lire une représentation du dessin technique approximative et tronquée qui ne permet, finalement, ni de poser des questions de géométrie classique, ni de faire le lien avec les enseignements des autres disciplines concernées par l'étude des solides.

Chapitre 5 : Approche exploratoire de la pensée mathématique dans la discipline de productique usinage

Au début du chapitre précédent, nous avons constaté la place des techniques mathématiques dans les souvenirs des élèves. Par la suite, nous avons analysé comment la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques de lycée professionnel présentait la perspective isométrique, qui est une technique graphique emblématique du dessin technique et par là-même susceptible de faire lien et sens entre elle et les disciplines techniques. À travers cette ouverture à une technique utilisée par les disciplines techniques concernées par la représentation des solides, nous avons commencé à entrevoir quelle représentation des disciplines techniques construisait la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques du lycée professionnel.

Dans ce chapitre, nous allons faire le chemin réciproque en mettant en évidence la pensée mathématique dans la discipline de productique usinage. En étudiant une conversation entre un enseignant de productique usinage et deux élèves en situation d'installer une machine à commandes numériques dans le but de réaliser une opération d'usinage, nous allons voir comment s'organisent les références aux mathématiques et nous demander en quoi cette organisation peut constituer un geste d'enseignement implicite des mathématiques.

Dans la première partie, nous avons exposé les présupposés épistémologiques et les enjeux de notre recherche. Nous avons également, dans cette perspective, présenté les disciplines objets de nos expérimentations. Rappelons que la productique usinage, en tant que discipline de lycée professionnel, est couplée depuis 2004 à la discipline de construction mécanique. Elle enseigne les procédés d'enlèvement de matière à l'aide d'outils pilotés à partir de machines à commandes numériques ainsi que des processus de maintenance d'une chaîne de production.

L'impossibilité d'accéder aux concepts autrement que par leurs représentations sémiotiques, la prégnance de la langue naturelle pour articuler les différentes représentations, nous ont amenée à concevoir le raisonnement spatial disciplinaire, mathématique ou non, comme un discours situé.

Pour étudier les discours des enseignants sur les objets mathématiques, des outils conceptuels sont nécessaires. Nous avons présenté la nature et la fonction de certains d'entre eux précédemment : les notions d'énonciation, de fonctions de discours (chapitre 1), de concept mathématique, de concept pragmatique (chapitre 3). Quelques autres seront introduits au cours de l'analyse des verbatim.

Notre démarche, exploratoire, présuppose qu'on repère les objets mathématiques enseignés par des observables sémiotiques propres à la discipline. Nous avons prélevé ces observables dans les discours oraux ou écrits d'un enseignant, le seul que nous ayons observé en situation d'enseignement. Voici les conjectures et les questions qui ont servi de guide à l'entretien :

1. Des objets mathématiques sont convoqués dans la classe de productique usinage.
   Quels sont ces objets mathématiques ?
   Quelles sont les fonctions épistémologiques de ces objets ?
2. La convocation d'un objet mathématique crée une activité mathématique.
   En quoi consiste l'activité mathématique associée à ces objets ?
3. Le discours de l'enseignant de productique usinage participe à l'enseignement des mathématiques. En quoi son raisonnement est-il disciplinaire?
   En quoi ce langage est-il disciplinaire ?
   Quelles sont les relations entre le langage et le raisonnement ?
   Comment l'oral et l'écrit de la langue naturelle sont-ils articulés ?

Nous allons donc nous appuyer sur l'analyse d'un discours particulier (celui de l'enseignant E-pu2). Bien qu'il soit particulier, ce discours nous est apparu suffisamment représentatif pour initier notre exploration. En effet, le discours d'E-pu2 se structure autour d'une machine à commandes numériques : cette dernière est au centre de la conversation. Or la machine à commandes numériques est aussi un objet d'enseignement primordial de la discipline productique usinage : les élèves doivent savoir l'utiliser et en connaître les principes techniques. Nous généraliserons ensuite la portée de nos observations et interprétations en utilisant différents outils conceptuels comme celui de communauté de pratique professionnelle, ou celui de *locuteur* qui permet de décrire les différents niveaux de communautés auxquelles un enseignant s'affilie.
Dans la partie 3, nous proposerons une synthèse de cette démarche de généralisation par le biais de la notion de langage disciplinaire. Nous étudierons les conditions et les indicateurs d'existence du langage disciplinaire, l'enjeu de cette notion étant de pouvoir suivre les variations disciplinaires de l'enseignement des mathématiques à travers les discours particuliers d'enseignants incarnant leur discipline.

5.1. Présentation du contexte et du recueil de données

Pour présenter l'entretien que nous analysons dans ce chapitre, nous procédons en deux temps. Tout d'abord nous présentons globalement notre corpus d'entretiens : le protocole de recueil des données, les précautions méthodologiques pour la constitution des verbatim et la démarche de leur analyse[199].

[199] Dans cette thèse, nous analysons des séquences conversationnelles à plusieurs reprises (chapitres 5, 8, 9). Les précautions méthodologiques et la méthode d'analyse de discours sont les mêmes à chaque fois.

Ensuite, nous situons la conversation particulière que nous analysons dans ce chapitre.

5.1.1. Présentation générale : recueil de données et démarche d’analyse

Notre première motivation étant d’enquêter sur les mathématiques enseignées hors de la discipline des mathématiques, nous avons choisi de collecter nos informations par trois voies : l’exploration des documentations disciplinaires, l’observation de moments d’enseignement, et l’analyse d’entretiens avec des enseignants de la filière productique usinage.

5.1.1.1. Le recueil des données

Pour obtenir l’autorisation de réaliser ces entretiens dans l’académie de Nice, nous avons sollicité les inspecteurs pédagogiques de mathématiques-sciences physiques et chimiques de l’enseignement professionnel pour entrer en contact, par le biais des chefs d’établissement, avec des enseignants susceptibles de nous recevoir. L’orientation vers la filière productique usinage vient en partie de la connaissance du terrain des inspecteurs. Nous avons ensuite adressé une demande gracieuse d’entretien auprès des enseignants désignés par les chefs d’établissement. Les enseignants, E-cm, E-pu1 et E-pu2, exercent tous les trois dans la même filière, la productique usinage, en lycée professionnel. E-pu2 et E-cm exercent dans le même établissement ; E-pu1 et E-pu2 enseignent la même discipline : la productique usinage tandis qu’E-cm enseigne la construction mécanique. Auprès des enseignants, la première demande d’entretien a été justifiée à deux niveaux :

- Sur le plan général, par une prospection des mathématiques enseignées hors de la classe des mathématiques ;
- Sur le plan pratique, par la préparation d’un stage de formation continue d’enseignants de mathématiques de lycée professionnel sur le thème *géométrie spatiale* : *de l’espace au plan*. Recueillir des situations d’étude et des modes de descriptions géométriques spécifiques à la filière spécialisée dans la production et la modélisation de solides matériels était l’un des objectifs de ces rencontres.

Le recueil intégral des données est présenté dans la partie *Annexe des données* : il consiste en une suite d’entretiens semi-dirigés, dont deux sont enregistrés. Au cours des entretiens, les enseignants nous ont reçue sur le lieu de leur exercice professionnel (bureau, salle de travaux pratiques, salle de lancement, atelier) et nous ont transmis spontanément certains des documents pédagogiques qu’ils avaient conçus.

Voici quelques particularités, que nous ne pouvions pas anticiper, du déroulement des ces entretiens :

- Chaque entretien, d’environ une heure, se déroule pendant que les élèves travaillent en autonomie sur des machines en atelier (E-pu1, E-pu2) ou sur des ordinateurs en salle spécialisée de mécanique (E-cm) ;
- Durant deux des entretiens, les enseignants E-cm et E-pu2 ont spontanément intégré les élèves à la conversation.

Nous présentons des verbatim constitués à partir d'audiogrammes d'entretiens entre chacun des trois enseignants (E-cm, E-pu1, E-pu2) et la chercheuse (Ch).

5.1.1.2. Les précautions méthodologiques pour la constitution des verbatim

Sur le plan méthodologique, ce sont les audiogrammes qui constituent les données expérimentales. Cependant, notre analyse se fonde sur la transcription écrite des données orales, en situation, c'est-à-dire comprenant des actes de langage non verbaux de la part des interlocuteurs (soupir, hésitation, répétition, interruption, silence, intonation, rire).

La vidéo a servi à la transcription des mots, et occasionnellement des gestes ainsi qu'à la saisie circonstanciée de l'environnement de travail. Nous avons donc filmé ce que touchaient ou ce dont parlaient les protagonistes. Intentionnellement, nous n'avons pas filmé les visages des protagonistes (enseignant ou élèves). Certains moments, difficilement audibles à cause du bruit de l'atelier, ne sont pas transcrits.

Enfin, au même titre que d'autres procédures de transformation des données brutes, la transcription de phénomènes langagiers pose deux difficultés : la sélection de ce qu'on transcrit et la forme que l'on donne à ce qui représente la parole de l'autre. Ces difficultés ont été décrites dans la littérature.

Ainsi la sélection des données pose le problème de *l'observation sans perturbations intersubjectives* (Matthey, 2005, p. 4 « comment observer sans observer ?»). Les sémioticiens préviennent contre les éventuels effets structurants induits par certains choix de mise en forme écrite de la parole orale de l'autre et constituants des données biaisées.

Dans une perspective comparatiste, Goody (1977) montre comment l'utilisation des tableaux prédispose le chercheur à anticiper des différences (ou des similitudes) qui finalement peuvent être surévaluées et le conduire à passer « à côté » d'une relation plus pertinente : celle qui existe entre les productions d'une communauté et les moyens sémiotiques qui sont les siens.

Mondada (2002, p. 45) discute ce qui « [garantit] la fiabilité, lisibilité, robustesse des transcriptions », en particulier des transcriptions à partir d'enregistrement vidéo, ce qui est notre cas. L'auteur rend compte d'un paradoxe très débattu dans les années 1995.

Une linguiste comme Blanche-Benveniste, et un sociologue comme Bourdieu tombent d'accord pour recommander de transcrire les données orales en leur donnant le format de l'écrit (mots entiers, grammaire correcte), c'est-à-dire en les modifiant pour avoir une démarche de transcription cohérente de ce qui n'est pas entendu, pour respecter l'habitude du lecteur et ne pas stigmatiser les sujets parlants dont le chercheur transcrit les propos, autrement appelé « respect de l'informateur ».

Mais le sociologue Lahire[200] oppose deux arguments à cette position (Mondada, 2002, p. 61): d'une part, les « bricolages orthographiques » portant sur les contractions visent à conserver la spontanéité des échanges, et d'autre part, transformer la forme d'un discours pour ne pas stigmatiser son auteur serait aussi une falsification de ce qui est observé, d'autant plus discutable qu'elle ajoute une représentation de ce qu'est la langue *correctement* parlée et feint de ne pas percevoir les différences sociales. Mondada conclut sur le fait que :

> [la] controverse est intéressante dans la mesure où elle montre que le sociologue n'est pas toujours disposé à reconnaître que les catégories sociales, objet de ses enquêtes, sont inscrites de façon reconnaissable dans ses données, dans les manières de parler et dans les orientations des participants — plutôt que dans les modèles ou dans les interprétations du chercheur. (Mondada, 2002, p. 61)

Pour notre part, nous avons opté pour la position de Lahire.

5.1.1.3. Démarche d'analyse des verbatim

Dans la section 1.4. *Analyse de discours et théorie des actes de langage* (chapitre 1), nous avons justifié que notre démarche d'analyse des verbatim procède par analyse-synthèse : d'abord l'analyse linéaire des tours de paroles puis le découpage du verbatim en séquences conversationnelles correspondant chacune à un thème différent. Ici, nous ajoutons un niveau supplémentaire à la synthèse en mettant en réseau les changements ou rappels thématiques et la mise en scène de différents points de vue (énonciation) à l'aide d'une carte conceptuelle. Nous empruntons à Bachelet, la définition de cet outil :

> Une carte conceptuelle (mind map en anglais), également appelée carte des idées ou carte heuristique, est un diagramme qui représente les liens entre différents concepts. Elle peut être également appelée schéma de pensée, carte mentale, arbre à idées ou topogramme. (Bachelet, 2010, cours en ligne[201])

Nous avons utilisé cet outil de façon naïve en dessinant une partition des thèmes en lien avec des procédés de discours mis en œuvre. La carte permet de passer de l'analyse linéaire (échelle du tour de parole) à l'identification de différentes postures d'énonciation selon les thèmes de conversation (échelle du texte).
A titre illustratif, nous avons reproduit en annexe[202] la première carte conceptuelle que nous avons produite. Elle est relative au verbatim de l'entretien long avec l'enseignant E-pu1. Cette carte est un outil heuristique privé : elle n'a pas été élaborée dans l'optique d'être communiquée ; son intérêt est de faire émerger des thèmes avec le moins d'*a priori* possibles. Cette première carte peut être schématisée ainsi (Figure 53) :

---

[200] Le sociologue Bernard Lahire a expliqué ces choix de transcription visant à conserver la spontanéité des échanges dans un article cité par Mondada *(ibid.)* : **Lahire Bernard**. (1996). Du travail d'enquête à l'écriture des paroles des enquêtés : réponses aux interrogations de Stéphane Beaud. *Critiques sociales*, 8–9 : 108–114.
[201] http://rb.ec-lille.fr/l/CarteConceptuelle/cours-cartes_conceptuelles.html
[202] Cf. la partie *Annexe des documents*.

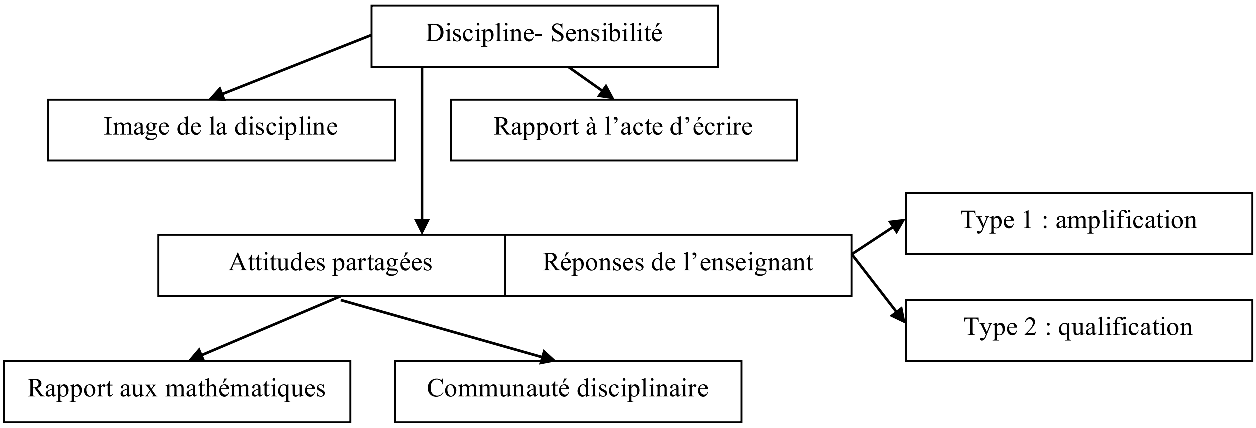


Figure 53 : Schéma de la première carte conceptuelle utilisée pour analyser un verbatim d'entretien long.

Cet outil graphique a permis de faire apparaître certains thèmes non prévus dans le questionnaire : celui de la *communauté disciplinaire*, celui de la *figure tutorale* de l'enseignant par exemple. Inversement, elle nous a incitée à renoncer à certains axes d'analyse tels que *les contradictions dans le discours* ou encore *la place de la discipline des sciences physiques* dans la configuration disciplinaire. En effet, nous n'avons pas trouvé de contradiction dans la variété des postures d'énonciation des différents verbatim et, pour ce qui est des sciences physiques, elles n'ont pas été évoquées par les enseignants.
Par ailleurs, les discours enseignants sont des discours professionnels qui portent un certain regard soit sur la pratique professionnelle, soit sur les objets de la pratique. Les entretiens effectués, qui relèvent de ce point de vue de la didactique professionnelle, ont pour effet, comme on va le voir, de mettre les enseignants à distance de leur pratique.

5.1.2. Présentation de la conversation analysée dans ce chapitre 5

La situation conversationnelle est la suivante : l'enseignant de productique usinage accueille la chercheuse en présence des élèves au début d'une séance en atelier. La séance se déroule au mois de février en classe de première.
Le roulement des élèves par poste de travail ayant été étant établi au préalable, les quinze élèves se répartissent en autonomie dans l'atelier : ils sollicitent l'enseignant pour une aide ou une vérification d'installation ou de réglage, la localisation d'un outil, etc. Ce sont en fait deux enseignants de productique usinage qui supervisent le travail des élèves. Un seul d'entre eux prend part à l'entretien.
Les élèves travaillent sur un objet appelé *mini-pendule chaotique*, commandé par l'institut Robert Hooke de l'université de Nice. Fixé à un pneumatique en mer, ce pendule a pour fonction de détecter les variations de la houle (Figure 54). Au cours du premier trimestre, les élèves ont produit le plateau et les quatre pieds. Lors de la séance de l'entretien, les élèves travaillent à la production de la pièce dont les arêtes apparentes sur le dessin (Figure 53) sont surlignées en rouge.

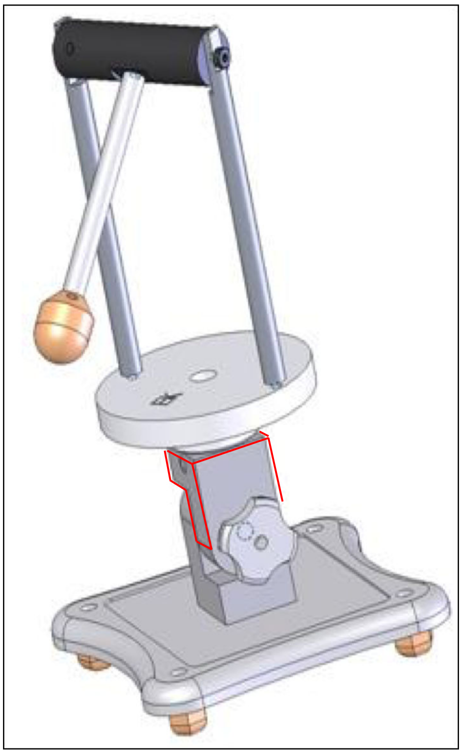


Figure 54 : Dessin du mini pendule chaotique (document pédagogique).

La conversation se déroule entre l'enseignant (locuteur principal), deux élèves et la chercheuse (interlocuteur principal). La conversation dure 8 minutes et 10 secondes et se décompose en sept séquences successives en fonction du thème abordé (Figure 54).

Précisons que l'interlocuteur principal ne coïncide pas nécessairement avec le destinataire du discours de l'enseignant. Durant la majeure partie de la conversation, les indices répartis montrent que la chercheuse reste destinataire de fond du discours de l'enseignant même quand il ne lui adresse pas directement la parole. L'enseignant mène en effet deux conversations en une : la première dans une relation d'enseignement-apprentissage avec les élèves qui sont ses interlocuteurs, l'autre dans une relation de monstration des objets disciplinaires avec la chercheuse qui est le destinataire. La situation d'entretien d'enquête en présence des élèves est donc une situation de *double énonciation* (Kerbrat-Orrechini, 1990, p. 94-95).

L'enseignant et les deux élèves semblent parfois constituer un même locuteur à plusieurs voix vis-à-vis de la chercheuse. L'enseignant dirige son effort didactique en direction de la chercheuse qui est reçue comme un hôte. Les élèves jouent le jeu et, à l'invite de leur enseignant, répètent certaines manipulations ou répondent à certaines questions comme pour compléter la démonstration. Cependant, nous verrons qu'à un moment de l'entretien, l'un des élèves est en difficulté : l'enseignant concentre alors son effort sur l'aide qu'il apporte à cet élève ; l'élève binôme continue de coopérer.

Nous avons donc maintenu le nom d'*entretien* et avons gardé le changement d'interlocuteur comme critère pertinent de découpage parce ce changement induit chaque fois une réorganisation du discours de l'enseignant.
Les locuteurs sont : l'enseignant de productique usinage (E-pu2) dont on étudie spécifiquement le discours ; l'élève Alain[203] (E1) ; l'élève Bertrand (E2) ; la chercheuse (Ch).

Le premier thème conversationnel (séquences 1 et 2) concerne le champ conceptuel de repère affine euclidien. Nous analysons la convocation des concepts de ce champ à travers l'activité disciplinaire mise en œuvre et la structure du discours de l'enseignant. Nous discutons en quoi cette convocation génère une activité mathématique.

Les deuxième et troisième thèmes (séquences 5 et 7) traitent respectivement de la forme géométrique d'un solide complexe et de grandeurs et mesures. Ces deux thèmes seront traités de façon analogue au premier thème.

Enfin, le dernier thème (séquences 3, 4, 6) étudie la relation entre les ressources langagières de la discipline (outils sémiotiques, modes de référencement des données, genres d'écrit utilisés) et l'exposition didactique des concepts mathématiques précédemment repérés.

Interlocuteur principal du discours de E-pu2 en direction de :			l'élève E1	l'élève E2	la Chercheuse Ch
Séquence	Minutage	Tours de parole			
1	0 :00 → 0 :38	1 → 11			Définition du concept d'origine machine
2	0 :38 → 2 :23		Sémiotique des axes du repère par la machine		
3	2 :23 → 3 :24	12 → 35		Données dans la machine	
4	3 :24 → 4 :04			Données dans le document de phases	
5	4 :04 → 5 :13	58 → 87 114 → 120		Géométrie de la pièce	
6	5 :13 → 6 :10	92 → 113	Données dans le document de phases	Données dans la machine	
7	6 :10 → 8 :10	123 → 142		Grandeurs et mesures	

Figure 55 : Les sept séquences conversationnelles de l'entretien analysé.

203 Les prénoms des élèves sont modifiés.

5.2. Analyse du thème « repère affine euclidien »

Nous présentons tout d'abord les deux séquences correspondant à ce thème conversationnel. Chaque séquence (Figure 55) est analysée du point de vue du discours pour valider (ou non) les conjectures que nous avons énoncées en introduction à propos de l'enseignement des mathématiques :

1. Des objets mathématiques sont convoqués dans la classe de productique usinage ;
2. La convocation d'un objet mathématique crée une activité mathématique ;
3. Le discours de l'enseignant de productique usinage participe à l'enseignement des mathématiques.

Pour le troisième point, nous décrirons les fonctions du discours de l'enseignant E-pu2 à partir des ressources langagières qu'il mobilise. Pour décrire ces fonctions, nous nous référons à différents travaux : ceux de Boré (2007) pour les fonctions d'appellation et de désignation, ceux de Castela (2011) pour les fonctions de description, explication, motivation, ceux de Saillot (2012) pour celle d'aide à l'explicitation. Pour mieux construire la notion de langage disciplinaire, nous avons préféré reporter à la section 7.1.2. (Partie 3), la présentation détaillée de ces différentes typologies.

5.2.1. Extrait relatif au thème « *repère affine euclidien* »

Dans cette séquence, l'enseignant invite la chercheuse dans l'atelier, là où une dizaine d'élèves s'apprêtent à travailler. Deux élèves doivent régler une machine-outil pour effectuer une phase d'usinage d'une pièce. Cette pièce est destinée à être assemblée pour former un pendule. Les autres élèves travaillent sur d'autres postes.

1 E-pu2 : (*à l'attention de la chercheuse*) donc euh // prise d'origine machine/ c'est d'euh // faire en sorte de coïncider euh les éléments réels de la machine avec c'qu'on appelle l'origine machine // l'origine machine / c'est le départ si vou'voulez de l'origine constructeur qui permet euh / ensuite tous les préréglages euh qui vont v'nir par la suite euh/ en termes de position de pièce// donc euh on on va initialiser si vous voulez la machine/ c'est une une // on va déplacer euh essentiellement des axes en visualisant sur son écran et euh en //
(*à l'élève* E1) comment tu fais là ? comment t'as fait ? qu'est-ce que tu vas faire par exemple ?
2 E1 : euh/ là je fais mode mode manu / j'ai mis en marche la machine / j'ai fait euh encor' mode mode manu parc'que c'était d'jà en mode manuel donc j'ai déplacé les / les axes X moins euh Y et Z (Figure 37)
3 E-pu2 : donc là / tu viens d'déplacer les axes euh/ négatifs de la machine pour témoigner justement de cette origine machine qui est que (*inaudible*) prise de butée// c't-à-dire que c'est vraiment une limite physique/ si on atteint cette limite physique/ la machine se met en défaut/ on coupe euh // le contact électrique/ on arrête la puissance (*inaudible*)une histoire de prise de risque/ on peut taper// donc le constructeur a mis également une limite / euh au contact électrique// donc là/ i 's'est décalé d'sa butée parc 'qu'i va revenir sur sa butée (*à l'attention de l'élève*) mais en quel mode ?/ en quel mode ?
4 E1 : mode POM
5 E-pu2 : donc c'est un mode POM/ prise d'origine machine
6 E2 : c'est fait / m'sieur/ i' l'a déjà fait
7 E-pu2 : (*à l'attention de l'élève* E2) oh/euh/ il le refait là /

(*à l'attention de la chercheuse*) donc là/ i' va y aller en positif/ maint 'nant retourner vers cette origine et / c'est la machine qui va lui indiquer où s'arrêter/ c't-à-dire elle va s'arrêter tout 'seule// c'qu'i' n'peut pas faire en mode manuel bien sûr / si i 'fait ça donc/ i 'rentrera sur une butée
8 E1 : ça y est /c'est les pom
9 E-pu2 : voilà / donc là/ quand euh euh l'opération est effectuée qu'est-ce qui ? comment la machine t'indique qu'les pom sont réalisées ?
10 E1 : ben il arrête de clignoter
11 E-pu2 : donc là il est / il est rev'nu su'c'qu'on appelle l'origine machine/ euh en réalité y 'a deux origines/ origine mesure / origine machine/ on leur dit qu'c'est un peu confondu/ mais on voit qu'elles sont à trois millimètres euh (*montrant l'affichage numérique sur l'écran*)

5.2.2. Résultats et discussion

Les deux séquences que nous analysons sont successives et complémentaires.
La première séquence (tour de parole n°1) est un monologue où l'enseignant décrit une activité générique de sa discipline (la prise d'origine machine).
La seconde séquence (1 à 11) qui démarre vers la fin de la première réplique de l'enseignant avec une question qu'il adresse à l'élève E1, est un dialogue permettant de verbaliser les actions et les indicateurs de contrôle de l'action. Les deux séquences sont destinées à la chercheuse.
Après l'entretien, à la relecture du verbatim, nous avons croisé le discours oral d'E-pu2 avec son discours écrit dans les documents pédagogiques[204] qu'il a créés et nous a transmis.
Ces documents ont été crées par E-pu2 antérieurement à la réforme de l'enseignement professionnel : c'est pour cette raison qu'ils sont repérés par *2BEP* (deuxième année de brevet d'études professionnelles). Ils sont, au moment de l'entretien, utilisés au un niveau *1TU* (première de baccalauréat professionnel de technicien d'usinage). Dans les documents pédagogiques conçus par l'enseignant E-pu2, le champ conceptuel du repère affine euclidien apparaît à travers deux discours : un premier discours de programmation des activités professionnelles (temps scolaire, mise en réseau des activités), un second discours portant sur les contenus enseignés (Figure 56).

Le premier discours est un discours de pilotage de l'enseignement professionnel ; il est donc normal qu'on ne le retrouve pas dans l'entretien. La notion de *centre d'intérêt* est un outil d'organisation spécifique aux filières professionnelles. Formalisée à partir du référentiel de la filière professionnelle en fonction de sa difficulté conceptuelle, elle désigne une attitude d'enseignement-apprentissage consistant à aborder de manière non linéaire (alternance cours/ TP) des ensembles complexes d'activités (TP, expérimentation, exercices), de compétences professionnelles et de savoirs. Dans ces filières, les disciplines technologiques et professionnelles disposent de référentiels mais non de programmes, à la différence des disciplines générales. Yves Verdier, inspecteur pédagogique de l'enseignement professionnel, en propose la définition suivante :

[204] Les documents pédagogiques intégraux sont reportés dans la partie *Annexes des documents*.

Le « centre d'intérêt », fil rouge des savoirs mis en jeux dans les activités proposées à l'ensemble des élèves à un instant donné permet d'organiser la progression de la construction des compétences :

- Il centre l'attention des élèves (et du professeur…) sur l'objet des apprentissages,
- Il permet la programmation de ces apprentissages (TP plus courts et mieux ciblés, gestion facilitée des antériorités),
- Il permet la structuration des apprentissages (les séances de « synthèse » remplacent les séances de « correction »),
- Il est le point de mire des apprentissages et détermine les évaluations en fin de cycle.

(Yves Verdier, 2009, *Réflexion sur l'enseignement de la productique*, en ligne[205])

B E P

des métiers de la production mécanique informatisée

Définition des activités associées au centre d'intérêt et aux compétences

Période	
2 BEP	T BEP
Septembre – Octobre	
Novembre – Décembre	
Janvier – Février	
Mars - Avril	
Mai - Juin	

Centre d'intérêt N°7 : La chaîne géométrique :

Relation machine/porte-pièce & relation machine/porte-outils/outils.

Point(s) clé :

Identifier les différentes origines et repères de la chaîne géométrique

Compétences visées	
C1.3	Décoder et exploiter les données techniques relatives à la réalisation d'une pièce et au montage d'un mécanisme.
C2.2	Organiser et équiper le poste de travail.

Savoirs technologiques associés	N.A.
S2.2.1 - Machines outils : axes et repères .	3
S2.2.2 - Relation machine/porte-pièce/pièce	3
S2.2.3-Relation machine/porte-outils/outils.	3
S2.2.4-Préréglage des outillages.	2

Figure 56 : Discours didactique relatif au champ conceptuel de repère affine euclidien.
Extrait de document pédagogique conçu par E-pu2.

Le second discours conforte et complète le discours de l'entretien : le champ conceptuel du repère affine (*axes et repères ; origines et repères*) est identifié comme un *savoir technologique associé* aux compétences professionnelles d'installation d'une machine-outil dans le cadre d'un *centre d'intérêt* appelé ici *chaîne* géométrique. L'expression *chaîne géométrique* désigne le méta-modèle géométrique (au sens de surpassement) des modèles géométriques de la *relation machine/porte-pièce/pièce* et de la *relation machine/porte-outil/outil*.

Revenons au verbatim et analysons tout d'abord la première séquence qui coïncide avec le premier tour de parole d'E-pu2 (Figure 55). On constate que le discours d'E-pu2 suit plusieurs fois consécutives le même schéma de discours (désigner → expliquer/motiver/décrire → appeler).

[205] http://www2.ac-lyon.fr/enseigne/metiers-production/spip.php?article77

C'est ce schéma que nous appelons *cycle de fonctions de discours d-e-m-a*. La répétition de ce schéma permet à l'enseignant d'introduire l'un après l'autre, les mots du jargon disciplinaire. Nous présentons tout d'abord les éléments du discours qui nous ont permis de repérer la répétition d'un tel cycle. Nous nous intéressons ensuite aux effets de cette répétition en relation avec l'exploration de notre problématique : ici, quels sont les objets mathématiques enseignés par la discipline de productique usinage ?

5.2.2.1. Le cycle de fonctions de discours d-e-m-a

Dans le premier tour de parole (1) de l'enseignant E-pu2, nous avons observé la séquence de fonctions discursives suivante :

- La fonction de désignation (notée d) ;
- La fonction de développement d'explication, de motivation ou de description (notée e ou m). Nous précisons que, lors de cet échange, nous n'avons pas observé de description. C'est pourquoi nous n'avons pas attribué de code à la description ;
- La fonction d'appellation (a).

Cette séquence de fonctions se répète trois fois, c'est-à-dire trois fois le *cycle de fonctions de discours*.

La fonction de désignation consiste à associer un mot du jargon disciplinaire de la productique usinage à un concept (de nature mathématique, technologique ou pragmatique).

Cette fonction appelle celles d'explication, de motivation ou de description. La fonction explicative va mettre à jour les relations à d'autres concepts référant ainsi à un système construit de significations et d'interprétation. La fonction de motivation donne un argument de nécessité en en indiquant le but visé (obtenir une nouvelle relation). La fonction de description sert à décrire la suite d'actions que l'on fait pour accomplir une tâche technique sans chercher à expliciter les liens entre les éléments conceptuels.

Comme un concept ne peut être convoqué isolément, au cours du développement explicatif ou motivationnel, d'autres concepts sont convoqués dont le locuteur ne peut brutalement introduire les noms sans risquer d'être incompris : la fonction d'appellation fait la transition entre l'avant et l'après introduction des noms.

Ce cycle de fonctions de discours correspond à un effort d'exposition didactique qui explicite les concepts qui nécessitent d'être associés à un nom, à une situation et d'être mis en relation avec d'autres autres concepts. S'il s'applique à des objets mathématiques, il devient un argument en faveur de notre conjecture « *Des objets mathématiques sont convoqués dans la classe de productique usinage ».*

Cette fonction d'exposition didactique contraste avec la fonction d'aide à l'explicitation (tours 1 et 9) où l'enseignant cherche à mettre en lumière les compétences de son élève E1 ; recherche qui est marquée par l'usage répété de la question *comment ?* (Saillot, 2012, 4). La situation de double énonciation explique la double démarche (exposition en direction de la chercheuse, aide à l'explicitation en direction de l'élève).

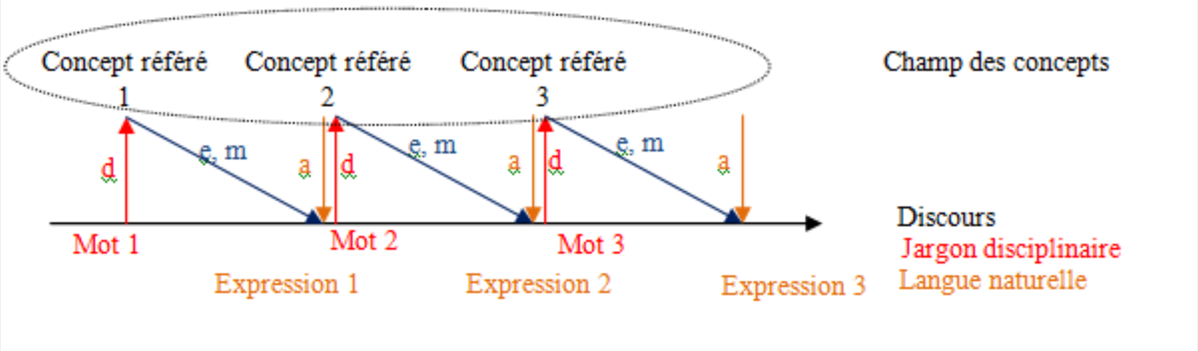
En ce qui concerne le cycle d'exposition, nous avons repris le tour de parole 1 ci-dessous et l'avons segmenté en associant aux groupes de mots leur fonction dans le discours (Figure 57).

donc euh // prise d'origine machine/ c'est d'euh // faire en sorte de coïncider euh les éléments réels de la machine avec c'qu'on appelle l'origine machine // l'origine machine / c'est le départ si vou'voulez de l'origine constructeur qui permet euh / ensuite tous les préréglages euh qui vont v'nir par la suite euh/ en termes de position de pièce// donc euh on on va initialiser si vous voulez la machine/ c'est une une// on va déplacer euh essentiellement des axes en visualisant sur son écran et euh en //

	Désignation (d) : lexique spécifique	Développement (e, m, d)	Appellation (a)
Cycle 1	Désignation d'une procédure *Prise origine machine*	Explication	*Origine machine*
Cycle 2	Désignation du concept technique *Origine machine*	Explication et motivation (limite physique ; *point constructeur*)	Repérage avec un lexique naturel (*position de pièces*)
Cycle 3	Désignation du concept technique *État initial d'un système*	Description d'une opération (*déplacer les axes*): translation	

Figure 57 : Trois cycles désignation/ développement/ appellation dans le tour de parole d'E-pu2 pour définir le concept de repère affine euclidien de la machine-outil (ou référentiel machine).

Sur la figure 58, nous avons représenté l'alternance les différentes fonctions langagières qui rythment le discours de l'enseignant E-pu2.



Légende des fonctions de la langue naturelle mobilisées dans le discours :

- désignation (d) signalée par un mot en jargon disciplinaire qui déclenche une explication.
- explication (e)
- motivation (m)
- appellation (a) signalée par une expression idiomatique en langue naturelle suivant une description.

Figure 58 : Cycle des fonctions de la langue naturelle dans le discours explicatif.
Verbatim de l'enseignant E-pu2, séquence 1, tour de parole 1.

Le cycle *désignation/ développement/ appellation* est répété trois fois.

Cette répétition est suscitée par l'introduction, dans le discours de l'enseignant, du jargon disciplinaire (ex : *origine constructeur, initialiser la machine, pièce*). Les élèves sont supposés en être familiers tandis que la chercheuse y est initiée. Le discours procède de fait par reformulations non équivalentes et construit pas à pas un système d'interprétation combinant des concepts de différentes natures :

- Les concepts pragmatiques qui permettent d'organiser l'action (prise d'informations, de décision) en situation et sont validés par leur efficacité en situation (Rogalski *et al.*, 2007, p. 61). *Déplacer des axes, positionner une pièce* en sont des exemples ;
- Les concepts techniques qui permettent de théoriser l'action visant à produire un certain phénomène dans la perspective de garantir le domaine de validité de cette action, voire de l'étendre. Ils sont validés par référence conjointe à des modèles théoriques (physiques ou mathématiques) et à des données quantitatives issues d'expérimentations. Ce sont par exemple, le point *origine-machine* ou la procédure *prise origine machine* ;
- Les concepts mathématiques, définis au chapitre 3. Les concepts de *point, origine, axes, repère orthonormé*, puis comme nous le verrons de *vecteur-déplacement*.

Nous proposons d'analyser le discours d'E-pu2 selon deux aspects liés à la répétition du cycle de fonctions discursives.
Le premier aspect du cycle du discours concerne les concepts qui sont convoqués pas à pas à l'occasion de la description de la tâche ou d'un élément particulier de la machine-outil.
Le deuxième aspect du cycle du discours est plus synthétique : il a trait à l'impact de la machine-outil sur la présentation, par E-pu2, des concepts mathématiques repérés lors de l'étude du premier aspect. Le système d'interprétations induit par la machine-outil constitue en effet un environnement sémiotiquement multiple avec les informations visualisées sur l'écran de contrôle, les commandes données au clavier, les programmes entrés au clavier, les notices d'utilisation. Nous allons étudier la façon dont la sémiotique de l'écran de la machine outil collabore à la convocation des concepts mathématiques repérés lors de l'étude du premier effet. Pour cela, nous mettons le discours de l'enseignant en le mettant en vis-à-vis des informations données par la machine (Figure 62).

Pour étayer notre étude de ces deux aspects, nous nous référerons parfois à un schéma conceptuel de la machine outil, soit à celui qui est fourni par E-pu2 sur une fiche pédagogique (Figure 60) ; soit à l'un de ceux que nous avons conçu (Figure 59). Il est en effet difficile de suivre les explications en se basant seulement sur le discours. Même une photographie ne permettrait pas de suivre aisément les explications car le bâti et les glissières servant à positionner le porte-pièce et le porte-outil sont encapsulés dans une cabine de sécurité : avant que la machine ne fonctionne, le visiteur peut juste entrevoir l'outil et la pièce si ces derniers sont installés (Figure 74, à gauche).

5.2.2.2. Le cycle des fonctions d-e-m-a et le discours d'enseignement des mathématiques

Détaillons à présent le passage du concept technique d'*origine machine* au concept mathématique de *point* de l'espace géométrique (Figure 59).

Le concept d'*origine machine* signifie que toute procédure de réglage de machine-outil est construite à partir d'un point de référence virtuel, permettant d'orienter les déplacements selon ces axes et, *via* une unité de longueur, d'exprimer des mesures algébriques. Le point de référence relatif à un axe de translation, matérialise une butée de position selon une glissière. Globalement, le mot *origine* dans l'appellation *origine machine* matérialise donc trois butées dans l'espace physique (une origine-machine par axe), c'est-à-dire à des positions éventuellement distinctes dans l'espace physique. Par exemple, sur la figure 60, le porte outil est déplaçable selon les axes Z et Y et c'est le porte-pièce qui est déplaçable selon l'axe X. Le repère figuré est symbolique d'une modélisation numérique dans un repère affine euclidien.

Ces trois origines forment un système de référence d'origine des mesures. Mathématiquement, le triplet des mesures prises par rapport à ces références représente un point dans un repère (Figure 59).

De plus, l'axe Z ne conceptualise pas la direction verticale. Par convention, l'axe Z conceptualise la direction de l'axe portant l'outil. Le sens positif est celui de l'éloignement de l'outil par rapport à la pièce considérée comme fixe. La plupart des machines outils supportant l'enseignement de productique usinage sont appelées *centre d'usinage 4 axes*. Dans l'industrie, des machines à 5 ou 6 axes peuvent être utilisées. Pruvot donne comme exemple de machine 4 axes, une aléseuse :

> La colonne est fixe sur le bâti et la broche coulisse verticalement sur elle (axe Y). Les trois autres axes déplacent la pièce. Celle-ci est montée sur une table tournante (axe B), qui est elle-même sur un chariot se déplaçant en X, qui coulisse sur une traverse animée du mouvement en Z.
> (Pruvot, 1993, *Traité de génie mécanique*, p. 2)

Les axes sont associés à des glissières rectilignes ou à des axes de rotation de tables tournantes. Ils matérialisent les directions de translation ou de rotation relatifs aux de déplacements de l'outil ou de la pièce. Bien qu'un axe soit géométriquement de dimension un, c'est plutôt *son* plan, vu comme surface de guidage qui est déterminant. Dans la théorie des machines-outils, des règles d'interdiction, fondées sur l'orthogonalité ou le parallélisme des plans de guidage, président à la construction des machines-outils. Ces règles visent à préserver la rigidité du bâti de la machine-outil. Dans le contexte de l'activité de réglage de machine-outil, le mot *axe* est mathématiquement polysémique : direction de translation, direction normale, droite repérée, droite d'un repère de l'espace. Technologiquement, le mot *axe* est également associé à une variété de dispositifs : glissière, plateau tournant, axe de référence de mouvements relatifs entre l'outil et la pièce.

Les concepts géométriques (origine de repère, base vectorielle orthonormé) sont mobilisés indirectement, *via* une situation spécifique à de productique usinage (le réglage de la machine outil). Leur justification par rapport aux données matérielles et aux concepts techniques n'apparaît pas dans le discours. Par exemple, les mots *repère* et *coordonnées* ne sont pas choisis par l'enseignant E-pu2 (zéro occurrence dans les dires oraux ou écrits de la fiche d'exercice (Figure 60).

Dans cette fiche d'exercice, on note par ailleurs que :

- L'origine machine, écrite au singulier, est modélisée par un point unique ;
- Les éléments matériels modélisés par un point géométrique sont nombreux ;
- Les signes signifiant d'un repère orthonormé sont figuraux ;
- L'expression *axe numérique* est associée au mot *translation* et non au mot *coordonnée* ;
- Les axes ne se distinguent pas les uns des autres par un nom ordinal (de type abscisse, ordonnée, cote) mais simplement par les symboles X, Y, Z ;
- Des relations numériques ou algébriques sont formulées avec des acronymes spécifiques de type : Perfs = Op / OM + *valeur de la cale étalon.*

Ainsi, le champ conceptuel du repère affine euclidien est associé à une situation dynamique dans une situation de réglage. Il est utilisé pour décrire des mouvements relatifs de la pièce et de l'outil.

- Le lexique observé dans les dires oraux, écrits ou dans les artefacts de la machine (Figures 60, 61) exprime cette dynamique : *translation*, *point générateur* ; *course, point courant, poursuite*.

  Les mots *repèrent, coordonnée* sont absents des dires oraux d'E-pu2. C'est donc le contexte analytique et dynamique[206] attaché à l'objet *axe* qui permet de reconnaître le champ conceptuel mathématique de repère.

- Les conventions sémiotiques associées concernent la dénomination de l'axe Z (axe portant l'outil), d'orientation spécifique des axes (+ en s'éloignant de la pièce).

Finalement, ce sont les signes figuraux (flèche, repère) ou symboliques (X, Y, Z, ±) qui permettent de retrouver les significations mathématiques d'un repère affine euclidien bien davantage que le jargon ou la langue naturelle.

[206] En géo-mécanique, dans l'usage anglo-saxon, on retrouve l'idée de mouvement dans l'appellation des demi-axes horizontaux : *Northing* ou *Easting*, ce qu'on ne peut pas observer en français où ces axes sont appelés Nord et Est.

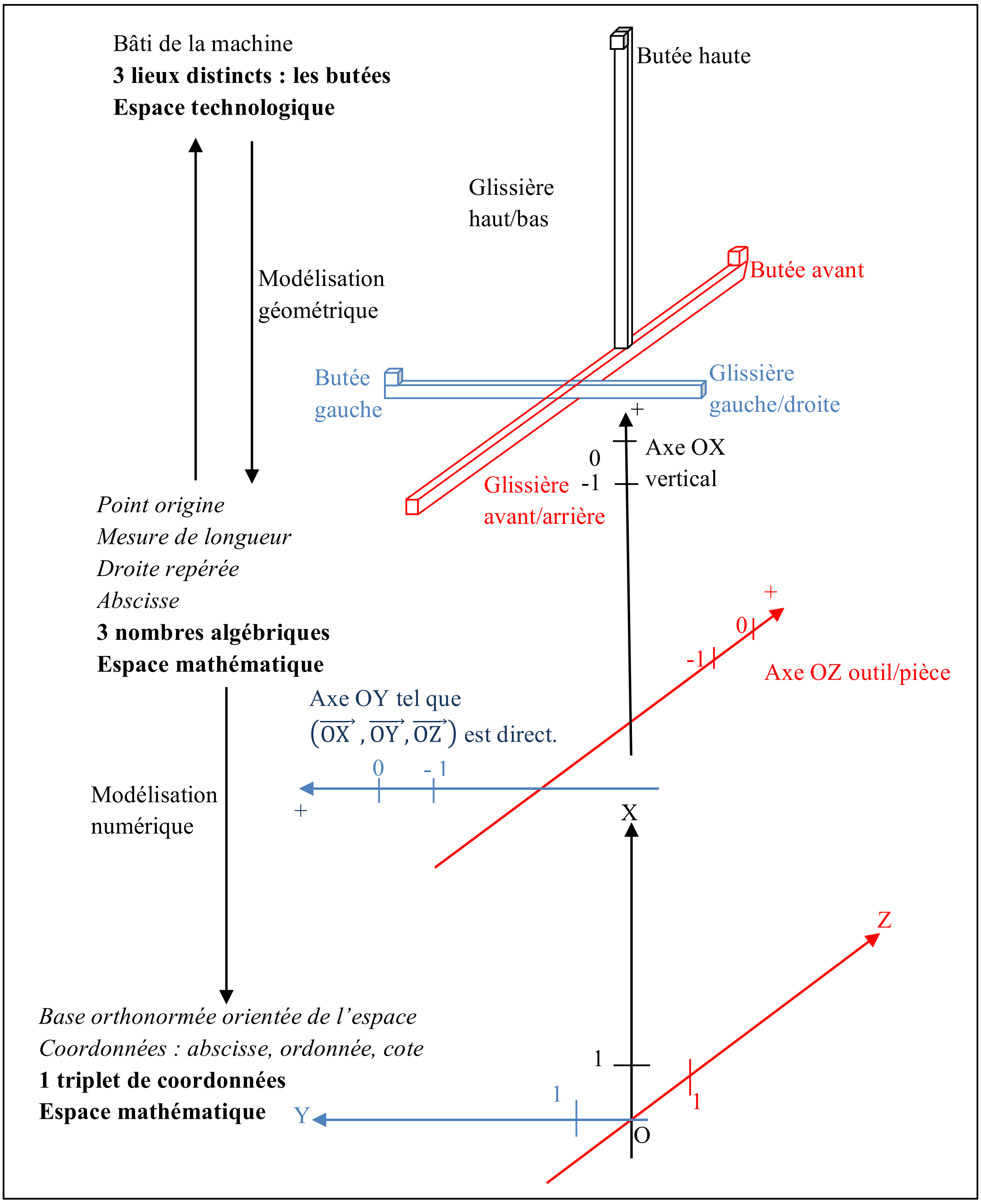


Figure 59 : Passage de l'objet technologique (le bâti de la machine) à l'objet mathématique (le repère euclidien).

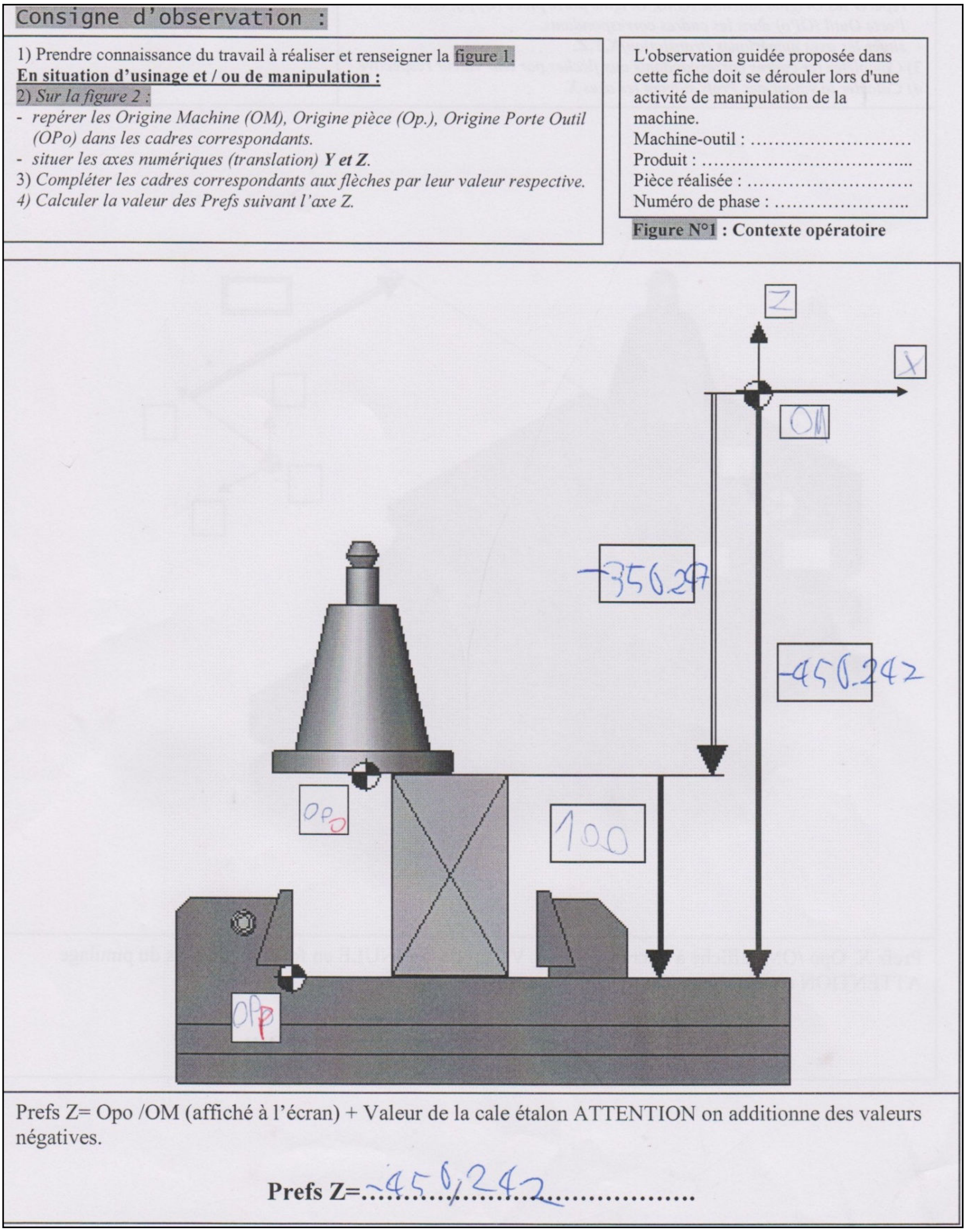


Figure 60 : Exercice, annoté par un élève (en bleu) et par l'enseignant (en rouge), utilisant le concept de repère, document transmis par E-pu2.

La Figure 61 qui suit est à considérer en relation avec la Figure 60. Nous l'avons placée ici pour souligner que l'activité de réglage de machine, étant une activité professionnelle de référence, est nécessairement évaluée. Nous reviendrons sur son contenu mathématique dans la partie 3 (chapitre 9). De plus, les figures 60 et 61 montrent que les disciplines professionnelles du lycée sont en fait des disciplines technologiques : elles associent un système de savoirs conceptuels aux savoir-faire pratiques.

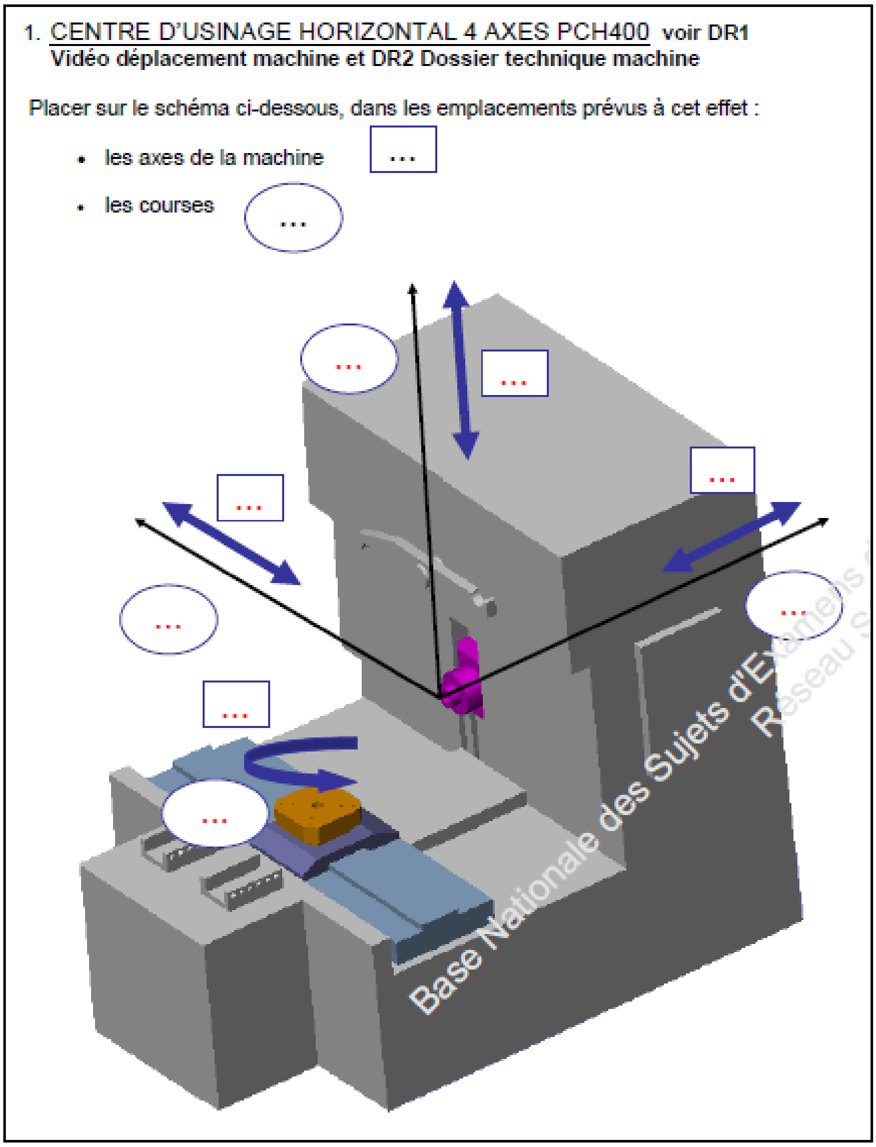


Figure 61 : Repère d'une machine-outil 4 axes.
Chaque axe est associé à un déplacement par translation ou rotation (course)
Extrait de l'épreuve *Elaboration d'un processus d'usinage* du bac 2010.

Les documents écrits, qu'ils interviennent en début (Figure 60) ou en fin de formation (Figure 61), et la conversation-enseignement que nous avons analysés se révèlent très cohérents entre eux et illustratifs de la progression didactique attendue. Le modèle géométrique (Figure 59) et le jargon spécifique à la machine-outil sont un préalable à l'action. C'est ce que l'on retrouve dans le tour de parole 1 qui se termine par une triple question adressée à l'élève E1 : « *comment tu fais là ? comment t'as fait ? qu'est-ce que tu vas faire par exemple* ? ». Les changements de temps éclairent la généralité des propos explicatifs précédents. Ceux-ci portaient sur le concept technique de *procédure de prise origine machine* ; pour E-pu1, il s'agit d'embrayer sur l'application du concept en situation. L'enseignant s'attend à ce que l'élève E1 sache verbaliser ses compétences opératoires.

Étudions à présent le deuxième aspect que nous avons annoncé : celui de l'influence des artefacts de la machine-outil (au clavier, à l'écran) sur la présentation, par E-pu2, des concepts mathématiques et sur la communication des données mathématiques (coordonnées dans l'espace, valeur algébrique, incrément, *etc.*).

5.2.2.3. Influence de la sémiotique de la machine-outil sur le discours d'enseignement des mathématiques

La machine-outil est un interlocuteur silencieux mais actif : elle ou des parties d'elle-même sont personnifiées et dotées de capacités de validation et de structuration des actions humaines. Les répliques suivantes en attestent :

> 7 : *c't-à-dire elle va s'arrêter tout 'seule* […]
> 9 : *comment la machine t'indique ?* […]
> 29 : tu *fais confiance à la mémoire machine ?* […]
> 140 : *le programme pensant que* […]

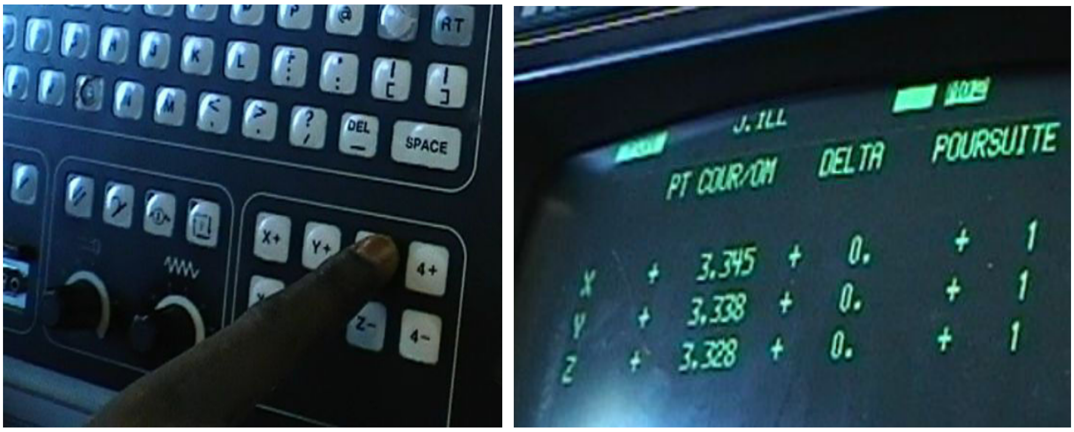


Figure 62 : Sémiotique du concept de repère associée à la machine à commandes numériques
A gauche : le clavier A droite : l'écran

Détaillons les éléments de discours qui révèlent que la machine-outil est un modèle sémiotique et didactique pour l'enseignant et l'élève :

- La sémiotique de la machine est directement reprise pour signifier une translation.
  Exemples : *X moins* (2), *les axes négatifs* (3), *i' va y aller en positif/ maint 'nant retourner vers cette origine* (7)

  En lisant à voix haute ce que le clavier ou l'écran (Figure 62) proposent (2), en disant à voix haute ce qu'on fait sur la machine (7), on obtient la dénomination condensée d'un axe numérique. En effet, les expressions *X moins* ou *axes négatifs* décrivent en même temps la direction et le sens du déplacement. En mathématiques, on dirait peut-être davantage « dans le sens des *x* négatifs ».

- La manipulation de la machine crée une relation de médiation entre le modèle géométrique et les données matérielles.

  Dans certaines expressions parallèles (de même structure), le signifié évolue d'un référent théorique à un référent technologique puis du référent technologique au référent quotidien.

  Exemples : *prise origine machine → prise de butée→ prise de risque→on peut taper* (3)

  déplacer les axes de la machine → témoigner de cette origine machine → c'est une limite physique (3) ; *opération effectuée→ p. o. m réalisées* (9).

- Le fonctionnement interne de la machine révèle un espace technologiquement et mathématiquement construit. Il exprime la dimension scientifique de l'activité de réglage[207].

  Les tours de paroles 3 et 11 contiennent des modalisateurs épistémiques grâce auxquels l'enseignant valide la cohérence de son enseignement :

  pour témoigner <u>justement</u> de cette origine machine [...] *c'est <u>vraiment</u> une limite physique* (3) *<u>euh</u> en réalité y 'a deux origines/ origine mesure / origine machine/ on leur dit qu'c'est <u>un peu</u> confondu/ <u>mais</u> on voit qu'elles sont à trois millimètres euh* (11, montrant l'affichage numérique sur l'écran, cf. Figure 62 à droite).

Dans cette dernière réplique, l'enseignant se fait médiateur entre l'élève et la machine. Dans un document pédagogique (Figure 63) relatif à la chaîne géométrique, les points origine machine (OM) et origine de mesure (Om) ne sont pas distingués. Ce sont les différences de coordonnées des points OM et Om apparues non nulles à l'écran qui amènent E-pu2 à évoquer l'ellipse qu'il fait de la séparation des deux points, la distance entre OM et Om étant de l'ordre de 5mm (Figure 64). Technologiquement, OM et Om ont des fonctions différentes mais mathématiquement OM et Om ont la même fonction : celle de constituer l'origine du repère (Figure 63).

La structure systématique de formation du nom d'un point du modèle géométrique sous la forme *origine-référent* indique une catégorisation par la discipline. Le mot *origine*, au sens point de départ de mesure algébrique de longueur sur un axe, est associé à un mot signifiant un objet générique qui peu être aussi bien matériel (*outil, pièce*) que conceptuel (*programme, mesure*). Par ailleurs, les désignations symboliques de ces points sont des acronymes sensibles à la casse des lettres (OP et Op, OM et Om). On a ici des pratiques sémiotiques stables et spécifiques à la discipline de productique usinage issues de la machine-outil. On peut noter par exemple que le point courant n'est pas associé à un acronyme mais seulement à une abréviation.

[207] D'après le CNRTL, un modalisateur est un « moyen linguistique (morphologique, lexical, syntaxique, intonatif) par lequel le sujet parlant fait apparaître son attitude vis-à-vis de ce qu'il énonce. »

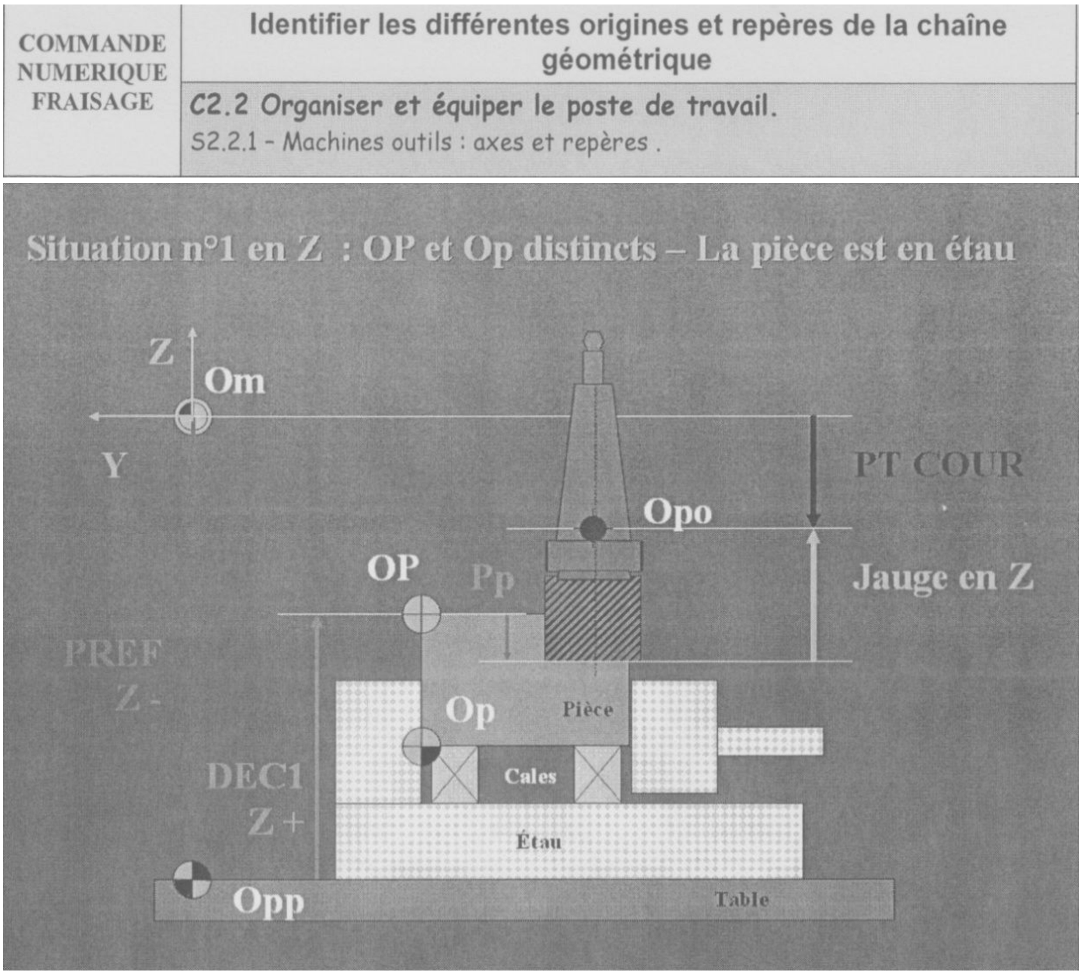


Figure 63 : Les différentes origines et le référentiel de la machine-outil (Document transmis par E-pu2).

Opp : origine porte-pièce **Op** : origine pièce **OP** : origine programme

Opo : origine porte-outil **Om** : origine mesure (assimilé à l'origine machine)

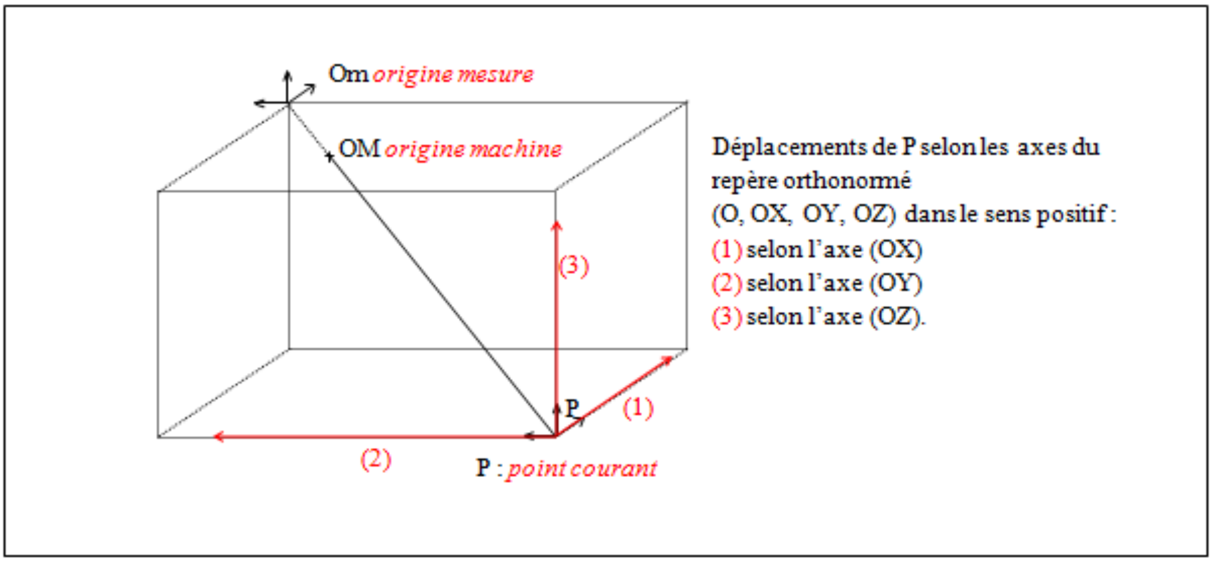


Figure 64 : Origine mesure et origine machine dans le fonctionnement effectif de la machine.

Récapitulons (Figure 65) la sémiotique de l'écran de la machine : celle-ci est constituée de symboles (X, Y, Z, +,–), de vocabulaire comportant des acronymes (OM), des abréviations (PT COURANT), des mots connotés mathématiquement (DELTA pour différence) ou non (POURSUITE). Les signifiés mathématiques de ces signes s'inscrivent dans le champ conceptuel du repère et, comme nous l'avons déjà signalé, les signifiés technologiques sont des déplacements relatifs de l'outil par rapport à la pièce.

Signe sur l'écran	Signifié mathématique	Signifié technologique
X	Désignation usuelle des abscisses	Désignation de deux axes dont l'un porte la pièce
Y	Désignation usuelle des ordonnées	
Z	Désignation usuelle de la 3^{e} coordonnée	Désignation de l'axe portant l'outil
+ ou –	Signe de coordonnée algébrique	Eloignement ou rapprochement de l'outil par rapport à la pièce
PT COUR/OM	Coordonnées d'un point variable comparées à celle d'un point fixe	Coordonnées du *point courant* comparées à celle d'un point de référence matérialisant une butée
DELTA	Coordonnées de l'origine du repère.	Coordonnées du point *origine mesure*
POURSUITE	Accroissement algébrique	Incrément (automatique) algébrique

Figure 65 : Signification de la sémiotique du repère affine cartésien associé à la machine-outil.

Nous venons ainsi de montrer que l'enseignement d'un savoir technologique (les relations machine/porte-outil/outil, machine/porte-pièce/pièce) occasionne dans le discours de l'enseignant l'enseignement du concept mathématique de repère affine euclidien. Cet enseignement mathématique est spécifique car il est imprégné de la sémiotique de la machine à commande numérique et n'est pas présenté de façon abstraite (c'est-à-dire qu'il est associé à la situation technologique de chaîne numérique). Ainsi, un enseignement de mathématiques existe, débouchant sur l'utilisation des vecteurs pour modéliser les déplacements de certains éléments de la machine.

De plus, les objets (les différents points *origine*, les différents axes, …) permettent une structuration générale des savoirs technologiques : ils modélisent des éléments matériels (ex : la *butée, les glissières*) ou spatiaux (les coordonnées). Ils sont virtuels et le fait d'être objets d'une appellation leur confère un pouvoir de structuration générale, atemporelle et a-sensorielle. Ces objets réfèrent en partie à des éléments matériels du système technologique *butée/pièce/ outil* ; ils appartiennent au champ du concept technique *chaîne géométrique* (Figure 63) et entrent en correspondance avec les objets mathématiques du champ géométrique affine euclidien. Le point origine mesure correspond à l'origine du repère, les axes X, Y, Z, correspondent à une la base orthonormée, etc. La machine-outil est l'environnement de cette correspondance.

Nous constatons que le champ conceptuel du repère affine euclidien génère une activité mathématique de type prévisionnel : les positions des objets réels deviennent des objets connaissables une fois leurs coordonnées connues. En ce sens, l'activité générique de *prise*

d'origine machine participe à la conceptualisation de concepts mathématiques relevant de ce champ.
Cependant, la sémiotique attachée au champ conceptuel de repère orthonormé apparaît invariable et spécifique à la discipline. Associée à une seule situation, elle masque le lien naturel avec la géométrie euclidienne. En ce sens, l'activité mathématique est réduite.

5.3. Analyse du thème « *géométrie du solide* »

Nous l'avons indiqué dans la présentation de la conversation (§ 5.1.2.), E-pu2 est en situation d'enseignement. Le premier thème que nous avons analysé correspondait à une sorte d'introduction de bienséance destinée à la chercheuse : les élèves ont procédé à des vérifications qui permettaient d'expliquer le principe de la machine-outil en même temps qu'ils installaient la pièce. Le but de la séance est que le binôme d'élèves (E1, E2) réalise les opérations prévues. La séquence conversationnelle que nous présentons correspond au moment où Epu-2 et l'élève E1 cherchent à aider l'élève E2 à se repérer dans le document de phase et à sélectionner les informations qui lui sont nécessaires. Présentons la nature et la fonction d'un document de phases.

La fabrication d'une pièce est décrite, phase par phase, dans un document, appelé *contrat de phase*. Ce document se présente comme une brochure. Chaque double-page contient :

- Différentes représentations (dessins techniques) de la pièce à produire ;
- Les informations techniques (outillage, réglage de la machine) souvent sous forme de tableau ;
- Des métadonnées permettant de se repérer dans le déroulement du projet de productique.

Le contrat de phase est donc un descriptif technique et chronologique.
Les éléments du milieu sont les pièces matérielles déjà usinées la veille par d'autres élèves et empilées en vrac à proximité des protagonistes, et le contrat de phase.
L'analyse de ce passage correspond au thème intitulé « *la géométrie du solide* » (Figure 55).

5.3.1. Extrait relatif au thème « *géométrie du solide* »

Comme nous l'avons indiqué (§ 5.1.1.), les données que nous analysons ici proviennent d'un enregistrement vidéo. Pour cette raison, certaines parties de notre analyse porteront sur l'ensemble formé par les gestes et les discours.

58 E-pu2 : hum ? ben voilà/ t'as fait quoi ?
59 E1 : (*montrant à l'emplacement des opérations sur le contrat de phase*) non/ regarde/ là/les trois opérations c'est usiner/ pointer/ percer
60 E-pu2 : voilà// donc usiner/ pointer/percer/ ta pièce au départ elle est comment ?
61 E2 : (*silence*) eh / là
62 E-pu2 : elle est où la pièce que tu vas usiner ?
63 E2 : (*il se penche pour saisir une pièce dans une pile au bord de son poste de travail- les pièces ont été fabriquées par d'autres élèves à ce poste les jours précédents*)
64 E-pu2 : c'est celle-ci ?

65 E2 : oui
66 E-pu2 : t'es sûr ?
67 E2 : ouais/ pa'c'qu// pa'c'que là/ y'a pas le trou (*saisissant une pièce déjà usinée ; cf. figure 66*)
68 E-pu2 : regarde la face devant// c'est quelle face ?
69 E2 : (*silence : il tient dans sa main droite le contrat de phase et dans sa main gauche la pièce qu'il a prélevée*)
70 E-pu2 : c'est quel numéro d'phase c'ui-là ?
71 E2 : (*il approche le document de son visage. Un moment d'attente*) j'sais pas m'sieur
72 E-pu2 : (attente)
73 E2 : c'est pas écrit
74 E-pu2 : si/ c'est indiqué
75 E2 : la phase 90
76 E-pu2 : regarde la phase 80
77 E2 : (*il tourne une page, à rebours, dans le contrat de phase*)
78 E-pu2 : elle est comment la pièce ?
79 E2 : elle est carrée
80 E-pu2 : donc elle est comment ?
81 E2 : comment ça / elle est comment ?
82 E-pu2 : avant d'usiner la pièce/ elle est en phase 80// donc/ là / tu vas avoir une pièce à l'état de phase 80// avant d'faire la phase 90
(*Pendant ce temps, l'élève E1 feuillette le contrat de phase que tient l'élève E2 car il cherche une information relative au programme qu'il doit activer.*)
83 E-pu2 : (*désignant la pièce dans la main gauche de E2*) et la phase 80/est-c'qu'elle est comm'ça ?
84 E2 : non ?
85 E-pu2 : elle est comment ?
86 E2 : (*silence*)
87 E-pu2 : hier/ tu faisais la phase 80
88 E2 : (E2 *repose la pièce et en cherche une autre, celle correspondant à la phase 80.*)
[…]
114 E-pu2 : donc ta pièce/ elle est comment ?
115 E2 : (*il saisit une pièce dans une pile différente de la précédente.*)
116 E-pu2 : voilà/usiner / qu'est-c'que tu vas [faire] d'ssus ?
117 E2 : (*en pointant la figure et en caressant la surface de la pièce du doigt*) cette phase-là
(*il prononce* [faz] *et non* [fas])
118 E-pu2 : comment ?
119 E2 : (à mi-voix) cette phase-là
120 E-pu2 : ouais/ tu vas faire c'qu'on appelle un épaul'ment
(E2 *mime avec la main deux sections orthogonales sur la pièce.*)

5.3.2. Résultats et discussion

Nous analyserons tout d'abord la nature du solide dont il est question dans la conversation, puis nous considérerons les concepts mathématiques convoqués implicitement par celui-ci.
Avant de commencer cette analyse, précisons les emplois que nous faisons des termes *pièce* et *solide*.
L'objet matériel est toujours appelé *pièce* : c'est la pièce qui est transformée par enlèvement de matière. Au moment de la conversation, la pièce n'a pas encore été transformée. L'enseignant incite l'élève E2 à s'appuyer sur le contrat de phase pour anticiper et mieux contrôler son travail.

La conversation porte alors sur le modèle mathématique d'une pièce qui n'existe pas encore. Nous utilisons le mot *solide* pour désigner une région fermée de l'espace mathématique qui modélise le projet de pièce et qui est au centre de la conversation.

En conséquence, nous parlerons de *suite de phases d'une pièce* parce qu'un volume de matière est susceptible de changer d'état et de forme au cours du temps. Mais nous parlerons de *suite de solides géométriques* pour désigner des solides mathématiques ordonnées par une relation d'inclusion.

– **Suite de phases d'une pièce et suite de solides**

Par le biais du contrat de phase (figure 66), l'élève ne connaît la pièce à venir que par les représentations figurales de solides, idéaux, qui, dès le départ du projet, forme une suite conceptuelle.

Dans l'atelier, de multiples réalisations correspondent à une phase : il y a autant de pièces qui sont réalisées et accumulées aux abords de la machine que d'élèves qui sont passés au même poste-machine. Quand l'élève saisit une pièce à proximité de la machine, il choisit n'importe laquelle dans la pile car ce qui importe est la forme que cette pièce réalise et non pas la pièce elle-même. Le raisonnement que l'enseignant mène alors pour aider l'élève E2 se réfère au solide décrit dans le document de phases et non aux pièces déjà réalisées ici et là dans l'atelier. Cependant la référence est contenue dans l'injonction « *regarde* » (75). Celle-ci signifie en fait : « *interprète la figure représentant la phase 80 et compare-la avec cette autre figure représentant la phase 90* ».

On peut conclure que si le vocabulaire utilisé est celui de la productique (état, phase, pièce), l'activité d'ordonnancement des tâches s'appuie en partie et implicitement sur une activité d'interprétation géométrique :

> 60 **E-pu2** : ta pièce au départ elle est comment ?
> 69 **E-pu2** : c'est quel numéro d'phase c'ui-là ?
> 74 **E2** : la phase 90
> 75 **E-pu2** : regarde la phase 80
> […]
> 81 **E-pu2** : avant d'usiner la pièce/ elle est en phase 80// donc/ là / tu vas avoir une pièce à l'état de phase 80// avant d'faire la phase 90

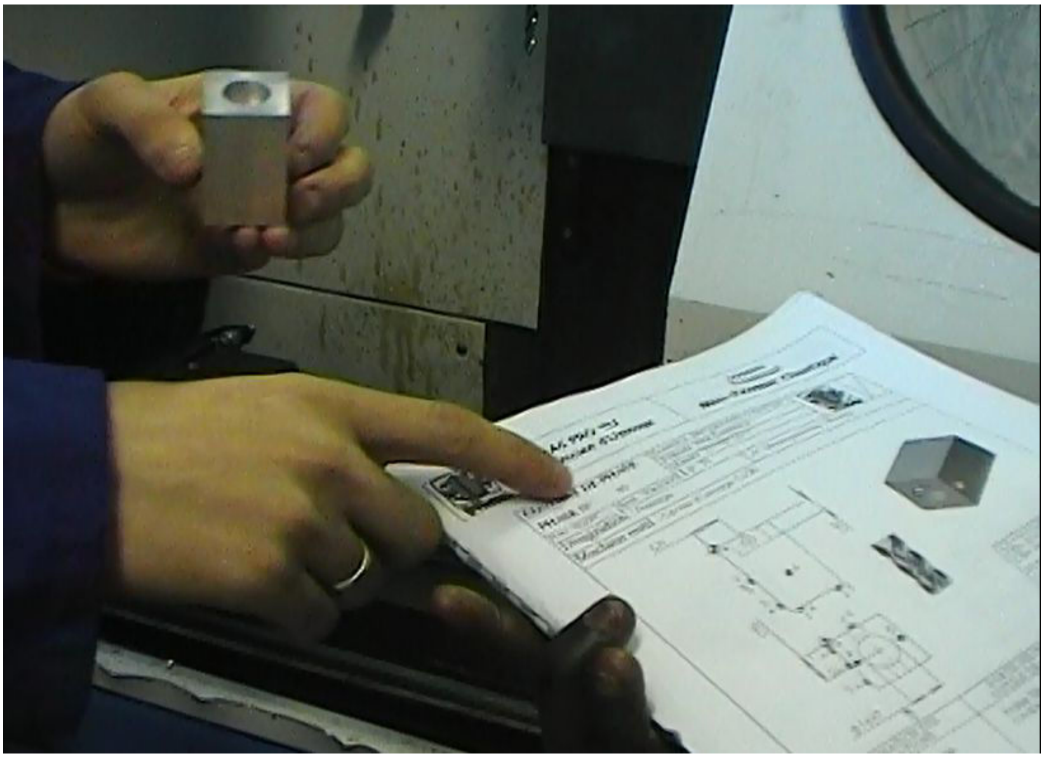


Figure 66 : Pour toute phase donnée, le solide idéal figuré sur le document de phase anticipe la pièce.

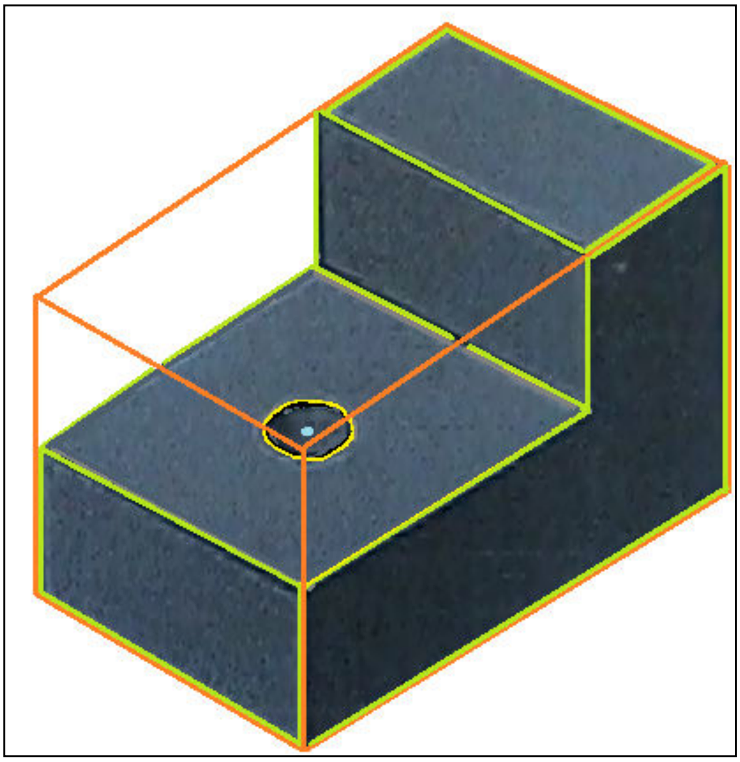
– Enlèvement de matière et suite inclusive de solides

En productique usinage, les phases sont réalisées par enlèvement de matière. Une des conséquences est que, conceptuellement, la suite des solides est décroissante au sens de l'encombrement spatial : les solides sont inclus les uns dans les autres. La suite des opérations énoncées en début de conversation permet d'en donner une illustration (Figure 67) :

> 59 **E1** : là/les trois opérations c'est usiner/ pointer/ percer
> 60 **E-pu2** : voilà// donc usiner/ pointer/percer/ ta pièce au départ elle est comment ?

Géométriquement, il en découle que les solides sont le plus souvent non convexes.
Matériellement, il en découle que les pièces sont perçues par leur différence, c'est-à-dire un manque ou un aspect saillant :

> 62 **E-pu2** : elle est où la pièce que tu vas usiner ? […] c'est celle-ci ?
> 65 **E2** : oui
> 66 **E-pu2** : t'es sûr ?
> 67 **E2** : ouais/ <u>pa'c'qu</u>// <u>pa'c'que là</u>/ y'a pas le trou



Opération	Ordre	Solide initial	Solide enlevé	Solide final
usiner	1	Solide en phase 80 (en rouge)	Parallélépipède	Prisme droit (en vert)
pointer	2	Prisme droit (en vert)	Partie sphérique (en jaune)	Prisme droit évidé
percer	3	Prisme droit évidé	Cylindre droit (en bleu)	Solide en phase 90

Figure 67 : Suite inclusive de solides au cours de phases de production.

– Le langage de description des solides et l'argument de nécessité

Le discours de l'élève E2 permet d'observer différents modes langagiers pour décrire un solide. En effet, cet élève semble avoir des difficultés de lecture, de vocabulaire ou de verbalisation. Plusieurs micro-séquences montrent que différentes interactions langagières sont mises en place pour aider l'élève E2 à reconnaître le solide à travailler (Figure 68).

Tour de parole	Difficulté de E2	Réponse attendue	Médiateur pour E2	Caractérisation de la médiation	Réaction de E2
58-61	Lecture des tâches d'usinage	Usiner, pointer, percer	E1	Substitution d'un pair à E2 : *regarde/ là/ usiner/pointer/percer*	Aucune apparemment
62-69	Comparaison analogique de la pièce et de la figure en phase 90	Concordance donc contradiction car aucun usinage nécessaire	E-pu2	Réorientation de la pièce par rapport à E2 : *regarde la face devant// c'est quelle face ?*	Confrontation de deux éléments du milieu : la pièce et le document de phase
70-76	Lecture du numéro de phase	Phase 90	E-pu2	Remémoration d'un état antérieur *regarde la phase 80*	Circulation à rebours dans le contrat de phase
77-91	Comparaison analogique de la pièce et de la figure en phase 80	Discordance donc usinage nécessaire pour transformation	E-pu2	Maïeutique avortée *donc elle est comment* ? *est-ce qu'elle est comme ça* ?	Qualification globale *elle est carrée* Echange de pièce
117-119	Dénommer l'opération d'usinage Décrire un solide	Épaulement	E-pu2	Question en situation liant l'opération et la face : *usiner / qu'est-c'que tu vas [faire] d'ssus ?* Relance sans correction phonétique (incertitude) Dénomination	Geste coordonné à la parole avec une erreur phonétique [faz] pour *face* Parole avec la même erreur Mime des deux coupes (figure 70)

Figure 68 : Interactions verbales ou gestuelles entre E-pu2 et son élève E2.

Nous observons tout d'abord que très peu de vocabulaire est mobilisé par les interlocuteurs : *carré* et *face* sont les deux seuls termes utilisés. Nous avons vu précédemment que l'usinage transforme phase après phase le solide en un solide complexe où les relations entre solides usuels (parallélépipède rectangle, pyramide à base triangulaire ou carrée, sphère, cylindre, cône) sont assez vite délicates à décrire sans recourir aux mesures à cause de la non convexité et des asymétries.

Prenons l'exemple de l'épaulement. Ce terme de mécanique désigne une « *surépaisseur d'une pièce servant de renfort, d'appui, d'arrêt* » (CNRTL) La fonction technologique d'un épaulement est donc le soutènement.

Géométriquement, la pièce « épaulée » qui nous intéresse peut être modélisée de différentes façons.

- Par additivité des volumes : un parallélépipède rectangle comme sur-figure est vu comme l'union d'un parallélépipède rectangle adjacent par deux faces au solide épaulé (Figure 69).

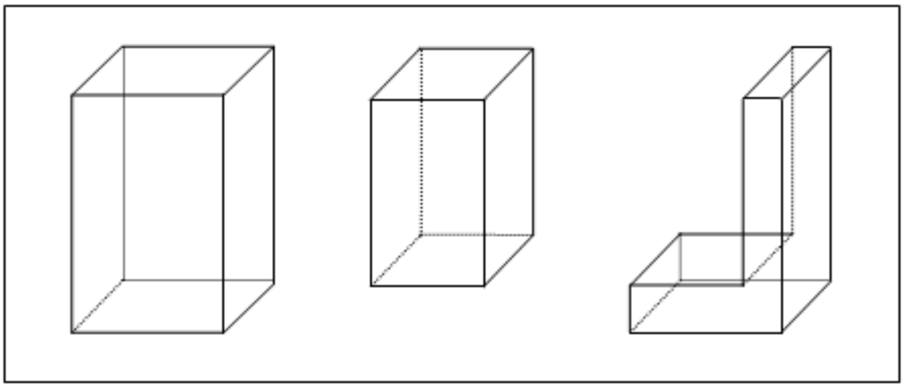


Figure 69 : Additivité des volumes.

- Une autre possibilité est d'envisager le solide comme un prisme droit de base polygonale non convexe. Cette possibilité est intéressante pour le calcul du volume du solide mais ne convient pas au contexte de fabrication qui est le nôtre.
- Enfin, on pourrait vouloir définir le solide épaulé par une suite finie de sections planes, ce qui est le plus proche, du point de vue représentationnel, des coupes d'usinage. Cette option est possible mais il faudrait prendre des précautions pour positionner les demi-plans entre eux et par rapport au parallélépipède. Ce solide épaulé n'est pas convexe et ne peut donc plus être décrit comme un polyèdre usuel par intersection d'un nombre fini de demi-espaces.

Néanmoins, cette description est la plus proche de l'activité d'usinage comme en témoignent les gestes de l'élève E2 paraphrasant son professeur (Figures 68, 70). La description du solide par sections planes (ou mentalement par coupes) nécessite d'anticiper la droite d'intersection des deux plans de coupes.

1- Geste de désignation de la face à usiner.

2- Mime du plan de coupe « vertical ».

3- Mime du plan de coupe « horizontal ».

4- Fin du mime de la description de l'épaulement.

5- Clôture de l'énoncé gestuel : les doigts se referment.

Figure 70 : Description gestuelle de l'épaulement.

La conversation que nous venons d'analyser donne à voir une situation d'enseignement/apprentissage mathématique concernant les solides : le milieu didactique permet de reconnaître, dans la situation. En effet, une part majeure des interactions langagières concerne les transformations de volume et de surface d'un solide conceptuel ou matériel, les opérations sur les surfaces et les volumes, les connexions de sens entre des représentations figurales, et le lexique. Nous avons bien un triplet constitué d'une situation (transformer la forme d'un solide), d'opérations, et d'un pan sémiotique, susceptible de contribuer à la conceptualisation des solides au sens de Vergnaud[208].

D'autre part, on reconnaît la mise en œuvre de certains items du programme de mathématiques de la discipline générale et aussi certaines spécificités de la discipline professionnelle (Figure 71).

	Discipline de productique usinage	**Discipline de mathématiques**
Données et méthode d'exploration	Vidéo de conversation Analyse de discours	BOEN spécial n° 2, 19/02/2009, p. 9. Lecture interprétative
Configuration de solides	Solide conceptuel évidé (extrudé). Suite inclusive de solides	Capacités « solides usuels inscrits dans d'autres solides »
Propriété de convexité	Le plus souvent non	Le plus souvent oui
Situation	Réaliser un solide conceptuel modélisant un objet technique matériel	Commentaire « Choisir [pour les représenter], dans le domaine professionnel ou de la vie courante, des solides constitués de solides usuels. »
Objectifs de formation	Ordonner et orienter les solides par une suite de transformations qui correspondent dans la réalité à un enlèvement de matière.	Capacités « Reconnaître, nommer des solides usuels inscrits dans d'autres solides. » Préambule « Réactiver des propriétés de géométrie plane. »

Figure 71 : Différences épistémologiques relatives à l'enseignement des solides entre les disciplines de productique usinage et de mathématiques-sciences physiques et chimiques.

D'après la figure 71, l'apprentissage de la vision dans l'espace, qui est un objectif du programme de mathématiques de la discipline générale[209], est étayé, en productique usinage,

[208] Selon Vergnaud (1982), un concept est un triplet constitué (1) des situations que le concept modélise, (2) des représentations qui permettent de faire du concept un objet socialement communicable et (3) des opérateurs qui permettent de le manipuler et de produire des relations nouvelles (Cf. chapitre 3).

[209] L'extrait intégral du programme figure dans la partie *Annexe des documents* : **MEN**. (2009). *Programmes de Mathématiques, Sciences physiques et chimiques.* BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009, pp. 4-9.

par la possibilité de manipulation des pièces matérielles[210]. La manipulation d'une pièce matérielle est une alternative à l'interprétation des représentations graphiques du solide conceptuel qui la modélise.
Mais en quoi les manipulations matérielles, aident-elles à mieux imaginer et qu'est-ce que la vision dans l'espace ?
La vision dans l'espace des solides combine trois capacités : la capacité à percevoir, la capacité à sélectionner un point de vue favorable pour mémoriser le solide, la capacité à se distancier de ses perceptions en mobilisant mentalement le solide. Vérillon (1996 a, p. 139) décrit la capacité de vision dans l'espace comme étant la capacité à effectuer un « changement de vue […] par un déplacement de réciproque de l'observateur » et non par déplacement de l'objet.
La manipulation matérielle donne une expérience de l'espace, nécessaire, pour rester en activité si la capacité de lire les représentations planes de l'espace n'est pas acquise. Notre vidéo a ainsi montré l'enseignant faisant référence aux figures tandis que l'élève, en écho, substituait des gestes aux paroles.
L'activité de lecture du contrat de phase que nous avons observée correspond, dans le programme de mathématiques à la capacité d'opérer des sections de solides en faisant intervenir « l'intersection, le parallélisme et l'orthogonalité de plans et de droites » (BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009, p. 9). Nous avons pu suivre comment l'enseignant aidait l'élève à structurer son approche : d'abord orienter le solide puis repérer la face à partir de laquelle transformer le solide, et enfin à réaliser l'opération (deux coupes perpendiculaires).

Cependant, à la différence de la productique usinage qui ne cherche pas à éviter des formes complexes et asymétriques, les mathématiques visent à développer des capacités d'analyse ou de simplification : en décomposant un solide en solides usuels, en passant du tridimensionnel au bidimensionnel, en évitant des formes irrégulières qui nécessiteraient par exemple d'orienter le solide.

5.4. Analyse du thème « *grandeurs et mesures* »

La séquence conversationnelle que nous analysons dans cette section diffère des précédentes car les concepts de grandeur et de mesure sont évoqués occasionnellement. Nous n'obtenons que peu d'informations sur la manière dont sont mathématiquement exposées les grandeurs et les mesures. En revanche, nous obtenons une situation disciplinaire où se confrontent des concepts de différentes natures : technique, mathématique et pragmatique. Nous présentons tout d'abord la séquence : l'élève E2 connaît à présent l'opération d'usinage qu'il doit effectuer. La conversation porte sur l'outil idoine. Cette séquence termine l'entretien filmé.

[210] Un autre étayage de l'apprentissage de la vision dans l'espace est possible avec les manipulations logicielles géodynamiques ; cependant elles facilitent l'imagination des solides mais ne permettent pas de comprendre (Nancy 1997).

5.4.1. Extrait relatif au thème « *grandeurs et mesures* »

121 E1 :(*étendant le bras pour désigner l'outil installé*) déjà/ c'est pas l'bon outil
122 E-pu2 : (*à l'élève* E2) est-c'que c'est l'bon outil ? (*en aparté à* E1) c'est bien
123 E2 : (*silence*)
124 E-pu2 : si tu commences avec cet outil/ qu'est-c'qu'i risque d'avoir ?
125 E2 : i 'va percer
126 E-pu2 : au départ qu'est-c'qu'i' doit faire comme opération ? regarde/ i 'perce ?
127 E2 : non / il usine
128 E-pu2 : il usine/ et si toi/ tu lances le programme/ qu'est-c'qui va s'passer ?
129 E2 : i'va m'demander l'matériel/ l'bon outil
130 E-pu2 : voilà/et si c'est pas l'bon outil ? qu'est-ce qu'i risque d'avoir ?
131 E2 : d'la casse
132 E-pu2 : pourquoi y'a d'la casse ?
133 E2 : pa'c'que c'est pas l'bon outil
134 E-pu2 : voilà/ mais en quoi ? c'est quoi qui / qui différencie c'ui-là par rapport à l'outil ?
135 E1 : le foret
136 E-pu2 : (*attente*) c'est un foret// et regarde/ qu'est-c'qu'on doit prendre ?
137 E1 : la fraise
138 E-pu2 : qu'est-c'qui différencie la fraise du foret ?
139 E2 : (*il saisit une fraise*) plus grosse
140 E-pu2 : compare-les / là
141 E2 : (*regardant vers le foret*) plus petit
142 E-pu2 : voilà/ il est plus petit/nous on a tendance avec le point qui est piloté par l'outil en programme à arriver à 3/ 4 millimètres de la pièce en rapide/ si on utilise un foret plus long/ lui pensant qu'l'outil/ il est comme ça (*comme la fraise*) /i 'va am'ner ça à 5 millimètres de la pièce et i' va taper dans la pièce/ donc là/ tu vas installer le bon outil et installer correctement la pièce (*à la chercheuse*) bon/ ça / toutes les procédures i's ont sur des fiches

5.4.2. Résultats et discussion

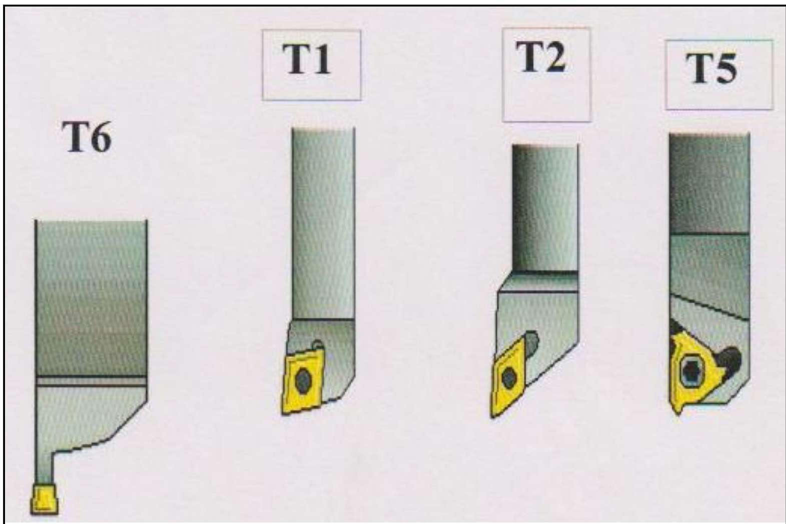
Premièrement, le champ conceptuel des grandeurs et mesures est convoqué par le biais des concepts d'unité de mesure de longueur et de vitesse.

L'unité de mesure de longueur apparaît être le millimètre (142) et la précision associée est le micromètre. Ces unités de longueur placent d'emblée l'activité dans le champ technologique car l'acuité de l'œil humain[211], d'environ 0.3mm, n'est pas suffisante pour apprécier si un outil est bien positionné par rapport à la pièce. C'est la machine automatique qui *pilote* la position du porte-outil en fonction de la longueur l'outil et de la géométrie de pièce programmées. L'opération de pointage évoquée dans la séquence précédente (59) est l'un des résultats de ce pilotage, effectué à partir d'un système de coordonnées (ici rectangulaires).

La vitesse est décrite approximativement et implicitement en tant que vecteur, tel que défini en sciences physiques, selon quatre caractéristiques : un point d'application, une direction, un sens,

[211] L'acuité visuelle humaine statistiquement normale (10 dixièmes) est estimée une longueur d'arc d'une minute. Dans le système international, on déduit qu'un arc de rayon 1m et d'angle 1min correspond à une longueur d'arc de 0.3mm environ.

une intensité. La réplique 142 « *on a tendance avec le point qui est piloté par l'outil en programme à arriver à 3/ 4 millimètres de la pièce en rapide* » est un rappel informel de ces quatre caractéristiques.
La vitesse dont il est question est la *vitesse d'avance* de l'outil, donc selon l'axe Z, et dans le sens négatif puisque l'outil se rapproche de la pièce.
Le point d'application de la *vitesse d'avance* de l'outil est désigné par l'expression *le point*. Ce point, *le point générateur* (Figures 72 et 73), est un point théorique représentant la partie de l'outil en contact avec la pièce. Le concept de point générateur permet de visualiser une trajectoire d'enlèvement de matière lorsque l'outil entre en rotation autour de son axe.
L'intensité est décrite par l'expression *3/ 4 millimètres en rapide*, laquelle met en rapport une distance et une durée ressentie.



T1 : ébauche de profilage extérieur

T2 : finition de profilage extérieur

T4 : perçage (non représenté)

T5 : filetage

T6 : usinage de gorge

Figure 72 : Sur ces exemples d'outil, la partie jaune s'applique à la pièce pour enlever de la matière. La partie jaune est modélisée par un point appelé *point générateur*.

La figure 73 qui suit est à considérer en lien avec la figure 72. Elle indique où se situe le point générateur par rapport aux différents points origines. Le point générateur conceptualise l'embout de l'outil.
Deuxièmement, la situation convoque des concepts de natures différentes : mathématique, technologique et pragmatique[212]. Nous observons que ceux-ci se combinent dans différentes fonctions du discours qui peuvent être la vérification, la recherche de causes explicatives, la description de la logique d'un processus.
Le concept de *risque de casse* d'outil constitue le thème principal de la conversation (130, 131, 142). Il correspond à la prise d'une information locale et éventuelle : on voit en effet l'élève E1

[212] Cet adjectif est pris ici dans son sens trivial de 'pratique' et pas dans son sens linguistique de 'relatif aux actes de langage'.

désignant du pouce l'outil laissé en place par un élève la veille. Le fait que les élèves tournent sur les postes de travail permet de comprendre que le foret laissé en place correspond à la dernière opération *percer* de la phase 90, phase que doit justement mettre en œuvre l'élève E2. La présence du foret plutôt qu'un autre outil ou plutôt qu'une absence d'outil est conjoncturelle.

La perception de l'inadéquation du foret pour une opération d'usinage relève de l'expérience pratique (122, 126, 136). Les deux outils n'ont pas la même silhouette : la fraise est compacte et large tandis que le foret est long et pointu (figure 74). Plus précisément, la capacité de mettre en œuvre des points de contrôle (ici une comparaison perceptive de longueur) dans une situation de pilotage automatique d'outil est décisive dans la démarche du technicien usineur.

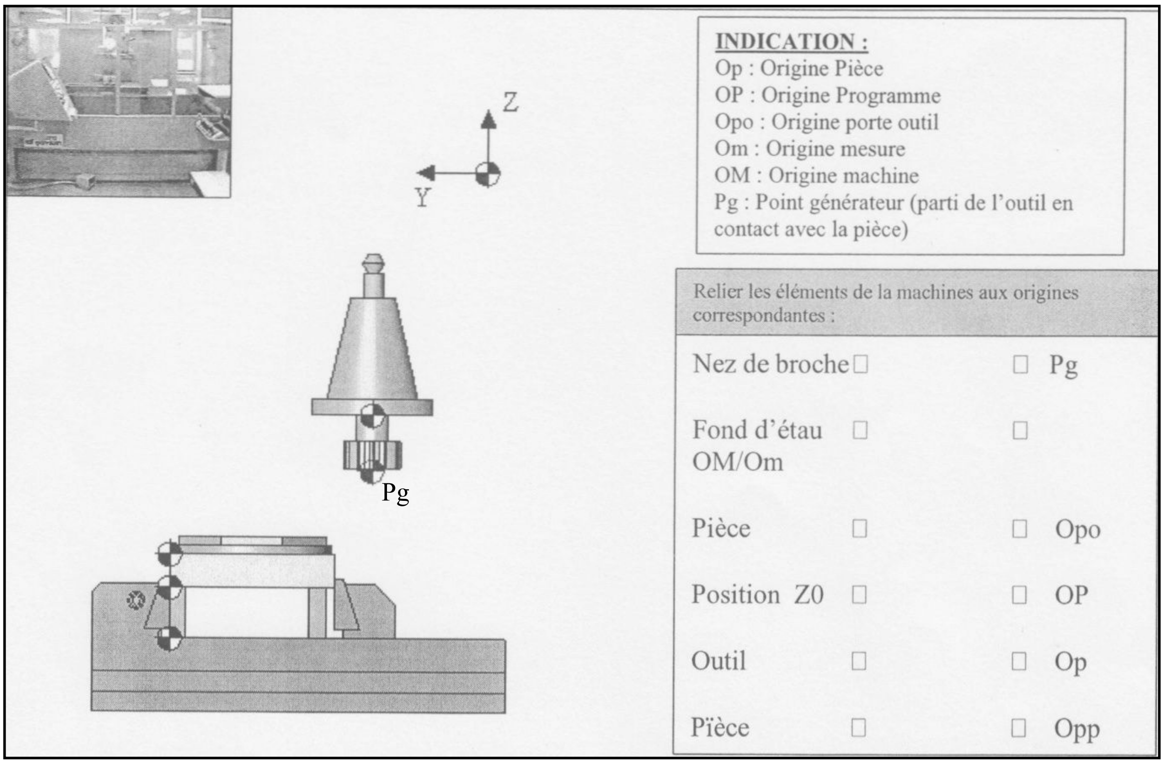


Figure 73 : Le point générateur (Pg), un élément de la chaîne géométrique.
Document pédagogique transmis par E-pu2.

La distinction à vue des outils entre eux débouche, dans le discours d'E-pu2, sur un questionnement analytique. Elle le conduit à transformer la question temporelle d'anticipation de l'événement *casse d'outil* en une question sur la recherche des causes (132, 134) en raisonnant sur un modèle abstrait. Pour cela, il mobilise des concepts techniques qu'il signale par un contexte explicatif davantage que par des noms spécifiques : *le point* pour *le point générateur*, *en rapide* pour la vitesse d'avance de l'outil. Ce sont les objets symboliques (point générateur, programme) plutôt que les objets matériels (outil, glissière) qui sont mis en relation. Le concept technique de vitesse d'avance d'outil réfère à une définition de l'objet vecteur-vitesse par deux de ses caractéristiques géométriques (orientation, longueur).

Figure 74 : Les outils. A gauche, le foret en place. A droite, la fraise à installer.

Troisièmement enfin, sur le plan didactique, nous constatons que l'élève E2 a des difficultés à verbaliser la cause du risque de casse. Alors que l'enseignant l'a invité à comparer perceptivement la fraise et le foret (140), il utilise la langue naturelle : « *plus petit* » (141), ce qui, dans le contexte, ne convient pas. D'après le CNRTL, le sens courant de l'adjectif *petit* comme celui de son para-synonyme *court* comporte dans son signifié le sème de comparaison à une norme.

> **Petit**- [Dans le domaine de l'espace] Qui est d'une taille inférieure à la moyenne.
> **Court**- [Dans l'espace] Qui a une petite ou une trop petite étendue par rapport à la moyenne idéale ou réelle ou par rapport à autre chose. (CNRTL)

Or dans la situation étudiée, il s'agissait de comparer, entre eux, deux outils à tour (comportant un axe de rotation) par leur longueur et non un seul par rapport à un outil moyen sans réalité. Une locution de comparaison mettant en relation ces deux outils aurait été plus analytique. Notons que la différence de longueur des outils est ici un critère observable et significatif. Mais cette différence n'est significative que si on la met en relation avec les données de la situation contenues dans le programme numérique d'usinage.
Nous venons de décrire est bien un système de problématisation scientifique car il comporte :
- une situation : ici, la sélection d'outils ;
- un système de données : ici, le programme qui contient les informations de réglage ;
- la nécessité d'une mise en cohérence des choix et des données pour résoudre la situation : ici, l'explicitation orale sur la vitesse, la manipulation de la fraise ;
- une procédure de vérification : ici, la comparaison de longueur.
Revenons sur la place de la langue naturelle dans les moments de conceptualisation. Nous avons observé que l'enseignant reprend la réponse en langue naturelle (142 *plus petit*) et enchaîne par la description de la conséquence technique d'un outil trop long. Il oriente l'attention de l'élève sur les relations de causalité ou sur la gestion mentale au lieu de le reprendre sur la terminologie.

Nous avons ici une illustration de la conception piagétienne du rôle du mot dans la conceptualisation :

> Le mot, signe verbal désignant le concept, n'ajoute rien quant à la connaissance, au concept lui-même. (D'Amore, 2001 a, p. 37)

Mais alors, à quoi sert le mot ? Il sert à mémoriser, s'approprier, transmettre le concept, et à nous rendre conscients que nous l'utilisons. Nous avons donc, là encore, un discours d'enseignement mathématique apparenté à celui de l'école primaire mais portant sur des outils d'usinage.

5.5. Les ressources langagières de la discipline

L'activité de productique usinage observée est complexe : elle met en jeu des compétences de manipulation des matériels (désinstaller le foret, installer la pièce et la fraise) et de la machine-outil (initialiser la machine, appeler le programme, le vérifier). A l'occasion de la mise en œuvre de ces compétences de manipulation, d'autres compétences sont convoquées, relatives à la prise d'information documentaire (contrat de phase, mémoire machine), à la communication (coopération relative au matériel et aux commandes entre E2 et E1) et à la réflexion (justification de la procédure POM, décision par rapport au risque de casse).
Vergnaud (2006) insiste sur le fait qu'il existe une marge importante entre ce que les sujets savent faire (compétence opératoire) et ce qu'ils savent en dire (compétence prédicative). Pour pouvoir parler de ce qu'ils savent faire eux-mêmes, ils doivent avoir des compétences suffisantes en lecture et en expression orale, de l'expérience dans les activités d'usinage, et une représentation des savoirs qui leur sont associés.
Nous allons nous intéresser au rapport oral/écrit que la discipline productique usinage construit pour aider les élèves à surmonter leur difficulté à mettre en mots ce qu'ils savent et, par suite, à reconnaître la part des mathématiques dans les modèles technologiques qu'ils étudiés productique usinage.
Pour étudier le rapport oral/écrit que la discipline construit, nous allons étudier le rôle et la nature des ressources langagières dont elle dispose. En effet, ces ressources nécessitent un temps d'apprentissage au cours duquel se construit un rapport spécifique à l'écrit, pouvant déboucher sur une conscientisation de la pensée mathématique.

Notre support d'analyse sera formé de deux séquences conversationnelles. La première séquence (12 à 35) commence avec des échanges concernant ce qu'il faut « faire sur la machine » et se termine par une interrogation relative à ce qu'il faut « faire sur la pièce ».
La deuxième séquence décrit les interactions entre le contrat de phase, l'écran de la machine et l'opérateur (E-pu2 ou E1).

5.5.1. Extrait relatif aux ressources langagières de la discipline

Dans l'extrait qui suit, nous allons observer l'influence de la machine. Celle-ci constitue une ressource sémiotique complexe (affichage en code mathématique, lexique spécifique, manuel d'utilisation, programme en pseudocode, …). Ce qui nous semble important c'est que, comme nous l'avons montré lors de l'analyse du premier thème (§ 5.2.), cet environnement automatisé spécifique des métiers de l'usinage permet d'enseigner certains aspects du repérage cartésien. Il permet aussi, et c'est ce que nous voulons examiner à présent, d'aborder la validation des procédures de réglage de la machine. Deux modes dominants se combinent : le raisonnement sur des événements anticipés et la vérification visuelle.

L'extrait se compose de deux passages. Dans le premier passage, l'enseignant sollicite les élèves sur leur compétence à trouver l'information concernant l'état de réglage de la machine-outil. On assiste donc à une suite de brèves questions de la part d'E-pu2 qui sont autant de stimulations pour que les élèves vérifient que le programme d'usinage en place est correct. Il s'agit donc d'une situation de vérification centrée sur les ressources sémiotiques de la machine-outil.

12 **E2** : (*inaudible*)
13 **E-pu2** : (*à l'élève* E1) donc là ? euh / tu vas faire quoi ?
14 **E1** : euh personnel 'ment j'suis pas sur cette machine /c'est lui
15 **E-pu2** : (*aux élèves* E1 et E2) qu'est-ce qu'i' va faire Bertrand ?
16 **E2** : appeler l'programme
17 **E-pu2** : i 'va charger l'programme ? vas y euh ? oui/ c'est bien ça / l'programme
18 **E1** : on fait appel du programme m'sieur
19 **E-pu2** : ce sont des programmes/ euh
20 **E1** : (*cherchant dans une documentation*) il est là
21 **E-pu2** : des programmes
22 **E1** : (*à l'élève* E2) tu veux qu'j'le fasse ou qu'tu'l fasses ?
23 **E-pu2** : qui sont mis en mémoire/ voilà (*à l'élève* E1) tu r'gardes/ si tu fais F2 / tu visualises et i 'va te dire si y'a l'programme ou pas/ donc là effectiv'ment ton programme il est déjà chargé/ donc un programme euh // comment vous allez faire euh un' fois qu'vous avez fait l'programme ?
24 **E2** : (*inaudible*) j'le mets en mode continu
25 **E-pu2** : là / tu usines tout d'suite là ?
26 **E2** : ouais
27 **E-pu2** : t'as pas des vérifications à faire ?
28 **E2** : ouais j'ai fait (*inaudible*)
29 **E-pu2** : ouais t'as une visualisation graphique / et tu fais confiance à euh // à ta…ah // tu fais confiance à la mémoire machine ? tu lances en mode continu et //
30 **E2** : non mais (*inaudible*)
31 **E-pu2** : par exemple/ là sur la machine/ qu'est-ce qu'i s'passe ? qu'est-c'qu' i'y a sur la machine ?
32 **E2** : ça tourne à vide
33 **E-pu2** : ouais eh…
34 **E2** : y'a rien là / faut mettr'la pièce
35 **E-pu2** : tu sais c'qu'i' faut faire déjà ?

Dans le second passage, il s'agit aussi d'une situation de vérification mais celle-ci implique trois ressources différentes : le contrat de phase, le dossier de fabrication (qui a juste été évoqué) la machine-outil. La situation de vérification diffère aussi de la précédente en ce qu'elle est initiée par l'élève E1 et que le rôle de l'enseignant est alors différent : il aiguille l'élève vers d'autres ressources et pose un diagnostic (« *une erreur de procédure* »).

92 **E1** : j'ai un doute sur l'numéro du programme/ c'est sur quelle fiche ?
93 **E2** : elle est là
94 **E-pu2** : c'est indiqué
95 **E1** : (*en feuilletant avec* E2) ouais mais / ouais mais/ elle a été/ montée envers
96 **E2** : (*en pointant sur le document de phase le numéro de programme*) 90/ c'est la phase 90 / c'est marqué là (*La conversation de médiation pour aider l'élève E2 à comprendre sa tâche s'interrompt. L'élève E1 ne sait pas comment activer un programme en mémoire dans la machine à commandes numériques. Il pense à tort qu'il doit le charger.*)
97 **E1** : trente-sept/ soixante-et-onze
98 **E2** : 90/ ave' la phase 90 (*montrant du doigt l'emplacement du numéro de phase*)
99 **E-pu2** : (*à la chercheuse*) là/ c'est un dossier d'fabrication
100 **E1** : ouais c'est là
101 **E-pu2** : dans l'quel i's ont un peu toutes les informations
102 Ch : oui/et là (*montrant une fiche posée sur l'établi*) c'est la feuille en fait/ c'est l'contrat d'phase du jeune homme
103 **E-pu2** : voilà
104 Ch : j'peux l'prendre pour compléter ? (Ch *cherche récupérer le document sur lequel les élèves travaillent.*)
105 **E-pu2** : oui bien sûr/ c'est pas exactement celui-ci parc 'que c'est/ on a deux pièces qui s'ressemblent// on a deux axes
106 Ch : ah d'accord/ ah ben j'le repose alors
107 **E-pu2** : euh
108 **E1** : j'ai un souci avec l'appel de//
109 **E-pu2** : non/ pa'c'qu'il est déjà chargé ton programme
110 **E2** : il est déjà chargé/ tu le fais
111 **E-pu2** : il est déjà en mémoire parc 'que c'est l'programme qu'était utilisé avant
112 **E1** : comment j'fais pour appl'er un programme en mémoire courante ?
113 **E-pu2** : là/ si tu mets là// alors t'as just' fait une erreur de procédure/ si tu mets en mode chargement/là/ quand tu fais choix du programme courant/ i 'faut qu'tu fasses départ cycle/ mais là/ il est déjà en programme (*lapsus : « programme » au lieu de « mémoire »*) / vous avez pas à l'changer

5.5.2. Résultats et discussion

Nous allons présenter les ressources langagières repérées dans l'analyse des données. Nous verrons quand, comment et pourquoi l'enseignant les met en valeur (ou non) et quelle représentation de l'oral et de l'écrit en découle.

5.5.2.1. Les genres d'écrit disciplinaires

Nous avons identifié quatre sources documentaires dans la vidéo : les programmes et le document de phase qu'utilisent explicitement E1 et E2, le catalogue d'appel de programmes effleuré par E1, les fiches techniques d'installation d'outils évoquées par E-pu2 (141). Ces supports diffèrent en nature et en fonction tout en étant connectés les uns aux autres (Figure 75).

Support (Tour de parole)	Nature	Fonction
Contrat de phase (97 à 101)	*Dossier de fabrication*	Ordonnancement des tâches d'un projet de fabrication Référencement des programmes et des outils Spécification des outils, de la géométrie de la pièce
Programme (23, 108 à 113)	Séquence d'instructions machine	Réglage de la chaîne numérique Commande des outils
Affichage d'écran	Symboles alphanumériques organisés en tableau	Tableau d'information ou de contrôle de l'état de la machine
Notice technique Catalogue	Documentation de la machine	Document d'utilisation des matériels à mettre en œuvre Fiche d'appel des différents programmes (Figure 78)
Fiche de procédure (142)	Guide de procédure	Archivage des mises en œuvre d'activités génériques

Figure 75 : Les supports spécifiques à la productique usinage observés lors de l'entretien.

Chacun de ces supports est produit numériquement et correspond à un usage professionnel. Dans la situation que nous observons, ces documents constituent les données documentaires de l'activité, en vis-à-vis des données matérielles. Une exception toutefois concerne les affichages dynamiques de l'écran de contrôle de la machine-outil : ceux-ci ne constituent pas seulement des données mais aussi des indicateurs d'action.

Avant d'observer comment se construit, dans les discours des protagonistes, la représentation de l'écrit et de l'oral sous l'influence de ces données documentaires, nous décrivons les trois premiers supports (Figure 75) : le contrat de phase, les programmes et l'écran de la machine-outil.

5.5.2.2. Le contrat de phase

Le contrat d'une phase de fabrication est un document complexe dont la lecture ne se fait pas linéairement car ce document ne se présente pas sous forme de texte, mais de tableau : la lecture n'en est pas linéaire, mais synoptique et ponctuelle. Les gestes des élèves joints à l'usage récurrent de l'adverbe *là* en attestent (59, 96, 97 ; Figure 78). Lire une page du contrat de phase, c'est connaître le repérage spatial normalisé des différentes informations (Figure 76). La lecture d'un contrat de phase requiert des compétences d'interprétation géométrique, technologique et sémiotique (Vérillon, 1996 a, p. 132) à des moments distincts de l'activité d'usinage.

Sur le plan sémiotique, le contrat de phase est un tableau dont certaines cellules, disproportionnées, donnent l'impression d'une planche de dessin. Les cellules sont légendées soit par un mot (exemple : *matière*) soit par une figure (exemple : $X \uparrow_{\rightarrow} Z$).

La première ligne a une double fonction sociale. À gauche, le logo du lycée authentifie et accrédite le document comme véritable document contractuel de formation. À droite, le nom du bureau des méthodes et le numéro de phase permettent de se situer dans le projet de fabrication.

Les deuxième et troisième lignes décrivent les données matérielles (prisme hexagonal) et logicielle (machine, programme).

La ligne centrale décrit l'objet du contrat. Elle donne différentes vues de l'objet final attendu : à gauche, on trouve systématiquement des vues par projection orthogonale dans un plan du repère orthonormé, et à droite, une vue isométrique. Les premières représentent les proportions en vraie grandeur et repèrent les accès aux surfaces de la pièce par les outils ; la seconde donne à voir globalement l'objet. Les outils sont représentés symboliquement.
Enfin, le tableau de la dernière ligne décrit les spécifications des outils prévus.

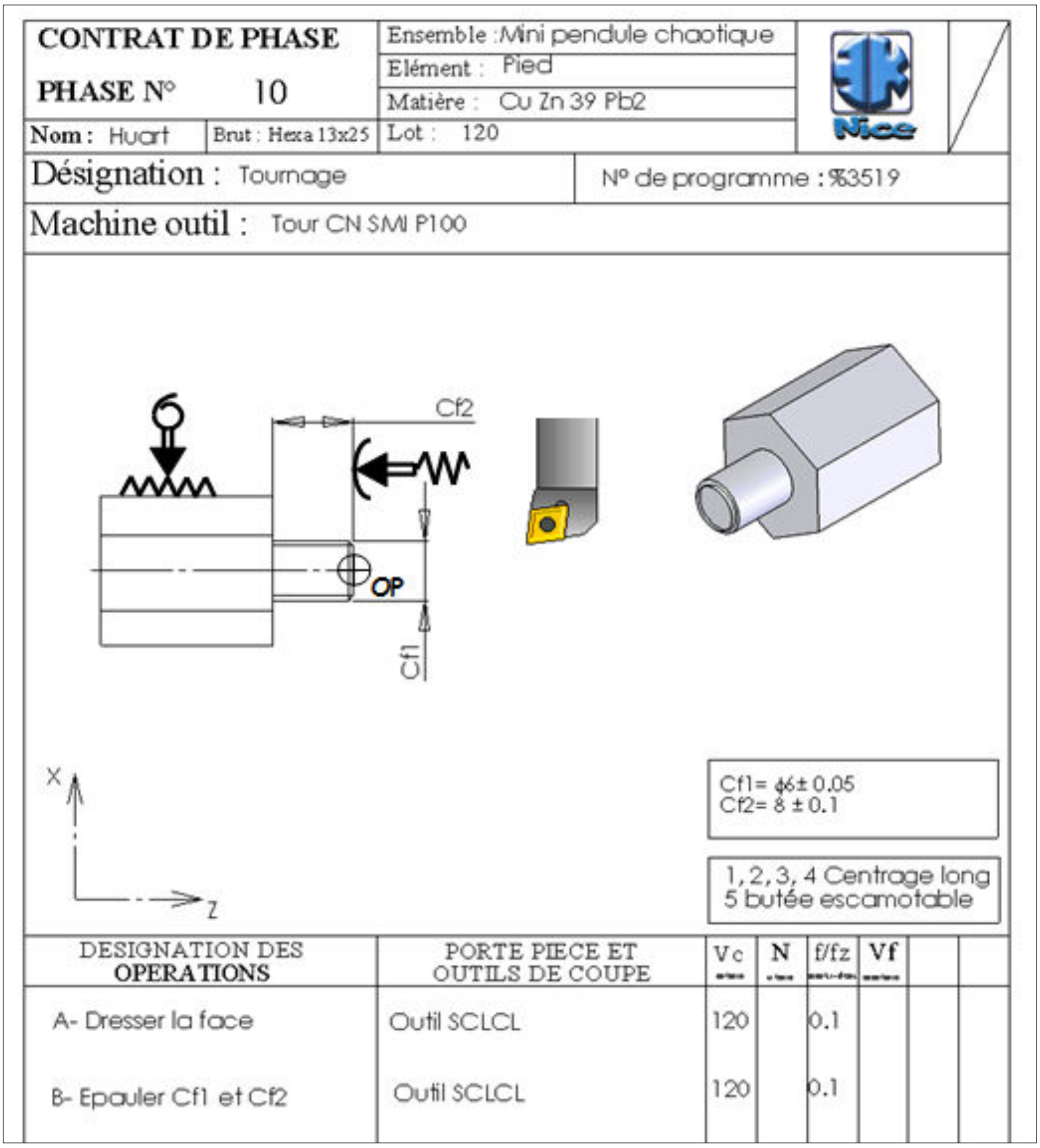


Figure 76 : Écrit spécifique à la productique usinage. Exemple de contrat de phase (ici la première du projet de fabrication). Document pédagogique transmis par E-pu2.

Quels sont les procédés sémiotiques utilisés pour rendre le contrat de phase compréhensibles par les usagers ? D'abord, telle que nous venons de la décrire, l'organisation spatiale des informations et de leurs légendes est conventionnelle : il en résulte une lecture normalisée et

cloisonnée. Ensuite, la plupart des unités sémantiques sont données à deux niveaux : l'un global et l'autre local, le premier permettant de relativiser le second.
Illustrons ces deux points de vue à partir de l'exemple (Figure 76) :

- Les informations sur le projet de fabrication se décomposent en deux niveaux : la fonction technique de la pièce assemblée (« *Ensemble : Mini pendule chaotique* ») et la fonction technique de la pièce en cours (« *Elément : Pied* ») ;
- Les informations sur la pièce à usiner se décomposent elles aussi en deux niveaux : la vue globale en perspective isométrique, inexploitable mais commode, et une vue détaillant les formes et les dimensions ;
- Les informations sur l'outil d'usinage se décomposent elles aussi en deux niveaux : la représentation codifiée de l'élément générateur de l'outil de tournage indiquant le type d'outil et ses données mécaniques détaillées (vitesse d'avance, vitesse de rotation).

Le tableau de la figure 77 récapitule l'alternance des points de vue global/local dans le contrat de phase.

A l'intérieur d'un contrat de phase (document d'ordonnancement des phases d'usinage)		
Unité sémantique	**Point de vue global**	**Point de vue local**
Projet de fabrication	*Ensemble* Vocabulaire de la catégorisation	*Elément* Vocabulaire de la catégorisation
Avancement de la fabrication	*Contrat de phase* (projet) Vocabulaire de la réglementation	*Numéro de phase* (étape dans le projet) Nomenclature décimale
Données logicielles	*Machine* (contenant) Descriptif alphanumérique	*Numéro de programme* (contenu) Nomenclature décimale
Données matérielles	Géométrie apparente du barreau *: Brut* Descriptif alphanumérique (section et hauteur)	Composition du barreau : *Matière* de l'alliage Nomenclature chimique
Modèle géométrique	Vue isométrique globale Conventions de représentation en perspective axonométrique et analogie	Projection orthogonale Spécifications géométriques : dimensions, relations
Opérations d'usinage	*Désignation* Vocabulaire des actions mécaniques	*Porte-pièce et outil* Vocabulaire de la chaîne géométrique

Figure 77 : Point de vue local et point de vue global dans le contrat de phase.
Plusieurs lexiques en parallèle permettent de décrire et de spécifier de façon normalisée.

Nous retenons que le contrat de phase constitue un guide à lire de l'activité d'usinage. Il peut éventuellement donner lieu à des activités d'écriture, comme nous le verrons dans la partie 3, mais rarement.

L'écrit y apparaît réglementé par la division du travail au cours du projet de production de la pièce. Les concepts mathématiques dont nous avons observé la convocation au cours de l'entretien n'apparaissent que très faiblement à travers l'orientation des faces par la figure d'un repère et les vues du solide. Le travail sur la chaîne géométrique est contenu dans la référence à la machine-outil et au programme.

5.5.2.3. Les programmes et l'écran de la machine-outil

Les programmes de pilotage d'outils par la machine sont des listes d'instructions numérotées qui constituent un des objets d'enseignement de la productique usinage. Les élèves sont sensibilisés au langage structuré de la machine. Dans nos observations, nous avons pu constater que l'opérateur dialogue avec la machine selon une logique événementielle *via* l'écran de contrôle et le clavier. La logique événementielle apparaît dans plusieurs répliques introduites par des modalisateurs *si / quand / il faut*.

- *Si* on est en *mode p.o.m. alors* on choisit le *mode manuel* ou le *mode automatique* (23).
- *Si* on est en *mode chargement alors* on choisit entre le *programme courant* et *départ cycle* (113).
- *Si* on fait *F2 alors* on choisit entre *charger un programme* ou *appeler un programme* (108 à 112).

Les séquences de réponses (menus) préétablies sont caractéristiques de cet environnement.
L'effectivité provient du nombre restreint (souvent binaire) de réponses possibles préprogrammées. Nécessairement, le message affiché par la machine mène l'opérateur vers l'une des conduites escomptées.
A l'instar du contrat de phase, l'écran de la machine constitue un nouvel espace de lecture (et non d'écriture) avec un langage codifié.
Le concept mathématique de repère y est reconnaissable par le triplet de valeurs affichées associé à certaines légendes usuelles en mathématiques tels que les symboles X, Y, Z ou les mots *point* ou *origine*. D'autres légendes telles que *DELTA* ou *POURSUITE* sont davantage contextuels (Figure 62).
Nous venons de décrire les deux supports graphiques utilisés au cours de la conversation que nous avons enregistrée. Ces deux supports, le contrat de phase et l'écran de la machine-outil, ont des points communs nombreux mais aussi des différences :

- Les deux supports sont générés numériquement selon une syntaxe stable et codifiée. Ils combinent différents codes (symboles alphanumériques, écrit, dessin). Ces documents ne comportent pas d'énoncés linguistiques linéaires ; il y a tout au plus un mot par rubrique d'information ;

  Dans les deux cas, la lecture est organisée spatialement par un tableau. Le mot *lecture* est utilisé au sens générique de décodage et d'interprétation des signes graphiques en situation ;
- La fonction sociale de ces deux ressources est de garantir une continuité dans le déroulement du projet et entre les acteurs, dans la manière de segmenter et d'organiser le travail : *phase*, *cycle*, *programme* en sont les termes majeurs ;

- Les deux supports constituent des ressources de lecture : des compétences de prise d'information (où ? quoi ? pourquoi ?) sont associées à leurs usages. Le contrat de phase est un document composé en amont de l'atelier par le *bureau des méthodes*. Il vise à récapituler les opérations d'usinage, phase par phase, en spécifiant les outils et le programme de pilotage automatique. Même s'il est modifiable *a posteriori*, au moment de son utilisation en atelier, il n'est pas interactif : c'est une ressource de lecture statique. L'écran de machine-outil affiche des données en cours ou mémorisées en langage codifié. Il vise à répondre aux sollicitations de l'opérateur. Au moment de son utilisation en atelier, il est interactif : c'est une ressource à lire par l'intermédiaire de touches au clavier. La lecture peut y être événementielle (on obtient l'information à lire si on appuie sur une touche du clavier) ;
- Les deux supports sont des outils de référencement de données matérielles ou logicielles. Le contrat de phase modes utilise plusieurs fonctions : ordinale, mémorielle et cardinale du nombre pour ordonner les phases de fabrication (97), répertorier les programmes (98) ou transmettre une dimension (mesurée en mm). La machine, elle, a une mémoire que l'opérateur contrôle ou modifie par l'intermédiaire de l'écran avec des commandes d'appel (18) ou de chargement (23) ;
- Le contrat de phase et l'écran de machine présentent des signes symboliques ou figuraux des trois champs de concepts mathématiques que nous avons analysés : celui du repère affine euclidien, celui de la géométrie des solides, celui des grandeurs et mesures. Mais aucun développement explicatif ne les accompagne, ce qui est attendu puisque le contrat de phase et l'écran de la machine-outil sont des outils importés des pratiques professionnelles. Ces deux ressources graphiques disciplinaires convoquent ces concepts implicitement, ce qui contraste avec l'effort explicatif observé dans l'oral de l'enseignant E-pu2.

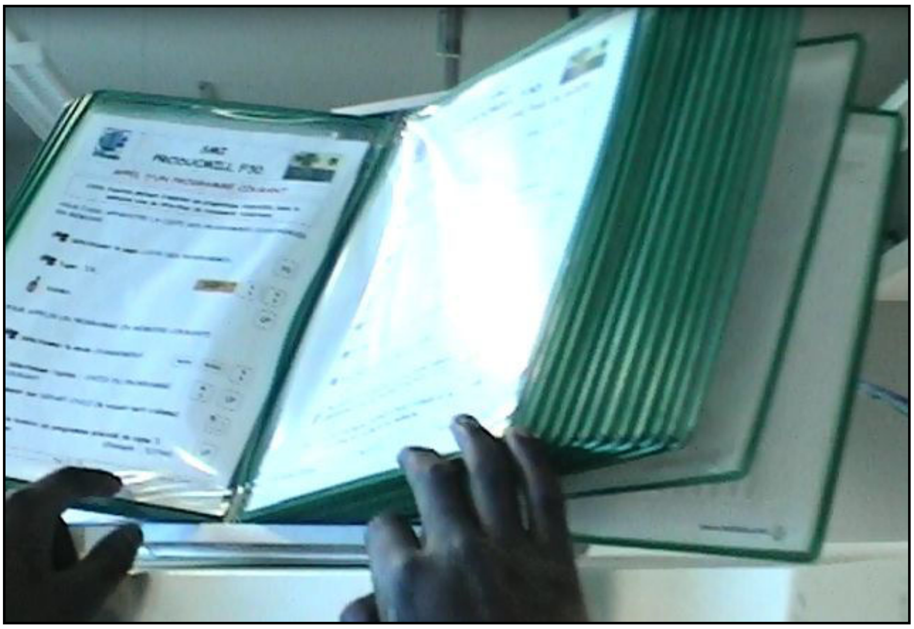


Figure 78 : Notice technique fixée à la machine-outil, ici consultée par l'élève E1.

5.5.2.4. Rapport à la lecture

Nous avons présenté *a priori* les ressources graphiques disciplinaires dont le contrat de phase et l'écran de contrôle de la machine-outil. Nous avons mis en évidence un contraste concernant la trace des concepts mathématiques entre ces genres d'écrit et l'oral de l'enseignant. Nous allons à présent examiner la façon dont les locuteurs font référence à la nature graphique, éventuellement écrite, des ressources qu'ils utilisent. Notre but est d'observer, à travers la langue naturelle, l'articulation entre oral et ressources graphiques, ce qui pourrait avoir une incidence sur le mode d'enseignement de certains objets mathématiques.

Dans le tableau ci-après (Figure 79), nous recensons les références (colonne 1) à l'une des ressources graphiques de la discipline au cours de la conversation intégrale. Nous signalons les situations (colonnes 2 et 3) qui occasionnent ces références et précisons les éléments présents dans le milieu didactique (colonne 4).

Référence à l'écrit	**Tour de parole**	**Signification en situation**	**Eléments présent dans le milieu**
ils ont sur des fiches 1 occurrence	142	Référencement des procédures sur des fiches	Machine Fraise, foret Fiches virtuelles
tu as lu ? 1 occurrence	38	Opérations d'usinage : usiner, pointer, percer	Machine Pièce Contrat de phase
visualiser 4 occurrences	1, 23, 29	Faire apparaître sur un écran par une commande informatique une information alphanumérique ou graphique	Écran Clavier de MCN
	46	Rendre perceptible ce qui ne l'était pas Comprendre la géométrie par une représentation analogique (figure)	Document papier Contrat de phase
regarde ! 5 occurrences	59	Avoir un rôle de médiation dans la prise d'une information (chercher le document adéquat)	Machine-outil Pièce
	68	Montrer la preuve (évidence)	Contrat de phase
	76	Avoir un rôle de médiation dans la prise d'une information (consulter la bonne page)	Machine-outil Pièce Contrat de phase
	126	Montrer où l'on doit lire (lire du texte au bon emplacement)	Contrat de phase
	136	Avoir un rôle de médiation dans la prise d'une information Comparer par la vue la longueur d'axe de deux outils.	Machine-outil Pièce Contrat de phase Foret et fraise
voir –voilà 5 occurrences	9	Confirmer l'affichage de réalisation des POM par E1	Ecran de machine-outil
	11	Lire et interpréter brièvement	Ecran de machine-outil
	23	Confirmer la présence du numéro de programme	Contrat de phase
	40	Rendre E2 conscient du besoin d'informations	Machine Pièce Contrat de phase
	60	Confirmer la place des données dans le contrat de phase	Pièce Contrat de phase
c'est pas écrit ***c'est marqué*** ***c'est indiqué*** ***déjà chargé*** 7 occurrences	73, 74 94, 96 23, 109, 110	Numéro de phase Numéro de programme machine Programme en mémoire	Contrat de phase Machine-outil

Figure 79 : Les références à la documentation disciplinaire dans le discours oral.

Dans le discours oral de l'enseignant, les références aux ressources graphiques apparaissent sous forme de verbes à la voix active (*lire, visualiser, regarder, voir*) ou à la voix passive (*écrit, marqué, indiqué, chargé*). Examinons ce que recouvre cette diversité :

- Le verbe *lire* à la voix active (38) correspond à la mise en œuvre d'une compétence documentaire en situation ;
- Le verbe *visualiser* (1, 23, 29, 46) est utilisé sous différentes formes : conjuguée, infinitive, et repris par les mots de sa famille comme le substantif *visualisation*. L'évolution de ses significations[213] est éclairante pour notre propos.
  Apparu en 1887 en psychologie, *visualiser* signifie d'abord *internaliser une perception* du point de vue d'un sujet (sens 1). On dit par exemple « visualiser une couleur ». Le terme souligne la capacité qu'un sujet a de voir un phénomène qui pourtant n'est pas perceptible directement.
  Le terme évolue ensuite avec les technologies de l'image animée qui se succèdent. Vers 1920, à l'avènement du cinéma, *visualiser* signifie « mettre en images un thème ou un univers de fiction » (sens 2) puis, vers 1970, dès la naissance de l'informatique, *visualiser* signifie « faire apparaître des informations sur un écran » (sens 3).
  Selon le contexte, *visualiser* désigne donc soit un mode de représentation interne, soit un mode de représentation externe, soit un mode de représentation indirect (numérique par exemple).

  Le sens 2 et 3 sont mobilisés respectivement lors des répliques (29, 46) et (1, 23). Le point commun à ces trois sens de *visualiser* est de transformer un objet en spectacle, dans un mouvement contraire au verbe antonyme *symboliser* ;
- Le verbe *regarder* (59, 68, 76,126, 136), à la forme impérative, exprime la nécessité d'utiliser les données documentaires pour résoudre des questions en situation ;
- Le verbe *voir* (11, 40) conjugué ou dans sa forme défective *voilà* (9, 23, 60) correspond à la confirmation de l'existence d'une donnée documentaire et finalement à l'assurance de disposer de celle-ci ;
- Les formes passives de verbes synonymes de *marquer* (comme *indiquer*) dans le contrat de phase ou dans la mémoire de la machine (73, 74, 94, 96, 23, 109, 110) sont les plus nombreuses : elles correspondent au fait de savoir que des données sont prêtes et disponibles.

Notre analyse montre que, dans cette conversation, la relation aux ressources graphiques privilégie le mode de l'évidence plutôt que la lecture.

[213] CNRTL, http://www.cnrtl.fr/definition/visualiser

Conclusion de la partie 2

Nous avons consacré cette partie à chercher comment la pensée mathématique ou la pensée technique pouvaient survenir dans les disciplines : mathématiques du lycée général (chapitre 4), et mathématiques-sciences physiques et chimiques, construction mécanique et productique usinage du lycée professionnel (chapitres 4 et 5).

En faisant le point sur les différents modes de constitution des savoirs mathématiques et techniques, nous nous sommes efforcée d'aller au-delà de la catégorisation habituelle qui étiquette les disciplines comme étant générales, technologiques ou professionnelles (chapitre 3).

En particulier, l'exploration et la confrontation des composantes techniques, mathématiques ou technologiques des objets enseignés dans les disciplines de la filière productique usinage nous ont permis d'aboutir à une première présentation des modes d'enseignement des mathématiques par les deux disciplines spécialisées, la construction mécanique et la productique usinage :

- **La construction mécanique**, dite *discipline technologique*, enseigne la conception des objets techniques, les catégorise et formalise leur communication, de façon inductive et expérimentale. Les lois des sciences physiques, les modèles géométriques jouent un rôle dans la structuration des savoirs. Cette discipline n'est pas centrée sur la réalisation des objets techniques mais sur l'analyse de leur principe de fonctionnement. La construction mécanique est donc une discipline technologique expérimentale et appliquée.
- **La productique usinage**, dite *discipline professionnelle*, formalise les procédures de production et catégorise les outillages des systèmes de production, de façon elle aussi inductive et expérimentale. Elle relève elle aussi de la technologie structurale par les modèles théoriques qui valident ses objets. A la différence de la précédente, elle réalise les objets techniques. Des connaissances pratiques se combinent aux connaissances théoriques.

Le point commun à ces deux disciplines est de combiner l'enseignement de techniques et de concepts (de différentes natures) clairement formalisés dans un système de connaissances relatifs aux objets techniques, ce qui devrait permettre aux élèves de pouvoir s'engager dans des études supérieures. Mais nous avons vu (chapitre 2) que la poursuite d'études est difficile pour les élèves de lycée professionnel. Ces deux disciplines s'écartent aussi de l'enseignement de technologie du collège dont on a vu qu'il était orienté vers l'expression des besoins techniques au niveau sociétal.

Dans ces deux disciplines, les concepts mathématiques que nous avons rencontrés sont ceux de la géométrie euclidienne affine : ils s'inscrivent dans un cadre théorique élaboré tels que le concept GPS en construction mécanique (chapitre 3) ou la chaîne géométrique en productique usinage (chapitre 5). Mais leur enseignement n'est pas explicite.

Pour des raisons pratiques (disponibilité des enseignants, calendrier scolaire), nous n'avons pas pu assister, en construction mécanique, à une séance d'enseignement, qui aurait pu jouer un rôle équivalent dans notre recueil de données à celle observée en productique usinage. Les conclusions que nous formulons à cet égard concernent la productique usinage mais cela ne signifie pas que nous minorons l'enseignement informel ou formel des mathématiques dans la construction mécanique.

En productique usinage, l'on a pu entrevoir quelques raisons au fait que les élèves ne puissent pas reconnaître les concepts mathématiques sous-jacents : la conception particulière des solides, la focalisation du discours théorique sur les moyens d'action (chapitre 3), la normalisation du dessin technique, la fixité des notations et des situations, le fait que les genres d'écrits disciplinaires sont plus descriptifs qu'explicatifs (chapitre 5). La dimension collective revêt une grande importance dans la formation technologique elle-même car il ne s'agit pas seulement de conceptualiser et de mettre en œuvre des systèmes techniques. Il s'agit aussi de communiquer de façon normalisée et rationnelle à différents stades du projet de fabrication.

Du point de vue des élèves, les mathématiques enseignées dans la discipline productique usinage relèvent de la géométrie naturelle dans le modèle de Houdement et Kuzniak (2006). En effet, pour les élèves, la connaissance de l'espace peut aussi se faire par l'expérience sensible (la vue, le toucher) (Figure 80).

	Géométrie naturelle I	**Géométrie axiomatique naturelle II**	**Géométrie axiomatique formaliste III**
Intuition	<u>Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience</u>	<u>Liée aux figures</u>	Interne aux mathématiques
Expérience	<u>Liée à l'espace mesurable</u>	<u>Schéma de la réalité</u>	De type logique
Espace	<u>Proche du réel et lié à l'expérience par la vue</u>	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur les axiomes
Type d'espace	<u>Espace intuitif et physique</u>	<u>Espaces physico-géométrique</u>	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	<u>Outils pour chercher, conjecturer</u>	Outil heuristique
Aspect privilégié	Evidence et construction	<u>Propriétés</u> et démonstrations	Démonstration et lien entre les objets

Figure 80 : L'espace de travail géométrique de la productique usinage selon Houdement et Kuzniak.

Nous disposons d'éléments de comparaison concernant l'enseignement des objets mathématiques dans l'une ou l'autre de ces disciplines et l'enseignement des mathématiques dans la discipline mathématiques-sciences physiques et chimiques.

La première différence concerne le cœur de la discipline. La discipline des mathématiques garde une part de questionnement sur ce qui est vrai et étudie des objets mathématiques élémentaires et susceptibles de modéliser plusieurs situations tandis que les disciplines technologiques focalisent leurs discours théoriques sur les moyens d'action qui convoquent des concepts mathématiques souvent complexes et ne figurant pas au programme de mathématiques (principe de la géométrie descriptive, repère orthonormé et isométries). Néanmoins, si ces disciplines travaillent sur des objets techniques complexes (technologiques), l'approche est relativement stéréotypée : la syntaxe est limitée par les artefacts (voir la sémiotique spatiale d'un dessin technique ou le langage de la machine-outil) et l'activité mathématique consiste à interpréter un modèle descriptif.

Une deuxième différence réside dans la plus ou moins grande évidence du projet social des disciplines. La dimension collective revêt une grande importance dans la formation technologique elle-même car il ne s'agit pas seulement d'apprendre à mettre en œuvre une technique mais de savoir s'insérer dans une chaîne de coopération documentaire (chaîne numérique), manipulatoire, logistique, de production (rotation par poste de travail). L'analyse du dernier verbatim a bien montré cette dimension.

Cependant ces différences sont moins profondes que la catégorisation des disciplines ne le laisse entendre. Notamment les disciplines sont fondées sur le même schéma institutionnel : dispenser des techniques en les cadrant (1) par un référentiel théorique dans lequel les mathématiques ont une part importante et (2) par des choix théoriques de pratique professionnelle. En effet, la discipline des mathématiques s'oriente par rapport à la notion de cohérence de la formation scientifique *via* par exemple la liaison des enseignements, et les disciplines technologiques prônent l'apprendre par le faire. D'autres raisons contribuent à minorer les différences : le fait que l'enseignement des mathématiques pratique le discours sur le vrai de façon naturelle (au sens de Houdement et Kuzniak), voire empirique, et dispense des techniques très nombreuses ; le fait que certaines techniques des disciplines technologiques soient fortement mathématisées (concept GPS, dessin technique, réglage de machine-outil).

Quelles réponses apporte finalement notre démarche exploratoire aux conjectures que nous avions formulées ?

1. Il existe des objets mathématiques sous-jacents aux techniques enseignées en productique usinage. Quel est la nature de l'activité mathématique engendrée par la convocation d'un de ces objets mathématiques ? Ces objets mathématiques ne sont pas tous convoqués de la même manière ; certains le sont explicitement (repère orthonormé lors du réglage de machine-outil), d'autres sont évoqués (les isométries dans le concept de degré de liberté), d'autres enfin sont sans doute abordés de façon intuitive (projections orthogonales dans une épure).
2. La fonction principale de ces objets mathématiques est d'assurer la justesse et la fidélité de la technique et parfois la réversibilité d'un processus (réinitialiser une machine ; reconstruire un objet tridimensionnel à partir de ses vues).
   D'un point de vue sémiotique, les différents domaines utilisant les concepts mathématiques en accommodent les signes (voir les affichages d'une machine-outil, le vocabulaire formé de noms composés (ex : origine-*machine*) ou le concept intermédiaire de *modèle de peau*).

Dans les disciplines du lycée professionnel, le langage pour parler des mathématiques s'oriente davantage vers des registres graphique ou symbolique (langage structuré des machines automatiques, normes de dessin, formule de calcul) que vers les raisonnements (discours intentionnel). La forte mathématisation des disciplines technologiques (construction mécanique et productique usinage confondues) fait que le vocabulaire sémiotique des ces disciplines et celui des mathématiques ont des ressemblances sans que pourtant on puisse utiliser l'un pour l'autre. Cela suggère une analogie : celles des langues voisines dont parle Robert (2004) entre lesquelles le développement pragmatique de compétences de communication est possible. La fait d'aborder les concepts mathématiques en partie (mais pas seulement) en situation peut favoriser le développement de compétences mathématiques.

L'oral, les gestes, l'environnement matériel apparaissent très importants pour accompagner l'interprétation des documents techniques.

3. Les environnements techniques (machine-outil, document de phase, dessin technique) requièrent des connaissances sémiotiques (les codes), des connaissances technologiques (les outils, leur action sur la matière, les mécanismes) et des connaissances géométriques mathématiques. Ils convoquent des concepts de différentes natures :

- Des concepts techniques qui modélisent l'interface entre les objets mathématiques et les objets matériels (ou phénoménaux) tel que le concept de *peau* ;
- Des concepts mathématiques abordés dans le paradigme de la géométrie naturelle (Figure 80) : nous avons reproduit le tableau de Houdement et Kuzniak (2006) et avons souligné les éléments descriptifs qui conviennent aux mathématiques de l'espace observées en productique usinage.

La productique usinage favorise donc une certaine fréquentation des mathématiques par l'intermédiaire du vocabulaire sémiotique qu'elle développe (ex : vocabulaire technique) ou autorise (ex : vocabulaire en situation tel qu'un geste). Grize (1992, p.43) insiste sur le fait que l'organisation d'un discours scientifique est « toujours destin[é] à celui qui va la reconstruire ». Il s'agit ici du discours de la discipline productique usinage destiné aux élèves). Grize utilise la métaphore de la *résonance magnétique* pour désigner l'action du discours sur le destinataire car cette action est possible non pas par un fait isolé mais par des systèmes ouverts qui se répondent. Il suggère que la variété du vocabulaire sémiotique crée des reprises, des reformulations, des compensations, des amplifications du contenu du discours (ce qu'il image par la résonance) et que c'est cette résonance qui modifie les représentations du destinataire du discours.

Dans la figure 81, nous avons schématisé la 'résonance', au sens de Grize, comme étant l'influence sur la formation des représentations de deux catégories représentées sous la forme de deux plans parallèles : le plan sémiotique et le plan des concepts utiles à la discipline de productique usinage.

La variété des concepts (Figure 81 : plan de gauche) réunit les différents concepts auxquels fait référence la discipline de productique usinage : les concepts théoriques relatifs à l'activité scientifique et technique ; les concepts pragmatiques liés à l'action).

La variété sémiotique (Figure 81 : plan de droite) réunit les différents moyens sémiotiques de la productique usinage : les procédés indiciels (gestes, bleu de travail, objets matériels, traces matérielles, *etc.*) ; iconiques (image, dessin technique, *etc.*) ; symboliques (code mathématique, jargon de la productique usinage, langue naturelle du groupe social des élèves, *etc.*)
Un objet d'enseignement correspond alors à une organisation, spécifique à la productique usinage, des moyens sémiotiques pour se référer à certains concepts.
Nous proposons la notion générale de *langage disciplinaire* pour rendre compte de l'accordage entre les moyens sémiotiques disponibles dans une discipline et les concepts auxquels se réfèrent les discours de cette discipline.
Dans la partie 3, nous allons d'abord chercher à outiller notre démarche. Nous nous demanderons si la notion de *langage disciplinaire* est consistante. Si c'est le cas, comme nous le conjecturons, nous utiliserons cette notion comme un outil pour mettre à jour des variations disciplinaires et poursuivre, de façon plus systématique, l'étude de notre problématique d'existence d'un enseignement plus ou moins caché des mathématiques par les disciplines.

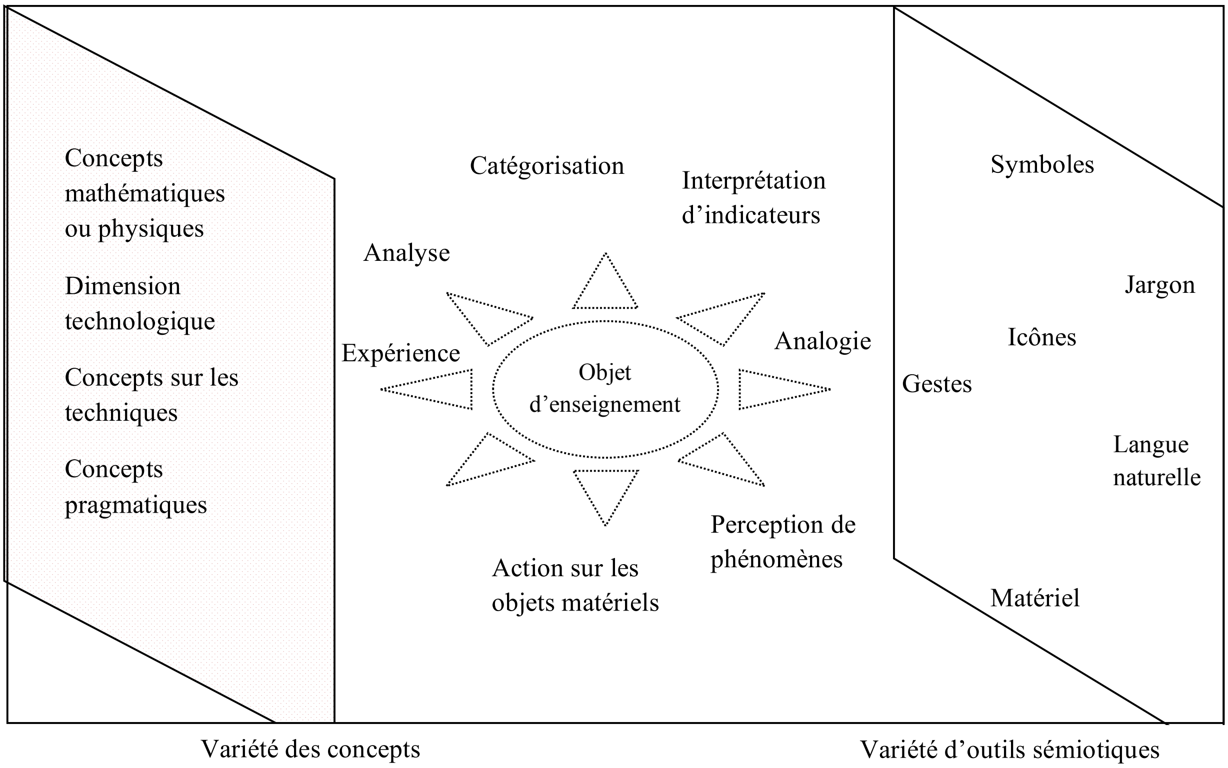


Figure 81: Vers le langage de la productique usinage ?
Métaphore de *mise en résonance* dans la discipline de productique usinage.

Partie 3 : Approche comparatiste des langages disciplinaires dans la filière productique usinage en LEP

Introduction

Notre souhaitons affiner la démarche exploratoire de la partie 2, dans laquelle nous avons mis en évidence que la discipline de productique usinage enseignait des mathématiques d'une façon spécifique, *via* ses moyens sémiotiques. A l'instar de Vergnaud (2002, p. 36-37), nous avions alors conclu que la notion de *langage disciplinaire* apparaît pertinente pour étudier la façon dont les objets mathématiques sont enseignés dans une discipline. En effet, ce qui permet de comparer les modes d'accès aux concepts, ce sont, bien davantage qu'un examen exhaustif des concepts étudiés, des axes d'observation orientés vers les modes de catégorisation, le pragmatisme et l'imagination, c'est-à-dire des axes de langage qui expliquent les concepts en lien avec les situations.

Cette troisième partie de notre recherche est consacrée à la notion de *langage disciplinaire* : d'abord, sa définition puis son application dans une perspective comparatiste, aux disciplines concernées par l'enseignement des mathématiques au lycée professionnel.
Dans le cadre de notre problématique, nous précisons d'abord les deux cadres mathématiques de raisonnement spatial susceptibles d'être utilisées par les disciplines spécialisées de la filière productique usinage (chapitre 6).
Avant que de pouvoir utiliser la notion de *langage disciplinaire*, nous cherchons à en justifier l'existence et l'intérêt méthodologique pour notre problématique (chapitre 7). Pour cela, nous faisons une revue de littérature de la recherche qui traite les phénomènes langagiers dans les processus d'enseignement-apprentissage. Puis nous proposons de circonscrire la notion de langage disciplinaire : quelles sont les conditions donnant un sens à cette notion ? Quels indicateurs révèlent le caractère proprement disciplinaire du langage utilisé dans une discipline ? Il semble en effet que la notion de langage disciplinaire soit fortement dépendante, entre autres, de la notion de communauté de pratiques d'une discipline.
Nous appliquons ensuite la notion de langage disciplinaire pour comparer les trois disciplines de la filière productique usinage en lycée professionnel (mathématiques-sciences physiques et chimiques, construction mécanique et productique usinage) à partir de deux objets de questionnement : la relation des élèves aux mathématiques (chapitre 8) et les vecteurs (chapitre 9). Nous explicitons, dans les trois disciplines, la relation entre les moyens langagiers et les significations.

Chapitre 6 : Les cadres mathématiques du raisonnement spatial dans la filière productique usinage

Ce chapitre est consacré à mieux définir notre objet de recherche : l'enseignement des mathématiques par les disciplines.
Nous rappellerons d'abord les relations, proposées par l'institution, entre la discipline chargée d'enseigner les mathématiques et les autres disciplines pour rendre compte de l'ubiquité des mathématiques et des besoins spécifiques, en mathématiques, des disciplines.
Après avoir rappelé notre problématique, nous préciserons les cadres mathématiques du raisonnement spatial dans les disciplines de la filière productique usinage.

6.1. La discipline des mathématiques dans l'institution du lycée

Au cours des deux dernières décennies, deux notions ont été proposées pour désigner la relation d'une discipline aux autres disciplines : celle de *discipline de service* dans les années 1990 et celle de *transversalité disciplinaire* dans les années 2000. Nous discutons ces deux notions appliquées à la discipline des mathématiques d'une part pour situer notre approche dans un mouvement plus général de la recherche didactique et, d'autre part, pour avoir un panorama des modalités de relations, dans le cadre du lycée professionnel, de la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques aux autres disciplines.

6.1.1. Les mathématiques comme discipline de service

Bernard R. Hodgson (1991) rend compte, en deux temps, de la notion de *discipline de service* à travers les publications de la CIEM[214].
Il fait d'abord référence à des statistiques menées dans les universités canadiennes entre 1985 et 1988 par lui-même et des confrères (Figure 82) : il décrit les départements de mathématiques comme pourvoyant majoritairement les besoins de départements non versés dans les mathématiques : *clientèle globale des cours de mathématiques*, *programme client* (*ibid.,* p. 100). Dans son article *Regards sur les études de la CIEM* paru dans une compilation, l'auteur

[214] CIEM : Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques (ICMI, International Commission for Mathematical Instruction en anglais). Cette commission a été fondée en 1908 par le congrès international des mathématiciens, lui-même initié en 1890 par G.Cantor et F.Klein. Cette commission, dédiée à l'observation de l'enseignement des mathématiques au niveau mondial, a donc été créée collégialement par une assemblée de chercheurs en mathématiques et non par des enseignants de l'enseignement secondaire. Depuis 1952, cette commission se réunit tous les quatre ans dans une ville différente.

décrit quelques problèmes attenants à cette relation de service mettant à mal soit les aspirations des sujets étudiants ou enseignants, soit la politique des départements :

> Ainsi les mathématiques pourront être perçues, par les étudiants des autres disciplines, comme un filtre visant à sélectionner les meilleurs d'entre eux […], comme un sujet de moindre importance, voire un sujet qu'ils espéraient éviter à l'université. L'enseignant de mathématiques pourra voir dans les cours de service l'obligation de faire face à de vastes auditoires d'étudiants plus ou moins intéressés, de se soumettre à une évaluation externe, de couvrir des contenus de cours surchargés, axés sur la technique et détachés de son intérêt habituel en recherche […]. Pour les départements de mathématiques, enfin, l'enseignement de service signifiera la mise en place de support adéquat […], la négociation de programmes clients, […] quand il ne s'agira pas de tout simplement chercher à conserver des cours déjà implantés. (Hodgson, 1991, p.99)

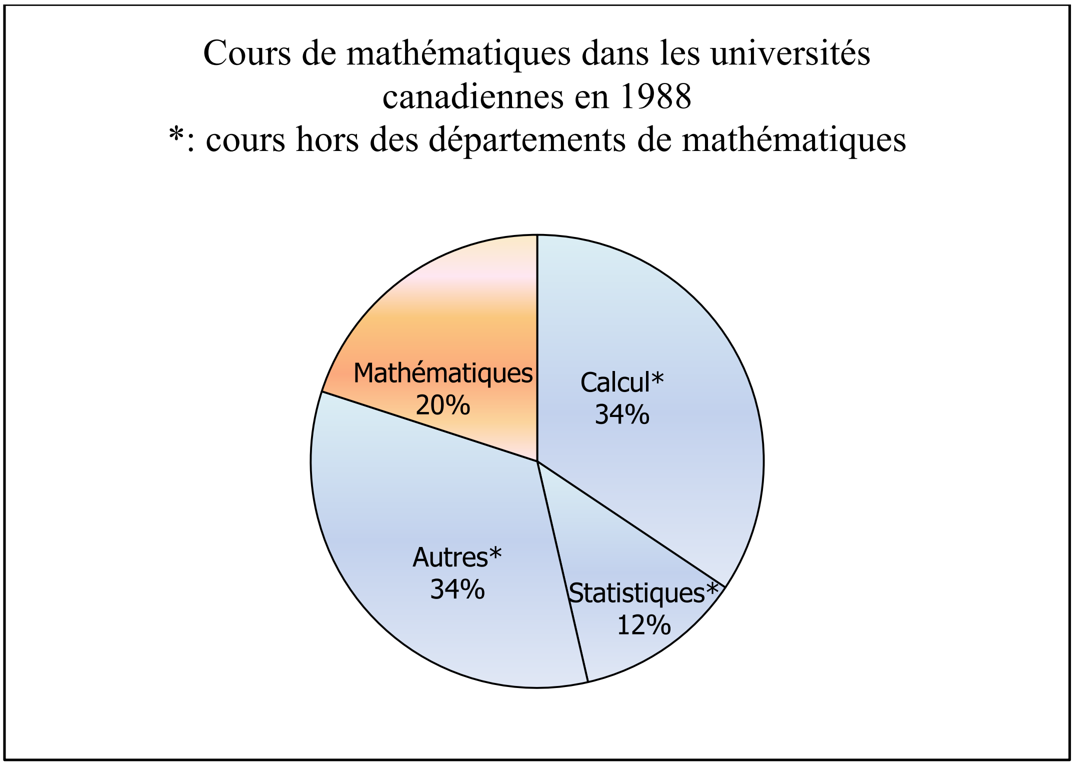


Figure 82 : Les mathématiques comme discipline de service dès 1988.
(Hodgson *et al.* 1988)

Hodgson fait ensuite référence à des discussions qualitatives (vers 2000) portant sur les mathématiques comme discipline de service ; par une incise, il indique alors qu'il s'agit de prises de position destinées à contrecarrer le dénigrement des mathématiques comme discipline de service :

> L'enseignement, soutient-on dans les actes, n'est ni un sous-enseignement, ni un enseignement de mathématiques appauvries ou subordonnées ; il s'agit plutôt d'un enseignement qui requiert d'être bien ciblé à la lumière d'une intime collaboration entre mathématiciens, enseignants et utilisateurs. (Hodgson *et al.* , 1991, p.100)

A propos de la relation entre la discipline des sciences physiques et la discipline technologique en lycée professionnel, Jouin (2002) rappelle le sens que donnent Howson et Kahane à l'expression *discipline de service* en citant leurs propos :

> Le concept de "discipline de service" a d'abord été utilisé en mathématiques. Howson et Kahane (1988), à la suite d'un colloque sur ce thème, affirment que cette prise de position apporte à la discipline un enrichissement, par les restructurations qu'elle rend nécessaires concernant les "sujets à enseigner et les méthodes à introduire", et s'inscrivent en faux contre le risque de dévalorisation qui pourrait y être attaché. Ils soulignent :
> - l'effet motivant produit par le choix d'exemples pris dans le champ professionnel des étudiants ;
> - la nécessité de privilégier l'aspect fonctionnel de l'enseignement, qui permet à "apprendre à reconnaître les concepts dans des situations très différentes" ;
> - l'importance de continuer à développer les modes de pensée propres à la discipline, la "culture mathématique" en l'occurrence ;
> - la nécessité d'une bonne connaissance des deux disciplines et des relations entre elles : "selon les aspirations de carrière et le choix de la discipline de base, les maths apparaissent parfois indispensables, parfois utiles mais de moindre importance. L'enseignement doit être adapté à ces différents types de demandes" (Jouin, 2002 p. 2).

Ainsi, nous constatons qu'observer et qualifier des relations entre les mathématiques et les disciplines qu'elles servent n'est pas une démarche neutre ; cela engage les représentations des acteurs (enseignants et apprenants) sur l'une ou l'autre de ces disciplines. Il est également nécessaire de comprendre l'expression discipline *de service* en lien avec les structures institutionnelles où elle est discutée : d'abord descriptive d'un type de répartition des services d'enseignements de mathématiques en université, l'expression devient ensuite plus idéaliste lorsqu'elle s'applique en lycée.

Voyons à présent ce que devient la notion de transversalité lorsqu'on l'applique aux mathématiques.

6.1.2. Les mathématiques sont-elles transversales ?

Dans les années 2000, le français est qualifié de *discipline transversale*, pour signifier que certains aspects du fonctionnement de la langue naturelle, dans le cadre d'une discipline autre que le français, peuvent à l'occasion devenir objet d'enseignement. Les observations en classe montrent alors que, dans le glissement d'une représentation spontanée disponible chez les apprenants au concept scientifique visé par cet enseignement de la discipline, les jeux langagiers « cristallisent » le lien entre la situation d'apprentissage, la discipline, et la situation d'énonciation. La notion de *communauté discursive disciplinaire* apparaît (Jaubert *et al.,* 2003) et conduit finalement une partie de la communauté des chercheurs à invalider la notion de transversalité pour la raison que le fonctionnement de la langue occasionné par un objet d'enseignement dans une discipline autre que le français ne saurait devenir objet d'enseignement du français lui-même sans être mis en relation avec les raisons sociales et scientifiques ayant placé, à un instant donné, cet objet dans le curriculum de ladite discipline (Bernié, 2004, p. 7-8).

De manière analogue à ce qui s'est produit pour le français, les années 2000 ont vu se développer une vaste réflexion sur les mathématiques enseignées au lycée, en amont d'une importante réforme des programmes. Cette réflexion, originale en son genre, commandée par les associations d'enseignement des mathématiques[215] au ministère de l'éducation nationale[216] a été menée par une commission composite[217]présidée par Jean-Pierre Kahane et parrainée par l'Académie des sciences. Ces deux instances ont mis en lumière deux faits déjà signalés dans la partie 2 à propos de la dialectique entre pensée mathématique et pensée technique : d'une part l'intrication de l'évolution des sciences physiques et informatiques et la recherche mathématique et, d'autre part, l'impact de cette dynamique des sciences et des techniques dans une multitude de domaines professionnels.

> […] les mathématiques sont partout dans les sciences comme dans la vie. C'est un fait évident, mais essentiel, qui devrait sans doute inciter les mathématiciens et enseignants à plus de disponibilités vis-à-vis des autres disciplines. (Kahane, 2000, p 10)

Au terme de ses travaux, la *Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques* a dégagé quatre axes[218] de renouvellement de leur enseignement, l'idée directrice étant d'actualiser les contenus mathématiques enseignés tout en maintenant les valeurs de la pensée mathématique (recherche d'invariant, permanence des concepts, imagination et preuve) mais surtout de moderniser le regard porté *de l'intérieur* sur les mathématiques en tant que discipline d'enseignement. Le texte de présentation générale des rapports de la commission Kahane exprime le fait que c'est aux enseignants de mathématiques qu'il incombe de transmettre ce regard rénové mais que dans le même temps ces mêmes enseignants n'y sont peut-être pas prêts :

> La vision des mathématiques s'est considérablement modifiée depuis cinquante ans. […] Il est bon de ne plus raisonner seulement en termes de « mathématiques », « mathématiques pures et mathématiques appliquées », mais de considérer l'ensemble des « sciences mathématiques » dans la variété de leurs acteurs et de leurs utilisateurs. […]

---

[215]Les associations commanditaires étaient l'APMEP, la SMAI, la SMF, l'UPS.
APMEP : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
SMAI : Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles ;
SMF : Société Mathématique de France ;
UPS : Union des Professeurs de Spéciales.

[216]Ministres de l'Education Nationale en France : Claude Allègre (du 04/06/1997 au 28/03/2000) puis Jack Lang (du 28/03/2000 au 07/05/2002).

[217]Commission composée de chercheurs en mathématiques ou en didactique, d'enseignants du supérieur, d'inspecteurs généraux dont certains membres de la commission nationale des programmes ou formateurs d'enseignants.

[218] Chacun des quatre axes, *géométrie, informatique, calcul, probabilités et statistique,* est approfondi dans ses aspects épistémologiques, techniques ou socio-applicatifs et donne lieu à un rapport, daté entre 1999 et 2000.

> La réflexion sur l'enseignement des mathématiques est donc, par nature, une réflexion à long terme. Elle se heurte à la vision générale des jeunes, des parents, et des enseignants eux-mêmes dans leur pratique, qui est à court terme. […]
> Au-delà de leur formation initiale, les professeurs de mathématiques ont besoin de se cultiver et de réfléchir à leur métier en permanence. Le besoin est sans doute général dans toutes les disciplines, mais il est aigu en mathématiques .
> (Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, Présentation des rapports et recommandations, 2000, p.2)

La réflexion menée par ces instances vise à replacer les mathématiques, en tant que discipline, dans une relation dynamique avec les autres disciplines. Nous venons d'évoquer le *français transversal* à l'école. Pouvons-nous parler, à notre tour, de transversalité de la discipline des mathématiques et des conséquences sur l'enseignement des mathématiques que cela pourrait avoir dans l'enseignement en général, et dans l'enseignement professionnel en particulier ?
Pour répondre à ces questions, nous recensons d'abord les différents emplois de la notion de *transversalité*, différents de ceux pris dans le débat sur le français transversal.

- Un premier sens serait celui où les mathématiques apportent des outils sans participer au sens que construit la discipline hôte. La discipline des mathématiques serait alors simplement fournisseur d'outils fondamentaux. Par exemple, les concepts de nombre, de proportion, de fonction se déclinent dans tous les domaines.
- Un deuxième sens, d'envergure épistémologique, désignerait la discipline des mathématiques comme permettant la mise en parallèle de différentes significations et situations de référence. La discipline des mathématiques jouerait alors un rôle unificateur entre les points de vue disciplinaires et la diversité des situations étudiées. Un exemple est celui du concept de nombre dérivé intégrant, entre autres, une définition cinématique (vitesse), une définition économique (prix marginal), une définition géométrique (pente de tangente non « verticale »), ...
- Un troisième sens inverserait la relation habituelle entre les disciplines. Sous l'angle de l'intuition et de la construction d'images mentales, ce seraient les disciplines expérimentales sur lesquelles la discipline des mathématiques prendrait appui, s'autorisant ainsi- par un répertoire d'images mentales- à des raccourcis de pensée. Par exemple, l'orthogonalité au sens géométrique ou algébrique est étayée directement par l'expérience de la verticalité ; la continuité par l'expérience du geste dans l'espace et le temps…
- Un dernier sens enfin serait celui où les mathématiques apportent un point de vue différent à celui exposé dans une discipline autre. Par exemple, le concept de vecteur caractérisé par une direction, un sens et une longueur dans l'espace euclidien en mathématiques, requiert de plus, en mécanique, un point d'application. Cette composante supplémentaire fait passer le vecteur d'objet ensembliste (classe d'équivalence) à celui d'objet local. Elle change la

manière d'imaginer le concept de vecteur ; elle peut constituer une difficulté lors de l'apprentissage[219]. Ce dernier sens apparaît inusité en didactique des mathématiques.

Durant la dernière décennie, différents dispositifs institutionnels ont fait ressortir le rôle médiateur la discipline des mathématiques qui apparaît liée aux autres disciplines dans un rapport très polymorphe (Figure 80). Toujours mise en avant pour faire ressentir la cohérence des connaissances scientifiques et techniques, la discipline des mathématiques est invitée dans des dispositifs pluridisciplinaires donnant des occasions d'engager un travail moins « scolaire », de réfléchir à ce que sont les mathématiques dans la vie quotidienne, dans la recherche scientifique, dans les domaines industriels et aussi dans la construction de soi. Il y a donc une volonté et une quête institutionnelles visant à faire coopérer les mathématiques avec diverses disciplines, principalement scientifiques (Figure 83). Le tableau de la Figure 83 fait l'inventaire des différents dispositifs ou manifestations organisés par l'institution scolaire, à différents niveaux, visant à promouvoir les mathématiques comme champ d'activités diverses, créatives et ancrées dans la vitalité scientifique du monde actuel.

ANNÉE	INTITULE DU DISPOSITIF	INTENTION INSTITUTIONNELLE
2000	Olympiades nationales de mathématiques	Promouvoir l'initiative, la coopération et le goût de la recherche.
2001	Ateliers scientifiques et techniques en collège	Favoriser la rencontre entre le monde de l'éducation et le monde de la recherche. Encourager les approches transversales et pluridisciplinaires.
2005	Socle commun des compétences : principaux éléments de mathématiques culture scientifique et technologique	Donner aux élèves la culture scientifique nécessaire à une représentation cohérente du monde et a la compréhension de leur environnement quotidien : -les compétences acquises en mathématiques conditionnent l'acquisition d'une culture scientifique ; -la complexité peut etre exprimée par des lois fondamentales.
2006	travaux personnels encadrés en première générale	Percevoir la cohérence des savoirs scolaires entre les différentes disciplines. Être dans une situation d'apprentissage actif incluant : - la définition autonome d'un sujet, - le respect d'un échéancier, - la stabilisation d'une problématique, - la mobilisation des savoirs dans une production, - le choix d'un support adapté de réalisation, - une presentation synthétique

[219] Nous analysons le cas du vecteur en détail (§ 6.3.2.).

2009	Enseignements généraux liés aux enseignements de spécialité en lycée professionnel	Favoriser la cohérence de la formation scientifique par des projets, des approfondissements mathématiques ponctuels.
2010	Enseignement d'exploration méthodes et pratiques scientifiques en seconde générale et technologique	Découvrir à travers un projet pluridisciplinaire l'apport des différents domaines des mathématiques, des sciences physiques et chimiques, des sciences de l'ingénieur. Privilégier réflexion, esprit d'équipe, autonomie et initiative.
	Enseignement d'exploration initiation aux sciences de l'ingénieur en seconde générale et technologique	Montrer la différence entre une solution de principe scientifique et une solution technique. acquerir une culture technologique suffisante pour aborder les systemes pluri-techniques. montrer l'apport et la synergie avec les mathématiques, les sciences physiques et chimiques fondamentales et appliquées, les sciences de la vie et de la terre.
2011	La semaine des mathématiques	Valoriser les mathématiques dans les métiers divers.
2012	Les stages mathc2+ durant le cycle d'orientation de la quatrième a la seconde	Repérer et encourager les jeunes talents en mathématiques. favoriser la rencontre entre le monde éducatif et le monde de la recherche.
	Enseignement de spécialité informatique et sciences du numérique (année de mise en œuvre) en terminale scientifique	Développer des compétences de base en informatique. Donner le gout des sciences du numérique lors d'activités variées : travaux pratiques, projets, exposés et débats. Développer la rigueur en apprenant les bases de la programmation. S'interroger sur la qualité, la sûreté, la fiabilité et la sécurité des données numériques. Identifier et s'interroger sur les progres, les avantages et les risques que genere la societé numérique.

Figure 83 : Les dispositifs institutionnels de promotion des mathématiques depuis 2000.

À ce titre, il est intéressant de noter que les technologies industrielles de transformation de la matière, dont fait partie l'usinage, peuvent également être amenées à jouer un rôle de médiation culturelle interdisciplinaire, notamment lorsqu'on fait appel à elles, en filière S, comme pistes de TPE[220]:

[220] TPE : Travaux Personnels Encadrés constituant une épreuve obligatoire anticipée du baccalauréat général (arrêté du 29/07/2005 paru au BOEN n°31 du 1/09/2005).
À partir d'une liste nationale de thèmes, les élèves définissent une problématique, mènent, durant environ six mois, une recherche en autonomie durant lesquels ils sont encadrés par deux à trois enseignants de différentes disciplines. Une production originale, un rapport écrit, une synthèse personnelle, le carnet de bord de leurs travaux et un exposé

Axe de recherche Matière inerte, matière vivante et optimisation des formes
• Objet technique et matière vivante : production, reproduction et autoproduction
• L'organisation de la matière vivante en formes spécifiques, fractales
• Optimisation des formes et des volumes, surfaces d'échanges
• Optimiser une forme pour minimiser la quantité de matière
• Nouvelle matière, matière technique et vêtement, épouser des formes, nouvelles formes, design
• Mise en forme de la matière (par enlèvement de matière, moulage, soudage, imprimante 3D)
• Propriétés de la matière induites par la forme, constructions animales et végétales
• Perception des formes et de la matière
(Note de service n° 2013-070 du 30-4-2013 MEN - DGESCO A3-1)

On observe ici une situation symétrique de celle du lycée professionnel. Au lycée général, ce sont les disciplines technologiques qui servent de liant transversal aux activités mathématiques. Sous l'expression *Mise en forme de la matière*, quatre technologies industrielles sont regroupées. À la différence des autres technologies, l'usinage n'y est désigné que par la périphrase *enlèvement de matière.* On peut supposer que l'institution, émettrice de cette fiche technique à destination des enseignants et des élèves de lycée général, a anticipé la méconnaissance du mot *usinage*. On peut mettre en relation cette formulation périphrastique avec l'extrait suivant d'un entretien que nous avons mené avec un enseignant de productique usinage :

79 **Ch** : OK / hum // est-ce que vous pourriez décrire le profil de vos élèves //d'une façon générale !

80**E-pu1 :** assez atypique en général euh // on récupère beaucoup d'élèves en échec scolaire // qui finalement se découvrent des qualifications

[…]

97 Ch : d'accord // OK / alors / euh //donc sinon atypiques euh / simplement par le fait qu'ils aient été en échec

98 **E-pu1** : y'en a aussi beaucoup qui /qui /qui n'ont pas forcément demandé cette formation-là en premier vœu

99 Ch : ah

100 **E-pu1:**(*inaudible*) on a une formation qui est très peu lisible pour qui est en collège … donc on récupère souvent des élèves un petit peu égarés.... et euh il faut prolonger ...pour qu'ils découvrent un métier qui … est très intéressant.

101Ch : d'accord // et c'est peu lisible / pour quelle raison ? parce que les gens savent pas c'que c'est l'usinage ?

102 **E-pu1** et Ch : (*à l'unisson*) : tout simplement

103 Ch : comme moi par exemple

104 **E-pu1** : voilà // auprès du grand public / on n'existe pas/ l'usinage / c'est très obscur

105 Ch : d'accord // bon / c'est un peu vrai

---

oral permettent de rendre compte de l'interdisciplinarité de leurs travaux et donnent lieu à une évaluation (coefficient 2).

106 **E-pu1** : oui

Ceci invite à pondérer l'intérêt intrinsèque qu'une discipline peut offrir dans un dispositif de formation pluridisciplinaire par son indice de notoriété. Ainsi toutes les disciplines ne sont pas égales aux yeux des promoteurs de programmes, les moins connues ont moins de chance d'être explicitement désignées comme tête d'affiche de projets pluridisciplinaires, même si elles ont un fort potentiel d'application et de rayonnement.

Nous venons d'envisager, à l'échelle des lycées, les significations et les dispositifs institutionnels d'ouverture de la discipline des mathématiques soit vers d'autres disciplines, soit vers des domaines non scolaires d'activités. Ceci nous a permis de décrire une tendance de l'institution scolaire qui s'est développée depuis les années 2000. Nous restreignons à présent notre approche au lycée professionnel et nous penchons sur la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques dans le dispositif des *Enseignements Généraux Liés à la Spécialité* (EGLS).

6.1.3. Les mathématiques dans les disciplines technologiques : cachées ou liées à la discipline des mathématiques ?

Suite à la rénovation des voies technologiques et professionnelles, depuis 2009[221], le lycée professionnel dispose de 152 heures à répartir sur trois ans pour *lier les enseignements généraux à la spécialité professionnelle*, ceci en plus des horaires disciplinaires généraux de base communs à tous les baccalauréats professionnels. Ce dispositif, dit EGLS[222], souple et ajusté aux décisions des équipes pédagogiques, est géré de façon autonome par les établissements. Il reste objet d'observation de la part du corps d'inspection des enseignements techniques et généraux[223]. Des activités de convergence disciplinaire ou des contenus complémentaires disciplinaires, adossés au contexte professionnel, peuvent être proposés aux élèves de façon ponctuelle ou intégrés à un projet, permettant éventuellement des interventions conjointes d'enseignants de disciplines générale et de spécialité. La présentation officielle de ce dispositif est reproduite dans la partie *Annexe des documents*. Selon la démarche préconisée par le corps d'inspection :

> L'identification des besoins résulte d'un travail d'équipe et prend appui sur l'analyse des programmes et le croisement des référentiels des disciplines spécialisées. Ce travail permet d'identifier :
>
> – Les points de convergence entre les enseignements professionnels et les enseignements généraux.
> – Les spécificités et contenus supplémentaires disciplinaires.
>
> (Suivi de la Rénovation de la Voie Professionnelle-Guide des bonnes pratiques 2012-2013, p. 19).

---

221 BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009.

222 EGLS : Enseignements Généraux Liés à la Spécialité professionnelle.

223 Suivi de la Rénovation de la Voie Professionnelle- Guide des bonnes pratiques 2012-2013.
http://www.ac-lille.fr/actus/downloads/renovation-voie-professionnelle_guide-pratique.pdf

Si aucun point de vue disciplinaire n'est officiellement favorisé, des liaisons de prédilection se forment d'emblée : dans les filières du tertiaire (groupement C), le français ou les langues vivantes sont les disciplines générales « élues » pour réaliser la liaison avec les spécialités ; dans la filière des métiers de l'industrie (groupement B), ce sont les mathématiques qui cristallisent le besoin de liaison. Cependant, il y a un hiatus entre la prescription officielle et sa réalisation. Une déclaration générale telle que « l'enseignement des mathématiques et des sciences physiques concourt à la formation intellectuelle, professionnelle et citoyenne des élèves » (BOEN spécial n°2 du 19/02/2009, p. 1) a une incidence modérée sur la formation des liaisons, lesquelles apparaissent finalement sous-entendues, comme on le voit dans le document présenté à la Figure 84. Ce document constitue un exemple de document collaboratif construit par un groupe de travail d'inspecteurs pédagogiques dans le but de piloter le dispositif EGLS dans les établissements.

<table>
<tr><th rowspan="2">Domaine de mathématiques</th><th rowspan="2">Capacités en mathématiques</th><th rowspan="2">Résultat attendu dans la spécialité</th><th colspan="5">Périodes scolaires</th></tr>
<tr><th>P1</th><th>P2</th><th>P3</th><th>P4</th><th>P5</th></tr>
<tr><td>Statistique à une variable</td><td rowspan="5">Formulations issues du programme de mathématiques

BOEN spécial n°2 du 19/02/2009</td><td rowspan="5">Formulations issues du référentiel de compétences de la spécialité professionnelle

Arrêté du …/…/… selon la spécialité</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Information chiffrée
Proportionnalité</td><td></td><td colspan="3" rowspan="2">Proposition de positionnement</td><td></td></tr>
<tr><td>Résolution d'un problème du premier degré</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>De la géométrie dans l'espace à la géométrie plane</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Géométrie et nombres</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Figure 84 : La liaison des mathématiques à la spécialité professionnelle à partir des textes officiels, d'après un document de travail d'un groupe d'inspecteurs pédagogiques.

Le document de travail présenté à la Figure 84 est consultable dans son intégralité dans la partie *Annexe des documents*. Les critères de liaison sont des observables (capacités en mathématiques, résultat dans la spécialité). Le tableau pose implicitement trois questions :

- Comment lier les objectifs éducatifs de la discipline des mathématiques (donner les outils nécessaires à la vie pratique et citoyenne) et les apports disciplinaires ?
- Est-il possible de transférer une technique ou une question-problème d'une discipline à l'autre ?
- Existe-t-il des objets enseignés communs aux disciplines générales et technologiques ?

Ces questions sont cohérentes avec les finalités éducatives de *cohérence de la formation scientifique* pensées *tout au long de la vie* (HCE, 2009 b, p.30) ou de garantie d'une *culture scientifique et technologique* (Socle commun des connaissances et des compétences, 2006) et

avec la réorganisation de la discipline des mathématiques en lycée professionnel (programmes, contrôle continu, démarche d'investigation).
Le tableau (Figure 84) considère pourtant l'enseignement des mathématiques comme étant attaché à la discipline des mathématiques. Nous allons au contraire nous intéresser aux mathématiques qu'enseignent par elles-mêmes les disciplines autres que les mathématiques. Pour notre part, il s'agira de deux disciplines technologiques de la même filière professionnelle : la productique usinage et la construction mécanique.
Notre interrogation se répercute sur les textes officiels : tous les objets enseignés sont-ils mis en texte ? Les objets enseignés sont-ils si clairement répertoriés par disciplines, si clairement coordonnés que les disciplines puissent, idéalement, être liées ?

Si nous admettons que tout ce qui est mathématiquement enseigné n'est pas nécessairement mis en texte dans les documents officiels, alors se pose une autre question, celle de repérer quand un objet mathématique est convoqué. Dans cette mesure, la (non) reconnaissance par les acteurs de la nature éventuellement mathématique des objets enseignés est révélatrice de ce qui est mathématiquement caché dans un enseignement disciplinaire. Le mot *caché* correspond à un « flou fonctionnel » et qualifie les apprentissages scolaires « qui échappent à la conscience des principaux intéressés, maîtres, élèves et parents » (Perrenoud, 1993, p. 9).

Le caché mathématique serait ce qui est enseigné par une discipline mais qui n'a pas besoin d'être déclaré comme mathématique pour fonctionner : il s'agirait finalement de considérations mathématiques pour lesquelles il est de bon sens d'admettre qu'elles sont inadaptées aux objectifs disciplinaires (difficiles à formaliser, coûteuses en temps d'apprentissage). Cependant, ce caché mathématique est enseigné et nous cherchons à comprendre comment.

En situation de transmission de techniques où peuvent intervenir des mathématiques plus ou moins intriquées à des savoirs non mathématiques, nous savons déjà que les disciplines ou les professions reconfigurent les références aux mathématiques selon leurs champs d'activité (classes de situations-problèmes, outils conceptuels) et l'orientation de leur finalité éducative (savoir-faire pratique ou formation scientifique).

En contexte scolaire, dans les formations initiales d'ingénieurs ou de techniciens, Castela et Romo Vasquez (2011), Bessot et Laborde (2005), Kent et Noss (2003) analysent comment, à travers les situations et le matériel utilisé (instrument, matière), les disciplines technologiques convoquent les objets mathématiques, enfouissant plus ou moins certains de leurs aspects définitoires ou techniques jusqu'à parfois les rendre transparents *via* les interfaces logicielles.

D'un point de vue historique, Ba (2007, p. 68-80) décrit les migrations des vecteurs, comme objet enseigné, entre la discipline de la physique et celle des mathématiques à travers l'évolution des prescriptions officielles.

Enfin, dans le contexte des métiers, Bulf (2008, 2010) chez les tailleurs de bois, Castela et Elguero chez les couturières (2013) étudient comment se constituent les savoirs, en particulier les savoirs mathématiques. Par exemple, dans le domaine de l'apprentissage de la couture en

Argentine, les auteures (2013) identifient deux niveaux de communautés fournisseuses de critères qui contribuent à configurer les discours sur les techniques :

> La première englobe tout ce qui concerne la production de vêtements, on pourrait parler de l'institution *Habillement* (à une époque donnée, dans une société donnée) : éventuellement déclinée en sous-institutions liées aux groupes sociaux, elle impose ses normes, entre autres détermine ce qu'est un vêtement qui va bien et donc fournit les critères d'évaluation de la production des couturières. La seconde institution est plus globale, c'est elle qui contraint le temps des couturières professionnelles, qu'elle soit employée ou à leur compte, introduisant ce qu'on peut considérer comme un critère de productivité du travail ; désignons-là comme l'institution Économie, dont la branche commerciale ajoute des contraintes liées aux relations avec la clientèle qui pèsent aussi sur la couture sur mesure. (Castela *et* Elguero, 2013, p. 12).

Ces recherches s'intéressent à la diversité des modes de constitution et de circulation des savoirs mathématiques dans la société, à travers les univers scolaire ou professionnel. Concernant la formation, elles étudient la balance qui se crée entre la formation aux concepts (dans leur aspect unificateur et simplificateur) et la formation aux besoins et savoir-faire outillés par ces concepts. C'est dans la continuité de ces travaux que nous posons les questions suivantes :

- Quelles sont les formes diverses des objets mathématiques d'une discipline à l'autre dans une même filière scolaire ? Comment, dans une filière professionnelle scientifique, s'accommode-t-on des effets des variations disciplinaires ? Ou, selon une approche plus critique, les variations de cultures disciplinaires permettent-elles aux acteurs (enseignants, élèves) de reconnaître un objet mathématique et de s'interroger sur la portée de son champ conceptuel à travers plusieurs disciplines ?
- Quels sont les usages langagiers d'une culture disciplinaire associés à l'enseignement implicite (ou non) d'un objet mathématique (savoir-faire, modèle, concept) et quelles sont les significations spécifiques qui en résultent ?

Toutefois, nous n'avons pas souhaité aborder ces questions relatives aux objets mathématiques en ne considérant qu'un domaine d'activité ou qu'une seule discipline car cela serait revenu, du fait de la nécessité de décrire pour analyser, à instituer sans le dire une référence « absolue » de ce qu'est un objet mathématique. Nous avons préféré une approche dynamique de ces questions, en mettant en parallèle trois disciplines d'une même filière : elles sont ainsi liées tout en étant distinctes et l'entrée comparatiste est alors pertinente. Dans la partie 1, nous avons indiqué que l'interdidactique permettait pour certaines problématiques, d'importer des outils didactiques connus dans une discipline mathématisée. Nous avons déjà cité la proximité entre les langages et la stéréotypie des représentations. Nous avons donc fait l'hypothèse que des langages disciplinaires existent.

6.2. Retour sur notre problématique

Notre question initiale porte sur l'enseignement de concepts mathématiques par des disciplines de lycée professionnel autres que celle des mathématiques. En nous tournant vers des disciplines dont les objets sont modélisés mathématiquement, nous cherchons à structurer la démarche de comparaison entre plusieurs discours disciplinaires d'une même filière. Ces disciplines peuvent être proches par leur référence à un certain champ conceptuel, mais aussi, éloignées par leurs intentions, leurs pratiques sémiotiques ou leurs techniques relatives à ce concept.

Notre réflexion nous a amenée à la nécessité de mettre en relation les significations mises en avant par une discipline et les moyens qu'elle met en œuvre pour produire ces significations. Par quels discours les disciplines d'une même filière contribuent-elles ou non à une représentation unitaire de la culture scientifique du point de vue de l'élève ?
La notion de *langage disciplinaire* semble pouvoir expliquer le réseau des significations d'un concept dans un cadre donné. Cependant la notion de langage disciplinaire doit être justifiée.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter les conjectures (hypothèses) que nous formulons à propos du langage disciplinaire. Nous passerons ensuite à une étape applicative que nous avons consacrée au *raisonnement spatial dans la filière productique usinage* qui fait l'objet de la section suivante.
Ceci nous permettra de revenir à la notion de langage disciplinaire pour elle-même, dans le chapitre 7 où nous nous demandons quels sont les enjeux de cette notion ? Quels sont les conditions d'émergence et les indicateurs d'existence du phénomène qu'elle désigne ? Nous exposerons aussi les méthodes que nous avons utilisées pour comparer les différents langages disciplinaires.
Par la suite, bouclant le circuit théorie-pratique-théorie par une dernière phase de pratique, nous mettrons en application la notion de langage disciplinaire pour comparer les trois disciplines de la filière productique usinage sur deux thèmes : la relation des élèves aux mathématiques (chapitre 8) et l'enseignement de l'objet *vecteur* (chapitre 9).

6.2.1. Nos hypothèses de recherche sur le langage dans les disciplines

Nous conjecturons qu'une discipline d'enseignement, en tant qu'unité socialement construite se référant à un champ scientifique, développe un langage qui lui est propre de par l'adaptation didactique spécifique exercée et de par les relations exprimées, elles aussi spécifiques, de la discipline aux autres disciplines scolaires.

Le présent chapitre est consacré à discuter et valider cette conjecture. Nous montrerons qu'un langage disciplinaire ne se réduit ni au langage spécifique du champ scientifique auquel la discipline réfère, ni à la discipline elle-même.

On objectera notamment la nécessité d'introduire la notion de *langage* à côté de la notion de *discipline*, la notion de discipline apparaissant insuffisante pour décrire et expliquer des variations observées entre deux disciplines à propos d'un objet mathématique.

Selon nous, un langage disciplinaire agrège d'une part une version spécifiquement adaptée d'un langage scientifique académique à un public d'élèves dans un contexte de formation et, d'autre part, l’expression du ressenti, par les acteurs de la discipline, de l’altérité de la discipline par rapport aux autres disciplines.

Quant à nous, nous ne considérons que deux relations dans le contexte du lycée professionnel : celle de la productique usinage aux mathématiques et celle de la construction mécanique aux mathématiques.

6.2.2. Présupposés théoriques à la notion de langage disciplinaire

La notion de langage disciplinaire se place dans le champ de la sémiotique puisque les dimensions sémantique, technique et énonciative sont sollicitées pour la définir. Nous rappelons les présupposés qui accompagnent la notion de langage disciplinaire telle que nous la proposons.

Le premier présupposé est l’unité culturelle des disciplines scolaires. Nous considérons une discipline scolaire comme un élément d’une même culture sociale et institutionnelle mais suffisamment isolée pour que des particularités langagières et représentationnelles s’y développent. En conséquence, lors de notre démarche de comparaison, si des différences sont observées entre deux disciplines, celles-ci seront interprétées comme des variations culturelles entre disciplines. L’expression *culture disciplinaire* sera donc peu utilisée.

Le deuxième présupposé est la corrélation entre le vocabulaire d’une discipline et les représentations des concepts auxquels ce vocabulaire réfère. Cette corrélation est double, car ces formes langagières ont une double fonction : celle de traduire une conception et celle de la contenir. Par exemple, la relation d’orthogonalité peut être signalée soit par le mot *orthogonal* soit par un mime avec les mains comme on l’a décrit dans la partie 2 (chapitre 3, section 3.2., Figure 45), soit par un dessin, etc. Ce qui est significatif n’est pas le code employé, mais un ensemble cohérent de façons de signaler et de décrire le concept qui révèlent le rapport au concept. C’est ce que nous étudierons en détail dans les chapitres 8 et 9.

6.3. Le raisonnement spatial dans la filière productique usinage

Nous rappelons tout d’abord qu’un raisonnement est un type de discours dont certaines composantes sont scientifiques (Grize, 1997). Comme tout discours, un raisonnement est situé par rapport à un énonciateur, un destinataire et des conditions d’énonciation. Les composantes scientifiques d’un raisonnement tiennent à l’existence de données sciemment mises en exergue, d’une intention de communication scientifique plus ou moins didactique et d’une fonction épistémique principale qui est de caractériser, de prouver ou de définir.

Un raisonnement peut mobiliser son destinataire (éventuellement collectif) en annonçant des motivations, par des analogies ou encore en adaptant la sémiotique.

Les inférences produites au cours d’un raisonnement se font par induction, par abduction ou par déduction (Grize, *op.cit.*). L’induction consiste à fonder une conviction sur la stabilité statistique observée d’un événement. Ce mode d’inférence privilégie la relation de cause à effet.

L'abduction consiste à s'appuyer sur des connaissances internes qui peuvent être hétérogènes et sans lien logique (un lien événementiel par exemple). La déduction procède par lien logique (par inclusion ou par nécessité par exemple).

6.3.1. Forme de discours et mode de validation

Dans la filière productique usinage, nous savons par les textes officiels et les témoignages que l'induction est un mode d'inférence prédominant et reconnu.
D'une part, le programme de mathématiques désigne ce mode d'acquisition des connaissances en alléguant que ce mode, constructif, est plus motivant et plus riche du point de vue des activités :

> 2. Privilégier une démarche d'investigation
> Cette démarche, initiée au collège, s'appuie sur un questionnement des élèves relatif au monde réel.
> Elle permet la construction de connaissances et de capacités à partir de situations problèmes motivantes et proches de la réalité pour conduire l'élève à :
> […]
> – Rechercher, extraire et organiser l'information utile (écrite, orale, observable) ;
> – Inventorier les paramètres et formuler des hypothèses ou des conjectures ;
> – Proposer et réaliser un protocole expérimental permettant de valider ces hypothèses ou de les infirmer (manipulations, mesures, calculs)
> […]
> 3. S'appuyer sur l'expérimentation
> Le travail expérimental en mathématiques s'appuie sur des calculs numériques, sur des représentations ou des figures. Il permet d'émettre des conjectures en utilisant les TIC.
> (BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009 p. 1).

En écho à cette prescription concernant la discipline des mathématiques, nous avons recueilli le témoignage suivant de la part d'un enseignant de productique usinage (E-pu1) en conversation avec la chercheuse (Ch)[224] :

> 110 **E-pu1 :** euh on va surtout travailler sur des éléments géométriques / de géométrie 2D / 3D / des formes basiques / des volumes / euh // énormément sur le dimensionnement / les dimensions / les efforts // c'est très vaste comme formation
>
> 111 Ch : et les efforts / vous l'faites avec un professeur de physique ou //
>
> 112 **E-pu1 :** par expérience/ expérimentation
>
> 113 Ch : ah d'accord / de façon empirique / vous testez
>
> 114 **E-pu1 :** voilà

De façon générale, la validation dans la filière productique usinage s'appuie sur les résultats perçus mais aussi sur le modèle théorique. Nous avons vu en partie 2 (chapitre 3) que l'activité de réglage d'une machine outil impliquait des objets géométriques de modélisation (point

[224] Cette séquence conversationnelle est la séquence n°4 d'un entretien dont le verbatim complet est consultable dans la partie *Annexe des données*.

origine machine, point origine programme) et aussi des vérifications de *visu* (placement de l'outil, écran de contrôle).

Un passage de la séquence[225] conversationnelle d'un entretien mené entre l'enseignant (E-pu1) la chercheuse (Ch) décrit le processus de validation :

> **174 E-pu1** : euh//ça se prête plus trop à de la techno magistrale comme on a pu faire à une certaine époque //donc on est beaucoup sur le concept apprendre en faisant/ sur la découverte/ l'expérimental on va plutôt leur faire essayer des choses et ensuite un petit bilan en classe mais assez rapide
> […]
> **321**Ch : ouais / O.K. / et comment vous les corrigez alors ? directement sur les imprimés
> **322 E-pu1** : soit je signale l'erreur soit si el'e met pas en jeu la sécurité des matériels / des fois on les laisse louper
> **323** Ch : oui / oui /
> **324 E-pu1** : dire bon ben voilà ça march' pas / ensuite on s'pose / on analyse // c'est justement not' credo/ apprendre en faisant
> **325** Ch : on les laisse aller jusqu'au bout d'leurs choix quoi
> **326 E-pu1** : voilà //et ensuite / on voit ensemble pourquoi le choix / il a été mauvais
> **327** Ch : O.K /et est-ce qu'ils arrivent bien à verbaliser euh ?
> **328 E-pu1** : non
> **329** Ch : la raison de l'erreur ?
> **330 E-pu1** : non / ils ont beaucoup d'mal / ils ont beaucoup d'mal par manque de maîtrise technique /comme i's ont un manque de maîtrise technique des outillages / i's ont du mal à pointer l'élément qui a fait que euh on est hors qualité
> **331** Ch : d'accord/manque de maîtrise euh / des outils en fait ? quand vous dites techniques ?
> **332 E-pu1** : euh / outillage / c'est vraiment un ensemble /manque de maîtrise de l'ensemble des opérations qu'on réalise / c'est très très riche // en termes (*très bas*)

L'enseignant E-pu1 exprime une conviction : celle que la maîtrise des objets, qu'ils soient matériels ou conceptuels, passe pas une compréhension acquise par expérience.

6.3.2. Deux cadres au raisonnement spatial mathématique

D'un point de vue général, le raisonnement spatial traite des informations relatives aux formes, aux dimensions d'un objet ou encore aux positions et positions relatives entre objets d'une même configuration spatiale. Les données ou inférences produites peuvent donc être quantitatives (grandeur, distance) ou qualitatives (inclusion, orientation, connexité, intersection), ce qu'on nomme aussi métriques ou topologiques. Nous nous contentons, dans notre étude, d'aborder certaines formes et certains aspects du raisonnement spatial spécifique à la filière productique usinage.

Dans l'histoire des sciences et techniques, l'institutionnalisation de la formation aux techniques d'un domaine d'activités sous forme d'écoles professionnelles a eu une conséquence importante : l'action technique elle-même a été détachée de l'initiation à un système rationnel

[225] Cette séquence conversationnelle est la séquence n°6 d'un entretien dont le verbatim complet est consultable dans la partie *Annexe des données*.

de savoirs. La nécessité de restituer dans l'espace réel les formes et les mouvements des éléments d'un objet technique à partir d'un espace de représentations planes a rendu nécessaire un ensemble d'outils conceptuels pour transmettre et pour rendre fiable cette restitution. Ainsi sont apparues la stéréotomie (coupes des solides), la géométrie projective pour la taille de la pierre au XVII^e^ siècle, la géométrie descriptive pour l'architecture militaire au XVIII^e^ siècle (Deforge, 1981, pp. 141–216) et, plus récemment, la méréo-topologie[226] pour l'imagerie numérique au XX^e^ siècle. Dans les écoles professionnelles, *l'apprendre en faisant* est donc à nuancer car l'institution structure le temps d'apprentissage en moments qui diffèrent l'action technique.
Dans le contexte de la filière productique usinage que nous avons présenté dans la partie 1, le raisonnement spatial, d'un point de vue mathématique, s'intéresse à modéliser des objets du micro-espace (espace des objets matériels préhensibles) en travaillant dans le méso-espace (espace physique des vérifications visuelles).

La nécessité d'anticiper et d'optimiser les actions de la chaîne productique amènent une autre nécessité : celle d'accomplir des actions virtuelles dans des conditions simulées. L'espace physique est finalement modélisé dans l'espace affine euclidien où le raisonnement spatial mathématique intervient à l'occasion d'activités représentatives de la filière productique usinage et s'inscrit dans la diversité d'une activité mathématique dont il faut souligner qu'elle est « *beaucoup plus riche qu'une simple déduction formelle* » (Kahane, 2000, Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement, p. 5).

Le raisonnement spatial mathématique s'intéresse au solide pour lui-même : cela consiste à décrire un solide conceptuel par ses éléments de symétrie, par ses invariants lors d'agrandissement-réduction ou de déplacement ainsi qu'à construire des représentations figurales qui conservent ou donnent à voir ces invariants. De ce point de vue, le raisonnement spatial s'appuie sur :

- Des savoirs mathématiques (grandeurs et proportionnalité, point, droite et plan, orthogonalité et parallélisme, projection, figures remarquables, repérage) ;
- L'expérience physique de l'espace (mouvement, trajectoire, verticalité, solides matériels) ;
- Des compétences de communication, ce qui implique des compétences techniques de réalisation des représentations planes, des compétences sémantiques pour cibler la représentation plane la plus adaptée aux données à transmettre (plan, vue, *etc*.).

Si le raisonnement se focalise sur les projections du solide et de sa trajectoire dans des plans de l'espace, alors le cadre mathématique est cinématique : c'est le même objet qu'on étudie selon

[226] La méréo-topologie est une théorie qui permet décrire de façon qualitative une configuration spatiale d'une part en décrivant les relations d'une partie au tout (méréologie) et d'autre part en décrivant les relations topologiques.

ses positions au cours du temps. Les concepts de *situation*, de *déplacement*, de *trajectoire* sont caractéristiques de cette approche.
Si le raisonnement spatial consiste à classer les solides ou les surfaces de l'espace en fonction de leur invariance, globale ou point par point, par certaines transformations affines (homothéties, translations, rotations, symétries orthogonales [227] et leurs composées), alors le cadre mathématique est algébrique. On cherche en effet de façon exhaustive ces transformations : on recourt alors aux groupes de transformations affines de l'espace (au sens de *groupe algébrique*) (Kahane, 2000 ; Perrin, 2011). Ce deuxième point de vue correspond à un point de vue ensembliste car ce sont chaque fois deux objets couplés qu'on étudie selon une relation univoque et réciproque, celle d'un point à son image.
Les deux cadres se distinguent dans l'histoire des mathématiques (Bkouche, 2009) par l'introduction de la définition ensembliste d'une application et par la structure algébrique de groupe de transformations. Dans un contexte scolaire, le raisonnement spatial pourra se nourrir des deux cadres (cinématique ou algébrique) sans expliciter le changement de cadres. Cependant, dans la discipline des mathématiques, même si les deux cadres sont sollicités dans les raisonnements, les *définitions* de certains objets révèleront un cadre prédominant. C'est le cas par exemple d'une translation qu'on peut imaginer dynamiquement, comme le déplacement d'un solide conservant son orientation ou qu'on peut imaginer statiquement, comme couplant tout point à son image.
Dans les deux cadres, le raisonnement spatial est de nature mathématique car il se fait indépendamment de la conjoncture physique ou technologique, c'est-à-dire en écartant les questions que l'on se pose sur les causes ou les moyens qui produisent les mouvements d'un solide matériel. Dans la section suivante, nous présentons un exemple de texte didactique se référant à chacun des cadres.

6.3.2.1. Un exemple : l'introduction du vecteur en mathématiques

Afin d'illustrer les cadres cinématique et algébrique du raisonnement spatial en mathématiques, nous analysons un extrait de manuel de mathématiques de seconde générale édité en 2000 (Figure 85). Nous avons choisi cet extrait parce que la situation qu'il expose illustre ce qu'est un particularisme disciplinaire : en effet, cette situation, dont on peut se demander si elle relève

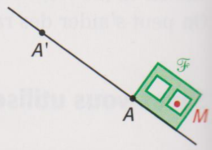
[227] Définissons géométriquement, s, une symétrie orthogonale par rapport à un plan P de l'espace affine euclidien. Soient M, N, deux points de l'espace. N est l'image de M par s si et seulement si P est le plan médiateur du segment [MN]. Il en résulte que P est invariant point par point par s tandis que toute droite orthogonale à P est globalement invariante par s.

de la vie courante[228] ou de l'univers technique, est une situation de référence[229], souvent requise pour introduire l'objet *vecteur*. Nous la retrouvons dans un manuel de mathématiques de première professionnelle édité en 2010 (Figure 86). Nous comparons les deux extraits, dans la perspective de dégager les variantes disciplinaires qui s'y manifestent mais aussi l'objet commun qui les fait participer de la même culture mathématique.

Découvrir

Activité 1 **Une ascension en funiculaire**

En Chartreuse, près de Grenoble, le funiculaire touristique de Saint-Hilaire du Touvet permet de monter de la gare de Montfort dans la vallée du Grésivaudan à la gare supérieure de Saint-Hilaire du Touvet avec un dénivelé de 700 mètres. Il est constitué d'une cabine roulant sur des rails rectilignes et tirée par un câble. Le dessin ci-contre montre, à un instant donné, la cabine représentée par la figure $\mathcal{F}$, l'avant de la cabine étant en A.



1. Reproduire la figure puis la décalquer.

2. Un instant plus tard, l'avant de la cabine est en A'. Sur le calque, découper la cabine et la faire glisser de façon que son avant soit en A'. La cabine sera alors représentée par une figure $\mathcal{F}'$.

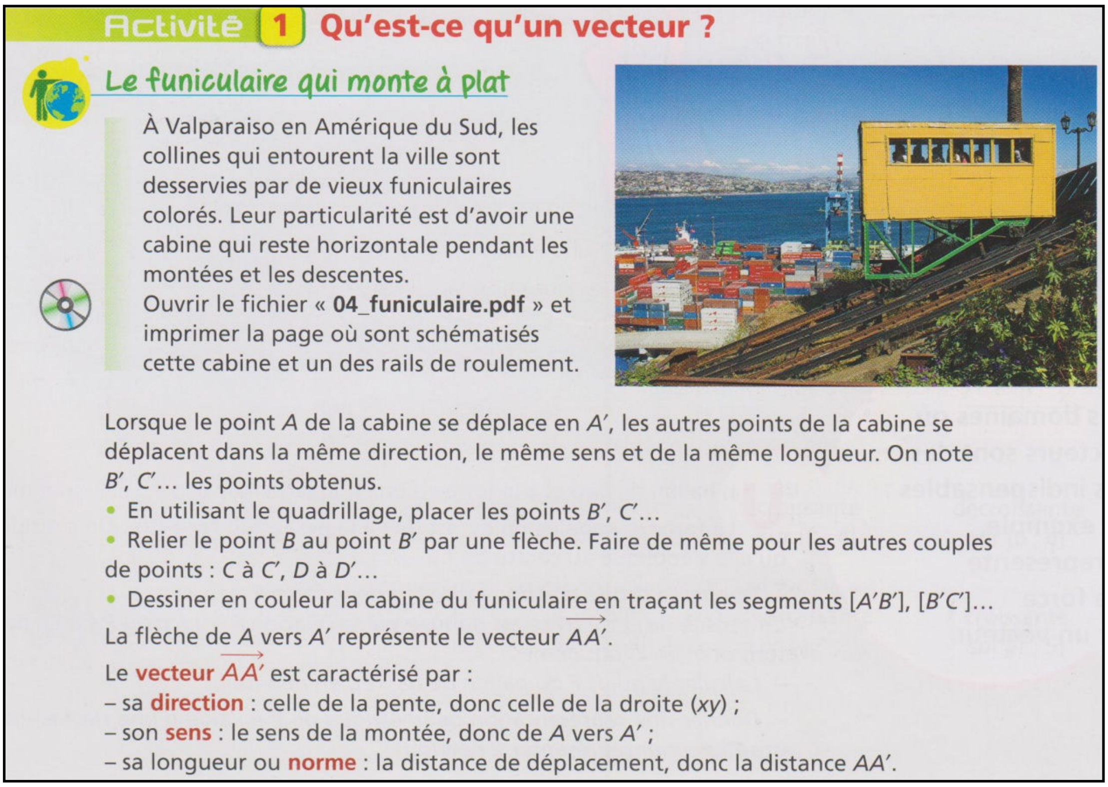
3. Lorsque l'avant de la cabine est en A, un petit moucheron a été écrasé sur une vitre en M. Marquer sa position M' lorsque l'avant de la cabine est en A'.

4. Tracer une flèche allant de A sur A' et une flèche allant de M sur M'. Que constate-t-on ? On dit que la figure $\mathcal{F}'$ est l'image de la figure $\mathcal{F}$ par une **translation**.

Figure 85 : La situation du funiculaire pour introduire les vecteurs.
(Manuel de mathématiques de seconde générale *Indice* 2000 Bordas, p. 200)

[228] En France, on dénombre 16 funiculaires répartis entre les stations de ski haut de gamme (Tignes, Val d'Isère, les Deux-Alpes) et quelques villes historiques telles Lyon, Pau, Saint-Hilaire du Touvet près de Grenoble, Mont-Dore (www.wikipedia).

[229] Les situations de référence pour introduire un nouvel objet (par exemple *l'ascenseur* pour les nombres relatifs, *la moyenne de classe* pour la moyenne statistique) font partie des ressources d'une discipline transmises par les manuels. Elles sont censées rendre accessible le modèle mathématique.



Activité 1 **Qu'est-ce qu'un vecteur ?**

Le funiculaire qui monte à plat

À Valparaiso en Amérique du Sud, les collines qui entourent la ville sont desservies par de vieux funiculaires colorés. Leur particularité est d'avoir une cabine qui reste horizontale pendant les montées et les descentes.
Ouvrir le fichier « **04_funiculaire.pdf** » et imprimer la page où sont schématisés cette cabine et un des rails de roulement.

Lorsque le point A de la cabine se déplace en A', les autres points de la cabine se déplacent dans la même direction, le même sens et de la même longueur. On note B', C'… les points obtenus.

- En utilisant le quadrillage, placer les points B', C'…
- Relier le point B au point B' par une flèche. Faire de même pour les autres couples de points : C à C', D à D'…
- Dessiner en couleur la cabine du funiculaire en traçant les segments $[A'B']$, $[B'C']$…

La flèche de A vers A' représente le vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
Le **vecteur** $\overrightarrow{AA'}$ est caractérisé par :
– sa **direction** : celle de la pente, donc celle de la droite (xy) ;
– son **sens** : le sens de la montée, donc de A vers A' ;
– sa longueur ou **norme** : la distance de déplacement, donc la distance AA'.

Figure 86 : La situation du funiculaire pour introduire les vecteurs.
(Manuel de mathématiques de première professionnelle *Maths* groupements A et B, 2010, Foucher, p. 50)

Dans chacun des extraits, l'introduction de l'objet *vecteur du plan* combine les deux cadres. Nous analysons brièvement ces textes afin de suivre la dialectique entre l'étude du mouvement d'un objet singulier (cadre cinématique) et l'étude d'une transformation globale (cadre algébrique) visant à introduire l'objet mathématique *vecteur*. Le premier (Figure 85) est destiné à l'usage de la seconde générale ; le second (Figure 86) est à l'usage de la première professionnelle.

Les deux énoncés suivent la même structure et illustrent un genre d'écrit en mathématiques, celui de l'*activité de découverte* :

- Un titre d'ouverture (Figures 85 : *Découvrir*, 86 : *Qu'est-ce qu'un vecteur* ?). L'intention du mot *découvrir* appelle la conscience de l'apprenant sur un nouvel objet.
- Une introduction comportant la situation géographique (Figures 85 : *le Touvet*, 86 : *Valparaiso*), la fonction de desserte locale (Figures 85 : *les gares*, 86 : *les collines*) et les particularités techniques (Figures 85 : *les rails rectilignes*, 86 : *la cabine horizontale*) ;
- Des références à des figures (Figures 85 : *le dessin ci-contre,* 86 : *le schéma du fichier*) ou à des outils (Figures 85 : *le papier calque*, 86 : le papier *quadrillé*) ;
- Les tâches de représentations de la figure après déplacement (Figures 85 : *marquer M'*, 86 : *placer B', C'puis* Figures 85 : *tracer une flèche*, 86 : *tracer les segments*).
- Une conclusion mettant l'accent sur le concept à retenir.

Les deux énoncés diffèrent sur les moyens donnés pour visualiser le déplacement caractérisé par le vecteur. Le premier manuel fait déplacer un calque (Figure 85 : *faire glisser*), le second (Figure 86) fait tracer le vecteur. Ils diffèrent aussi par leur conclusion : la première cible sur le concept de **translation**, proposant une description dynamique du vecteur (Figures 85) ; le second (Figure 86) s'en tient à une définition statique du **vecteur**, caractérisé par sa **direction**, son **sens** et sa **norme**.

En évoquant le dispositif d'un funiculaire, la situation initiale se place dans les deux cas dans un cadre technologique. Ce dernier est un prétexte pour évoluer vers la description mathématique. Ceci est marqué par le fait qu'on ne retrouve pas de vocabulaire concernant ce dispositif au-delà de l'introduction. Dans les deux textes (Figures 85et 86), seul le mot *cabine* résiste au passage du registre descriptif et anecdotique au registre didactique. Le contexte matériel et mécanique est évacué (Figure 87, 1^{e} colonne). Le mot moucheron du premier texte (Figure 85), comme on va le voir, est un artifice.

Nous poursuivons notre analyse en nous concentrant uniquement sur le premier texte (Figure 85) car son contenu mathématique, plus implicite que dans le second texte (Figure 86), le rend plus exemplaire de l'effort déployé par la discipline des mathématiques pour situer son discours entre l'expérience quotidienne et la modélisation mathématique.

Jusqu'à la question 3, la mathématisation s'accomplit dans le cadre cinématique. Les éléments du discours se réfèrent aux mouvements d'objets singuliers : le vocabulaire décrit la chronologie des positions (mouvement, trajectoire), les questions traitent séparément les mouvements de la figure- cabine puis du point- moucheron. Il s'agit bien d'un même objet qui, au cours du temps, change de position dans l'espace (Figure 87, 2^{e} colonne). Le fait que le moucheron soit *écrasé sur une vitre* renforce l'idée d'un même objet identifié et déplacé. Nous voyons ici comme une mise en contexte fictive oriente le cadre de travail mathématique.

La question 3 peut être vue comme une transition entre le cadre cinématique et le cadre algébrique. En effet, alors que la question 2 portait sur une figure dont la géométrie n'était pas précisée, le pléonasme *petit moucheron* traduit l'effort des auteurs pour anticiper la définition d'une application (en l'occurrence la translation) dont la variable est un point de l'espace.

L'écrit, d'abord réaliste, se transforme en fable : le petit moucheron écrasé personnifie un point. L'adjectif *petit* est donc intentionnellement pléonastique car plus il est petit, plus il sera apte à se transformer en une image mentale de point mathématique. Nous avons là un exemple d'effort disciplinaire puisant parmi les représentations[230] de la langue naturelle pour évoluer vers une représentation mathématique, ce qui constitue un phénomène interdidactique. La manière de composer avec le vocabulaire concret semble être un marqueur disciplinaire. A titre de comparaison, la discipline de productique usinage a un vocabulaire technique en partie hérité

[230] La taille d'un moucheron varie de 1mm à 5mm.

de l’artisanat. Elle dispose donc d’un vocabulaire technique inspiré de la morphologie humaine ou animale (rotule, épaulement, chanfrein, …). Mais ce vocabulaire n’en est pas plus accessible dès lors qu’il est désuet ou très spécifique. C’est le cas du mot *épaulement* que nous avons rencontré (chapitre 5). De plus, nous pouvons nous demander si une discipline technologique telle que la productique usinage se risquerait à utiliser une fiction ou une anecdote pour introduire une notion ? Le rôle des expériences concrètes de référence semble y suppléer. Dans le premier texte (Figure 85), la tâche de la question 2 constitue une action de référence (*faire glisser*) dans un cadre cinématique.

Poursuivons notre analyse pour observer par quelles pratiques sémiotiques le texte (Figure 85) glisse du cadre cinématique au cadre ensembliste dans lequel s’inscrit l’application de translation.

Le choix des noms (*M*, *M’*) annonce la notion d’application car il est d’usage, en mathématiques, de déduire le nom de l’image d’une variable par une application du nom de la variable elle-même.

Enfin, dans la question 4, le dessin des flèches préfigure la caractérisation de l’application de translation, par un invariant qui est *le* vecteur de translation.

L’expression *image par*, spécifique au cadre ensembliste des applications, est introduite en fin de texte (Figure 87, 3e colonne) entre les figures F et F’.

Cadre technologique	**Mathématiques**	
	Cadre cinématique	**Cadre ensembliste**
Moyens (objets techniques) : funiculaire, cabine, rails, câble	**Mouvement** : monter, roulant, faire glisser	**Transformation** : F ’ est l’image de F par une translation
But (fonction d’usage) : Une ascension permet de monter de la gare … à la gare supérieure	**Trajectoire** : rectiligne à un instant donné, un instant plus tard un petit moucheron écrasé en M sa position en M’	**Sémiotique du vecteur** : une flèche allant de A sur A’ une flèche allant de M sur M’

Figure 87 : Trois cadres de modélisation pour introduire l’objet *vecteur*.

Contrairement au second texte (Figure 86) qui conclut sur la caractérisation du *vecteur*, le premier texte (Figure 85) conclut sur l’appellation de *translation*. Enfin, dans les deux textes, la situation consiste en un déplacement simple : une seule translation (Figure 85) ou un seul vecteur (Figure 86). L’introduction de l’objet *vecteur* se fait dans le cadre ensembliste, en préalable au cadre algébrique.

Les deux textes (Figures 85 et 86) dont nous venons de discuter sont marqués par le langage disciplinaire des mathématiques. Bien sûr, ils diffèrent par certaines tâches puisqu’ils se

concernent des structures scolaires différentes : lycée général, lycée professionnel, des disciplines scolaires différentes : mathématiques, et mathématiques-sciences physiques et chimiques, et des périodes différentes. Tandis que le premier texte (Figure 85) se réfère au programme de 2000, le second texte (Figure 86) se réfère au programme de 2010. Or dans la réforme des lycées de 2009, les programmes de mathématiques mettent l'accent sur le calcul analytique dans une base orthonormée. Mais ils présentent de nombreuses similitudes. Au-delà de la situation elle-même (le funiculaire), les deux textes montrent l'effort des disciplines qui enseignent les mathématiques de façon explicite et formelle, pour assurer la progressivité de la modélisation mathématique et préserver d'un sens intuitif de l'objet *vecteur*. Partant d'un registre social et documentaire (photo, localisation, …) ou technique, le texte, dans les deux manuels, s'adapte à sa fonction scolaire d'introduction d'un nouvel objet mathématique et devient une description réaliste factice. Un effet important de cet effort spécifique d'exposition est de créer un genre d'écrit didactique propre à la discipline des mathématiques, dans sa variété de lycée général comme dans sa variété de lycée professionnel. Nous avons observé la même pseudo-réalité *ad hoc* dans l'exemple de la voiture-jouet (chapitre 4) extrait d'un manuel de mathématiques de seconde professionnelle.
Ces deux exemples montrent comment la discipline des mathématiques négocie deux postures possibles de lecture (Dufays et Kervyn, 2010, p. 54-60) : l'une participative et supposée propice à la dévolution de la situation mathématique, l'autre distanciée présentant le minimum de référence au monde de la matière et des expériences physiques.

Nous venons ainsi de décrire comment la discipline des mathématiques combine le cadre cinématique et le cadre algébrique pour initier l'enseignement des vecteurs. Mais cela nous a également permis d'observer le développement des variations disciplinaires, qui finissent par constituer des variétés disciplinaires (à l'instar des variétés botaniques, à l'intérieur d'une même espèce, produites par les variations de sol ou de climat). La discipline des mathématiques avec son langage disciplinaire, son objet vecteur et son genre d'activité de découverte, représente un groupe humain plus vaste que ses deux variétés : en lycée général et en lycée professionnel. Cette appellation pourrait faire oublier la diversité des situations et des suppose qu'on ne considère qu'une partie de la définition de la discipline, celle qui concerne les contenus et certaines pratiques d'enseignement, mais pas celle qui concerne le profil et l'orientation des élèves, la formation des enseignants et la spécificité de la filière. Cela ouvre sur de nouvelles questions : jusqu'à quel point peut-on dire qu'on est dans la même discipline ? N'a-t-on pas parfois l'impression qu'on est devant deux disciplines qui n'ont que le nom (une partie du nom) en commun ? Pourquoi ces points de convergence n'aboutissent jamais dans la réalité à décloisonner les filières ? à établir des passerelles entre elles ?

Nous changeons à présent de point de vue en nous plaçant du côté de la discipline de construction mécanique, dont le nom du moins ne prêt à aucune ambiguïté ; elle n'appartient pas en effet au groupe des disciplines mathématiques. Mais peut-on dire qu'elle appartient à celui des disciplines mathématisées ? C'est ce que nous allons essayer de voir.

6.3.2.2. Un exemple : le modèle GPS en construction mécanique

En construction mécanique, comme en mathématiques, les deux cadres (cinématique et algébrique) coexistent dans l'exemple de discours didactique que nous allons présenter. Nous mettrons en relief les aspects spécifiques à la discipline de construction mécanique.
L'exemple que nous étudions est extrait d'un document de formation destiné aux enseignants des disciplines technologiques industrielles. Il est relativement ancien (1999) mais reste d'actualité dans la mesure où il promeut une méthode issue du monde de l'industrie et où cette dernière a diffusé variablement dans l'enseignement, selon les spécialités professionnelles et les enseignants.

Cette méthode, appelée *Geometrical Product Specifications* (GPS)[231], est qualifiée de *concept GPS* dans le document édité par le ministère de l'éduction nationale. Dans cette expression, le mot *concept* désigne une démarche et une sémiotique normalisées dans le domaine d'activité de la conception industrielle, ce qui est différent de l'emploi que nous en avons fait jusqu'à présent. L'acceptation du terme dans cet emploi ne concerne que cette section.

La normalisation porte sur la démarche et le langage de description des solides d'un point de vue géométrique et fonctionnel. La méthode-concept est donc avant tout un outil de communication normalisé, propre à être utilisé à tout niveau de la chaîne de documents élaborés par les différents corps de métiers entre le cahier des charges, la production et le contrôle-qualité. C'est donc aussi un outil de maintenance de la qualité. Cette méthode-concept, issue de l'industrie automobile, fait l'objet de mises à jour depuis 1995 par l'International Standardization Organization (ISO). Elle a été introduite dans l'enseignement technique, d'abord par le biais de formation continue des enseignants disciplinaires puis dans l'enseignement lui-même de façon spécifiée. L'extrait que nous proposons ici (Figure 88) provient d'un document de formation destiné à des enseignants. Il est produit par le Centre d'Études et de Rénovation Pédagogique de l'Enseignement Technique (CERPET) en 1999.

[231] Le concept GPS fait l'objet d'une présentation détaillée (chapitre 3) relative à l'alternance entre la pensée technique et la pensée mathématique dans les disciplines étudiées.

Un degré d'invariance représente un déplacement que peut subir une surface sans que celle-ci soit changée dans sa forme ou dans sa situation dans l'espace.
Toute surface peut donc être classée en fonction des degrés de déplacements qui la laissent invariante en situation dans l'espace affine.
On distingue alors sept classes d'invariance correspondant à des types de déplacements classiques pouvant s'appliquer à des surfaces.

Classes d'invariance	Degré d'invariance
1. Quelconque	*Aucun déplacement ne laisse l'élément invariant*
2. Prismatique	Une translation le long d'une droite ou d'un plan.
3. Révolution	Une rotation autour d'une droite.
4. Hélicoïdale	Une rotation et Une translation combinées.
5. Cylindrique	Une rotation autour d'une droite et Une translation le long de cette droite.
6. Plane	Une rotation autour d'une droite perpendiculaire au plan et Deux translations le long de deux droites du plan.
7. Sphérique	Trois rotations autour d'un point.

Figure 88 : Deux cadres mathématiques pour décrire les objets de l'espace.
(Document de formation au GPS, CERPET 1999 p. 20)

Comme dans les extraits précédents, deux cadres mathématiques coexistent : le cadre cinématique (*situation* dans l'espace affine, *déplacement, invariant*) et le cadre algébrique (*élément*, *classe* d'invariance, *rotation et translation combinés*). Comme dans les extraits précédents, l'effort didactique consiste en une présentation d'un classement intuitif possible car le classement s'applique à des surfaces fondamentales (plan, cylindre, sphère, …). Plusieurs aspects mathématiques sont introduits sans être formellement définis : le mot *classe*, la quantification (***toute*** *surface peut être classée*), la déduction (*toute surface peut* ***donc*** *être classée* ; ***on distingue alors sept classes***). La langue naturelle est un médium fondamental pour présenter ce modèle mathématique dans un contexte technique.

La relation sous-jacente permettant de classer les éléments de l'espace affine selon une relation d'équivalence est le fait d'« être globalement invariant par les mêmes groupes de transformations affines ». Dans cette relation d'équivalence, les groupes de transformations sont les sous-groupes de translation, les sous-groupes de rotations de même centre. Les théorèmes relatifs aux relations d'équivalence, aux groupes de transformations sont sous-jacents. En effet, la partition des objets de l'espace selon la relation d'équivalence (***toute*** *surface peut être classée*), la stabilité d'un plan vectoriel (*deux translations le long de deux droites du plan*) sont directement utilisées sans marquer la différence entre le choix d'une relation d'équivalence et ses conséquences du point de vue de l'organisation de l'ensemble des surfaces. Enfin, certains choix lexicaux dénotent un procédé d'atténuation des aspects mathématiques : *combinées* pour composées, *type de déplacements classiques* pour groupe de transformation affine. Les caractérisations des transformations et le concept de stabilité d'espace affine sont évoqués (*trois rotations autour d'un point*, *deux translations le long de deux droites du plan*). Finalement, le lecteur comprend en quoi consiste le classement parce que l'énoncé combine adroitement le cadre cinématique et le cadre algébrique.

Certains aspects du raisonnement spatial en mathématiques dans la filière productique usinage sont récapitulés ici :

- Les solides modélisés mathématiquement sont de dimensions centimétriques, avec une précision au millième de millimètre. Les déplacements sont décimétriques ;
- L'espace géométrique de référence est l'espace affine euclidien ;
- Le raisonnement spatial n'est jamais formel. Il combine l'expérience perceptive des phénomènes de l'espace et des modèles théoriques de descriptions des formes, des dimensions, des positions relatives. Dans un contexte de formation, la langue naturelle a un rôle médiateur pour donner un sens aux modèles mathématiques. Dans le contexte professionnel, des outils sémiotiques spécifiques normalisent l'utilisation de ces modèles ;
- Le raisonnement spatial combine deux cadres mathématiques : le cadre cinématique étudiant les mouvements d'un solide et le cadre algébrique où l'on étudie les transformations subies par ce solide considéré comme une partie bornée de l'espace.

Par ailleurs, concernant les solides, nous notons plusieurs spécificités qui, dans la filière productique usinage, distinguent la discipline générale des disciplines spécialisées :

- Un solide est d'abord une surface non bornée, ce qui constitue une première différence avec la discipline des mathématiques où un solide est une région bornée de l'espace ;
- Nous avons précédemment justifié (chapitre 5) qu'un solide est le plus souvent non convexe puisque la productique usinage procède par enlèvement de matière. Cela constitue une deuxième différence avec les solides usuels étudiés dans la discipline des mathématiques.

Nous pouvons donc inférer de cet exemple qu'il y a des mathématiques enseignées en dans la filière en dehors de la discipline légitimée pour le faire, ce qui permet de considérer les disciplines qui le font comme des disciplines mathématisées.

Chapitre 7 : Notion de langage disciplinaire et méthodologie de l'approche comparatiste

Ce chapitre présente un point de réflexion méthodologique : il s'agit de justifier la notion de *langage disciplinaire* et de proposer des indicateurs d'observation dans une perspective de didactique comparatiste.[232]
L'enjeu de cette notion est de pouvoir comparer les disciplines en suivant les variations éventuelles des indicateurs.

7.1. Notion de langage disciplinaire

À l'origine de la démarche de comparaison en didactique des disciplines, il y a un questionnement sur les raisons sociales, scolaires ou scientifiques qui président au choix des disciplines et à la répartition des objets d'enseignement. Les changements de programmes montrent que les objets d'enseignement peuvent être remaniés à l'intérieur d'une discipline, importés d'une discipline dans une autre, supprimés ou introduits. De plus, les savoirs relatifs à un même concept sont des constructions auxquelles peuvent contribuer plusieurs disciplines, chacune développant un point de vue.
Il y a donc une variabilité dans la carte des disciplines, dans la répartition des savoirs entre les disciplines et dans la configuration des savoirs à l'intérieur d'une discipline. La notion de discipline recouvre ces niveaux de variabilité ou de cohérence. Qu'apporte alors la notion de langage disciplinaire ?

7.1.1. Les enjeux de la notion de langage disciplinaire

Cette notion apporte la relation nécessaire entre les moyens langagiers mis en œuvre par une discipline et les significations produites par ses acteurs en relation avec ses objectifs d'éducation et de formation. Voici un exemple tiré d'un entretien[233] mené, entre un enseignant de productique usinage (Epu-1) et la chercheuse (Ch). La séquence conversationnelle porte sur un document numérique contenant une représentation figurale d'un prisme et ses spécifications géométriques notées en texte, nombres et graphique. Les élèves apprennent à interpréter ce type de document en termes de choix d'outils d'usinage et de réglage de machine.

[232] Cette partie a fait l'objet d'une communication dans les actes de colloque WEJC 2013 organisé par l'ARDM publiée dans la revue Petit *x*.
[233] L'entretien est retranscrit dans son intégralité dans la partie *Annexe des données*.

311 Ch : mm / oui / d'accord /bien euh /alors /est-ce que / eux /ils produisent des documents papiers ? est-ce qu'ils produisent que des documents à l'aide de l'ordinateur ou est-ce qu'ils produisent/
312Epu-1 : oui / on fait plus rien à la main
313 Ch : plus rien à la main ? d'accord / c'est pas le lieu quoi
314E-pu1 : on a éradiqué ça /au début des années 90
315 Ch : d'accord
316E-pu1 : on travaille exclusivement en informatique depuis l'milieu des années 90 / on n'a plus jamais sorti un document à la main

Nous constatons que la question inachevée de la chercheuse (307) est interprétée par l'enseignant en relation avec l'acte graphique manuel et que les mots qu'il utilise renforcent la rupture entre des moyens manuels et des moyens logiciels de communication (308 : *plus rien* ; 310 : *éradiqué* ; 312 : *exclusivement*, *plus jamais*). Le *on* désigne la discipline et le mot *éradiqué* connote une radicalité consentie dans le changement d'outil graphique. L'enseignement de géométrie dispensé par la discipline de productique usinage ne peut être dissocié ni des moyens de communication ni du regard que l'enseignant porte sur ces moyens.

Dans le cas général, la notion de langage disciplinaire scolaire rejoint celle de *genre de discours*, définie par Bakhtine comme « *formes d'énoncés relativement stables et normatives »* (cité par Petit, 2007, p. 1) propre à un domaine d'activités humaines, présentant éventuellement des hiatus entre les énoncés écrits, donc socialisés, les énoncés déclarés non écrits et ce qui n'est pas énoncé mais peut néanmoins nourrir une attitude dans une situation donnée (Oudart *et al.* , 2011; Petit , 2007 ; Pastré *et al.* , 2006 ; Bucheton *et al.* , 2009).
L'enjeu de la notion de langage disciplinaire est de constituer un outil de structuration de la démarche de comparaison selon trois aspects. Ces trois aspects sont : le rapport à la langue naturelle, la production de stéréotypes, la transposition didactique.

Dans le contexte d'un enseignement disciplinaire, le langage, vu comme ensemble de procédés de production de significations et de communication, porte les marques de l'histoire de la discipline scolaire, de l'histoire du champ théorique auquel la discipline réfère et aussi, de façon plus contemporaine, les marques de la situation d'énonciation (le milieu didactique, les acteurs). Le langage permet de transposer symboliquement les objets étudiés ou utilisés. L'activité langagière, elle, matérialise l'effort d'explicitation ou de recherche de significations d'une *communauté discursive* (Bernié *et al.*, 2003) partageant, dans un espace-temps délimité, un ensemble plus ou moins implicite de règles, d'usages et de références.

Dans le cas de notre recherche, supposons que le contexte particulier d'un enseignement disciplinaire agisse suffisamment sur le langage général pour finalement créer une forme spécifique que nous appelons *langage disciplinaire*. Si cette supposition était vérifiée, deux composantes permettraient de le caractériser. Une première composante, externe aux acteurs de la discipline, décrirait la relation de la discipline à un champ théorique donné (pour ce qui nous concerne, celui des mathématiques) à travers l'épistémologie et la sémiotique des objets enseignés. Cette première composante serait définie selon les points de vue comparés de l'histoire des sciences et des techniques et de l'histoire de l'enseignement institutionnel. Une deuxième composante décrirait, à partir de leurs discours, les représentations qu'ont les acteurs de leur propre relation aux mathématiques et de la relation de leur discipline aux mathématiques.

Les enjeux de la notion de langage disciplinaire sont de mieux comprendre comment se constituent les savoirs par la forme sociale que leur donnent les discours didactiques, comment les disciplines évoluent ensemble, c'est-à-dire à la fois séparément (avec leurs différentes variantes considérées à leur tour dans leur évolution singulière et commune ainsi que nous l'avons vu à la fin du chapitre 6), et les unes par rapport aux autres. Nous retrouvons la dimension interdidactique de notre approche qui étudie différents enseignements disciplinaires en relation avec les moyens sémiotiques des disciplines.

7.1.1.1. Le langage disciplinaire et l'articulation des discours et des tâches

Parmi les outils langagiers mobilisés par les acteurs d'une discipline, la langue naturelle tient un rôle particulier. Par son biais, des reformulations descriptives, explicatives ou préventives permettent d'articuler les formes langagières spécifiques (lexicale, notationnelle, figurale, ...), les contenus et les activités génériques d'une discipline.

Par ailleurs, l'activité linguistique naturelle donne à voir la dualité oral/écrit spécifique à la discipline. Les interactions orales sont-elles collectives ou restreintes à deux acteurs ? Sont-elles associées à des documents ? Concomitantes à des productions écrites, à des actions sur les objets matériels ? Comment l'oral parle-t-il de l'écrit ? Quelles sont les fonctions accordées à la langue écrite ? Par exemple, en atelier de productique usinage, il n'y a pas de tableau. Des documents techniques sont pourtant présents presque partout : notice de machine, protocole d'usinage, abaque, schéma, ...

Par ces deux aspects, la langue naturelle devient, en situation, spécifique à une discipline.

7.1.1.2. Le langage disciplinaire et les stéréotypes sur les disciplines

Lorsque les acteurs d'une discipline s'expriment sur une autre discipline et, par ricochet, sur les enseignants de cette autre discipline, l'analyse du discours peut révéler une représentation récurrente qui constitue alors une représentation stéréotypée : la valeur canonique des mathématiques (ex : la formule de Héron, chapitre 3), la nature *abstraite* des mathématiques, la nature *nécessairement discursive* ou désintéressée des contingences matérielles de l'enseignement des mathématiques (chapitres 4, 6)[234], la fonction *socialement élitiste* des évaluations en mathématiques, l'écart des attentes en mathématiques entre le *lycée général et le lycée professionnel* sont autant d'exemples de stéréotypes relatifs à la discipline des mathématiques (ex : l'enjeu de poursuite d'études, chapitre 2).

[234] La voiture-jouet (chapitre 4, § 4.2.), le moucheron du funiculaire (chapitre 6, § 6.3.2.1.) vus comme outils rhétoriques pour faire passer l'élève d'une lecture participative à une lecture scientifique.

Un stéréotype est une ressource culturelle dont le fondement et l'effet sont paradoxaux. Il peut présenter certains aspects statistiquement vérifiés, et fonctionner, par association automatique d'un élément à une idée, comme un repère à la fois structurant et discriminant positivement ou négativement :

> […] Un stéréotype est composé d'un ensemble de conditions d'activation, d'un ensemble de rétraction et d'un ensemble d'inférences qui permettent, quand un stéréotype est activé, de supposer un certain nombre de traits sur l'élève [un concept, une discipline, une catégorie d'enseignant]. Une des caractéristiques de ces inférences est d'être supposée valide d'un point de vue statistique (Vincent *et al.*, 2005, p. 306).

Ainsi, les représentations stéréotypées relatives aux mathématiques (en tant que discipline ou champ théorique) permettent aux acteurs des autres disciplines de se décrire par différence/ ressemblance. Elles peuvent influencer la faisabilité d'une liaison entre enseignements disciplinaires car, sous l'effet de certains stéréotypes, un enseignant pourra, *a priori*, la ressentir comme non nécessaire.

7.1.1.3. Le langage disciplinaire et les modalités de la transposition didactique

L'utilisation de formes langagières stables et spécifiques pour référer à une situation ou à un concept montre l'effort de la discipline pour accommoder ce concept. La notion de langage disciplinaire permet de suivre la constitution d'une discipline à travers l'ergonomie de son langage, c'est-à-dire l'adaptation qu'opère la discipline à l'intention des élèves sur les notations, le vocabulaire, les situations de référence pour désigner les objets qu'elle enseigne. L'analyse épistémologique d'un même concept est nécessaire pour considérer la variété des situations embrassées par ce concept et appréhender les changements de configurations du rapport savoir/savoir-faire/compétence, induites par un changement de la discipline qui enseigne ce concept. D'un point de vue pratique, l'analyse épistémologique outille la discussion sur les dispositifs institutionnels de liaison des enseignements disciplinaires.

7.1.2. Les fonctions du langage dans les processus d'enseignement–apprentissage en mathématiques

Dans le préliminaire *Pensée et langage* de la partie 2, nous avons vu que le langage permet de communiquer et de différencier la pensée, créant ainsi des éléments de pensée (des idées) et des éléments relatifs à leurs articulations (des méta-idées).

Le langage est donc à la fois un artefact (il est un produit de l'activité humaine associé à un ensemble de symboles et de règles de fonctionnement) et un outil (il permet d'agir). En conséquence, il remplit différentes fonctions interactives : il permet d'agir et de penser, mais aussi de communiquer et de normaliser ; d'intégrer des sujets dans une communauté par l'adhésion à une pratique énonciative spécifique, de marquer un territoire d'activité, de créer de la cohésion entre des tâches … Dans cette sous-section, nous présentons certains modèles conceptuels que nous avons utilisés à certains moments de notre recherche : dans un premier temps pour montrer l'existence d'indicateurs de langage disciplinaire, dans un second temps pour comparer les trois langages disciplinaires. Les modèles sélectionnés concernent la multifonctionnalité du langage et l'organisation en communauté.

Les études portant sur les phénomènes langagiers (principalement linguistiques) dans les processus d'enseignement-apprentissage s'intéressent aux fonctions langagières, et, moins souvent, à la relation entre ces fonctions et les ressources langagières disponibles dans une situation d'énonciation donnée. Dans la partie 1, nous avons précisé que des phénomènes langagiers s'observent en situation lorsque les acteurs mettent en œuvre certaines ressources sémiotiques. Ces dernières, souvent complexes, peuvent être des indices, des icônes ou des symboles :

- Un indice est un signe en relation directe avec ce à quoi il réfère. Par exemple, un bleu de travail, des chaussures de sécurité indiquent la nécessité de prendre des précautions lors de l'utilisation des machines outils ;
- Une icône signale une ressemblance avec ce à quoi elle réfère. Ainsi une flèche de légende dans un schéma signale une appellation (elle attire l'attention sur le discours par sa proximité avec lui), c'est un indice ; tandis qu'une flèche sur un bipoint représente l'orientation du vecteur géométrique grâce à la direction qu'elle partage avec lui ; c'est une icône ;
- Un symbole est un signe abstrait dont l'interprétation repose sur une convention sociale. Par exemple, une matrice colonne de coordonnées nécessite de lire les coordonnées mais aussi d'interpréter à quel axe elles réfèrent en fonction de leur position dans la colonne. Dans le même temps, les mots *matrice, colonne*, sont des mots de la langue usuelle, ce qui suggère qu'il y aura plusieurs interprétations parmi lesquelles l'interprétation mathématique.

En didactique des mathématiques, différentes typologies de fonctions du langage ou de la langue naturelle ont été élaborées par les chercheurs en fonction de leurs objets d'étude. Ces typologies mettent en lumière la complexité des phénomènes langagiers et la multifonctionnalité de la langue naturelle. Un discours peut donc donner lieu à différentes analyses selon le point de vue adopté : cognitif ou didactique, individuel ou collectif. Quoi qu'il en soit, dans ces différentes typologies, le discours est défini comme une production verbale permettant de faire acte de communication (donc situé) et l'analyse du discours, elle, s'efforce de comprendre quelles opérations sur la langue naturelle permettent telle ou telle fonctions (Robotti, 2004, p. 39). Cela suppose de construire un modèle théorique des fonctions linguistiques (ou langagières) et des indicateurs[235] linguistiques (ou langagiers) associés.
Ces typologies sont utilisées pour suivre la formation d'un raisonnement chez l'élève, comparer les discours des enseignants, analyser un mode d'exposition didactique par une discipline, … Certaines d'entre elles (Figure 89) illustrent la diversité des objets étudiés à travers la langue naturelle. Présentons les travaux auxquels nous nous référons au cours de notre recherche.

[235]Selon les auteurs, les indicateurs linguistiques sont aussi appelés opérations (*substitution, accumulation* chez Duval) ou indices (*négociation, accroche, didactisation* chez Chappet-Parriès) ou ressources linguistiques (*quoi ? comment ? et après ?*chez Saillot).

Les travaux de Duval (1995) montrent, du point de vue de la cognition de l'élève, la nécessité de mettre en réseau plusieurs représentations sémiotiques d'un même concept mathématique pour le conceptualiser. Ils montrent aussi la sensibilité de la langue naturelle aux niveaux de la conceptualisation.
Notre point de vue est différent de celui de Duval puisque nous n'étudions que le point de vue enseignant, et que nous situons cette étude dans plusieurs disciplines. Cependant, nous nous y référerons (chapitre 8) pour discuter le rapport entre savoirs et compétences.

Les travaux de Boré (2002) comparent, au niveau de l'école primaire en géométrie plane et en grammaire, les fonctions d'appellation et de désignation dans le processus d'enseignement-apprentissage d'une définition d'un concept. Nous nous sommes référée à ces travaux lorsque nous avons analysé la conversation entre l'enseignant de productique usinage et deux élèves (chapitre 5). Nous avons observé comment la fonction d'appellation révèle l'effort de l'enseignant pour installer sa position d'énonciateur vis-à-vis de l'objet explicitement enseigné et pour le construire conceptuellement en direction des élèves. Ce qui suggère aussi que l'enseignement implicite d'un objet peut être associé à l'absence de fonction d'appellation.

Les travaux de Chappet-Parriès (2004), portent une attention particulière aux propos des enseignants en classe de mathématiques. Ils mettent en évidence l'intrication des actes didactiques et des actes de langage non didactiques de différentes natures (accréditation de l'enseignant, ressenti de l'enseignant, effort de l'enseignant pour faire adhérer, etc.).
Selon notre point de vue, la complexité du dire enseignant en classe résulte de ce que le geste enseignant se tisse sur un réseau de représentations, dont la représentation de la relation de l'enseignant (ou de celle des élèves) au contenu enseigné. C'est ce que nous aborderons (chapitre 8) en analysant les dires enseignants à propos de la relation des élèves aux mathématiques.

Les travaux de Blaser et Chartrand (2006) étudient la fonction accordée à l'écrit textuel dans la formation disciplinaire. Ils ont été une source d'inspiration importante pour notre travail car ils montrent comment se constituent des genres d'écrits disciplinaires.
Selon notre point de vue, les genres d'écrits disciplinaires contribuent à caractériser le langage disciplinaire car ils intègrent le contenu enseigné, les outils de production sémiotique disciplinaires et aussi une certaine représentation anticipée des compétences linguistiques des élèves. C'est ce que nous aborderons au chapitre 9 en analysant les documents pédagogiques des trois disciplines relatifs à l'enseignement des vecteurs.

Le modèle des fonctions technologiques selon Castela, nous sera utile pour analyser certains énoncés écrits (chapitre 9) des épreuves du baccalauréat (2010) dans chacune des trois disciplines de la filière productique usinage. Nous tenterons de lier les fonctions que nous observons avec l'ergonomie disciplinaire. Présentons ce modèle.
Lorsqu'une *institution* enseigne une *technique*, des *tâches* génériques y sont associées. On observe alors des discours sur cette technique relativement à ces tâches, en référence à une

théorie, discours qui sont appelés *technologies* dans le cadre de la TAD[236]. Partant du concept chevallardien de *praxéologie*[237], le modèle de Castela prend en compte l'adaptabilité des discours sur les techniques en fonction des lieux où celles-ci sont pratiquées. Ainsi, ce modèle permet de prendre en considération la dimension technologique des techniques enseignées. Il distingue six fonctions d'une *technologie*, qui sont les suivantes :

> **Décrire la technique :** La production d'un descriptif des gestes qui composent une technique est prise en compte comme un fait de savoir non identifiable à la maîtrise de la technique elle-même.
> L'élaboration d'un système de représentations, verbales et plus largement symboliques, des actions est en jeu. On comprend bien que ceci constitue une dimension cruciale du processus de transmission qui convertit les inventions en innovations, donc de l'action cognitive institutionnelle.
>
> **Faciliter la mise en œuvre de la technique :** Les savoirs considérés ici permettent d'utiliser la technique avec efficacité mais aussi dans un certain confort. Ils sont porteurs d'améliorations mais aussi d'avertissements permettant d'éviter erreurs et maladresses connues comme fréquentes. Ce domaine de savoirs est le terrain privilégié des élaborations technologiques d'utilisateurs. Il produit des reprises du descriptif, qui l'adaptent aux spécificités du contexte institutionnel d'utilisation et l'enrichissent de la mémoire des expériences accumulées.
> **Motiver la technique et les gestes qui la composent :** Les savoirs de motivation participent d'une intelligence des fins : pour faire quoi accomplit-on tel geste à tel moment ? Ce sont aussi des savoirs sur le type de tâches puisqu'ils en analysent les buts : ceux-ci justifient rationnellement les gestes en montrant leurs raisons d'être. Ils permettent d'anticiper les étapes à atteindre et jouent un rôle heuristique important lorsque la mise en œuvre de la technique nécessite des adaptations.
>
> **Évaluer la technique :** Les savoirs envisagés ici portent sur les conditions et les limites d'une technique relativement aux tâches du type T, par comparaison avec d'autres techniques possibles s'il en existe. Ils peuvent également concerner l'ergonomie de la technique du point de vue de ses utilisateurs.
> Les fonctions évaluer, faciliter et motiver sont parfois intimement associées : la mise en évidence de certaines difficultés (évaluer) peut entraîner au bout d'un certain temps la production d'améliorations (faciliter) dont la motivation est donc fournie par l'évaluation.
>
> **Valider la technique :** La fonction considérée correspond à ce qui est en général entendu sous le terme justifier dans les textes qui définissent la notion de praxéologie. Les savoirs considérés établissent que la technique et les gestes qui la composent permettent bien d'atteindre les buts qui leur sont assignés.
>
> **Expliquer la technique :** L'enjeu est ici d'analyser comment il se fait que la technique permet bien d'atteindre les buts visés. Il existe des validations qui n'expliquent pas (par exemple des démonstrations

---

[236] TAD : théorie anthropologique du didactique développée par Y.Chevallard.

[237] Dans la rétrospective *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*, Chevallard présente le terme *praxéologie* : « Dans le travail engagé, la référence anthropologique était essentielle, de même que l'était le refus de valider sans plus d'examen les constructions intellectuelles naturalisées et patinées par la culture courante : en témoigne déjà le choix des mots du lexique « praxéologique » – celui de *technologie* notamment –, qui semblent dissonants à des oreilles profanes. […] De là sortit la notion de *praxéologie*, ce mot étant choisi pour désigner l'union d'un bloc pratico-technique $\Pi = [T/\tau]$, formé d'un type de tâches T et d'une technique τ pour accomplir les tâches du type T, avec un bloc technologico-théorique $\Lambda = [\theta/\Theta]$, constitué d'une technologie θ justifiant la technique τ et d'une théorie Θ justifiant la technologie θ. Une praxéologie *ponctuelle* (formée autour de ce « point » qu'est un type de tâches T) est ainsi une organisation anthropique qu'on peut noter $O = [\Pi/\Lambda] = [T/\tau/\theta/\Theta]$. (Chevallard, 2007, p. 714).

> analytiques en géométrie). Il existe aussi des explications qui ne valident pas, parce qu'elles ne respectent pas complètement les normes de la validation dans l'institution qui examine cette question de la validité. Elles insèrent la technique et ce qui en est su dans le tout d'une culture partagée, contribuant à la compréhension des causes par les sujets.
> (Castela, 2011, p. 53-54)

Les travaux de Saillot (2012) rejoignent les précédents. Les interactions verbales enseignant/élèves y sont vues comme des ressources pour l'action pédagogique, dont les fonctions sont identifiées en collaboration avec l'enseignant lors d'un entretien réflexif. Saillot définit vingt fonctions :

> Les vingt fonctions didactico-pédagogiques (cf. annexes) qui incarnent les buts didactiques ou pédagogiques des interventions des enseignants et les ressources langagières qui en découlent ne peuvent trouver leur légitimité scientifique qu'au regard de la finesse et de la précision des descriptions, mais également au regard de leur opérationnalité professionnelle. (Saillot, 2012, p. 7).

Dans les *annexes* dont parle Saillot, les fonctions sont catégorisées en deux registres selon que les fonctions orientent préférentiellement l'action pédagogique vers un pôle socio-affectif ou vers un pôle de connaissance. En ce qui nous concerne, nous avons utilisé (chapitre 5) les résultats de l'analyse de Saillot dans le cas où ils décrivaient les ressources langagières mobilisées dans une démarche d'aide à l'explicitation en direction de l'élève. Saillot repère quatre fonctions et pour la dernière d'entre elles (*faire décrire factuellement l'activité de l'élève*), il illustre les ressources langagières associées :

> q*uestionner la raison du choix, soumettre à l'élève une hypothèse sur ses procédures, faire décrire la difficulté, faire décrire factuellement l'activité de l'élève.* Pour cette dernière démarche, une *première ressource langagière* observée est fondée sur l'utilisation de l'adverbe interrogatif « *comment ?* » […]. Une *deuxième ressource langagière* tente de faire décrire factuellement les actions des élèves avec un questionnement formalisé autour de l'expression « *quoi ?* » ou, plus précisément, avec des questions du type « *qu'est-ce que tu as fait ?* ». Ces questionnements font également principalement appel aux souvenirs conscientisés des élèves qui doivent retrouver le fil de leurs propres actions, parfois aidés par l'enseignant qui les replace dans la chronologie de la résolution de la tâche. Une *troisième ressource langagière* pour faire décrire factuellement l'activité des élèves est basée sur le découpage séquentielle de celle -ci, par un questionnement de type chronologique : « *Et après ?* » […]».
> (Saillot, 2012, pp. 4−5).

D'autres approches envisagent le langage au cours du processus d'enseignement-apprentissage comme vecteur de phénomènes de concurrence culturelle lorsqu'une langue ou une discipline sont confrontées à une langue ou une discipline autre, désignées comme normes ou références. Les classes d'accueil d'élèves migrants (Millon-Fauré, 2011), les formations professionnalisées (Rogalski, 2007 ; Bazile *et al.*, 2002) sont des contextes où la confrontation de deux modes culturels constitue un terrain de questionnement des phénomènes d'enseignement-apprentissage. L'appui sur des représentations sémiotiques « importées », les phénomènes d'oubli, les choix ergonomiques d'expression ou de non expression sont alors observables dans l'activité langagière.

Auteur	Objet de recherche	Typologie des fonctions du langage
Duval (1995)	La cognition du sujet	**Fonctions générales d'une représentation sémiotique** : (1) Objectivation ; (2) Traitement ; (3) Communication. **Fonctions propres à la représentation linguistique dans le discours de l'élève :** (1) Fonction référentielle (désignation d'un objet) (2) Fonction apophantique (énonciation de proposition sur un objet) (3) Fonction d'expansion discursive (liaison de plusieurs énoncés) (4) Fonction réflexive (position sur la valeur ou le déroulement de l'énoncé).
(Boré, 2007, p. 4–8)	Conduites discursives en classe pour produire ou comprendre une définition	**Fonctions discursives dans le discours d'un acteur disciplinaire** : (1) Fonction de dénomination (appellation) (2) Fonction de désignation
Chappet-Parriès (2004)	L'effet du discours enseignant sur l'entrée en activité des élèves	**Fonctions discursives du discours de l'enseignant :** (1) Fonction déclarative (2) Fonction expressive (3) Fonction d'enrôlement (4) Fonction commissive (attribution d'une mission) (5) Fonction directive
(Blaser *et al.,* 2006, p. 87–190)	Le rapport à l'écrit dans une discipline	**Dimensions du rapport à l'écrit** (dans le discours, le comportement ou l'attitude) **d'un acteur disciplinaire, enseignant ou élève :** (1) Dimension cognitive (représentation de la fonction de l'écrit dans les apprentissages disciplinaires) (2) Dimension actancielle (pratiques effectives de l'écrit) (3) Dimension axiologique (Valeur d'épanouissement personnel accordée à l'écrit) (4) Dimension psychoaffective (temps et effort accordés à l'écrit)
(Castela, 2011, p. 53– 54)	Constitution des savoirs dans les communautés de pratiques Cognition institutionnelle	**Fonctions du discours relatif à une technique enseignée et aux tâches qui y sont associées** : (1) Fonction de description (description des actions d'une technique en lien avec sa transmission) ; (2) Fonction de motivation (analyse des tâches par les buts) (3) Fonction de facilitation (prévention des erreurs ou difficultés) (4) Fonction d'explication (analyse des actions par les causes) (5) Fonction d'évaluation (comparaison des techniques) (6) Fonction de validation (preuve de l'efficacité de la technique)
(Saillot, 2012, p. 4–5)	Ressources langagières de l'enseignant en situation d'aide personnalisée à l'élève	**Démarches d'explicitation par l'enseignant en situation d'aide à l'élève** (1) Questionner en faisant appel aux souvenirs conscientisés (2) Soumettre à l'élève une hypothèse sur ses procédures (3) Questionner chronologiquement (4) Faire décrire l'activité de l'élève par des faits.

Figure 89 : Les typologies des fonctions langagières selon les objets de recherche en didactique des mathématiques.

Enfin, l'interdidactique, qui constitue notre cadre théorique, couvre l'étude des variations culturelles dues à la coexistence des disciplines. Les variations s'observent à travers l'activité langagière à l'occasion de l'enseignement soit d'un même objet par plusieurs disciplines, soit d'un objet auquel s'attachent des représentations tacites d'une langue naturelle ou d'un champ professionnel. Parmi ses objets d'étude, l'interdidactique étudie la langue naturelle dans ses fonctions d'articulation entre (1) la tâche prescrite et l'activité, (2) les différentes significations d'un concept d'une discipline à l'autre, (3) les pratiques et connaissances véhiculées par la langue naturelle et les savoirs scientifiques visées par les enseignements disciplinaires.
C'est donc dans le cadre de l'interdidactique que se situe *a priori* et *a posteriori* la notion de langage disciplinaire.

7.1.3. Concept de communauté : diversité et unité

Qui utilise le langage disciplinaire ? Justifions à présent la nécessité du concept de *communauté*. Notre recueil de données est constitué d'observations réalisées en classe, d'entretiens avec des enseignants, d'artefacts[238] produits par les acteurs disciplinaires. L'analyse de ces données hétérogènes nécessite un cadre cohésif des usages et des représentations exprimées. Nous allons adopter la notion de *communauté disciplinaire* qui, dans un sens que nous préciserons, répond à cette nécessité.

Mais auparavant, nous allons revenir sur les modèles de communautés qui l'ont précédée et dont l'apogée, en tant qu'objets de recherche, se situe entre 1990 et 2000 : *communauté culturelle, communauté de pratiques, communauté discursive*. La rétrospective sur ces trois types de communauté nous permettra :

- De situer les objets que nous observons dans le contexte d'une discipline scolaire. En particulier, nous situerons la notion de *communauté discursive disciplinaire* proposée par Jaubert *et al.* (2003, 2007, 2010, 2011), dans le contexte des disciplines de la filière que nous avons étudiée ;
- D'emprunter éventuellement des indicateurs adaptés à notre recherche de langage disciplinaire.

7.1.3.1. Communauté culturelle, communauté langagière

Le concept de *communauté culturelle* (Melot, 2004) permet de différencier les aspects culturels des aspects universels. Les aspects culturels sont, pour ce qui nous intéresse, les outils d'expression et de communication utilisés (langue, codes, …, outils sémiotiques), l'héritage

[238]Les artefacts utilisés sont de différents types :

- ceux collectés auprès des enseignants interviewés : productions écrites d'élèves, fiches de travaux pratiques réalisées par les enseignants eux-mêmes, documents de planification des équipes d'enseignants ou d'inspection ;
- ceux issus de la documentation officielle : programmes, arrêté de définition de formation, épreuves nationales baccalauréat professionnel ;
- ceux qui ont été trouvés sur des sites professionnels.

commun (mémoire commune, valeur du travail), les conditions environnementales partagées (lieu, période, domaine d'activité), les savoirs partagés (techniques, système de savoirs). Les aspects universels sont des invariants tels que la disposition de techniques ou l'influence des outils sémiotiques sur la représentation du monde. Nous avons rencontré différents cas où l'alternative universel/culturel permettait d'améliorer notre démarche de comparaison et de ne pas procéder trop hâtivement à des typologies. Rappelons ces quelques cas.

– **Cas de l'alternative *pensée de l'espace/langage géométrique*** (partie 2).
  La structuration de l'espace semble chez l'homme (comme chez d'autres mammifères terrestres) être liée à l'expérience de la verticalité et au schéma corporel. Mais d'un autre côté, cette structuration acquise spontanément en interaction avec le milieu de vie ne suffit pas à concevoir certaines relations spatiales non perçues ou à intégrer des données informatives non spatiales : le langage est nécessaire et c'est une création culturelle (*ibid.*).

– **Cas de l'alternative *pensée technique/moyens de production***.
  Toute technique peut être décrite par une structure universelle. Dans la partie 2 (chapitre 3), nous nous sommes référée aux travaux de Sigaut (2010) pour envisager qu'une technique est structurée de façon invariante selon un ensemble d'*actions*, un mode de *transmission,* une finalité de *transformation* et enfin des modes de *dérivation* par exemple par erreur, simulacre ou mystification. Cependant, même si c'est une structure universelle, une technique se situe dans l'histoire des sciences et techniques développées par les sociétés humaines.

– **Cas de l'alternative *pragmatisme/construction scientifique***.
  Nous avons vu que tout domaine d'activités est caractérisé par le développement de techniques qui lui sont propres mais aussi par un système de valeurs morales ou esthétiques ou politiques (valorisation de l'idée au détriment de la pratique par exemple, valeur du vrai, rapport au temps, *etc.*). Lorsqu'on tente de définir une technique, la pensée pragmatique qui met en rapport les moyens et le but, est parfois difficile à séparer de la pensée mathématique qui amène à construire une théorie scientifique. Si divers domaines d'activités partagent une pensée que nous qualifions de *mixte*, ils se distinguent aussi les uns des autres par leurs modes de validation, leur théorie, certaines valeurs.

De même, par la suite, lorsque nous allons analyser les dires d'un enseignant de productique usinage, nous allons observer une échelle de degrés de communautés culturelles : celle de notre société en tant que parent ou ancien étudiant, celle du champ d'activité professionnelle au-delà du contexte scolaire, celle de la discipline élargie à tous des acteurs non enseignants tels que les inspecteurs, celle des enseignants du lycée d'exercice, *etc.* Pour cela, nous allons revenir sur la définition et la typologie de la notion de communauté.

Par le jeu de cette échelle de communautés, les trois disciplines que nous comparons auront des références communes. Cependant, il nous faudra nous demander de quelle communauté les productions langagières observées indiquent les variations culturelles, et, pour ce qui nous occupe, de quelle discipline scolaire. Illustrons cette question à l'aide d'un exemple[239]pris dans la discipline de productique usinage et voyons comment nous la résolvons.

Dans la discipline de productique usinage, une tenue vestimentaire comportant blouse et chaussures spéciales est obligatoire. Cette contrainte, spécifique à la discipline, entraîne chez l'enseignant un discours rituel que l'on peut schématiser ainsi : si l'élève a sa tenue, alors l'enseignant ne dit rien de particulier, sinon l'enseignant blâme l'élève selon le déroulement suivant :

(1) Question rhétorique de type « *où sont tes affaires*[240] ? » ;
(2) Reproche et disqualification de l'élève du type « *tu le sais pourtant c'est marqué dans le règlement* » *;*
(3) Dissuasion du type « *donne moi ton carnet de correspondance je vais (encore) écrire à tes parents* » ou bien « *j'en parlerai au professeur principal* » ;
(4) Sanction ou impasse pour l'enseignant du type « *va en permanence* » ; l'enseignant, garant des règles de sécurité, décide de ne pas engager l'élève dans l'activité.

Cet exemple illustre un niveau de communauté langagière avec ses rôles et ses références ; c'est la communauté langagière de l'école :

- L'élève n'est pas surpris par le discours de l'enseignant sur le manquement au règlement (rituel) ;
- L'enseignant n'escompte pas que l'élève réponde surtout si l'élève est « récidiviste » ;
- L'enseignant et l'élève ne sont pas personnellement fâchés mais, dans la situation de l'atelier, leurs positions sont en désaccord ;
- L'enseignant et l'élève ont des références communes : l'institution (professeur principal, règlement, carnet de correspondance), l'autorité parentale, leur rôle mutuel.

D'un autre côté, évoquer la culture scolaire de façon large ne permet pas de comprendre la situation : il faut se référer à autre chose, au quelque chose qui constitue le désaccord entre l'élève et l'enseignant. Cet autre chose relève de la discipline. L'enseignant et l'élève (de façon plus ou moins constructive) partagent une finalité disciplinaire : la qualification de technicien d'usinage, ce qui revient à l'acquisition de compétences professionnelles (dont celles relatives à la sécurité) et de savoirs associés conformément au référentiel de formation.
Nous prenons le critère de *cognition partagée* pour repérer un niveau de communauté. Une communauté peut se définir en partie par une certaine population d'individus, par un espace

[239]L'exemple que nous exposons a été observé deux fois de suite lors des visites chez E-pu2. Il se déroule dans la salle de lancement attenante à l'atelier. Les échanges n'ont pas été enregistrés.
[240] Les affaires auxquelles l'enseignant fait allusion sont la blouse d'atelier et les chaussures de sécurité, obligatoires.

(géographique et historique) commun et aussi, en partie, par la référence commune à des moyens de productions.

L'idée principale associée au concept de communauté est donc celle de la régulation de la cognition collective. La cognition collective d'une communauté productive peut être modélisée de la manière suivante : impliqués dans leur activité sur un même objet, les membres de la communauté partagent une mémoire collective et des artefacts. Sur cette base commune, ils peuvent amorcer et entretenir des négociations, au sens large du terme qui recouvre aussi bien la contradiction sociale ou la construction adaptative d'une représentation que la stabilisation des représentations[241] dont est issu le savoir de la communauté (Chanal, 2000). Du point de vue épistémologique, le savoir est co-construit, donc situé dans le temps et dans la communauté de sujets. La fonction principale de ce savoir est de jouer le rôle d'intégrateur social, qui entérine un consensus (temporaire) sur les techniques efficaces et leurs représentations plus ou moins discursives, ce qui en fait un améliorateur de l'expérience de travail. Nous considérons que le travail, qu'il soit intellectuel, pratique ou physique, correspond à l'effort effectué pour passer d'un objet localement étudié à un système de références explicatives intériorisées. Le mot *travail* convient ainsi à des contextes différents : théorique, technique, professionnel, éducatif, *etc*.

7.1.3.2. Communauté de pratiques

Le concept de *communauté de pratiques* émane à l'origine de la didactique professionnelle (Wenger, 1998 ; Chanal, 2000). On définit une communauté de pratiques comme étant une unité socio-économique constituée d'un lieu de transmission et de négociations collectives et d'une assemblée de personnes impliquées dans une même finalité et partageant des tâches et des conditions de travail. Dans la théorie sociale de l'*apprentissage organisationnel* développée par Wenger en 1998, le concept de communauté de pratiques articule la cognition individuelle et la cognition collective sous certaines conditions, qui reposent autant sur les représentations pragmatiques que sur les représentations conceptuelles. Selon Wenger, une communauté de pratiques se caractérise par :

- Des relations mutuelles soutenues (qu'elles soient harmonieuses ou conflictuelles) ;
- Des manières communes de s'engager à faire des choses ensemble ;
- L'absence de préambules introductifs dans les conversations, comme si les interactions formaient un processus continu dans le temps ;
- [Le fait de] savoir ce que les autres savent, ce qu'ils peuvent faire, et comment ils peuvent contribuer à l'action collective ;
- Un jargon, des raccourcis dans la communication, des histoires partagées, des plaisanteries internes au groupe.
- Un discours partagé qui reflète une certaine façon de voir le monde.

[241] On utilise le mot *réification* pour désigner une phase de stabilité des représentations dans la communauté. Le mot *négociation* désigne une phase de modification de celles-ci. Réification et négociation alternent.

(Wenger, 1998, p. 125-126, cité par Chanal, 2000, p. 8)

Les quatre dernières caractéristiques sont observables dans l'activité langagière. Par sa pratique, une communauté développe des savoirs, des conduites interprétatives et une identité d'appartenance qui lui sont propres. En quoi consistent ces savoirs communautaires ? Ce sont :

- Des cadres d'interprétation ;
- Des mots de vocabulaire nécessaires à l'accomplissement des tâches, la continuité des significations à travers le temps et l'espace. (*ibid.*)

Les savoirs générés par une communauté sont évolutifs et mis en forme de façon explicite (expressions linguistiques, outils, documents, procédures) ou non (conventions tacites, attitudes, valeurs).

Castela et Alguero (2013) utilisent le concept de communauté de pratiques pour décrire le savoir mathématique qui circule, sans faire l'objet d'une intention didactique déclarée, dans un atelier de couture. Selon cette approche, il s'agit de faire une place aux savoirs, non répertoriés, non écrits, générés par une communauté de pratiques concernant une technique donnée pour le traitement d'une tâche générique donnée. Castela envisage la coexistence de deux technologies (au sens de discours sur les techniques) :

- La première technologie serait épistémique. Fondée sur le champ de résultats théoriques, reconnus comme vrais par une communauté scientifique, la technologie épistémique justifierait, *a priori*, le choix de la technique en relation avec la tâche ;
- Une deuxième technologie serait formée après que la technique a été sélectionnée pour résoudre la tâche. Cette technologie est générée au sein d'une communauté de pratiques, que celle-ci soit scolaire ou professionnelle, et ne se réfèrerait pas à la théorie. L'effet de cette technologie serait de créer des savoirs, c'est-à-dire des faits tenus pour des vérités, organisées entre elles, robustes aux différentes situations et traduisant *l'agir* et *le penser* de la communauté.

L'utilisation du modèle *communauté de pratiques* génère ainsi des questions liées à la mise en texte des savoirs et donc à leur observation, ce qui rejoint notre problématique de recherche : *comment les disciplines autres que celle des mathématiques enseignent-elles les mathématiques* ?

Notre propos étant de justifier la notion de langage disciplinaire, nous avons cherché à délimiter quelle pouvait être la communauté pratiquant ce langage : s'agit-il d'une classe et d'un enseignant ? Des enseignants de la discipline ? Les formateurs disciplinaires ou les inspecteurs disciplinaires, certains professionnels non enseignants, font-ils partie de cette communauté ? En effet, le champ de l'interdidactique permet de se placer à l'extérieur de l'école pour observer comment les professionnels influencent ou utilisent les savoirs et pratiques enseignés par une discipline. Notre question est donc de déterminer où s'arrêtent les marques d'un langage disciplinaire.

Nous nous référons à la notion de *communauté de pratiques* pour les indicateurs décrivant les utilisateurs d'un langage disciplinaire.
Voyons à présent le troisième type annoncé de communauté : celle de communauté discursive ; les indicateurs de ce type de communauté permettant, entre autres, de revenir sur la notion de *genre d'écrit disciplinaire* (Chartrand et Blaser, 2006).

7.1.3.3. Communauté discursive (ou de communication)

Le concept de *communauté discursive* (Beacco, 1995) définit une communauté par les textes –au sens large– qu'elle produit et les différences de stratégies d'écriture entre les textes internes à la communauté et ceux qui sont dirigés vers l'extérieur de la communauté.

Une communauté discursive ne se définit pas par rapport à une langue naturelle commune. Il n'est pas nécessaire que les membres de la communauté discursive appartiennent à la même communauté linguistique puisque ce sont les discours produits, et non la langue naturelle, qui constituent un critère de définition. Les discours produits satisfont la nécessité de communiquer à deux niveaux : d'une part au niveau des pratiques de communication et d'autre part au niveau de la validation des contenus communiqués.
Une communauté discursive se définit par :

- Une finalité de production sous forme de textes ;
- Des mécanismes de communication interne ;
- Des règles d'interprétation ou de production de textes ;
- L'emploi d'une variété linguistique.

Dans le cas particulier d'une communauté discursive scientifique :

- La finalité est la production de savoirs (mis en texte) ;
- Les mécanismes internes sont souvent associés à des corrections ou à des évaluations qui entraînent le remaniement des textes ;
- La variété linguistique peut être un jargon ;
- Parmi les membres de la communauté, certains sont experts sur certains thèmes.

Nous nous référons au concept de *communauté discursive* pour les indicateurs décrivant les productions textuelles internes de la communauté disciplinaire.

7.1.3.4. Discussion : qu'est-ce qu'une communauté disciplinaire ?

Pourquoi considérer le niveau de la communauté disciplinaire ?
En didactique des disciplines, la notion de communauté discursive est d'abord implicitement évoquée à travers l'idée de construction d'une *mémoire de classe* pour enseigner les mathématiques (Matheron *et al.*, 2002) puis convoquée sous forme d'hypothèse (Bernié *et al.*, 2003) puis spécialisée en *communauté discursive disciplinaire scolaire* (Jaubert *et al.*, 2010) :

> Ainsi nous interprétons le processus de construction de significations en termes de « secondarisation » (Jaubert et Rebière, 2007) des pratiques, des savoirs et des discours, notion construite à partir de la

> distinction effectuée par Bakhtine entre les genres de discours. Cette secondarisation dont témoigne[nt] les déplacements énonciatifs, signale, selon nous, la transformation de la « communauté discursive disciplinaire scolaire » (Bernié, Jaubert et Rebière, 2003, Jaubert, 2007) en cours d'institution dans la classe, espace social discursif spécifique de chaque discipline et de ses modes « d'agir parler penser ». La construction de cette communauté nous semble fondamentale pour permettre aux élèves de mettre en œuvre le processus de décontextualisation/ recontextualisation (Brossard, 2004) qui engendre les déplacements cognitifs attendus. (Jaubert *et al.*, 2010, p. 3)

Le concept de *communauté discursive* a ainsi progressivement évolué en *communauté discursive disciplinaire*, la classe étant décrite comme un lieu où se forme une communauté discursive par le jeu d'interactions verbales entre l'enseignant et les élèves. Un savoir s'y construit par remaniements successifs des significations et finalise un consensus sur les discours relatifs à un objet étudié.

Nous allons maintenant nous appuyer sur les modèles que la didactique a développés et que nous venons d'exposer (multifonctionnalité de la langue ; modèles de communautés) pour construire la notion de langage disciplinaire.

Nous commencerons par discuter les conditions et les indicateurs d'existence d'un langage disciplinaire. Pour cela, nous procéderons en trois étapes.

Premièrement, nous discuterons de ce que peuvent être, du point de vue de l'enseignant, les limites de ce que nous appelons une communauté disciplinaire. Cette discussion nous conduira à décrire certains effets communautaires de la profession d'enseignant. Notons qu'un enseignant d'une discipline technologique, spécialiste d'un domaine d'activité tel que la productique usinage, a un double métier, celui d'enseignant et celui de technicien du domaine d'activité. Cependant, nous pouvons considérer qu'il n'a qu'une seule profession. Pour cette raison, un bref préambule compare les significations des mots *métier* et *profession*.

Deuxièmement, nous analyserons les déictiques du discours de l'enseignant de productique usinage que nous avons interviewé. Notre analyse montrera la multiplicité des degrés de l'échelle des communautés et la ressource expressive qu'une telle multiplicité permet.

Troisièmement, nous proposerons une synthèse des conditions et indicateurs de la présence d'un langage disciplinaire.

7.1.4. Conditions et indicateurs d'existence d'un langage disciplinaire ?

Dans les discours, certains éléments linguistiques tels les déictiques (ensemble des indicateurs liés à la situation d'énonciation) et les modalisateurs (ensemble des indicateurs de valeurs de certitude) révèlent la complexité des représentations et des relations que l'énonciateur veut transmettre. Dans la prochaine section, nous allons mettre en évidence la pluralité des communautés auxquelles l'enseignant interviewé se rattache, notre intention étant d'observer comment s'opère la délimitation du territoire d'emploi du langage disciplinaire. Auparavant, nous revenons brièvement sur les raisons explicatives de la pluralité des communautés.

7.1.4.1. Préambule : distinction entre métier et profession

Les enseignants sont tout à la fois représentants et acteurs d'un métier et d'une profession.

En effet, le métier correspond à un champ d'activités techniques auquel peut s'identifier un individu ou une machine. A la question *quel est son métier* ? la réponse est presque sûrement *il est usineur, luthier*, *etc.* Mais nous savons aussi que le mot *métier* désigne par métonymie des outils de production : il y a des métiers à tisser, des machines à usiner, *etc.* Ce qui importe est l'opérateur qui accomplit les actions techniques, que celui-ci soit humain ou automate. Les métiers déclinent ou se développent avec les sciences et techniques qui s'y rapportent. Nous avons vu par exemple (chapitre 6) comment un savoir-faire d'enseignement, spécifique à la discipline des mathématiques, pouvait se constituer autour de l'introduction du vecteur en mathématiques : mettre en valeur un objet mathématique à partir d'une situation de référence, combiner un cadre cinématique et un cadre ensembliste, reporter le code mathématique inséré dans le texte sur une figure, *etc.*, autant de gestes de métier qui ne sont pas nécessairement décrits mais qui transforment de façon invariante un énoncé dans le but de mettre l'élève en activité.

La profession correspond, quant à elle, à une organisation catégorielle des conditions d'exercice d'un métier. Elle traduit l'engagement public, devant la loi, à exercer un métier. Les professions évoluent en fonction des choix politiques et sociaux.

La professionnalisation, c'est-à-dire la transformation d'un métier en profession, est « processus de maturation [qui] se caractérise par la capacité […] de la profession à exister comme un tout indivisible. » (Jouet-Le Pros, 2006, p. 2). Jouet-Le Pros répertorie cinq conditions d'existence d'une profession :

(1) L'existence d'objets de métiers ;
(2) L'existence de systèmes de triple expertise : d'une part, l'expertise technologique par laquelle les savoirs et savoir faire sont organisés en systèmes ; d'autre part, l'expertise sociale qui cadre les interventions ; et enfin, l'expertise qualitative qui optimise les ressources par rapport au but visé ;
(3) L'existence d'un ensemble de valeurs « *constituant l'univers moral de la profession en même temps qu'il participe à l'identification de son identité.* » (Jouet-Le Pros, 2006, p. 3) ;
(4) La reconnaissance sociale de l'expertise et des valeurs ;
(5) L'existence d'un système de contrôle par la société du niveau d'expertise et de la pertinence des valeurs, garantissant ainsi une certaine qualité, c'est-à-dire garantissant la satisfaction de la profession et des attentes des récipiendaires des services assurés par la profession.

L'institutionnalisation d'une formation à un métier, la législation qui l'encadre sont des procédés de règlementation participant à la professionnalisation d'un métier. Jouet-Le Pors (2006) souligne que le ressenti de l'appartenance d'un individu à une profession dépend de sa « *capacité à coproduire* » (*ibid.,* p. 5).

Dans le discours enseignant, c'est la diversité des références à différentes sphères (contenus enseignés, contexte local, conditions d'orientation des élèves, procédures de recrutement des enseignants, pratiques du monde industriel, *etc.*) qui signale le ressenti par l'enseignant de sa professionnalisation et de son accréditation. Rabatel et Blanc (2011) décrivent les enjeux des dires professionnels :

> [Ils] favorisent le positionnement de soi, la gestion des consensus ou des dissensus. Ce positionnement nécessite la prise en compte d'un certain nombre de spécificités, notamment celles de l'épistémologie des savoirs enseignés, celles des contextes socio-historico-culturels dans lesquels s'organisent les enseignements et les apprentissages et celles des conditions matérielles qui créent des contraintes sur ces discours « situés ».
> […] ces discours permettent de construire une identité socio-discursive à travers la référence aux contenus scientifiques, ainsi qu'à travers leur regard sur les faits et les expériences professionnelles et la façon dont ils problématisent les uns et/ou les autres, notamment à travers leurs modes d'argumentation et de justification. (Rabatel et Blanc, 2011, p. 3)

Torterat (2011) décrit comment la référence à l'expérience personnelle, à travers un récit de vie[242] par exemple, peut compléter le positionnement de l'individu par rapport au métier et à la profession qu'il embrasse : « il contribue à construire une représentation de soi plurielle que l'on peut rapprocher de la question d'identités professionnelles en construction ». L'auteur ajoute par ailleurs que, pour un enseignant, l'exercice du récit de vie peut éventuellement apparaître « intrusif » et provoquer des réticences. Nous verrons dans l'exemple que nous analysons, comment se signale sporadiquement la réticence de l'enseignant à livrer son histoire personnelle.
La pluralité des points de vue, c'est-à-dire pour ce qui nous intéresse, de la référence à plusieurs niveaux de communauté apparaît essentielle pour que se forme une identité professionnelle.

Pour conclure ce préambule, nous abordons l'étude des indicateurs de présence de langage disciplinaire en sachant que celui-ci sera entremêlé à des formes langagières alternatives, ces dernières exprimant la pluralité de sphères et communautés auxquelles un enseignant se réfère en situation professionnelle.

7.1.4.2. Pour un langage disciplinaire, quelle communauté disciplinaire ?

En supposant acquis les critères sociétaux, réglementaires et scientifiques définissant, à un moment donné, une discipline scolaire, il s'agit d'identifier l'échelle de la communauté susceptible de générer *son langage disciplinaire.* Nous appellerons *communauté disciplinaire* la communauté qui utilise le langage disciplinaire. Un langage sera disciplinaire si :

- Il présente des particularités propres à la discipline, c'est-à-dire s'il est porteur de l'épistémologie et de l'ergonomie de la discipline,
- Il est reconnaissable à l'échelle d'observation d'une classe quelconque,
- Il est intégré et remanié par ses acteurs,

[242] F. Torterat analyse des récits de vie dans le contexte de la formation initiale des enseignants.

- Il est suffisamment marqué pour devenir partiellement étranger aux acteurs d'autres disciplines.

Notre démarche de comparaison de l'enseignement des mathématiques par plusieurs disciplines nous a conduite à mettre en relation les dires enseignants et les documents pédagogiques produits par les enseignants pour leurs élèves. Il apparaît que les enseignants d'une discipline forment une population qui vérifie les critères d'une communauté de pratiques. En effet, les enseignants d'une même discipline partagent :

- **Des conditions de travail** : type d'établissement, horaire disciplinaire, modalités d'évaluation des enseignants, filière d'enseignement, formation continue, supérieurs hiérarchiques, certains aspects de leur formation scientifique initiale ;
- **Des objectifs de travail** : programme, référentiel, modalités d'évaluation des élèves ;
- **Des ressources** : manuels, logiciels, sites disciplinaires, annales d'examen, document d'accompagnement ;
- **Un cadre d'interprétation assurant la continuité disciplinaire** : un répertoire commun d'interprétation des prescriptions officielles, de pratiques, et une mémoire collective permettent aux enseignants d'une même discipline de donner une continuité à la discipline sans que chaque enseignant ait à maîtriser tous les aspects de cette continuité. Cette continuité peut s'observer d'un niveau à l'autre, d'un établissement à l'autre ; elle est compatible avec l'existence de variations interpersonnelles.
  La continuité, *via* le cadre d'interprétation commun, se construit aussi par la production de documents (co-rédaction de référentiels de compétences ou d'énoncés de devoirs en vue d'évaluations communes), par des actions spontanées parfois informelles (mutualisation d'activités en ligne, intégration des nouveaux enseignants) ou encore par l'utilisation de ressources communes ;

- **Des modes de communication spontanés ou informels**
  Le tutoiement est par exemple fréquemment observé dans les stages de formations continues disciplinaires. Les enseignants d'une même discipline discutent sur le vif des ressources locales ou nouvelles, de la difficulté des sujets d'examen de leur discipline, de leurs adaptations personnelles, ... Les enseignants-formateurs de la discipline sont des intermédiaires entre la communauté disciplinaire et d'autres acteurs (enseignants, inspecteurs, universitaires, …).

Illustrons la notion de communauté disciplinaire avec les indicateurs discursifs que nous avons recueillis dans un long entretien[243] (45 minutes) mené avec un enseignant de productique usinage. Nous allons, grâce à l'analyse de discours, mettre en évidence comment l'échelle de plusieurs degrés de communautés permet à l'enseignant de faire valoir son point de vue

[243]La version intégrale du verbatim d'entretien avec E-pu1 est dans la partie *Annexe des données*.

expressif sur son appartenance à l'une ou à l'autre. Nous allons ainsi montrer que cette échelle de communauté constitue en soi une ressource expressive pour l'enseignant. Nous porterons une attention particulière au rôle de la communauté disciplinaire dans la mise en œuvre de cette ressource.

7.1.4.3. Analyse des déictiques discursifs d'un enseignant de productique usinage

Le tableau de la Figure 90 classe les informations, objectives ou expressives, par rapport aux critères de communautés dont nous avons fait l'inventaire précédemment :

- Le partage des conditions de travail ;
- Les objectifs de travail ;
- Le partage des ressources ;
- Le cadre d'interprétation assurant la continuité disciplinaire ;
- Les modes de communications spontanés ou informels.

Dans ce tableau, l'entretien est délinéarisé : les nombres en début de ligne indiquent le numéro de tour de parole. Il y en a plus de 500.

Nous allons observer que c'est la possibilité d'avoir plusieurs points de vue (plusieurs rôles d'énonciation) qui donne l'enseignant de productique usinage (E-pu1) la possibilité de se référer à sa communauté disciplinaire par un jeu d'opposition/inclusion à d'autres communautés.

Pour distinguer les niveaux de communauté et isoler le niveau de communauté disciplinaire, nous avons décrit le déictique de la conversation. Nous rappelons tout d'abord la définition générale des déictiques, comme ensembles d'indicateurs linguistiques en situation de conversation, puis nous listons les éléments linguistiques que nous utilisons de façon récurrente pour notre analyse.

Définissons ce qu'est un déictique conversationnel.

Pour cela, nous nous référons au *Dictionnaire d'analyse du discours*, ouvrage collaboratif dirigé par Charaudeau et Mainguenau (2002). Parmi les différents aspects de la définition descriptive que ce dictionnaire propose pour expliquer la notion de déictique, nous nous sommes arrêtée à la description suivante :

> Les déictiques sont des expressions qui renvoient à un référent dont l'identification est à opérer nécessairement au moyen de l'entourage spatio-temporel de leur occurrence. La spécificité du sens indexical est de ″donner″ le référent par le truchement de ce contexte. (Georges Kleiber, 1986, cité par Charaudeau et Maingueneau 2002, p. 159)

Nous retenons que les déictiques sont des éléments linguistiques employés pour faire référence, pendant la conversation, à des objets internes à la situation de discours, le référent étant une « *réalité* » (*ibid.,* p. 487– 488) qui apparaît à travers les coordonnées du locuteur, lesquelles peuvent ne pas être partagées par l'allocutaire, s'il est extérieur ou peu familier de la situation. Comme tout mot bien constitué, le déictique réfère quelque chose ; mais l'important est qu'il réfère uniquement du point de vue du locuteur. Par exemple, si un enseignant de mathématiques dit : « en devoir surveillé, j'ai posé un exercice très classique », seul, un collègue qui travaille dans un contexte comparable peut situer ce que *classique* signifie par rapport aux exercices travaillés avec les élèves.

Ce qui nous ramène aussi à la discussion de la partie 2 sur la nature des objets auxquels les mots permettent de faire référence. En effet, dans la partie 2 (chapitre 4), nous avons discuté ce que peut être une *réalité* à l'occasion d'un exercice scolaire de mathématiques (il s'agissait d'un troupeau de moutons à partager équitablement). Nous avions alors conclu que le mot « troupeau », à l'instar du mot « communauté », peut être vu comme un « *expédient linguistique* » (Panza *et* Serini, 2013, p. 34– 45) pour désigner un ensemble d'éléments plus ou moins tangibles, permettant ainsi l'économie d'une longue description.
Le déictique a plusieurs fonctions : il contribue à la cohésion du discours car il assure une continuité référentielle ; il permet de situer dans l'espace, le temps le locuteur et ce qu'il énonce.

Donnons la liste de ces déictiques et de leurs fonctions référentielles du point de vue du locuteur.

Ici, le locuteur est l'enseignant de productique usinage E-pu1 :

- Les **pronoms personnels** (<u>nous-on</u> ; <u>nous/ ils</u> ; <u>moi/ leur</u> ; <u>moi/celui-là-le deuxième</u> ; …) permettent au locuteur (l'enseignant E-pu1) de se situer à différents niveaux de communautés et dans des postures alternatives, signifiant parfois une inclusion, parfois une exclusion, parfois une opposition. Le déictique des personnes est signalé par un soulignement. Nous en avons distingué quatre :
  - Le déictique de la communauté de la ***classe***, alliant l'enseignant et ses élèves ;
  - Le déictique de la communauté des ***enseignants de la discipline*** productique usinage clivant la classe en un enseignant en vis-à-vis des élèves ;
  - Le déictique de la communauté des ***techniciens d'usinage*** grâce à laquelle l'enseignant se positionne hors de la classe ;
  - Le déictique de la communauté linguistique, celui de la ***société française***.

- Les **indicateurs spatio-temporels** ($\boxed{\text{ici}}$; $\boxed{\text{là-bas}}$; $\boxed{\text{dans quelques semaines}}$; …) permettent au locuteur de mobiliser des référents non désignés explicitement tels que l'atelier où se déroule la conversation, la salle de lancement attenante, l'organisation pédagogique par postes de travail, *etc.* Le déictique spatio-temporel est signalé par un encadrement ;

- Les **reformulations** permettent au locuteur de faire référence à ce qui a déjà été énoncé en amont dans la conversation. Elles ne sont pas signalées comme des explications mais elles sont explicatives car elles complètent ou nuancent le point de vue du locuteur (*très* *problématique- énorme frein* ; *guidance-enchaînement*). Les reformulations sont signalées en ***italique gras*** ;

- Enfin, nous ajoutons un procédé linguistique qui ne relève pas de la deixis mais qui contribue à la constitution du langage disciplinaire, celui d'employer un vocabulaire ou des expressions spécifiques que l'on peut séparer en deux jargons :
  - Le **jargon technique des métiers de l'enseignement** (*référentiels* ; *activités* ; *rattraper le niveau* ; *donner une guidance*) ;
  - Le **jargon technique des métiers de l'usinage** (*pièce prototype* ; *être sur la machine* ; …).

Ces éléments (Figure 90) contribuent, ensemble, à indiquer l'existence de la communauté disciplinaire à laquelle E-pu1 s'affilie. En effet, ils font référence à soit à des conditions de travail partagées, soit à des objectifs de travail partagés, soit à des ressources communes, soit à un cadre d'interprétation du travail et des événements assurant la continuité disciplinaire, soit encore à des actes de communications spontanés.

Nous avons apposé un numéro en bas à droite des éléments déictiques, des reformulations, des éléments de jargons. Nous allons classer ces éléments pour mettre en évidence les différents niveaux de communautés.

Indicateurs linguistiques lors de l'entretien avec l'enseignant de productique usinage
(A) CONDITIONS DE VIE SCOLAIRE (A1) Locaux standards et organisation par poste de travail
334 **E-pu1 :** alors aujourd'hui$_{1}$ /euh / là bas$_{2}$ / on$_{3}$ est en train d'*relancer une production*$_{4}$ […] / le deuxième$_{5}$ est train d'réaliser euh / une *pièce prototype*$_{6}$ qui va servir à *installer un outillage*$_{7}$ […] et celui-ci$_{5}$ est en phase de préparation pour la fabrication de cette pièce-là qui va débuter dans quelques s'maines$_{8}$ 454 **E-pu1 :** […] moi$_{9}$ quand j'en$_{10}$ ai quinze$_{11}$ / sept machines qui tournent et cinq ici$_{12}$, j'peux pas rester derrière chaque minot
(A2) Les difficultés d'enseignement/apprentissage
84, 86 **E-pu1 :** ça nous$_{13}$ pose ***beaucoup de problèmes***$_{14}$ là / euh / *sur l'année d'seconde*$_{14}$ // après euh après ils$_{13}$ rattrapent
302 **E-pu1 :** ça c'est une fiche qui permet de mettre en place sur la machine/ par contre / pour générer ce genre de document / ça nous$_{15}$ prend bien les trois années$_{16}$
406, 408, 412 **E-pu1 :** bouf ! / pour faire une circonférence$_{18}$ ou une surface / i' nous$_{17}$ faut déjà une demi-journée$_{18}$ […] alors /***c'qui est très problématique***$_{19}$ pour nous$_{20}$ parc' qu'on$_{21}$ passe notre temps à travailler sur des éléments d'géométrie […] ben oui / pour nous$_{22}$ c'est / c'est / ***c'est un énorme frein***$_{19}$
442 **E-pu1 :** ça dépend parc 'qu'en fait on$_{23}$ y va par palier / sur les premières activités / euh / on$_{24}$ va leur$_{24}$ donner ***une guidance***$_{25}$ presque complète / c'est à dire nous fournissons ***le volume***$_{25}$ / on$_{26}$ fournit ***l'enchaînement des opérations***$_{25}$
(A3) Contraintes institutionnelles pesant sur la discipline
100, 104**E-pu1 :** on$_{27}$ a une formation qui est très peu lisible pour qui est en collège […] auprès du grand public / on$_{28}$ n'existe pas ***l'usinage / c'est très obscur***$_{29}$

144, 142, 148**E-pu1 :** on30 est passé de quatre à trois ans31 donc //deux ***années de BEP, deux années de bac***31, on a // on a une division quasiment de moitié, on a ***réduction quasi d'moitié du temps de travail***31

152, 154, 156, 158 **E-pu1:** on a fait32 des coupes franches dans l'référentiel33 … y'a des, y'a des parties du référentiel qu'on, qu'on34 aborde plus33 […] i 'manque surtout un niveau...on35 a beaucoup de retours en disant que le niveau a énormément baissé36 et qu'c'est plus suffisant36, sinon j37'dirais pas ça.[…] ils38 arrivent plus aux critères d'aptitude qu'on39 avait avant pour faire un brevet d' technicien

(B) OBJECTIFS DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

(B1) Le contrôle des coûts

54 **E-pu1 :** oooui / ***c'est l'cœur du métier***40 //***c'est ça***40 qui nous empêche41 d'avoir délocalisé toute ***notre production***42 en Asie***/ not' savoir-faire***43/

(B2) L'autonomie en situation d'usinage

454 **E-pu1:** beaucoup / i's sont pas habitués en sortant d'collège / i's sont très maternés en collège et / chez nous / i's sont très autonomes44 / vite / tout d'suite / donc on leur donne une procédure45 de deux / trois / quat' pages / […] et i's sont sur la machine / on attend l'résultat46

(C) RESSOURCES COMMUNES

(C 1) Le logiciel DAO-CAO

180 **E-pu1 :** donc là il est sur un ***logiciel de dessin***/**c'est** ***Solidworks***47 […] // donc / là / il est en phase de découverte48 des fonctions de base et des méthodes de base de ***génération d'une forme*** / ***prismatique ou de révolution***49

491 **E-pu1 :** […] surtout avec les outils modernes qu'on a50/ on est passé à des *représentations mixtes51*/ c'est à dire à ***une représentation plane avec un aspect texturé***/ on52 peut déjà, un p'tit peu percevoir la ***forme générale de la pièce***//ça permet d's' faire une idée ***des volumes pleins et creux*** en fait// alors que là// on a beaucoup d'mal, les élèves ont beaucoup d'mal53 à percevoir c'qui est plein, c'qui est creux, tandis qu'sur ***ce genre de représentation***, ***c'est tout d'suite plus intuitif***53

(C 2) Le référentiel

260 **E-pu1 :** sur des référentiels qui nous sont propres54

(C3) Les outils d'usinage

296 **E-pu1 :** et là / on a une tête à aléser qui nous sert55 à faire cette partie là /concave

334 **E-pu1 : […]** le deuxième est train d'réaliser euh / *une pièce prototype* qui va servir à installer un outillage qui nous appartient / une pièce qui nous est propre56

(C 4) Les normes

511 **E-pu1 :** c'est issu d'chez nous57, par exemple, la la norme ISO 9000 et consort

(C5) Le vocabulaire

569 **E-pu1:**[un gros stock de vocabulaire] oui oui oui énorme, surtout que nous ils58 ont ***beaucoup d'vocabulaire à apprendre*** sur tous les postes […] ***c'est effarant***59

(D) CADRE D'INTERPRETATION

(D1) La productique usinage vue de l'intérieur

162 **E-pu1 :** c'est la réalisation de/ d'une forme / à partir d'un/ d'un élément, ouais// on va acheter directement des barreaux euh / à ***l'industrie lourde***, donc ***directement au fourneau*** et nous on va leur donner60 une forme/ une précision/ une résistance suffisantes pour l'emploi qu'on veut en faire

168 **E-pu1 :** chez nous c'est d'l'ordre de deux à cinq centièmes de millimètres61

110 **E-pu1 :** euh on va surtout travailler sur des éléments géométriques63 / de géométrie ***2D / 3D / des formes basiques / des volumes*** / euh // énormément sur *le dimensionnement* / ***les dimensions / les efforts*** // c'est très vaste comme formation

430 **E-pu1 :** les systèmes d'axes / pas maîtrisé du tout / nous on travaille que comme ça64 / euh on travaille /tout est fait par rapport à un axe euh / orthonormé / 553 **E-pu1 :** oui, oui, t'façon / nous on travaille sur des éléments d'base65 hein euh...on combine c'est tout **(D2) La productique usinage vue par rapport aux autres disciplines** 40 **E-pu1 :** Voilà euh / y' a un enseignant spécialisé sur la partie des sciences dures euh et ensuite nous on fait la modification des dessins industriels62 282 **E-pu1 :** nous on fait juste / ***c'est au niveau d'la mise en page***//on va travailler ***un p'tit peu sur la visibilité***62 et l'coloris mais les éléments qui sont dedans sont euh sont normalisés 559 **E-pu1:** [*la construction*] ah/ ***c'est obligatoire chez nous***66 euh …
(E) COMMUNICATION SPONTANÉE *Non observée durant l'entretien avec* E-pu1.

Figure 90 : Indicateurs de *communauté disciplinaire*. Cas de la productique usinage.

Dans cet exemple, on peut constater que les indicateurs de la communauté disciplinaire (conditions, objectifs, ressources et cadre d'interprétation disciplinaires) ne sont pas que des descripteurs ; ils contribuent à marquer un contraste, la limite entre le territoire disciplinaire et le monde extérieur à la discipline, qui est tour à tour le monde professionnel, les sciences dures, le grand public, le collège, l'institution.

Cette délimitation semble s'accomplir par le fait que, en fonction du critère selon lequel il projette son point de vue, l'enseignant se positionne dans la communauté des élèves dont il partage la vie de classe, ou bien dans celle des enseignants dont il partage la discipline et la définition institutionnelle, ou bien encore dans la communauté des métiers de l'usinage dont il partage les objets, les méthodes et certaines valeurs. La plupart des occurrences de pronoms (*on, nous*) établissent un lien référentiel à un seul niveau de communauté. Mais il y a des exceptions. Dans le tour de parole 491 (Figure 90), quatre « *on* » se succèdent (n°50 à 54) mais ne désignent par les mêmes communautés :

- Le n°50 (*avec les outils modernes qu'on a*) se réfère à la société en général et à son équipement technologique moyen ;
- Le n°51 (*on est passé à des représentations mixtes*) se réfère au monde professionnel et à la normalisation de certains usages lors de l'édition de documents techniques ;
- Le n°52 (*on peut déjà, un p'tit peu percevoir la forme générale de la pièce*) exprime un point de vue didactique : qu'est-ce qui facilite la vision spatiale des surfaces ?
- Le n°53 (*on a beaucoup d'mal, les élèves ont beaucoup d'mal*) montre par la juxtaposition des phrases le glissement d'une posture qui est celle de la communauté des enseignants à celle de la classe, l'enseignant et les élèves étant liés.

Ainsi, nous venons de vérifier que les déictiques permettent au locuteur-enseignant d'ajuster sa posture d'énonciateur par rapport aux différentes communautés auxquelles il prend part.

Nous concluons cette analyse sur la dimension expressive (image interne, appréciation) que permet le déictique lors des reformulations. Les reformulations correspondent la plupart du temps à des transitions de points de vue de la part du locuteur, c'est-à-dire à l'articulation, par le discours, de l'appartenance à des communautés de niveaux distincts. Nous observons ainsi une organisation récurrente d’éléments de discours : l’enseignant énonce un fait en se plaçant à un certain niveau de communauté puis reformule en se plaçant à un autre niveau de communauté, ce qui l’amène à changer de posture et à exprimer le ressenti de ce changement. Nous illustrons la dimension expressive avec quelques exemples utilisant le présentatif *c’est* :

- L’articulation entre la posture enseignante et la posture de l’apprenant :
  travailler sur des éléments de géométrie […] / c’est un énorme frein
  beaucoup d’vocabulaire à apprendre […]/ c’est effarant
- L’articulation entre la posture professionnelle et la posture enseignante :
  ce genre de représentation/ c'est tout d'suite plus intuitif
  [le contrôle des coûts]/ c’est l’cœur du métier
  [la construction]/ c’est obligatoire chez nous

Nous abordons à présent la notion de langage disciplinaire dont nous allons répertorier certains indicateurs.

7.1.4.4. Indicateurs de la présence d'un langage disciplinaire

La notion de *langage disciplinaire* vise à décrire la posture épistémologique des acteurs d’une discipline à travers les pratiques langagières observables. Pour proposer des indicateurs stables de l'existence d'un langage disciplinaire, nous avons procédé de la façon suivante : pour un même concept mathématique (par exemple le concept de vecteur ou le concept de solide géométrique), dans une discipline donnée, nous avons décrit le concept par ses fonctions épistémologiques à partir des situations génériques modélisées, par les discours qu'en donnent les enseignants dans la même langue naturelle (dans notre cas, le français) et par leurs variations sémiotiques. Nous avons finalement retenu sept indicateurs interdépendants.

(1) L'étrangeté pour un acteur d'une autre discipline.
Le mode d'énonciation fait qu'un concept n'est pas reconnu sans un certain effort de conversion des signes, ou encore qu’un énoncé est difficile à comprendre par sa tournure (façon de commencer, choix des mots, modalisateurs, prédilection pour l’objectivité ou la subjectivité, sémiotique spécifique associée à une situation).

(2) La répartition des fonctions langagières selon les types de signes.
Comment désigne-t-on ? Quel est le registre de prédilection des descriptions, des explications ? Les productions langagières visant à motiver ou justifier sont-elles associées à l'oral ou à l'écrit ? Par exemple, comme nous l’avons déjà évoqué dans la partie 2, Boré (2007) montre que la fonction de dénomination est plus fréquente en grammaire qu'en géométrie et que cette fonction présente des difficultés spécifiques dues au fait que les *choses* de la grammaire sont constitués de mots.

(3) Les modes d'introduction des concepts.
Quelle est la stratégie de prédilection (ou technologie disciplinaire) pour introduire un concept ? Quelle est la place de l’induction, de la manipulation ? Procède-t-on par problématisation d’une classe de situation ou par définition ? Quels signes emploie-t-on pour désigner un concept ?

(4) L’alternance de l’oral et de l’écrit dans la langue naturelle
Le contrat de parole entre l’enseignant, la classe et l’élève indique comment les « savoirs » qui ne sont pas écrits diffusent (usage, attitude, valeur). L'enseignant crée un système transpositeur pour reconstruire les objets du curriculum et ce faisant, il crée d’autres pratiques, d’autres savoirs non déclarés car l’organisation didactique dépend de la population d’élèves et de la représentation que l’enseignant en a.

(5) Les fonctions sociales ou épistémiques des objets enseignés
Les fonctions sociales des objets enseignés (technique, définition, savoir) sont révélées par des déclarations spécifiques qui leur sont relatives. Les discours projettent une façon d’utiliser socialement ces objets et de se référer à un champ scientifique ou professionnel particulier. En général, l'enjeu social d’un enseignement est soit d'acquérir une compétence générale (et dans ce cas plusieurs objets enseignés et plusieurs disciplines peuvent y contribuer), soit d'initier à *l’agir-penser-parler* dans un champ spécialisé.
De plus, les genres d’écrits spécifiques à une discipline sont des marqueurs disciplinaires soit parce qu’ils réalisent une initiation à une pratique sociale de référence, soit parce que des effets structurants leur sont attribués sur l’acquisition des savoirs de l’élève.

(6) Les prototypes d’enseignement.
Il s'agit d'objets initiaux d’enseignement qui servent de référence et sont transformés pour soutenir l'enseignement d'autres objets. Nous avons vu par exemple dans la partie 2 que le cube est un prototype en mathématiques convoqué pour initier l'enseignement de différentes objets (polyèdre, conversion de mesure de volume, orthogonalité, repérage, ...). Le cylindre semble davantage s'imposer en productique usinage en relation avec les outils à tour et le barreau d'acier à partir desquels les techniques s’organisent.

(7) Les stéréotypes sur les relations entre disciplines.
Ils servent de repère autant que de limite dans les relations entre disciplines. Ils mettent en relation les modes d'évaluation par les disciplines et les modes de recrutement des enseignants ou des élèves.

7.2. Méthode et données

Nous avons choisi de bâtir la comparaison des langages disciplinaires selon deux axes :

- **Un axe informatif** permettant des croisements à partir d’entretiens et de documents disciplinaires (curriculum officiel, activité d’introduction, épreuve certificative). Certaines réponses recueillies font référence aux textes réglementaires de la discipline et en livrent une interprétation. Les textes officiels de la discipline sont eux-mêmes significatifs de la discipline : en effet, « [un] discours normatif et programmatique […] dépeint un idéal » (Perrenoud, 1996, p. 55–57) autant qu’il entérine l’usage de pratiques. Dans ces textes, l’idéal de l’objet mathématique enseigné consiste en propriétés et techniques qui, selon le projet de l’institution, devraient permettre à l’élève d’en avoir une expérience, puis de pouvoir le reconnaître et l'utiliser. Les entretiens et l'enquête documentaire sont donc complémentaires ;

- **Un axe expressif :** les entretiens avec les enseignants ont permis de recueillir des exemples de représentations de la relation de leur discipline aux mathématiques. De plus, certaines informations (objectives) n'apparaissent pas clairement en texte.

Nous avons croisé des données de différentes natures dans différentes situations d'utilisation du langage disciplinaire. Notre but était de cerner comment les langages disciplinaires aménagent pour l'élève une certaine relation aux mathématiques et comment ils supportent l'enseignement d'objets mathématiques (en l'occurrence les solides et les vecteurs) permettant de travailler dans l'espace géométrique.
Présentons plus précisément les données et les méthodes utilisées pour les traiter.

7.2.1. Recueil de données : entretiens et documents

Les verbatim d'entretien avec les enseignants. La présentation globale de notre corpus d'entretiens a été faite dans le chapitre 5 de la partie 2. C'est en effet dans ce chapitre que nous avons procédé à la première analyse d'entretien. Nous y exposons nos choix de protocole, les circonstances particulières du recueil d'entretien ainsi que les difficultés méthodologiques liées à l'analyse conversationnelle. C'est pourquoi nous renvoyons le lecteur à ce chapitre.

Les documents que nous appelons *documents pédagogiques* sont des documents internes à la communauté disciplinaire. Ces documents sont conçus à l'attention des élèves.

Ces documents pédagogiques font parfois référence aux environnements logiciels et permettent d'apprécier l'incidence de l'outil logiciel sur l'usage ou les représentations symboliques du concept étudié (vocabulaire, icône, paratexte à une commande, menu de commandes).

Ils comportent aussi parfois une partie de discours méta-didactique, à l'attention de l'institution, situant la notion ou la compétence travaillée par rapport à un centre d'intérêt, un domaine d'activité, un niveau de compétence, un niveau de classe, *etc.*

Enfin, nous avons étudié des documents d'épreuves d'évaluation certificative[244]: il s'agit de documents à mettre en correspondance avec les prescriptions officielles, formant une sorte de contrat de l'institution vis-à-vis d'elle-même et clôturant le contrat didactique entre l'institution et l'élève.

7.2.2. Les textes officiels de la filière productique usinage

Les documents que nous appelons *textes officiels* se situent, selon nous, à la frontière de la communauté disciplinaire. Ils résultent en effet d'un consensus entre différents partenaires.

[244]Celles du baccalauréat 2010.

En ce qui concerne les programmes, ce consensus est réglementé par la charte des programmes (décret du 24 juillet 2013) entre différents partenaires[245] : élus, législateurs, chercheurs, inspecteurs généraux, enseignants, représentants d'instances autres. Les textes officiels se situent à la frontière de la communauté disciplinaire car tous leurs énonciateurs ne partagent pas nécessairement les conditions de travail des enseignants disciplinaires et que, seule une partie de leurs négociations incombe aux enseignants disciplinaires.

Les programmes sont faits d'une part pour garantir une cohérence de la configuration disciplinaire (quand apprendre quoi ?) et, d'autre part, pour initier une culture unificatrice entre les disciplines en juxtaposant programmes (obligations) et recommandations (incitations). Ces documents, conçus à l'intention des enseignants, constituent des prescriptions professionnelles.

La prescription professionnelle peut être considérée comme « un texte de préfiguration de l'agir [enseignant] » (Rivière, 2006, p. 48). Son caractère neutre et solennel efface « [la] présence énonciative » (*ibid.*) de ses énonciateurs, sans doute un ou plusieurs experts : la prescription officielle ne laisse pas de place à l'interlocution. Elle instaure « un contrat […] d'objectivité » (*op. cit.*, p. 49) de l'agir enseignant, c'est-à-dire une directive forte, à l'adresse du destinataire-enseignant. C'est pourquoi nous estimons que les prescriptions officielles ne constituent pas un artefact de la communauté des enseignants d'une discipline, au sens de Wenger (1998).

La démarche comparatiste entre une discipline générale, les mathématiques, et le couple formé par la discipline technologique de construction mécanique et la discipline professionnelle de productique usinage, nous amène à nous référer à des prescriptions officielles de nature différente : le programme de mathématiques et le référentiel des compétences professionnelles de technicien d'usinage donnés tous les deux pour la filière. Nous présentons ces deux textes officiels en insistant sur le fait qu'ils n'ont ni les mêmes destinataires, ni les mêmes fonctions.

[245]La fabrication d'un programme s'effectue en plusieurs étapes :

(a) Le ministre commande un programme d'enseignement.

Il nomme et saisit le Conseil Supérieur des Programmes (CSP) comme maître d'œuvre du programme.

Le CSP respecte la parité et est composé de : 3 députés, 3 sénateurs, 2 conseillers en économie, société et environnement, 10 spécialistes dont un inspecteur général, deux enseignants et 7 de chercheurs dans des domaines scientifiques divers (sociologie, sciences du langage, médecine, mathématiques, sciences de l'éducation).

(b) Le CSP élabore un cahier des charges du programme et désigne un groupe d'experts (GE).

Le GE est composé de spécialistes du champ couvert par le programme : 2 inspecteurs généraux, 2 universitaires, 3 inspecteurs pédagogiques régionaux, 3 professeurs.

(c) Le GE rédige un projet de programme.
(d) Le CSP vérifie la conformité du projet au cahier des charges.
    Dans l'affirmative, le CSP propose le projet de programme au ministre.
(e) Le ministre engage alors une consultation nationale auprès des enseignants concernés par le programme.
(f) Le ministre en synthétise les résultats.
(g) Le ministre présente le projet corrigé au CSP, l'acte et ordonne sa publication dans le bulletin officiel.

(http://www.education.gouv.fr/ , http://www.apmep.fr/Compte-rendu-de-la-rencontre-APMEP)

7.2.2.1. Le programme de mathématiques

Le *programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques* (BOEN n°2 du 19/02/2009) s'adresse aux enseignants trivalents dans les disciplines générales 'scientifiques' : mathématiques, sciences physiques et sciences chimiques.

Le même texte officiel décrit les items à enseigner en seconde, première, terminale, selon deux critères (des capacités, des connaissances) et des commentaires sur la mise en œuvre (limite technique, contexte recommandé, aide suggérée).

La même personne (l'enseignant polyvalent) interprète donc ce texte officiel selon trois points de vue disciplinaires.

Un programme disciplinaire est un texte qui organise, par niveaux progressifs, des savoirs en termes de capacités et de connaissances disciplinaires. Le programme que nous considérons est commun à toutes les filières[246] et introduit chaque module par l'exergue suivant : « l'objectif de ce module est de fournir aux élèves des outils spécifiques utilisés dans le domaine professionnel ». Il désigne donc la discipline des mathématiques, sciences physiques et chimiques comme *discipline de service* pour la formation professionnelle, notion que nous avons discutée dans le chapitre 6. Pour le sujet qui nous intéresse, il nous semble que cet exergue donne à cette discipline un rôle important : celui d'assurer un travail de réticulation, entre différentes disciplines, sur les concepts mathématiques.

7.2.2.2. Le référentiel des compétences de technicien d'usinage

Le second texte officiel de la filière productique usinage donne la *définition de la formation de technicien en productique-usinage* (arrêté du 16/02/2004). Ce texte s'adresse aux deux enseignants spécialistes de la filière : l'un en construction mécanique et l'autre en productique-usinage.

Ces deux personnes interprètent ce texte officiel par rapport à leur seule mission d'enseignement.

Un référentiel est un texte qui coordonne différents aspects d'une formation professionnelle (Kernïes, 2011) en listant, par domaines de compétences, les activités professionnelles de référence et les savoirs associés ainsi qu'en fixant les conditions d'évaluation des compétences par observation de l'écart entre résultat attendu et résultat produit. Le point important sur lequel nous appuyons notre analyse épistémologique est la liste des *savoirs associés* que le référentiel met en vis-à-vis des activités professionnelles (Figure 91). Le référentiel est conçu de la manière suivante[247] :

[246]Les filières professionnelles sont réparties en trois groupes : (A) les métiers de l'informatique et de l'électrotechnique ; (B) les métiers de production et de maintenance ; (C) les métiers de service. La filière productique usinage est référencée dans le groupe B.

[247]Nous mettons en italique le vocabulaire didactique.

- À partir des *activités professionnelles* de référence, l'institution scolaire définit des *compétences professionnelles* et leur associe des *savoirs* ;
- Vient ensuite un niveau d'analyse des activités, compétences et savoirs conduisant à les décomposer respectivement en *tâches*, *capacités* et *niveaux* de savoir. Ceci constitue une analyse théorique de la formation professionnelle ;
- Enfin, puisque l'institution se porte garante de la délivrance d'un diplôme attestant d'un niveau d'acquisition de compétences, des conditions d'évaluation et des indicateurs d'observation de performance dans la réalisation des tâches sont donnés.

Nous représentons, dans la Figure 92, les liens définis par le référentiel entre les niveaux de savoirs (à gauche), les activités de référence (au centre) et les objets délimitant l'évaluation de compétences professionnelles (à droite).

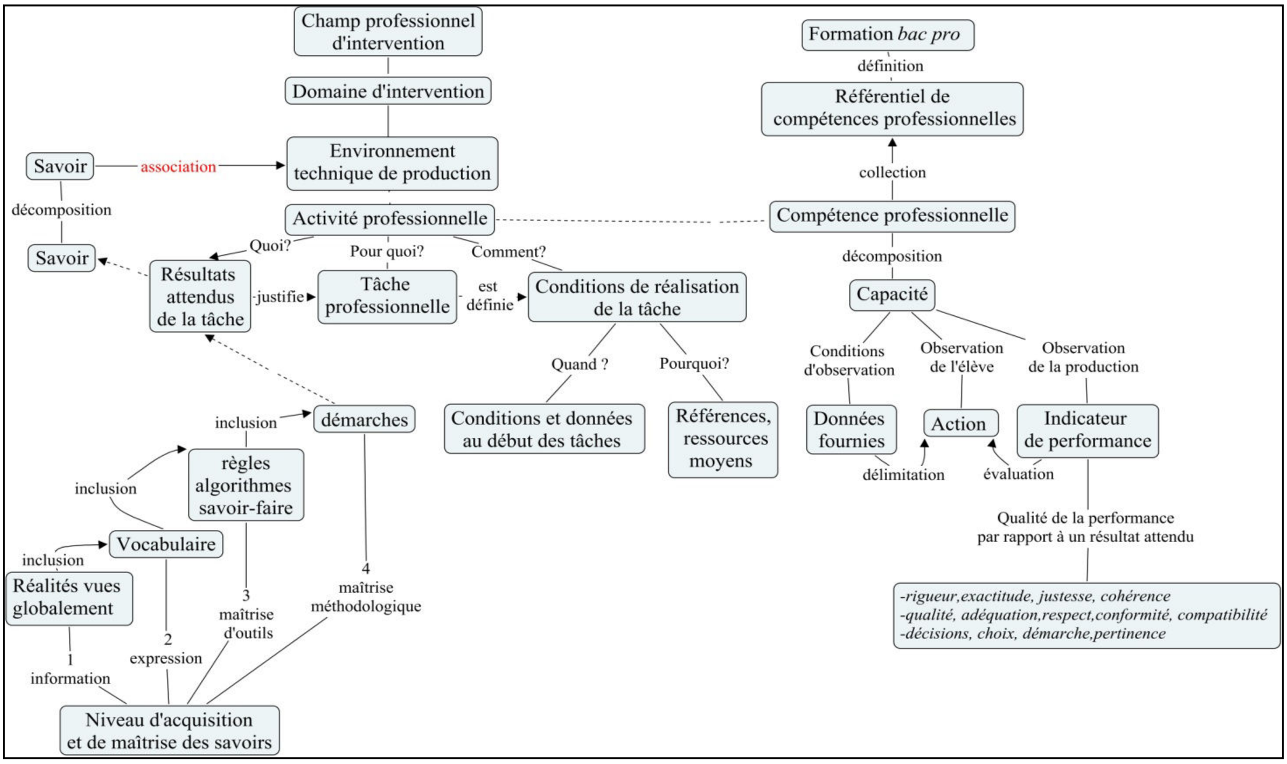


Figure 91 : Carte conceptuelle du référentiel de formation de technicien d'usinage.

Dans le référentiel du baccalauréat de technicien d'usinage, les savoirs mathématiques ne sont pas signalés en tant que tels ; il nous faut donc considérer soit les techniques, soit les discours sur les techniques pour avoir le signalement d'un objet mathématique enseigné.

7.2.3. Relation de la communauté disciplinaire aux données textuelles

Nous envisageons une discipline telle une boîte noire dont l'entrée serait les prescriptions textuelles concernant l'enseignement de la discipline émises par l'institution après négociation avec le monde socio-économique à l'attention de la communauté de ses enseignants, et la sortie, la certification des élèves dans les matières enseignées par la discipline. Comme nous l'avons expliqué dans la sous-section précédente, on ne peut pas considérer les textes officiels relatifs à une discipline comme exprimés dans le langage disciplinaire. Bien que ceux-ci se situent à la frontière de la communauté disciplinaire (Figure 92), ils constituent, pour tous les enseignants de la discipline, des références pour construire un cadre commun d'interprétation des objets à enseigner. Pour notre une approche interdidactique, les différents de cadre d'interprétation d'une discipline à l'autre justifient certaines variations dans le discours sur un objet d'enseignement.

Les prescriptions qui y sont faites donnent lieu à des actions diversifiées d'enseignement, en partie mises en texte dans des documents pédagogiques, jusqu'à produire, en sortie, une action d'évaluation terminale exprimée, en partie textuellement, dans le langage disciplinaire.

On peut considérer que les documents d'évaluation terminale (les sujets d'examen) constituent un canon documentaire de ce que l'élève doit savoir interpréter.
La Figure 91 indique d'ores et déjà des genres d'écrits spécifiques à certaines disciplines : le *contrat de phase* (présenté au chapitre 5) spécifique à la discipline de productique usinage, la grille nationale de CCF (*contrôle en cours de formation*) spécifique à la discipline des mathématiques, ... Ces types d'écrits sont en fait des écrits professionnels (l'un pour l'activité d'usinage, l'autre pour l'activité d'enseignement) que les élèves utilisent comme contrat des opérations d'usinage qu'ils doivent réaliser ou comme contrat des savoir-faire mathématiques qu'ils doivent restituer. Ils voisinent avec des écrits spécifiquement dédiés aux apprentissages (fiche d'exercices, manuel scolaire). Nous en rencontrons d'autres dans cette partie (ils sont consultables dans la partie *Annexe des documents*).

Les dossiers DT, DR (*dossier technique, dossier réponse*) sont, eux, spécifiques aux disciplines spécialisées. L'entrée par les documents permet d'aborder le langage disciplinaire par ses genres d'écrits spécifiques, et de mettre en relation les attentes relatives aux compétences des élèves à l'écrit et les modes de signalement des concepts.
Via les documents disciplinaires, on accède également au rapport de la discipline aux pratiques scripturales portant sur les textes, figures, graphiques et aussi à des éléments méta-langagiers révélateurs de la manière dont la discipline relie les concepts entre eux (Reuter *et al.,* 2010, p. 127– 133).

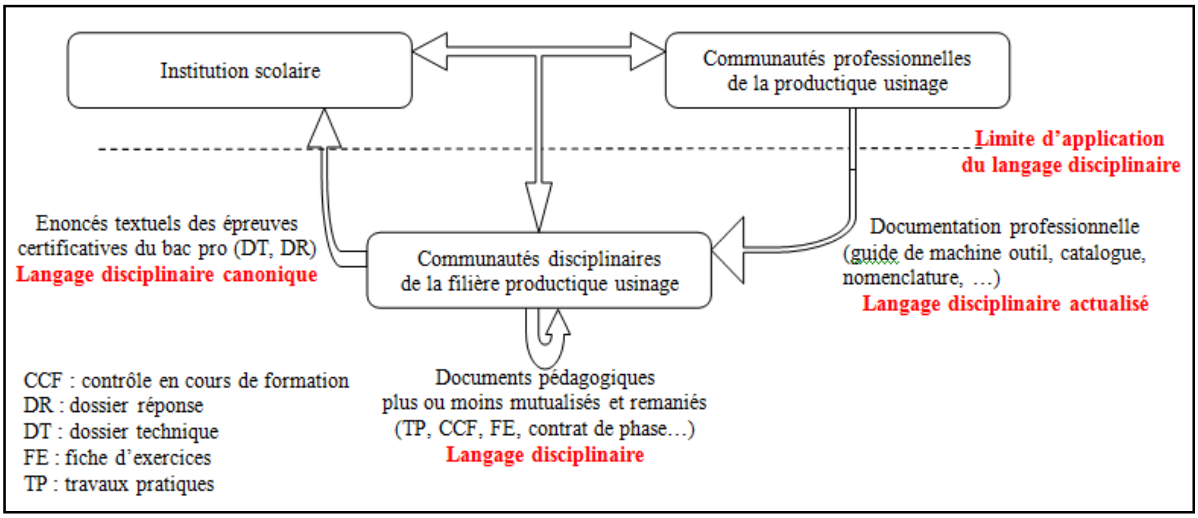


Figure 92 : Les différentes sources documentaires dans les communautés disciplinaires de la filière de lycée professionnel.

C'est donc à travers cette diversité documentaire que nous abordons les langages disciplinaires.

7.2.4. Méthode d'analyse des données : analyse épistémologique et analyse du discours

Comme nous l'avons déjà annoncé, la comparaison que nous ferons aux chapitres 8 et 9 portera sur deux thèmes : la relation de l'élève aux mathématiques (chapitres 8), l'enseignement des vecteurs (chapitre9), selon un axe informatif (contenus, moyens de communication, conduites d'enseignement) et un axe expressif (valeur, ressentis).

Pour le premier thème, notre méthode d'analyse sera celle de l'analyse de discours. Nous l'utiliserons à deux niveaux : celui, local, du tour de parole et celui, global, de l'organisation du discours. Nous observerons les significations produites par les enseignants à ces deux niveaux de discours, concernant l'expression et la justification de leur activité pédagogique en mathématiques en réponse à la relation, qu'ils se sont forgé, de leurs élèves aux mathématiques (chapitre 8).

Pour le second thème relatif à un objet mathématique enseigné, en l'occurrence les vecteurs (chapitre 9), notre analyse sera double : d'une part une analyse épistémologique *a priori* de l'objet enseigné à partir de la documentation disciplinaire et, d'autre part, une analyse du dire enseignant sur cet objet par l'analyse de discours.
Nous observerons comment se constituent les savoirs sur l'objet mathématique enseigné, pris dans « une organisation praxéologique » (Chevallard, 2007, p. 10) articulant les fonctions de l'objet, la théorie, les techniques, les tâches et les autres objets enseignés, la nécessité de

l'analyse épistémologique en didactique ayant été l'objet d'un travail théorique général lors de précédentes décennies[248].

Dans cette section, nous récapitulons les outils conceptuels que nous utiliserons dans les chapitres 8 et 9 pour comparer les langages disciplinaires sur les deux thèmes que nous venons de rappeler.

7.2.4.1. Notion de champ conceptuel

Nous avons déjà cité cette notion au chapitre 3, § 3.1.2., pour indiquer quelle définition nous prenions de concept scientifique.
La notion de champ conceptuel, définie par Vergnaud en 1982, permet de décrire les différents niveaux de conceptualisation d'un concept par un individu :

> Un concept peut être défini comme un triplet de trois ensembles (S, I, φ) :
> S : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept,
> I : l'ensemble des invariants qui constituent les différentes propriétés du concept,
> φ : l'ensemble des représentations symboliques qui peuvent être utilisées.
> (Vergnaud 1986, p. 31)

En effet, comprendre un concept, c'est mettre en lumière une certaine diversité de situations qui étendent la signification de ce concept et permettent de le reconnaître, c'est disposer d'une pluralité de concepts auxquels ce concept est relié et c'est aussi pouvoir agir en faisant les différents traitements attachés à ce concept.
Vergniaud propose l'expression *champ conceptuel* plutôt que *concept* pour décrire l'équilibre nécessaire entre la compréhension qualitative d'un concept et la maîtrise des techniques qui s'y rattachent.
Nous utilisons cet outil pour décrire, dans la filière productique usinage, le niveau de conceptualisation visé pour les élèves (vu comme un individu collectif) par l'institution.

---

[248] Les travaux fondateurs sont ceux de :
Conne François. (1981). *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième années de l'école primaire*.Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université de Genève. 462 pages.
Chevallard Yves (1985). *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*. Editions La Pensée sauvage, Grenoble. 126 pages.
Chevallard Yves. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. Conférence. Actes du 1er congrès : Théorie anthropologique du didactique. (Baeza, Espagne, octobre 2005) (L. Ruiz-Higueras *et al.*, ,éds.) : 705–746.
Artigue Michele**.** (1990). Epistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10 (23) : 241– 286.

7.2.4.2. Notion d'espace de travail géométrique

Nous avons déjà utilisé cette notion pour mettre en relation le mode de validation et la théorie qui cadre l'activité géométrique (partie 2, Figures 42, 80).
Selon le modèle de Houdement *et al.* (2006), l'activité géométrique suppose de disposer d'objets divers (instrument, figure, symbole, gestuel) et d'outils conceptuels (définitions, théorèmes, nombres). L'expression *espace de travail géométrique* désigne :

> Un ensemble d'objets, éventuellement matérialisés dans un espace réel et local ;
> Un ensemble d'artefacts qui seront les outils et instruments mis au service du géomètre ;
> Un référentiel théorique éventuellement organisé en un modèle théorique.
> (*Ibid.*, p. 184)

Le travail géométrique, et plus généralement mathématique, correspond à l'effort à produire pour établir un rapport entre un objet visible et un modèle de la théorie : « il s'agit d'une activité intellectuelle où l'individu organise, d'une certaine manière et avec son style propre, les relations entre objets empiriques et théoriques » (*ibid.*). Les auteurs distinguent trois modes de pensée géométrique en fonction de « la source de validation », du processus d'abstraction et des ressorts du raisonnement : la géométrie naturelle, la géométrie axiomatique naturelle et la géométrie axiomatique formelle. La géométrie naturelle et la géométrie axiomatique naturelle sont les seules à être pratiquées en lycée.

Dans la géométrie naturelle, la validation s'appuie sur des faits réels ou sensibles.
Grâce à la perception ou à la mise en œuvre d'expériences matérielles, certains aspects des objets matériels sont sélectionnés (processus d'abstraction du réel) puis éventuellement convertis dans le registre figural. Le raisonnement déductif s'exerce sur des objets non sensibles.

Dans la géométrie axiomatique naturelle, la validation se fonde sur les lois hypothético-déductives selon un système d'axiomes. Ce système d'axiomes est conçu pour traiter des problèmes de l'espace physique : les axiomes ont un rapport sémantique au réel. Comme tout système d'axiomes, il permet d'organiser entre eux les savoirs géométriques qu'il génère. Le raisonnement déductif s'exerce sur tout ou partie des axiomes. La géométrie euclidienne relève d'une axiomatique naturelle.
Ces deux modes de pensée géométrique du modèle de Houdement *et al.* peuvent être mis en relation avec la description que donne Roditi (2005) d'abord d'une problématique pratique de géométrie, puis d'une problématique spatio-géométrique :

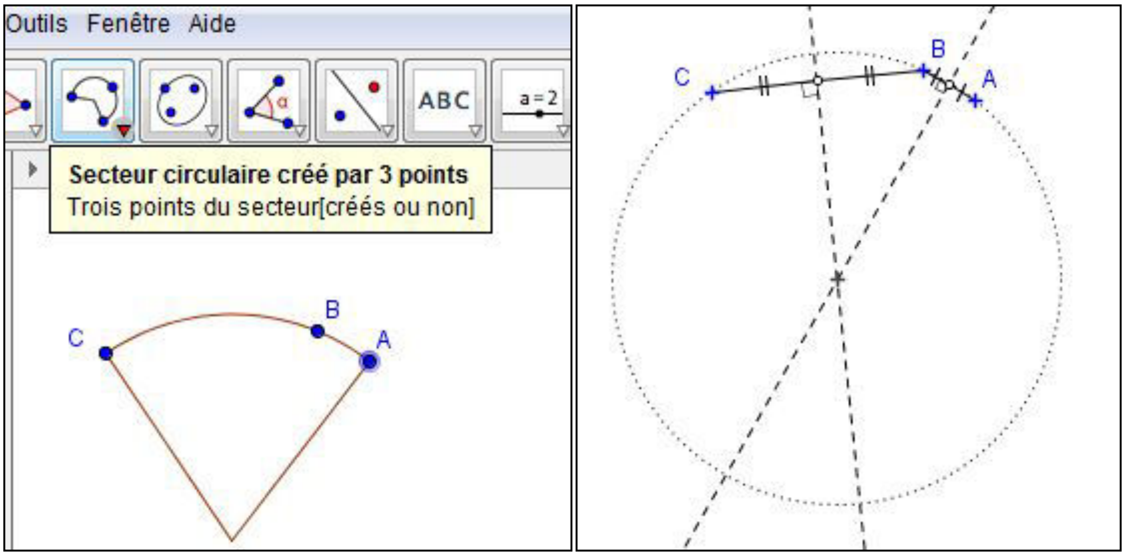
> […] une problématique pratique [est une problématique] dans laquelle les objets sur lesquels on travaille sont des objets physiques (en particulier des dessins), dans laquelle la démarche de résolution est pratique et dans laquelle la validation se fait en restant dans l'espace sensible. […] Les dessins sur lesquels elle s'appuie sont des schémas qui représentent le réel, son horizon est technologique : il s'agit d'apporter des réponses utiles concrètement à des problèmes concrets.
> […]
> une problématique spatio-géométrique (ou de modélisation) [est une problématique] dans laquelle on travaille sur des objets physiques, dans laquelle la démarche de résolution s'appuie sur des objets

> géométriques qui idéalisent les objets physiques, et sur des savoirs géométriques, mais dans laquelle la validation se fait dans l'espace physique, comme dans la problématique pratique, même si cela n'est pas conforme à la théorie. Cette problématique tient à la fois de la géométrie naturelle dans laquelle s'inscrivent le problème et la solution, et d'une géométrie axiomatique naturelle dans laquelle le problème est modélisé et résolu. (Roditi 2005, en ligne)

Pour illustrer notre mode de questionnement, considérons brièvement deux situations.
La première situation a été observée dans la partie 2 lorsque nous avons abordé l'apprentissage du référentiel d'une machine outil et de l'activité de réglage de cette machine. Cette situation réfère à des objets théoriques (différentes origines, des axes, coordonnées, …) et est contrôlée, *in situ*, indirectement par l'automate mais aussi par vérification visuelle des outils. Nous avons pu suivre, au cours d'interactions verbales lors de l'activité de réglage, des raisonnements sur des objets abstraits (*déplacement d'axe*, *en positif*, *etc.*). Dans cette situation, la problématique de la productique usinage apparaît être une problématique de modélisation attaché à un travail de géométrie naturelle.

La seconde situation a fait l'objet d'une discussion lors d'un des deux entretiens avec l'enseignant de construction mécanique, E-cm : il s'agissait de tracer un arc de cercle passant par trois points donnés (non alignés bien sûr). Cet exemple surgit dans la conversation quand l'enseignant E-cm entreprend de décrire le mode de questionnement géométrique de sa discipline à partir d'un objet matériel posé sur le bureau, dont une ligne de profil était courbe.

E-cm indique que la commande logicielle traçant cet arc lui « *suffit* », qu'il « *n'a pas besoin des médiatrices et autres* ». Sur la figure 91, nous avons utilisé le logiciel *Geogebra*, très populaire dans les classes de mathématiques, pour illustrer l'alternative qu'apporte un logiciel de géométrie dynamique dans la résolution d'un problème tel que celui d'un arc passant par trois points. L'usager peut utiliser une fonction de tracé (Figure 93 a) ou bien raisonner et construire lui-même l'arc (Figure 93 b), ce qui conduit à des espaces de travail géométrique différents : l'un fondé sur une géométrie naturelle (Figure 93 a) que « revendique » l'enseignant E-cm, l'autre fondé sur une géométrie axiomatique naturelle (Figure 93 b).



Figures 93 a : Arc de cercle tracé automatiquement. **93 b** : Arc de cercle construit (ici avec *Geogebra*).

Dans le cas de la Figure 91a, l'usager peut n'avoir connaissance ni de la construction d'un arc passant par trois points donnés, ni de la justification. Lorsqu'il va utiliser la commande de construction de l'arc, même si la construction est faite à son insu, il va être obligé de spécifier les trois points en faisant attention à l'ordre. On en déduit que l'espace de travail est celui de la géométrie naturelle et que sa problématique est pratique. Ce phénomène d'enfouissement mathématique *via* un environnement logiciel a déjà été observé dans les formations supérieures (Kent *et al.,* 2003).

Dans le programme de mathématiques, on trouve le même mode de travail géométrique lorsqu'il s'agit d'« isoler une figure plane extraite d'un solide à partir d'une représentation »[249] en utilisant éventuellement les outils de construction, traditionnels ou virtuels[250]. Toutefois, le commentaire du programme de mathématiques reste évasif sur ce que peuvent être les outils de construction. Tous restent possibles : du compas à la commande.

Dans la première situation, le langage de la productique usinage montre des liens explicites avec le modèle théorique.

Dans la deuxième situation, les langages de la construction mécanique et des mathématiques peuvent s'avérer proches en raison de la modélisation des formes géométriques où le modèle théorique est enfoui.

La juxtaposition de ces exemples montre qu'il est possible, dans une même filière, que deux disciplines technologiques–sur certaines situations (nous ne cherchons pas à généraliser) – soient plus éloignées entre elles qu'elles ne le sont chacune de la discipline générale des mathématiques.

[249]B.O.E.N spécial n°2 du 19/02/2009 : Capacités, p. 22.
[250]B.O.E.N spécial n°2 du 19/02/2009 : Commentaire, p. 22.

C’est en mettant en relation les discours et les outils de production sémiotique, c'est-à-dire par le langage disciplinaire, que l’on appréhende les objets mathématiques enseignés. Il nous faut donc identifier le statut de l’objet mathématique enseigné à travers le discours des enseignants. S’agit-il d’un *outil* ou d’un *instrument* ? Questionnant le rôle des ordinateurs en classe, Bruillard (2007) introduit et discute cette distinction de statut de façon générale. Selon son étude, un instrument a un usage spécialisé et intervient sur un type de tâche à un certain niveau dans une technique. A l’inverse, un outil peut être sollicité dans une variété de tâches, à différents niveaux d’une technique. Selon les langages disciplinaires, il faut se demander si un objet mathématique enseigné est présenté comme un instrument ou un outil conceptuel pour mettre en œuvre une ou plusieurs techniques ou certains raisonnements liés à l’espace. Dans la section suivante, nous détaillons les changements qui affectent un objet mathématique selon qu’il est impliqué comme outil ou comme instrument dans le cadre d’un raisonnement spatial technologique.

7.2.4.3. Outil ou instrument mathématique dans le raisonnement spatial

Les sciences physiques et technologiques étudient les causes des mouvements d’un solide matériel ou les solutions techniques qui mettent en œuvre ce mouvement. Mais dans l’espace mathématique où les mouvements sont décrits et modélisés, ni les causes physiques, ni les solutions techniques ne sont prises en considération. Le transfert des questions relatives aux phénomènes de l’espace physique dans l’espace affine euclidien procède de réductions successives du réel (Martinand, 1986, pp. 2–4). On a d’abord l’objet technique, puis les descriptifs liés à son usage empirique dans le cadre scolaire, puis les descriptifs techniques donnés par le constructeur qui se rapprochent de, mais ne constituent pas la caractérisation abstraite de l’objet, et enfin la modélisation mathématique géométrique de l’objet qui apporte une représentation générale, unifiée et explicative (sur le plan géométrique) de l’objet matériel. Martinand (1986, p. 3) souligne que, même dans les documents et usages qui précèdent le modèle, « il y a déjà une connaissance très importante, efficace, descriptive et prévisionnelle, liée à des moyens de symbolisation, et comportant des concepts ». La Figure 120 (chapitre 9) illustre cette succession de représentations intermédiaires entre l’icône d’un objet technique ayant la fonction de pivot glissant et le modèle mathématique du pivot glissant.
Comme dans tout processus d’abstraction modélisante, il s’agit d’articuler des objets réels et des objets mathématiques. Cette articulation est prise en charge par le langage disciplinaire et, en retour, peut influer sur la considération qu’une discipline a des objets mathématiques, car elle peut les assimiler sans en retenir la nature mathématique ou au contraire les étiqueter comme mathématiques.

On distingue deux cas : l’objet mathématique intervient soit comme un outil de modélisation, soit comme un instrument de calcul ou de représentation. Un objet mathématique présenté comme un outil de modélisation permettra une vue synoptique de la situation, établira des classements en dégageant des invariants, structurera une situation, et procurera des savoirs explicatifs de certaines connaissances empiriques, en même temps qu’une meilleure maîtrise des savoir faire : il s’agit alors d’une « contribution constructive » (Folcher *et* Rabardel, 2004)

de l'objet mathématique. A l'inverse, un objet mathématique présenté comme un instrument, améliorera la réalisation d'une partie restreinte de la tâche en apportant une efficacité technique : il s'agit alors d'une *contribution productive* (*ibid.,* p. 255, 261).
Par exemple, en productique usinage, le modèle vectoriel permet de conceptualiser le principe des machine outil : il aide à constituer une ressource interne, sous forme d'image mentale (chapitre 5) ; sa contribution est donc constructive. En revanche, l'addition d'entiers relatifs a une contribution productive : elle apporte un résultat numérique.

Bruillard (2007) confirme cette distinction en remarquant que les adjectifs *outillé* et *instrumenté* entrent dans des expressions telles que *personne outillée* ou *activité instrumentée* mais que la permutation de ces adjectifs ne se rencontre pas dans la langue française. Cette remarque linguistique lui permet de préciser la différence entre un outil et un instrument : un outil sert à mieux appréhender une situation donnée tandis qu'un instrument sert de médiateur pour mieux réaliser une tâche particulière.
Pour notre part, nous retiendrons qu'un outil n'est pas attaché à une tâche et permet de modéliser diverses situations tandis qu'un instrument améliore la performance de certaines tâches.

Qu'il soit impliqué comme outil ou comme instrument dans le raisonnement spatial, un objet mathématique ne pourra être discuté que si au moins une forme sémiotique lui donne une existence sociale (Vergnaud, 1982) ou, de façon plus restreinte, une existence dans le cadre d'une discipline scolaire. Des composantes non verbales peuvent contribuer à donner une existence à un concept : une façon invariante d'associer une situation à une opération, une façon invariante de faire des présupposés dans une situation donnée. Dans la Figure 94, nous donnons deux exemples de cas où une propriété d'un objet mathématique est instrumentalisée et masquée sous forme de commande logicielle.

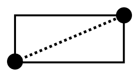
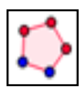
Situation d'usage	**Logiciel**	**Commande logicielle**	**Maniement de l'instrument**	**Nom de l'instrument**	**Icône de l'instrument**
Dessin technique	*SolidWorks* en construction méca.	tracer un rectangle	« *Cliquer une première fois sur l'origine tout en restant appuyer sur le clic de la souris puis relâcher* »[251]	*rectangle*	
Construction de figures planes	*Geogebra* en mathématiques	tracer un carré	Cliquer sur l'icône *polygone régulier*. Cliquer deux points. Rentrer « 4 » dans la boîte de dialogue.	*polygone régulier*	

Figure 94 : Une propriété caractéristique du rectangle (ligne 1) ou du carré (ligne 2) instrumentalisée.

[251] Extrait d'une fiche pédagogique de construction mécanique en début de seconde professionnelle.

Trois formes sémiotiques coexistent : une icône, une phrase décrivant la commande apparaissant en surbrillance quand on survole l'icône, une étiquette listant la commande dans un menu. La construction géométrique est occultée tandis que la propriété justifiant cette construction est instrumentalisée.
Dans le cas du rectangle, c'est la propriété du *rectangle dont les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur* qui est instrumentalisée avec en plus le fait que le rectangle tracé est orienté, par défaut, parallèlement aux bords de l'espace graphique.
Dans le cas du carré, la propriété instrumentalisée est celle du *carré* qui *est globalement invariant par quart de tour par rapport à son centre*.

Les espaces géométriques induits par chacun des logiciels sont les mêmes. Au niveau de ce type de commandes, les disciplines de construction mécanique et de mathématiques apparaissent proches.
Ainsi, tandis que la modélisation par un objet mathématique dans sa fonction d'outil permet d'appréhender les activités de façon systémique, l'instrumentalisation d'un objet mathématique entraîne une compréhension stéréotypée du concept : c'est-à-dire une relation stable entre un unique signifiant et une unique signification. Or « un stéréotype […] impose une simplification de ce qu'il recouvre » (Château, 2002), simplification « résistante » qui éloigne de l'abstraction que permet le concept mathématique. En effet, le sens d'un objet mathématique n'est préservé que si la pluralité de ses significations est présentée à travers une pluralité de situations de référence (Thurston, 1995 ; Ouvrier-Buffet, 2006).

Dans la Figure 95, nous avons récapitulé les deux statuts (outil ou instrument) sous lesquels peut être impliqué un objet mathématique dans le raisonnement spatial d'une discipline technologique.

	Objet mathématique vu comme outil de modélisation	**Objet mathématique vu comme instrument**
Activité où est requis l'objet mathématique	Démarche d'investigation	Protocole normalisé
Fonction de l'objet mathématique dans l'activité	Anticipation Décision Explication Organisation de données Accroissement du savoir : mieux comprendre une classe de situations	Accroissement des moyens pour agir : - prélever une information quantitative ; - calculer sans erreur ; - communiquer plus vite ; - *etc.*
Tâche associée à l'usage de l'objet mathématique	Analyse ou synthèse Simulation Description	Tâche technique délimitée : - calcul par une formule ; - calcul instrumenté ; - codage/décodage figural ou symbolique.

Sémiotique relative à l'objet mathématique	Syntaxe et symbolisation variables associées à différentes significations Mise en forme rédactionnelle adaptative Plusieurs signifiants Technologie enseignante en langue naturelle	Syntaxe et symbolisation stables associées à une signification (stéréotypie) Artefacts en situation associé à un pouvoir d'agir Signifiant spécialisé Peu de technologie enseignante

Figure 95 : Statut d'outil ou statut d'instrument d'un objet mathématique dans un raisonnement spatial.

7.2.4.4. Sémiotique et genre textuel

L'étude du champ conceptuel d'un objet mathématique permet d'identifier la ou les situations privilégiées par une discipline : elle montre l'épistémologie « disciplinaire » de l'objet enseigné. Mais cette partie de l'analyse nous permet juste de délimiter notre questionnement sans y répondre : *comment* une discipline s'y prend-elle pour enseigner telle ou telle part d'un champ conceptuel ? Étant donné un document disciplinaire, notre analyse va porter sur la fonction du concept (ce que le concept résout dans la *situation*), la façon de communiquer cette situation mathématique et la relation entre ces deux composantes. La communication inclut la mise en texte et le genre d'écrit. Le triple point de vue *fonction du concept mathématique/ sémiotique disciplinaire/genre d'écrit* renseigne sur la relation de l'élève au savoir mathématique que le langage disciplinaire est censé médiatiser.
Il nous faut donc repérer et justifier les modes de désignations des objets mathématiques qu'une discipline enseigne. Pour cela, nous avons répertorié quelques critères formels ou graphiques ayant retenu l'attention des chercheurs.

- **La combinaison des registres sémiotiques**

Comment l'écrit s'articule-t-il avec l'oral ou les autres formes graphiques ? Le genre d'écrit dans lequel est signalé l'objet mathématique est significatif (Blaser *et al.,* 2006) de la fonction que la discipline accorde à l'écrit et, par conséquent, de l'importance qu'elle accorde à la distanciation que permet l'écrit entre les concepts et la pratique de leurs différentes formes sémiotiques.

- **La diversité ou la stabilité syntaxique**

Celle-ci révèle si l'usage d'un objet est inclus ou non dans une tâche routinière (Rogalski, 2007) jusqu'à en devenir transparent. L'abondance de vocabulaire nouveau, de reformulations ou, à l'opposé, la normalisation des symboles utilisés indique le statut de l'objet : est-il un objet de découverte ou est-il déjà dans disponible dans un processus de communication ?

- **L'adéquation des signes graphiques à leur signification mathématique**

Quelle est la signification d'une flèche par exemple (Zinna, 2004) ? Comment des symboles et des éléments iconiques peuvent-ils se combiner ? Ainsi, tout comme une signature est un mot-dessin (Zinna, 2011), la notation $\overrightarrow{F_{A/B}}$ d'une action de force en construction mécanique combine des éléments conventionnels (F, A, B) et des éléments dessinés (flèche, superposition) évoquant des phénomènes observés dans la réalité (déplacement, action).

L'organisation spatiale des signes entre eux est elle-même source de question. Goody (1977, pp. 108-139) a montré l'impact du tableau dans la structuration des connaissances tout en s'interrogeant sur la flexibilité et la justesse des associations après le passage à l'écrit et à la présentation tabulaire :

> […] puisque le tableau est essentiellement un procédé graphique (et, fréquemment un procédé de culture écrite), il est possible que, par son caractère bidimensionnel et figé, il simplifie la réalité du discours oral, au point de la rendre quasiment méconnaissable, et que donc il en réduise notre compréhension au lieu de l'augmenter. (Goody, 1977, p. 111)

A l'occasion de l'examen de certains matériels pédagogiques, nous reviendrons sur ces différents aspects sémiotiques, mettant en relation le sens à transmettre et les formes graphiques.

– **La sémiotique spatiale et la représentation plane des configurations de solides.**

Dans le cadre de disciplines utilisant le dessin technique et un langage en partie normalisé, la sémiotique spatiale est à considérer en relation avec l'ergonomie de la communication (Galhouz, 1996 ; Vérillon, 1996 ; Deforge, 1981, p. 190-214). Par une mise en perspective historique, Deforge (*ibid.*.) montre notamment que la géométrie descriptive à l'aube du XIX[e] siècle n'a pas supplanté les méthodes graphiques développées par les différents corps de métiers bâtisseurs pour des raisons scientifiques ou techniques, mais pour rendre efficace l'enseignement collectif du dessin technique, ce qui nous renvoie à l'ergonomie de la discipline *dessin technique*.

7.2.4.5. Fonction du discours didactique

Un dernier critère de comparaison concerne l'activité méta langagière. En particulier, le discours sur la façon de signaler l'objet mathématique permet de créer de la cohésion entre des tâches. Dans le chapitre 1 de présentation des champs contributoires, nous avons déjà signalé (§ 1.3.1.3.) l'hypothèse de Bucheton *et al.* (2009, p. 35) selon laquelle la cette fonction méta langagière est indicatrice du niveau d'acquisition des savoirs : « [les bons élèves] savent nommer les tâches et objets de savoirs qu'elles travaillent et sont capables d'en comprendre le pourquoi et la succession » (*ibid.*). Dans la discipline de productique usinage, ce résultat est confirmé par l'analyse que nous avons faite de la conversation entre un enseignant et un élève (chapitre 5). Dans la conversation évoquée, l'enseignant accompagne l'élève dans la lecture du document décrivant les tâches à accomplir ; les difficultés de l'élève amènent l'enseignant à accompagner l'élève dans la remémoration des tâches antérieurs et dans le repérage des indices de leur accomplissement. L'activité langagière met alors en œuvre une grande variété sémiotique (gestes, figures, toucher d'objets environnants, texte, numérotation, etc.). L'analyse de cette conversation confirme également que, dans une discipline, l'écrit et l'oral sont deux facettes d'un même rapport au registre textuel.

En mathématiques, Bkouche (2009) considère deux points d'observation comme significatifs de la relation que *veut* construire la discipline avec un système d'autres savoirs : ce sont les éléments de discours accompagnant le mouvement de contextualisation/ décontextualisation et ceux accompagnant l'alternance cas particulier/ cas général.
Castela (2011) propose une typologie que nous avons détaillée (§ 7.1.2.) et que nous utiliserons lors de l'analyse des énoncés des épreuves terminales, en 2010, dans les trois disciplines de la filière productique usinage.
Pour conclure ce chapitre, nous dirons qu'un premier point de vue, fondé sur la littérature de recherche en didactique, nous a permis de répertorier et de décrire les principales fonctions du langage dans les phénomènes d'enseignement apprentissage ; et d'établir que, quelle que soit la discipline, le langage permet d'articuler les tâches, les activités, les représentations et les savoirs.
Or, le partage disciplinaire des objets à enseigner, les processus d'orientation des élèves, la constitution de filières de formation, l'association à des outils sémiotiques spécifiques conduisent chaque discipline à définir une certaine ergonomie et à différencier le langage qu'elle emploie en un *langage disciplinaire*.
En conséquence, du côté enseignant, l'appropriation du contexte disciplinaire comme contexte professionnel passe par l'affirmation de certaines valeurs et pratiques (genres de discours, représentations des savoirs), ce qui renforce et justifie tout à la fois l'ergonomie de la discipline.
Cependant, nous avons montré aussi que la différenciation du langage en langage disciplinaire s'accomplit dans une perspective professionnelle complexe, laissant voir à l'enseignant qu'il est impliqué dans plusieurs communautés, celles-ci étant de niveaux différents. Il semble que la représentation de l'altérité, perceptible dans les dires enseignants, soit le pivot de la différenciation, en ce qu'elle conduit un individu à s'accréditer comme enseignant d'une discipline et à s'approprier l'ergonomie de la discipline qu'il enseigne.
In fine, il nous semble important de souligner deux faits :
(1) Le langage disciplinaire se forme par la conjonction de phénomènes hétérogènes et variables : certains sont structurels, d'autres sont identitaires ;
(2) La rationalisation des curriculums disciplinaires ne résout pas le fait qu'une notion ne dépendant pas de leurs champs disciplinaires puisse être enseignée, de façon plus ou moins déclarée par plusieurs disciplines. Si l'on considère les disciplines comme des territoires de variation culturelle au sein d'une même culture, une notion à développer serait celle de « référent d'un jeu d'évocations » (Chevallard, 2007, p. 709) dans un ou plusieurs langages disciplinaires.

Ce sont ces jeux d'évocations disciplinaires que nous nous proposons de comparer dans les chapitres 8 et 9. Nous avons présenté les outils et démarches que nous mettons en œuvre pour mener cette comparaison. Dans la figure 96, nous récapitulons les critères et objets que nous utiliserons pour organiser les données disciplinaires relativement aux objets que nous nous proposons de comparer.

Objet de comparaison / Donnée disciplinaire	La relation des élèves aux maths (chapitre 8)	Le champ conceptuel du vecteur (chapitre 9)
Prescription officielle	**Critères de comparaison** : 1. Situation et contexte d'utilisation de l'objet mathématique enseigné 2. Sémiotique de l'objet enseigné et genre d'écrit où il est signalé 3. Discours sur la sémiotique de l'objet enseigné 4. Espace de travail géométrique.	
Déclaration orale des enseignants		
Documents pédagogiques		
Documents d'évaluation certificative		

Figure 96 : Récapitulatif des objets, critères et données de comparaison entre les disciplines.

Le chapitre qui suit est consacré à la comparaison des représentations que les enseignants se forment de la relation de leurs élèves aux mathématiques. Ce chapitre s'intéresse donc prioritairement au versant ergonomique des disciplines vis-à-vis des mathématiques. Les trois disciplines comparées (mathématiques, construction mécanique, productique usinage) appartiennent à la même filière de lycée professionnel : elles partagent donc la même population d'élèves et sont toutes les trois utilisatrices du code mathématique.

Chapitre 8 : La représentation de la relation des élèves aux mathématiques dans les discours des enseignants des trois disciplines de la filière productique usinage

Dans ce chapitre, nous présentons et analysons les points de vue d'enseignants de la filière productique usinage sur les relations de leurs élèves aux mathématiques qui transparaissent des propos que nous avons transcrits. Par ce biais, nous avons aussi recueilli aussi des informations sur leur manière de mettre les élèves en relation avec les mathématiques.

Ce chapitre comporte trois sections. Pour chacune, la relation des élèves aux mathématiques est appréhendée à partir d'une structure discursive dominante, cette dernière ayant été induite par les conditions de recueil de données et révélée *a posteriori* par l'analyse de discours. Nous allons comparer ces représentations et dégager des éléments de convergence pour obtenir une description qualitative et expressive de l'enseignement des mathématiques par chacune des disciplines considérées : productique usinage, construction mécanique et mathématiques-sciences physiques et chimiques.

La première section présente l'analyse d'un entretien, semi-dirigé et long (54 min) avec un enseignant de productique usinage (noté E-pu1). La longueur de l'entretien et l'ouverture des questions (assimilables à des amorces thématiques) ont permis de délinéariser l'analyse de discours et de reconstruire un schéma narratif à partir de différentes séquences conversationnelles. Par la narration, l'enseignant explicite la relation des élèves aux mathématiques en légitimant sa manière d'enseigner les mathématiques de manière diffuse dans l'enseignement de la productique usinage.

La deuxième section présente l'analyse d'un entretien en partie en interaction libre avec cinq élèves, d'environ 50 min, avec un enseignant de construction mécanique (noté E-cm). La présence des élèves a rendu possible l'initiative prise par l'enseignant d'interroger les élèves avec un questionnaire improvisé de mathématiques spécifique à la construction mécanique. Le discours de l'enseignant suit un schéma argumentatif, défendant un point de vue légitimé lui aussi par les réponses des élèves au questionnaire.

La troisième section rend compte d'un sondage écrit, libre et anonyme, effectué auprès de 47 enseignants de mathématiques-sciences physiques et chimiques lors d'un stage de formation continue à propos du traitement de la géométrie dans le programme de 2009. Les circonstances du sondage et l'espace de réponse réservé par le questionnaire ont favorisé une forme de réponse énumérative. Les questions posées aux enseignants portaient sur leur formation initiale, les savoirs et savoir-faire présumés des élèves et sur les éventuelles relations nouées par eux avec les enseignants d'autres disciplines. Les réponses apportent un éclairage sur l'efficience des mathématiques de collège telle que la perçoivent les enseignants de lycée professionnel.

Dans chaque section, nous présentons les données analysées puis l'analyse elle-même. L'ensemble des données sont consultables dans la partie *Annexe des données*. Ce chapitre donne un point de vue global sur les mathématiques enseignées par les disciplines de la filière productique usinage. Il se conclut sur une discussion et propose de poursuivre l'approche comparatiste sur un objet mathématique enseigné spécifié.

Pour l'approche comparatiste qui clôt le chapitre, nous avons mobilisé d'une part deux groupements de séquences conversationnelles, extraites d'entretiens avec un enseignant de productique usinage (E-pu1)[252] ainsi qu'avec un enseignant de construction mécanique (E-cm) et d'autre part, les résultats du sondage effectué auprès des enseignants de mathématiques de lycée professionnel.

Nous analyserons les séquences selon deux points de vue. Le premier point de vue se focalisera sur le type de discours dont nous pressentons qu'il est significatif de la représentation qu'un enseignant veut transmettre de la discipline des mathématiques et aussi de sa propre discipline (contenu expressif). Le second point de vue s'intéressera aux faits déclarés (contenu informatif) concernant la manière d'enseigner les mathématiques en tenant compte des difficultés des élèves anticipées par les enseignants et de la démarche pragmatique et inductive qui prévaut en filière professionnelle.

De plus, l'analyse des données ayant fait à chaque fois apparaître un modèle de discours dominant (la narration, l'argumentation, l'énumération), nous expliquerons ces modèles et, à leur lumière, discuterons le contenu expressif des discours des enseignants.

Dans cette introduction, il nous semble important de souligner que nous présentons les discours de ces deux enseignants non pas en tant que discours individuels particuliers mais parce qu'ils sont représentatifs d'une catégorie de posture vis-à-vis de l'enseignement des mathématiques. En effet, deux arguments leur confèrent une valeur catégorielle : la longueur des entretiens qui permet de repérer l'appartenance à la communauté discursive disciplinaire et la diversité des

[252] Dans toute la thèse, E-pu1 désigne la même personne physique que nous avons interviewée en tant qu'enseignant de productique usinage. Il en va de même pour E-cm et E-pu2.

sources (écrits institutionnels ou professionnels, le sondage) qui permet le croisement des informations.

Enfin, les types discursifs sur lesquels nous travaillons à l'occasion de l'analyse de discours, ne doivent pas être assimilés aux individus ou à une discipline mais aux postures induites par la situation de l'entretien et le rapport de places entre chacun des enseignants et la chercheuse, représentante à leurs yeux des enseignants de mathématiques. L'intérêt est que les trois points de vue enseignants se complètent et donnent une image complexe des stratégies de différenciation disciplinaire dans notre culture scolaire.

8.1. La relation des élèves aux mathématiques vue par un enseignant de productique usinage

L'analyse de discours de l'entretien mené avec l'enseignant de productique usinage E-pu1 a révélé que, parmi les dix séquences successives, les séquences n° 3 et n° 7 forment, à l'intérieur de la conversation, une structure narrative relatant l'arrivée des élèves dans la filière productique usinage et de leur reformation en mathématiques grâce aux enseignants des disciplines de la spécialité professionnelle.

Pour exposer ce résultat de notre recherche, nous procédons en trois temps :

- premièrement nous reproduisons les deux séquences conversationnelles[253] nécessaires à notre argumentaire. Ces dernières sont assez longues (111 tours de parole) ; elles correspondent aux séquences 3 et 7 de l'entretien mené avec l'enseignant E-pu1 de productique usinage. Le verbatim complet de cet entretien se trouve dans la partie *Annexe des données* ;
- Deuxièmement, nous rappelons brièvement les deux outils d'analyse de discours que sont le schéma narratif et le schéma actanciel ;
- Troisièmement, nous analysons ces deux séquences à l'aide de ces deux outils. Ils font en effet apparaître comment, dans son discours, l'enseignant E-pu1 exprime la représentation qu'il a construite de sa propre discipline, de celle des mathématiques et de leur efficacité didactique respective ;
- Enfin, pour juger de la représentativité de cette narration au sein de la communauté disciplinaire, nous complétons l'analyse de discours à l'aide de deux outils : les déictiques communautaires que nous avons présentés (chapitre 7) et les prototypes d'enseignement que nous détaillerons (§ 8.1.4.). Alors que le déictique est un outil d'analyse de discours, la notion de prototype d'enseignement est, elle, un outil d'analyse didactique. Un prototype

[253] Les verbatims intégraux des entretiens menés avec chacun des enseignants sont consultables dans la partie *Annexe des données*.

d'enseignement est un objet d'enseignement à partir duquel sont construites les premières situations d'apprentissage dans le but d'introduire un nouveau concept ou bien dans le but de fournir une image mentale clé (ayant une valeur heuristique).

D'un point de vue pratique, les numéros entre parenthèses désignent les tours de parole utiles à notre démonstration.

8.1.1. Les séquences conversationnelles

Parmi les neuf séquences de l'entretien avec l'enseignant E-pu1, nous avons sélectionné les séquences n° 3 et 7. Situons d'abord ces deux séquences dans l'entretien. Rappelons que cet entretien était semi-dirigé à partir d'un questionnaire consultable dans la partie *Annexe des données*.
À la demande de la chercheuse (Ch), l'enseignant E-pu1 a d'abord présenté son parcours professionnel (séquence 1) puis le domaine d'activités auquel sa discipline forme (séquence 2). La séquence 3 fait suite à la réplique 79 qui est la question suivante : « *Est-ce que vous pourriez décrire le profil de vos élèves* ?»

8.1.1.1. Les élèves dans la filière productique usinage (séquence 3)

Dans cette séquence, l'enseignant E-pu1 indique d'abord que ses élèves sont majoritairement orientés par défaut dans la filière productique usinage. La raison de cette orientation par défaut est double : d'une part, la sélection par les autres filières conduisant à évincer les élèves les plus faibles scolairement et, d'autre part, la désaffection de la filière productique usinage. Il décrit ensuite les activités spécifiques, essentiellement mathématiques, qui révèlent le manque de compétences mathématiques des élèves.

La séquence qui suit comporte donc trois thèmes :

- l'échec scolaire au collège (80→84),
- le calcul et la géométrie spécifiques de la filière (86→98),
- l'entrée dans la filière (99→104).

80 **E-pu1 :** assez atypique en général euh // on récupère beaucoup d'élèves en échec scolaire // qui finalement se découvrent des qualifications
81 Ch : alors / échec scolaire / euh est-ce que vous / quand vous êtes dans l'atelier / vous le percevez cet échec scolaire ?
82 **E-pu1 :** oui oui énormément / énormément /dès qu'on a besoin d'un p'tit peu de géométrie ou de mathématiques / y'a plus personne
83 Ch : ah //
84 **E-pu1 :** ça nous pose beaucoup de problèmes là / euh / sur l'année d'seconde // après euh après ils rattrapent
85 Ch : ça vous pose des problèmes par rapport // (*suspension*)
86 **E-pu1 :** non mais ça nous pose des problèmes sur les calculs de tête à faire / les calculs de / quand on a une conversion à faire / un calcul de tête / euh un p'tit profil à générer euh
87 Ch : d'accord calcul mental // générer un profil / ça veut dire quoi ?
88 **E-pu1 :** créer une forme par/ par des éléments géométriques de base donc euh // segments / arcs de cercle

89 Ch : d'accord
90 **E-pu1 :** on va créer une forme en empilant tous ces [*éléments*]
91 Ch : construire
92 **E-pu1 :** la construction vraiment du projet
93 Ch : dessiner un profil vous avez dit // parce que c'est le contour d'une pièce peut-être ?
94**E-pu1:** par // par exemple dans l'cycl' que vous avez vu là bas / dans l'cycle que vous avez vu / euh on fait l'profil de la pièce via sept points euh
95 Ch : d'accord
96 **E-pu1:** pour déterminer la position de ces points dans l'espace// allez on y va (*inaudible*)
97 Ch : d'accord // OK / alors / euh //donc sinon atypiques euh / simplement par le fait qu'ils aient été en échec
98 **E-pu1** : y'en a aussi beaucoup qui /qui /qui n'ont pas forcément demandé cette formation-là en premier vœu
99 Ch : ah
100 **E-pu1 :** (*inaudible*) on a une formation qui est très peu lisible pour qui est en collège … donc on récupère souvent des élèves un petit peu égarés// et euh il faut prolonger //pour qu'ils découvrent un métier qui // est très intéressant
101Ch : d'accord // et c'est peu lisible / pour quelle raison ? parce que les gens savent pas c'que c'est l'usinage ?
102 **E-pu1** et Ch : (*à l'unisson*) : tout simplement
103 Ch : comme moi par exemple
104 **E-pu1** : voilà // auprès du grand public / on n'existe pas l'usinage / c'est très obscur

Dans les séquences suivantes, l'enseignant E-pu1 décrit la façon dont est organisé le travail d'atelier et dont un accompagnement dégressif, favorise l'autonomie des élèves et leur qualification en productique usinage (séquence 4). Insistant sur la qualité et l'optimisation des ressources, E-pu1 définit alors de façon précise ce que sont l'usinage (le façonnage de pièce par enlèvement de matière) et la productique, c'est-à-dire l'organisation d'une chaîne de production en grand nombre (séquence 5). La séquence 6 aborde l'écriture des documents techniques. Et ce n'est qu'à l'occasion de la séquence 7 que la question des mathématiques dans les contenus enseignés revient dans la conversation.

8.1.1.2. Les mathématiques et la productique usinage (séquence 7)

Dans cette séquence, la chercheuse aborde directement le thème des mathématiques dans la discipline de productique usinage. Rappelons que la demande d'entretien était justifiée auprès des supérieurs hiérarchiques (inspecteur pédagogique régional, chef d'établissement) par la problématique : *comment les disciplines de lycée professionnel enseignent-elles les mathématiques* ?

L'entretien, semi-directif, suit un questionnaire[254] décomposé en quatre séries thématiques de questions :

- Première série servant à repérer professionnellement l'enseignant (6 questions) ;

[254] Le questionnaire est consultable dans la partie *Annexe des données*.

- Deuxième série portant sur l'identification spécialité enseignée (8 questions) ;
- Troisième série portant sur les pratiques d'enseignement et l'organisation générale interne (6 questions) ;
- Quatrième série portant explicitement sur notre problématique de recherche (4 questions).

Cette quatrième série, intitulée ***Mathématiques dans la discipline*** dans le questionnaire, comporte deux questions parallèles :

- Citez deux savoir-faire sur les nombres ou sur le calcul dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ?
- Citez deux connaissances théoriques sur les nombres ou sur le calcul dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ?
- Citez deux savoir-faire sur la géométrie 2D ou 3D dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ?
- Citez deux connaissances théoriques sur la géométrie 2D ou 3D dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ?

La séquence (n°7) que nous présentons s'inscrit dans la quatrième série de questions. Nous avions intentionnellement posé des questions ouvertes pour pouvoir recueillir toute forme de réponse. Les distinctions entre nombres et géométrie ou entre connaissances théoriques et savoir-faire sont utilisées ici comme occasions pour relancer les questions, susciter la relation de faits observés et éviter les non-réponses ; le but de ces questions n'était pas de recueillir directement des analyses des gestes mathématiques.

Enfin, la séquence est très longue : il était nécessaire de conserver sa longueur pour que sa délinéarisation soit possible et analysable en termes de structure discursive. Nous allons, pour le confort de la lecture, alléger la longueur en segmentant cette séquence. Il faudra donc garder en tête que cette segmentation est un artifice résultant de la transcription et que tout au long de la conversation, par le jeu des actes de langage et des évocations qui sont suscitées, l'éthos auto-construit de l'enseignant prend le pas sur les éthos préalables relatifs aux deux protagonistes.

Pour chaque segment de la séquence, nous proposons de dégager le thème général, les objets mathématiques cités, les éléments valorisés par l'enseignant et, en vis-à-vis, l'effort de la chercheuse.

Généralités sur les nombres et le calcul (359→364)

La chercheuse ouvre la séquence par une question appelant une réponse positive dans le domaine des nombres et du calcul. À cette question sur les savoirs des élèves, E-pu1 répond en décrivant le travail des enseignants de productique usinage (*on reprend tout*) portant sur les premières opérations du cycle 2 de l'école primaire.

359 Ch. : oui oui bien sûr / c'est une discipline en fait par rapport au matériel / alors maint 'nant / on va parler des mathématiques /euh//citez deux savoir-faire sur les nombres ou le calcul dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ? donc / pas la difficulté / la maîtrise
360 **E-pu1 :** maîtrise /j'en ai jamais trop observée

361 Ch : ah / y'a bien un p'tit truc qu'ils savent faire ?
362 **E-pu1 :** euh /très peu
363 Ch : ouais / quand même / citez en deux
364 **E-pu1 :** ah j'ai rien qui m'vient à l'esprit-là / on reprend à la base hein / on reprend aux additions et soustractions / on en est là

Le champ multiplicatif (365→379)

Dans ce passage, Ch continue de vouloir, sans succès direct, obtenir des réponses positives sur les savoirs des élèves. E-pu1 continue sur sa logique d'inventaire des opérations : il associe la situation géométrico-numérique de changement d'échelle au champ multiplicatif et pointe des difficultés purement mathématiques mais aussi sémiotiques : une très grande difficulté d'apprentissage pour la division vue ici comme opération réciproque de la multiplication, ainsi qu'une difficulté à établir un lien entre l'algorithme de numération décimale et les conversions dans l'échelle métrique, …

365 Ch : multiplier par deux quand même / doubler /i's savent le faire quand même ?
366 **E-pu1 :** ben euh / par exemple / passer du diamètre à rayon / i's arrivent pas hein
367 Ch : ah//
368 **E-pu1 :** et vice versa donc
369 Ch : attendez / je note
370 **E-pu1 :** là / on est sur diviser ou multiplier
371 Ch : passage de diamètre à rayon /et pourtant / i's arrivent à /à comprendre des documents comme ça ?
372 **E-pu1 :** c'est long hein/ j'ai dit /ça / i's arrivent à l'comprendre en milieu d'cycle / pas avant
373 Ch : oui
374**E-pu1 :** on y va étape par étape
375 Ch : oui /et cette difficulté / par exemple / du passage de diamètre à rayon / vous la voyez plus quand même
376 **E-pu1 :** non/ ça d'vient une gymnastique /tout comme les unités /dixième /centième de millimètre / etc. les fractions
377 Ch : donc c'est en faisant en fait /ils résolvent aussi
378 **E-pu1 :** au fur et à mesure
379 Ch : des problèmes mathématiques // donc vous m'avez dit unités/ les conversions aussi ? bon euh cherchez quand même / est-ce qu'i y a pas une chose que vous avez repérée qu'ils sachent faire/ sur les nombres ?

L'échec en mathématiques au collège (380→404)

Ici, c'est surtout E-pu1 qui fait le bilan de l'échec de l'éducation mathématique du collège, faisant écho au rapport du Haut Conseil de l'Éducation :

> **La prise en charge de ceux qui ne maîtrisent pas les compétences fondamentales complique le fonctionnement de la voie professionnelle**. Le dernier maillon de la chaîne ne pouvant pas se défausser sur le suivant, les lacunes de la scolarité antérieure doivent d'abord être comblées pour permettre la réussite. (*ibid.*, p. 14)

On peut dire qu'ici, l'entretien change de forme : E-pu1 le fait passer d'un mode semi-dirigé sur l'enseignement des mathématiques à un constat social sur le sens que l'on donne à l'enseignement professionnel.

380 **E-pu1** : j'ai rien qui m'saute aux yeux / là / voyez / o a d'extrêmes difficultés là-d'ssus /extrêmes
381 Ch : et donc vous observez ces difficultés quand vous recevez les collégiens d'troisième et en fin d'seconde/ / elles sont résolues ?
382 **E-pu1** : noon !
383 Ch: ou il faut attendre la / plus tard ?
384 **E-pu1**: oui / faut attendre l'année d'terminale
385 Ch : ah
386 **E-pu1**: très très long
387 Ch: et est-ce qu'il y a des élèves chez lesquels ça se résout pas ?
388 **E-pu1**: oui
389Ch : et i's sont quand même / ils ont quand même les capacités ?
390 **E-pu1** : non
391 Ch : et oui / ça va ensemble quand même
392 **E-pu1** : oui / et pour ceux-là on est en échec
393 Ch : résolus vers la terminale / je note /là on est d'accord
394 **E-pu1** : oui
395 Ch : et est-ce qu'il y a beaucoup d'élèves qui sont en échec finalement même après ces trois années ?
396 **E-pu1** : vingt pourcents
397 Ch : vingt pourcents ?
398 **E-pu1 :** maximum / max (*long silence*) sachant que euh à l'entrée euh on est à 80 / voire 90% d'élèves en échec scolaire
399 Ch : oui / oui bien sûr / oui / faut relativiser
400 **E-pu1 :** c'est plutôt l'problème inverse
401 Ch : oui ?
402 **E-pu1 :** y'a 20% qu'on n'arrive pas à ramener à un certain niveau
403 Ch : donc y'a bien une cohérence entre c'qu'ils acquièrent là et puis euh les savoirs sur les nombres ?
404 **E-pu1** : oui !

Le champ de la géométrie et de l'espace (405→436)

Ce passage se recentre sur les contenus mathématiques.
Alors que Ch veut approfondir dans le domaine numérique, E-pu1 oriente la conversation sur l'espace en reprenant un exemple de tâche liée à la géométrie du cercle, ce qui, fait typique de la discipline productique usinage, est en lien avec le dimensionnement des perçages, la génération des surfaces par révolution par exemple. Les mathématiques mobilisées ici sont donc spécifiques à la discipline.

405 Ch : vous confirmez / d'accord. / alors / ensuite / c'est la même question / mais concernant la géométrie / ah non / c'était des connaissances théoriques / donc si y'a pas les savoirs faire / vous les avez jamais entendus citer une propriété sur les nombres ?

406 **E-pu1 :** bouf ! / pour faire une circonférence ou une surface / i' nous faut déjà une demi-journée

407 Ch : d'accord

408 **E-pu1 :** alors /c'qui est très problématique pour nous parc' qu'on passe notre temps à travailler sur des éléments d'géométrie

409 Ch : ben oui

410 **E-pu1 :** plan/ 3D

411 Ch : c'est pour ça que j'vous ai choisi

412 **E-pu1 :** ben oui / pour nous c'est / c'est / c'est un énorme frein

413 Ch : oui / mais quand même / vous me dites qu'ils y arrivent finalement

414 **E-pu1 :** oui / mais pa'ce qu'on reprend à la base / on y va par étape mais c'est très très long / on gagn'rait énormément d'temps si on avait ces savoirs-là

415 Ch : d'accord. /alors donc ensuite / y'a les mêmes questions plutôt sur la géométrie // est-ce qu'il y a des savoirs géométriques / même s'ils n'arrivent pas à les verbaliser / que vous avez constatés en place / sur lesquels vous pouvez vous appuyez ?

416 **E-pu1 :** (*négation de la tête*)

417 Ch : la reconnaissance des formes simples ? non ?

418 **E-pu1 :** (*négation de la tête*)

419 Ch : bon / rien / rien / rien ?

420 **E-pu1 :** on reprend tout à la base
421 Ch : le carré ?
422 **E-pu1** : systématiquement
423 Ch : le carré quand même ?
424 **E-pu1** : ouais / voilà /carré / rond
425 Ch : ouais
426 **E-pu1 :** guère plus / dès qu'on passe en 3D / y'a plus personne
427 Ch : d'accord / donc 3D /plus personne /je note
428 **E-pu1 :** euh / les systèmes de rotation autour d'un axe aussi / la génération d'une forme par rotation /
429 Ch : oui
430 **E-pu1 :** les systèmes d'axe / pas maîtrisé du tout / nous on travaille que comme ça / euh on travaille /tout est fait par rapport à un axe euh / orthonormé / quand on attaque ça en seconde / i's nous r'gardent avec des yeux comme ça
431 Ch : oui /bon ça encore on peut comprendre parc'qu'i's ont jamais vu ça dans les programmes de maths avant /sur le cube par exemple / ils ont des difficultés pour anticiper les sections ?
432 **E-pu1 :** (*affirmation de la tête*)
433Ch : d'accord euh bon ben euh /des connaissances théoriques sur euh /par exemple / est-ce qu'ils arrivent à décrire une forme ?
434 **E-pu1** : difficilement
435Ch : difficilement
436 **E-pu1 :** tout seuls / non

La guidance enseignante et les apprentissages géométriques (437→453)

Si l'on met ce passage en vis-à-vis de la scène où E-pu2 aide l'élève à lire le contrat de phase (vidéo analysée au chapitre 5), nous pouvons l'interpréter, *a posteriori*, comme un commentaire réflexif sur l'enseignement en d'atelier, lequel ne se réduit pas à la manipulation d'outils et de machine. Ce passage contient de nombreuses réponses à la question : *comment la productique usinage enseigne-t-elle le raisonnement spatial en mathématiques ?* La notion de *guidance*, ici à entendre au sens d'accompagnement didactique professionnel, prépare le suivant et dernier thème, l'accès à l'autonomie. Nous sommes ici au cœur de la discipline productique usinage.

437 Ch : mais / en fait / y'a une petite chose que j'comprends pas / quand i's sont en conception / j'appelle ça conception / peut-être que ça convient pas ?
438 **E-pu1** : mmh
439 Ch : en programmation /c'est ça ?
440 **E-pu1** : mmh
441 Ch : donc une fois qu'ils doivent faire un travail / i ‘faut bien qu'i's fassent des choix sur le logiciel /alors comment i's font ?
442 E-pu1 : ça dépend parc ‘qu'en fait on y va par palier / sur les premières activités / euh / on va leur donner une guidance presque complète / c'est à dire nous fournissons le volume / on fournit l'enchaînement des opérations
443 Ch : oui
444 E-pu1 : et il a juste à donner l'cycle à l'ordinateur
445 Ch : d'accord
446 **E-pu1 :** un outil qu'on lui indique et avec cet outil / générer la forme qu'on lui indique /première étape / deuxième étape / i ‘va choisir l'outil pour générer la forme
447 Ch : d'accord
448 **E-pu1 :** troisième étape / i' va lui choisir l'enchaîn'ment des formes / par laquelle i ‘commence / etc. en étant à la toute fin de la formation / où il est total ‘ment autonome / où i ‘va même générer le volume // mais ça / on est vraiment en fin d'formation
449 Ch : d'accord / donc au début
450 **E-pu1 :** y' a une gradation euh de c'qu'on leur demande
451 Ch : d'accord / donc au début/ i's ont juste à programmer le
452 **E-pu1 :** voilà euh au début / i's ont une guidance / donc i's ont juste à obtenir un résultat par rapport aux éléments critiques qu'on leur donne / c'est à dire i' faut déjà qu'ils soient en mesure de suivre une procédure / de bout en bout / sans shunter d'étapes
453 Ch : d'accord / et parfois / ça / ça pose des problèmes ?

L'accès à l'autonomie de l'élève (454→464)

Dans ce dernier segment de la séquence conversationnelle, E-pu1 analyse les difficultés des élèves en termes d'attitudes plutôt qu'en termes de compétences cognitives, ce qu'aurait souhaité Ch.
Selon le sociologue Lahire (2001, p. 154), l'autonomie correspond à la capacité de l'individu à prendre des décisions dans deux directions, cognitive et politique.
Au fur et à mesure de l'entretien, les valeurs d'accomplissement de la discipline productique usinage sont explicitées, l'autonomie du technicien usineur étant l'une d'elles, montrant ainsi qu'on ne peut pas aborder l'enseignement des mathématiques en productique usinage sans se référer aux valeurs disciplinaires.
Un deuxième point apparaît : celui de la représentation stéréotypée qu'E-pu1 a de l'enseignement au collège où l'élève est *materné*. Nous allons discuter la pertinence de cette assertion en regard des dispositifs mis en œuvre au collège pour développer l'autonomie des élèves. Cependant, pour ne pas interrompre la présentation de la séquence, nous différons cette discussion dans la partie consacrée à l'analyse du discours de E-pu1 (§ 8.1.4.).

454 **E-pu1 :** beaucoup / i's sont pas habitués en sortant d'collège / i's sont très maternés en collège et / chez nous / i's sont très autonomes / vite / tout d'suite / donc on leur donne une procédure de deux / trois / quat' pages / comme vous verrez / c'est assez détaillé sur le TP qu'j 'vous ai passé / et i's sont sur la machine / on

attend l'résultat / enfin / moi quand j'en ai quinze / sept machines qui tournent et cinq ici (*la salle de lancement*) / j'peux pas rester derrière chaque minot

455 Ch : bien sûr oui /oui

456 **E-pu1 :** donc i's ont la procédure / i'ls doivent suivre la procédure /une grosse difficulté pour eux / c'est euh / la structure collège ne fonctionne pas du tout comme ça

457 Ch : d'accord / donc i's ont des problèmes de lecture en fait

458 **E-pu1 :** i's ont des problèmes d'autonomie / i's savent rien faire en autonomie en fait / i's savent pas être placés seul / face à un objectif

459 Ch : oui / vous voulez dire c'est presqu'une situation qu'i's ont jamais rencontrée

460 **E-pu1 :** ah oui / oui / i's découvrent total 'ment // certains euh ça les panique

461 Ch : d'accord / attendez / j'vais quand même le noter ça / c'est la situation d'être euh

462 **E-pu1:** autonomie / c'est / c'est que'que chose qu'ils connaissent pas / i's ont pas expérimenté

463 Ch : avec un objectif complexe quoi ?

464 **E-pu1:** pas forcément / un objectif et surtout / presqu'en autonomie / en leur disant / tiens v'là la procédure / v'là l'résultat qu'j'attends / à toi / d'lier les deux

Nous venons d'exposer les séquences 3 et 7.
Nous allons maintenant les analyser sur le plan de la structure du discours.
Pour cela, nous présentons d'abord les deux outils d'analyse de discours que nous allons mobiliser : le schéma narratif et le schéma actanciel.

8.1.2. Outils d'analyse de discours mobilisés : le *schéma narratif* et le *schéma actanciel*

Le schéma actanciel et le schéma narratif sont deux outils d'analyse de discours théorisés dans les années 1960-70 par la linguistique structurale[255]. Ils permettent de dégager des invariants dans le fonctionnement d'un récit, indépendamment du registre (image, texte, parole, mime, …) et des modalités d'énonciation (1e ou 3e personne, dialogue), séparant le niveau de l'histoire (le raconté ou plan du contenu) du niveau de la narration (le racontant ou plan de l'expression). Ces invariants sont :

- Pour le schéma narratif, le déroulement des faits indépendamment de l'ordre dans lequel ils sont racontés ;

[255] Les ouvrages fondamentaux auxquels se réfèrent nos sources sont ceux des auteurs suivants :

- Propp Vladimir. (1965). *Morphologie du conte*. Éditions Seuil, Paris. 279 pages.
- Greimas Algirdas Julien. (1966). *Sémantique structurale.* Éditions Presses universit aites de France, Paris. 262 pages.
- Brémond Claude. (1973). *Logique du récit*. Éditions Seuil, collection Poétique. Paris. 350 pages.
- Charaudeau Patrick, Maingueneau Dominique. (2002) *Dictionnaire d'analyse du discours*. Éditions Seuil, Paris, 484 pages.
- Reuter Yves. (2009). *L'analyse du récit*. Éditions (2e édition) Armand Colin, 126 pages.

- Pour le schéma actanciel, le rapport des forces en présence dont la mise en tension assure la dynamique du déroulement.

8.1.2.1. Concept de schéma narratif

Le schéma narratif est adapté à l'analyse d'un récit, quelle que soit la forme de ce récit.
L'entretien mené avec l'enseignant E-pu1 suscite indirectement différents types de récits : *récit de vie* lorsque la question porte sur ce qui l'a conduit à devenir enseignant, *récit d'expérience professionnelle* lorsque la question se réfère à un objet de sa pratique.
Le récit ne fait pas que relater une suite d'événements ; il en propose aussi des enchaînements significatifs conduisant d'un état initial à un état final : lien de causalité, mises en opposition, mise en convergence…. qui finalement construisent une interprétation de l'enchaînement des événements en fonction de l'énonciateur, du narrateur et de son lien avec les intervenants du récit. Le schéma narratif modélise cinq étapes, chacune étant caractérisée par un invariant dans l'enchaînement événementiel d'un récit (Figure 97).
Dans l'entretien mené que nous étudions dans cette section, l'enseignant E-pu1 est à la fois énonciateur (puisqu'il répond à la demande de Ch), narrateur (puisqu'il le fait sous forme de récit) et intervenant (puisqu'il est le sujet de l'histoire qu'il raconte).
Le schéma narratif décompose le récit en cinq phases (Figure 97) : une situation initiale (phase 1) est bouleversée (phase 2), ce qui amène une action (phase 3) pour résoudre ce bouleversement (phase 4) jusqu'à une situation finale (phase 5).
Dans la figure 97, l'exemplification concerne un type très particulier de récit, le conte. Or nous avons affaire avec un récit réel, partiellement autobiographique, dans lequel les faits ne pas obligatoirement racontés d'un seul tenant, ni dans l'ordre où ils se sont déroulés.

Phase conceptuelle	**1** Situation initiale	**2** Perturbation	**3** Transformation	**4** Résolution	**5** Situation finale
Dénominations des phases conceptuelles	État d'équilibre du système présenté	Élément perturbateur Déclenchement Force transformatrice Bouleversement	Péripéties dans un roman Dynamique d'action Epreuves dans un conte	Solution Force équilibrante Rétablissement Réparation	Nouvel état d'équilibre du système
Exemplification dans le récit littéraire	Eloignement Interdiction Méfait Manque	Transgression Interrogation Information Tromperie Déplacement dans l'espace	Tâche difficile Combat Poursuite	Victoire Réparation du manque Secours Tâche accomplie Arrivée incognito Retour du héros	Reconnaissance Découverte de la tromperie Transfiguration Punition Mariage

Figure 97 : Les étapes du schéma narratif dans un contexte littéraire.
(D'après CRDP-Thém@doc-Occitan, langue et culture vivantes 2002)

Dans le discours d'E-pu1, seuls quelques morceaux sont narratifs et leur présentation ne respectait pas forcément l'ordre des évènements. Tantôt l'enseignant revient en arrière dans le passé de ses élèves, tantôt il anticipe leur avenir. De plus, les deux séquences conversationnelles n° 3 et n°7, sur lesquelles nous nous appuyons, étaient distantes dans le temps d'une trentaine de minutes, ce qui montre bien que la reconstitution à laquelle nous venons de nous livrer est un pur effet de la lecture, tout lecteur essayant de reconstituer le schéma pour comprendre et s'approprier le déroulement des faits.

8.1.2.2. Concept de schéma actanciel

Le schéma actantiel est un modèle théorique permettant d'analyser toute action réelle ou imaginée selon six composantes appelées *actants* : l'*objet*, le *sujet*, le *destinateur*, le *destinataire*, l'*adjuvant* et l'*opposant*. Les actants sont en fait des classes d'équivalence selon la relation d'équivalence « *a la même fonction que* » permettant de définir le rôle des éléments mis en jeu vis-à-vis de l'action. Nous avons représenté sur la Figure 98, les relations entre les différents actants. Par la suite, nous précisons la fonction des actants et les exemplifions dans le cadre de la relation enseignant/ apprenant décrite dans le récit de l'enseignant E-pu1 (séquences 3 et 7).

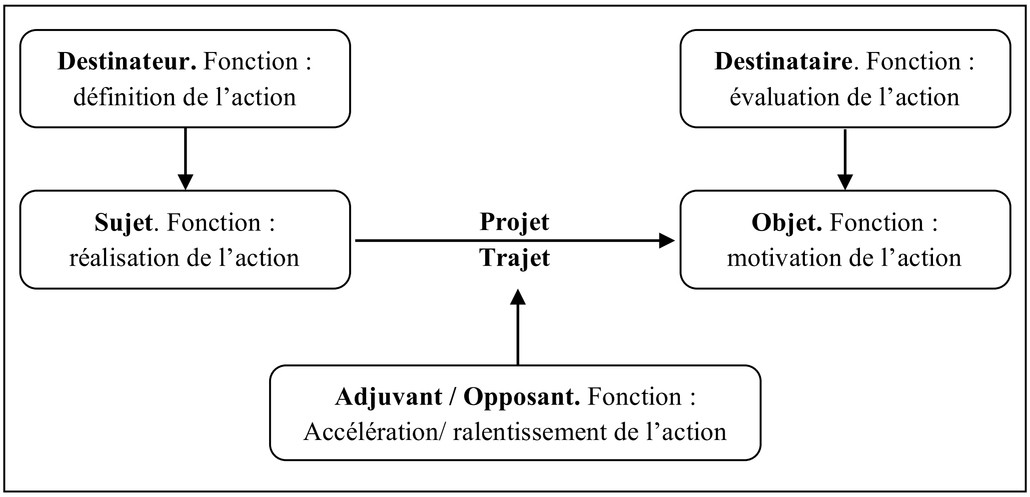


Figure 98 : Représentation des relations entre les actants du schéma actanciel.

Le sujet est celui qui accomplit l'action en essayant d'atteindre un but : son objet. Tout ce qui l'aide est un adjuvant, tout ce qui fait obstacle entre lui et l'objet est un opposant, la dynamique de l'action reposant sur les tensions entre les sujets, soit qu'ils se disputent un objet, soit qu'ils n'arrivent pas à s'accorder et à se compléter pour l'obtenir.

Dans le récit que nous traitons :

- L'action est la formation en mathématiques des élèves de lycée professionnel ;
- Les *actant*s, personnifiés ou non, de cette action sont les élèves, l'enseignant E-pu1, l'institution scolaire, le collège, les communautés disciplinaires de la filière, le grand public, l'industrie, le manque de compétences en mathématiques, l'orientation en fin de troisième, *etc.* ;
- L'enseignant E-pu1, les élèves et l'institution sont des *sujets* qui ont en commun le même *objet* : la qualification de technicien d'usinage (la délivrance du baccalauréat professionnel).

Mais ils ne peuvent y arriver qu'en articulant leurs efforts : ainsi, parfois l'enseignant doit aider, parfois il doit laisser l'élève se débrouiller, ce qui fait que le même type d'action est tantôt un *adjuvant*, tantôt un *opposant*. Cet objet à atteindre est fixé par l'institution, *destinateur externe*, et par l'enseignant et ses élèves lorsqu'ils s'impliquent dans l'enseignement-apprentissage (*destinateurs internes*). Même répartition pour l'évaluation de l'enseignement-apprentissage, faite par l'institution sur les bulletins scolaires à l'issue du conseil de classe (destinateur externe), mais d'abord par l'enseignant, destinataire à la fois externe (à l'élève) et interne (puisqu'en évaluant ses élèves, il s'évalue lui-même), et par les élèves qui deviennent leurs propres évaluateurs (destinataire interne) dès qu'ils acquièrent une certaine autonomie ;

- Le narrateur (l'enseignant E-pu1) et la narrataire (la chercheuse Ch) déterminent le cadre de la narration : c'est-à-dire que Ch est destinataire du récit et non de l'action des sujets (élèves, enseignant, institution).
- Le schéma actanciel permet de classer les éléments dans l'une ou l'autre des classes actancielles au fur et à mesure que sont racontées les facettes de l'action, un même élément pouvant se retrouver dans une, plusieurs, voire toutes les classes actantielles pour une même action. Cependant :

> […] pour préserver l'homogénéité de l'analyse, le sujet et l'objet ne contiennent en général qu'un élément (même s'il peut s'agir d'un collectif). En effet, il est préférable de distinguer nettement les sujets entre eux et les objets entre eux, même s'ils sont fortement liés, pour pouvoir ménager des descriptions différenciées (par exemple, dans le cas limite où deux sujets alliés désirant le même objet posséderaient les mêmes adjuvants sauf un seul). (Hébert 2006, en ligne)

Nous donnons brièvement les définitions des actants et de leur relation.

L'objet motive l'action.

Dans notre cas, l'action qui nous intéresse est l'enseignement des mathématiques donc l'objet est la formation réussie des élèves en mathématiques, mais elle est incluse dans un objet plus large : la réussite scolaire et ultérieurement professionnelle des élèves inscrits dans la filière.

Le sujet représente la posture d'acteur de l'action.

La composante *sujet* est connectée à la composante *objet* par une relation de vouloir, de devoir ou de désir. Dans son exposition didactique du schéma actanciel, Hébert (2006) propose les exemples suivants pour illustrer cette relation : un prince veut sa princesse, un meurtrier réussit à se débarrasser du corps de sa victime, un étudiant veut un diplôme, ... La relation entre le sujet et l'objet est créée par la volonté du sujet d'atteindre l'objet de sa quête : il y a trois sujets dont les projets s'emboîtent :

- Les élèves dont le projet est d'être suffisamment compétent en mathématiques en tant qu'élèves et en tant que futurs techniciens ;
- L'enseignant dont le projet est de rendre tous les élèves de sa classe suffisamment compétents en mathématiques en tant qu'élèves et en tant que futurs techniciens ;

- L’institution dont le projet est de rendre, à l’échelle nationale, tous les élèves de la filière suffisamment compétents en mathématiques en tant qu’élèves et en tant que futurs techniciens.

Destinateur et destinataire.

Destinateur et destinataire se définissent par rapport l’évaluation de ce qui est accompli.
Le destinateur conçoit le projet et pose le programme d’action.
Le destinateur peut être incarné par différents actants. Il peut être le sujet (destinateur interne) ou un autre actant (destinateur externe).
Dans notre cas, il y a un emboîtement de différents destinateurs externes comme il y a un emboîtement des projets des sujets : le référentiel puis l’enseignant puis les tâches assignées à l’élève dans les documents qu’il consulte. Enfin, chaque élève lorsqu’il parvient à s’approprier les tâches et leur déroulement, chaque enseignant, chaque chef d’établissement sont des destinateurs internes qui relaient et appliquent les prescriptions officielles.

Le destinataire fait le bilan et évalue le projet. De même que le destinateur, il peut s’incarner en différents actants et être interne ou externe.

Dans notre cas, la fonction d’évaluation incombe bien sûr à l’enseignant mais le but de l’enseignement est que l’élève soit qualifié, c'est-à-dire que les fonctions d’évaluation lui soient peu à peu déléguées au fur et à mesure des apprentissages. L’élève est alors son propre destinataire (destinataire interne). Cette fonction est intégrée par l’élève lorsqu’il est *autonome* dans l’accomplissement des tâches : il sait prendre des décisions, contrôler ses productions, éventuellement les corriger. On retrouve ce rapport à l’évaluation dans le modèle de l’action conjointe de Sensevy et Mercier (2007).

Nous avons signalé (chapitre 3) que, selon Grundmann (2006), l’action enseignante est marquée par la conscience d’une différence de compétences entre l’enseignant et l’enseigné et que l’intention de l’enseignant de réduire cette différence.

Dans notre cas, l’enseignant, de par sa fonction institutionnelle, appartient à la fois à la classe des actants sujets et, *a priori*, à celle des actants adjuvants puisqu’il pense aider les élèves. Mais la suite de l’analyse montrera que, dans son récit, les enseignants de mathématiques et la discipline des mathématiques sont, au contraire, des opposants à la réussite des élèves.

Notons par ailleurs que la relation sujet/destinataire pourrait aussi s’appliquer en prenant la discipline des mathématiques comme sujet et l’enseignant comme destinataire puisque l’enseignant E-pu1 émet un point de vue évaluateur sur l’efficacité des disciplines de collège.

Opposant et adjuvant.

L'*opposant* est ce qui entrave le sujet dans son action tandis que l'*adjuvant* est ce qui favorise l’action du sujet. Opposant et adjuvant forment un couple conceptuel qui permet de décrire la vitesse du récit. De même que pour les deux acteurs précédents, opposant et adjuvant peuvent être incarnés successivement par différents acteurs et être internes ou externes.

Dans notre cas, dans les deux séquences, c'est en termes de durée que l'enseignant fait état soit de résistances ou au contraire de facilitations du déroulement du temps d'apprentissage des élèves comme le montrent les répliques suivantes :

> 84-86 **E-pu1 :** ça nous pose beaucoup de problèmes là / euh / sur l'année d'seconde // après euh après ils rattrapent […] ça nous pose des problèmes sur les calculs de tête à faire / les calculs de / quand on a une conversion à faire / un calcul de tête / euh un p'tit profil à générer euh (séquence 3)
>
> 406-414 **E-pu1 :** bouf ! / pour faire une circonférence ou une surface / i' nous faut déjà une demi-journée
>
> […] alors /c'qui est très problématique pour nous parc' qu'on passe notre temps à travailler sur des éléments d'géométrie
> […] pour nous c'est / c'est / c'est un énorme frein
>
> […] on reprend à la base / on y va par étape mais c'est très très long / on gagn'rait énormément d'temps si on avait ces savoirs-là (séquence 7)

Les opposants sont tour à tour la durée trop courte du temps de formation, les traitements mathématiques eux-mêmes, les habitudes du collège (opposants externes), la mésestime de soi consécutive à l'échec scolaire (opposant interne).
Les adjuvants sont tour à tour la répétition des exercices, la durée suffisante du temps de formation. Au cours d'autres séquences de l'entretien, d'autres adjuvants ont été répertoriés tels que le risque d'erreur assumé par l'enseignant (séquence 6) ou l'usage d'outils sémiotiques fondés sur les habitudes perceptives (séquence 8) :

> 322 **E-pu1** : soit je signale l'erreur soit si el'e met pas en jeu la sécurité des matériels / des fois on les laisse louper (séquence 6)
>
> 491 **E-pu1** : avec les représentations mixtes/ c'est tout d'suite plus intuitif (séquence 8)

Le couple opposant /adjuvant correspond à la problématique de la chronogenèse qui met en jeu différentes temporalités : celle du curriculum, celle de la prévision enseignante, celle de l'action enseignante en situation et celle de l'action de l'élève (Reuter *et alii*, 2010, p. 27). La problématique de la chronogenèse a incité les chercheurs à explorer les productions langagières des enseignants et des élèves en classe à différentes échelles :

> […] les chercheurs de diverses didactiques disciplinaires essayent de pointer soit les macro-décisions de l'enseignant (la planification de plusieurs séquences, les tâches à réaliser, …), soit ses micro-décisions (les injonctions du type « attends/ continue/ on y reviendra plus tard »), qui sont autant de moyens d'accélération ou de ralentissement du temps didactique. (Reuter *et alii*, 2010, p. 26)

Pour nous, l'analyse du discours des séquences 3 et 7 a été fructueuse pour comprendre comment l'enseignant E-pu1 aborde et résout les questions liées à la chronogenèse dans le cadre de sa discipline.

8.1.3. Application des schémas narratif et actanciel au discours de E-pu1

Avant d'exposer l'analyse détaillée des séquences conversationnelles, nous résumons dans la figure 99 notre modélisation de la représentation de la relation des élèves aux mathématiques à l'aide du schéma narratif (Figure 99 a) et du schéma actanciel (Figure 99 b) en ne retenant que le personnage principal du récit de l'enseignant : les élèves.

Nous avons noté en effet que, contrairement aux discours des textes officiels, l'enseignant ne parle pas d'*un* élève indéterminé, mais d'une pluralité bien réelle d'individus.

1 Situation initiale	**2** Perturbation	**3** Transformation	**4** Résolution	**5** Situation finale
Élèves : - maternés au collège - en échec en mathématiques - sans compétence reconnue	Orientation par défaut Lycée professionnel Métier inconnu Concepts nouveaux Vocabulaire nouveau Autonomie	Devenir capable de : - suivre une procédure - utiliser un repère 3D - calculer de tête - générer un profil	Autonomie Apprendre en faisant	Élèves : - qualifiés techniciens d'usinage - suffisants en mathématiques - avec des compétences reconnues

Figure 99 a : Schéma narratif dans la relation des élèves aux mathématiques vue par E-pu1.

On notera ici que les perturbations peuvent être perçues de façon positive ou négative.

Destinateur E-pu1 les élèves lorsqu'ils commencent à s'approprier une procédure d'usinage L'institution scolaire La productique usinage	→	**Objet** Être compétent en : - mathématiques - en productique usinage	→	**Destinataire** E-pu1 Les élèves devenus autonomes L'institution scolaire La communauté des enseignants de la filière productique usinage
		↑		
Adjuvant E-pu1 La pédagogie de la discipline de productique usinage : - la méthode inductive - la répétition, - la guidance - le pas à pas L'acquisition par les élèves : - du savoir-faire technique - de l'autonomie	→	**Sujet** Les élèves	←	**Opposant** L'échec au collège L'orientation par défaut Une filière peu connue L'autonomie Le vocabulaire technique Les mathématiques : - le repérage 3 3 axes - la numération décimale - le calcul réfléchi - les isométries de l'espace

Figure 99 b : Schéma actanciel dans la relation des élèves aux mathématiques vue par E-pu1.

En analysant le discours de E-pu1 de façon non linéaire, on peut reconstituer un schéma narratif et mettre en valeur un trait expressif de son discours : c'est qu'E-pu1 met en scène un véritable sauvetage des élèves *égarés* de et par l'enseignement général, et en particulier laissés incompétents par la discipline des mathématiques. Mais il se met aussi lui-même en scène, … en sauveteur. La discipline de productique usinage crée, pour ces élèves, une rupture pédagogique en organisant un temps d'apprentissage long, routinier s'il le faut, et une mise en autonomie immédiate. Elle apparaît ainsi réparatrice y compris en mathématiques sur des savoir-faire relatifs aux opérations élémentaires, à l'analyse de formes spatiales et au repérage tridimensionnel. Le travail d'orientation négative entretenu par l'institution scolaire à partir des critères de l'enseignement général, instaure une relation asymétrique entre la discipline des mathématiques qui ne joue pas le rôle nourricier attendu et celle de la productique usinage qui, malgré son travail de « récupération », a un faible rayonnement social (104)[256].

La Figure 100 fait la synthèse des résultats des deux modèles narratologiques en figurant deux axes.

L'axe temporel est celui du récit et celui du temps du lycée (de la seconde à la terminale) ; il est nécessaire au schéma narratif.

L'axe qualitatif figure la jonction entre l'élève et les objets enseignés dans sa formation. L'élève qui est à la fois sujet et destinataire est transformé positivement.

D'un point de vue pratique, cette figure nous permet de localiser, dans les deux séquences conversationnelles, les tours de paroles qui justifient notre utilisation des deux modèles analytiques que sont le schéma narratif et le schéma actanciel.

Elle met aussi en évidence la différence des représentations du travail de l'élève qui sous-tendent la pédagogie au lycée général et au lycée professionnel.

Au lycée général, l'élève est plus destinateur que destinataire. La dévolution de l'objet didactique est une phase incontournable de la progression didactique. En revanche, l'autoévaluation est peu encouragée et rarement intégrée dans l'évaluation institutionnelle.

Au lycée professionnel, en revanche, l'élève est formé à évaluer lui-même la réalisation du projet qu'on lui confie, à prendre acte des compétences qui sont validées ou non en cours de formation.

[256]Un nombre entre parenthèses est le repère ordinal de tour de parole dans le verbatim.

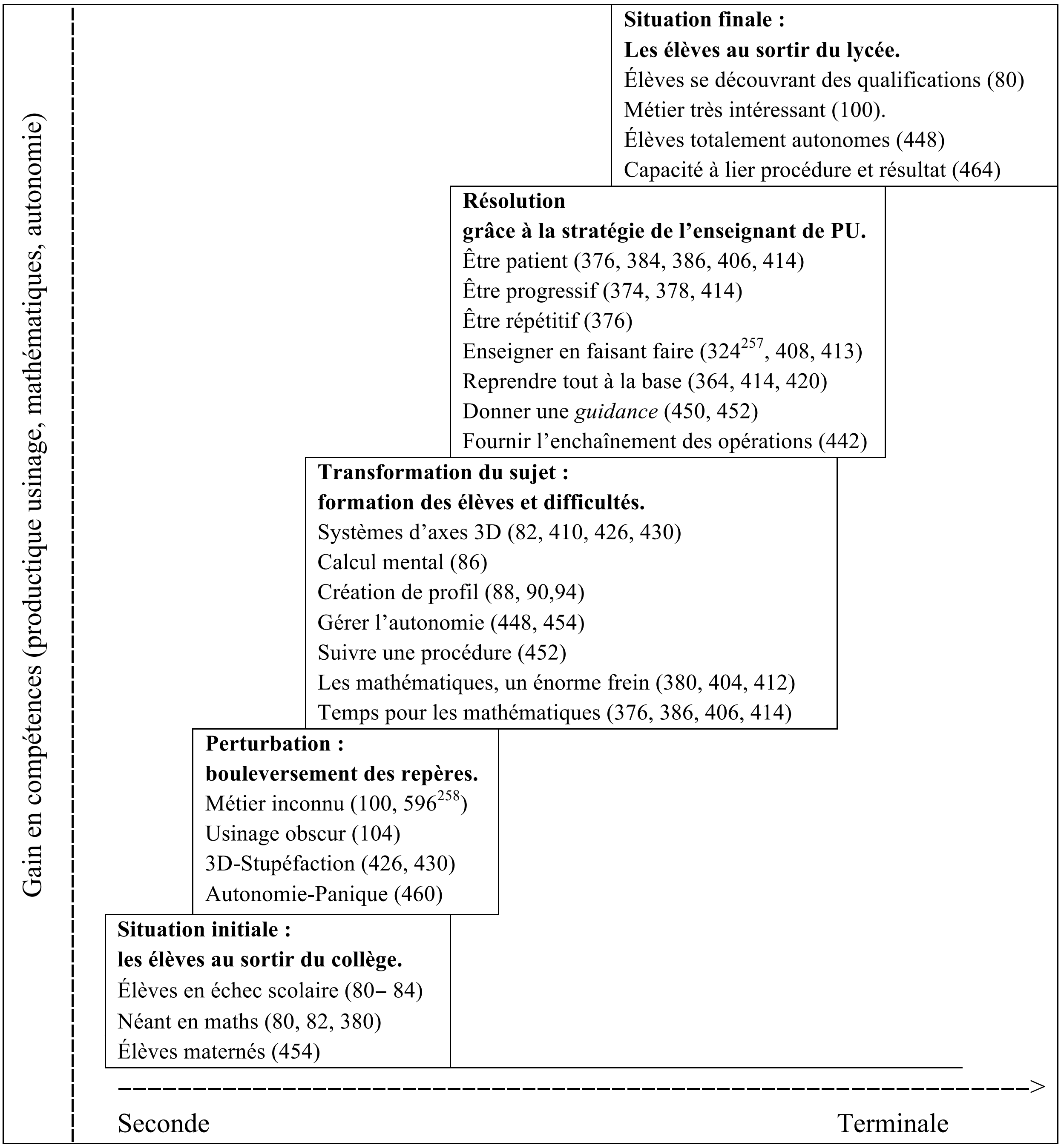


Figure 100 : La relation des élèves aux mathématiques par E-pu1.

[257] Cette réplique apparaît dans la séquence 6 de l'entretien (Cf. *Annexe des données*).
[258] Cette réplique apparaît dans la séquence 8 de l'entretien (Cf. *Annexe des données*).

Continuant d'exploiter le double modèle narratif et actanciel, nous discutons à présent de la manière dont le narrateur (l'enseignant E-pu1) se met en scène comme adjuvant, non pas en tant qu'individu mais en tant que membre d'un collectif (sa communauté disciplinaire).

8.1.4. Le marquage disciplinaire et les stéréotypes dans le discours de E-pu1

Le marquage de la communauté disciplinaire à laquelle appartient E-pu1 est fort : l'emploi des pronoms personnels du sujet collectif *on* ou *nous* est récurrent pour exprimer des contraintes propres à la discipline : *ça **nous** pose beaucoup de problèmes* (86), ***on** a une formation très peu lisible* (100), ***on** n'existe pas* (104), ***on** récupère des élèves* (80,100), ***on** est en échec* (392).

Ce phénomène linguistique de marquage disciplinaire se retrouve aussi pour délimiter l'espace de travail géométrique : *les systèmes d'axe* […] / ***nous on travaille que comme ça** / euh **on travaille** /tout est fait par rapport à un axe euh / orthonormé / quand on attaque ça en seconde / **i's nous r'gardent** avec des yeux comme ça* (430). Dans son établissement (au moment où nous l'avons rencontré), il n'y a qu'une seule classe par niveau de productique usinage. Étant le seul représentant de sa discipline dans le lieu où se déroule l'entretien, le pronom *nous* employé par l'enseignant E-pu1 rend donc compte d'un lien présupposé (hors de la situation d'énonciation) entre lui-même, une communauté d'experts et les élèves.

Enfin, l'échange entre la chercheuse et l'enseignant (421 à 425) montre un exemple de stéréotypes à propos de ce que peut être un savoir ou un savoir-faire en géométrie.
En effet, à ce moment de la conversation, la chercheuse propose à E-pu1 d'intégrer, à sa réflexion professionnelle, la problématique de l'enseignement des mathématiques. Cependant, la réaction de E-pu1 montre l'existence de différences culturelles qui empêchent le partage de cette problématique avec la communauté disciplinaire des mathématiques dont, ne l'oublions pas, la chercheuse est une représentante.
Rappelons qu'un stéréotype correspond à une catégorisation, très simplifiée, qui prélève quelques traits qualitatifs d'une communauté pour assimiler l'ensemble des comportements des membres de ladite communauté à ces traits (Biagioli, 2010, 2014). L'effet, positif ou négatif, de cette catégorisation est structurant car il renforce l'identité groupale des membres de la communauté visée, tout autant qu'il la marginalise. Un stéréotype a donc une fonction sociale. Il peut être interne (issu du groupe auquel il s'applique) ou externe (produit par des groupes ou individus extérieurs) ou mixte[259] (externe mais intériorisé). Dans les communautés disciplinaires, des stéréotypes internes peuvent se cristalliser autour de routines partagées, de valeurs. Des stéréotypes externes se forment également, à l'adresse de groupes sociaux ressentis comme rivaux ou importés.

[259] On parle alors d'autostéréotype.

Par exemple, dans la réplique 324, l'adverbe *justement* signale un effort du locuteur pour souligner l'essence de l'enseignement professionnel :

> 324 **E-pu1** : *c'est justement not' credo/ apprendre en faisant*

Il s'agit là d'un stéréotype positif et interne. Un stéréotype peut être tourné dans un sens ou dans l'autre, ce que Dufays et Kervyn (2010, p. 53‒54) désignent comme un « trait fondamental des stéréotypes » et qu'ils appellent « la réversibilité des jugements » (*ibid*.). Ainsi, l'usinage est un métier *très obscur pour le grand public* (104) : intégration d'un stéréotype négatif, autostéréotypie négative donc, mais qui *se découvre très intéressant* (100) : contre-stéréotype positif interne développé par le groupe professionnel de la productique-usinage.

Concernant les mathématiques, les enseignants de disciplines technologiques que nous avons rencontrés affirment tout aussi bien l'utilité de la preuve mathématique que son inutilité. Nous illustrons cette réversibilité en citant un propos recueilli en marge de l'entretien, c'est-à-dire lorsque la conversation n'a plus été dirigée par des questions annoncées comme préconçues :

> 6 **E-cm** : j'vois mon fils 'a / l'autre jour/ j'ai du tout lui réexpliqué son cours/ y'avait tout un calcul pour montrer que le –b sur 2a c'était l'sommet d'la parabole/ **mais qu'est-ce qu'on va les embêter avec ça** ? // d'abord l'prof de maths/ i 's'était trompé / et puis ensuite/ **j'lui ai montré** et il a compris (séquence 4)

Du côté des enseignants de mathématiques, on trouve aussi des stéréotypes internes valorisants tels que la rigueur, la beauté ou la primauté à développer des capacités de raisonnement. Au cours des exposés intermédiaires de notre recherche, nous avons aussi, occasionnellement, recueilli, au sein de la communauté de mathématiques, le stéréotype externe suivant :

> oui / mais ils [les élèves de lycée professionnel] ne font pas vraiment des maths

Bien que cette réplique sonne comme une obstruction, elle fait naître différentes questions liées à la catégorisation qu'elle suggère : qu'est-ce que *vraiment faire des mathématiques* quand on est un élève ? Qu'est-ce que *vraiment enseigner les mathématiques* quand on est un enseignant ? Dans le contexte de l'enseignement scolaire, nous disposons d'outils conceptuels pour délimiter ce que peut être *faire des mathématiques*. Nous les avons exposés (chapitre 3) et avons retenu deux critères qui sont (1) la problématisation de questions relatives aux nombres ou à l'espace en référence à un système de savoirs théoriques et (2) la maîtrise de techniques pour réaliser les traitements mathématiques nécessaires. Ajoutons que nous avons distingué l'activité mathématique du raisonnement. Nous avons défini le raisonnement comme étant un discours de justification rationnelle (chapitre 6, § 6.3.). Mais nous nous apercevons que ces critères objectifs et rationnels sont loin de rendre compte de l'ensemble des phénomènes de catégorisation par lesquels les disciplines sont concernées. Les facteurs psycho-sociaux sont largement aussi sinon plus importants. Autrement dit, si des enseignants ne reconnaissent pas les mathématiques qu'enseignent d'autres enseignants, ils ne les reconnaîtront probablement pas davantage si on les leur montre, à moins que l'on arrive à réduire les tensions consécutives aux discriminations interdisciplinaires, en faisant travailler les stéréotypes qui les attisent.

Nous terminons l'analyse de la séquence 7 en présentant deux exemples de stéréotypes externes dont la fonction, dans la conversation, est de contribuer à délimiter la communauté disciplinaire de productique usinage : le premier est un stéréotype relatif à un objet mathématique enseigné, *les formes planes usuelles* (417→425), le second est un stéréotype relatif à une attitude pédagogique du collège, *le maternage des élèves* (454→462).

Le stéréotype relatif aux formes planes usuelles

A un moment de la conversation Ch tente de faire expliciter à E-pu1 son affirmation : 420, *on reprend tout à la base* qui fait suite à sa demande sur la capacité des élèves à reconnaître des formes simples, en demandant : 421, *le carré ?* Pour elle, les savoirs géométriques sont liés aux formes planes usuelles, et la première qui lui vient à l'esprit est le carré. E-pu1 se montre d'abord réticent à sa proposition, puis finit par lui substituer le *rond* (424 *ouais / voilà /carré / rond*). Les stéréotypes, qui servent de repères disciplinaires, permettent aussi de cerner les *prototypes d'enseignement disciplinaire*, mais ceux-ci sont toujours prompts à se métamorphoser en stéréotypes pour peu qu'ils (re)deviennent une simple marque identitaire d'un groupe disciplinaire.

Ce que nous appelons prototype d'enseignement est un objet à partir duquel sont construites les premières situations d'apprentissage pour exemplifier ou mettre en œuvre un aspect d'un concept nouveau pour l'élève.

Dans la discipline des mathématiques, le carré est un prototype[260] d'enseignement : maille de quadrillage pour supporter le repérage orthonormé, surface associée à l'une des premières formules algébriques ($4a$, a^2 par exemple), face de cube pour passer de l'espace au plan.

Dans la discipline de productique usinage, le cylindre est un prototype d'enseignement et le *rond* est associé au cylindre. Le cylindre, en tant que surface invariante par rotation ou translation selon son axe, modélise le barreau d'acier à usiner, la forme à extruder à l'aide d'un outil à tour.

Par ailleurs, le mot *rond* appartient à la langue naturelle et est utilisé pour qualifier un objet dont la courbure est globalement perçue comme régulière. Dans le contexte d'une conversation sur les savoirs géométriques acquis au collège, le mot *rond* dénote une lacune de vocabulaire de géométrie attribuable aux élèves. E-pu1 cède à l'insistance de Ch (423 *le carré quand même ?*) mais son acceptation est fortement tempérée par les mots *ouais* et *rond*. E-pu1 substitue son propre prototype professionnel à celui qui lui était proposé, certes pour traduire les préoccupations de Ch dans son propre champ professionnel, mais aussi parce qu'il

[260] Kleiber (1990, p. 49) donne la définition suivante du mot *prototype* : « Le prototype est […] le meilleur exemplaire communément associé à une catégorie. »
Insistant sur l'importance de cet accord social, Kleiber (*ibid.*) précise : « une instance n'est un prototype ou un meilleur exemplaire que s'il y a accord parmi les sujets pour juger cette instance comme étant meilleure que les autres instances de la catégorie ».

transforme les prototypes en stéréotypes disciplinaires. *Rond* devient la marque identitaire de la productique usinage, par opposition au *carré*, qu'il considère comme la marque identitaire des mathématiques du collège et du lycée général représentées par Ch, et qu'il dévalue en l'associant non pas à *cylindre* mais à r*ond*, laissant entendre que le collège n'arrive même pas à faire retenir aux élèves le vocabulaire mathématique de base.

Le stéréotype du maternage des élèves au collège

Nous reprenons ici le segment de la séquence 7 intitulée *L'accès à l'autonomie de l'élève*. L'enseignant E-pu1 oppose l'accès à l'autonomie de l'élève, impérative en productique usinage, au « maternage » du collège.

Nous nous intéressons ici à l'autonomie dans l'enseignement des mathématiques, en interrogeant l'association-opposition faite par E-pu1 à son propos. Pour cela, nous allons d'abord faire le point sur la représentation qu'E-pu1 a de l'autonomie dans sa discipline, ensuite nous chercherons, dans une perspective générale, à caractériser l'autonomie dans l'enseignement et enfin, en nous recentrant sur les mathématiques, nous nous demanderons si une éducation à l'autonomie est ou non entreprise au collège.

Selon E-pu1, un élève autonome est un élève capable de suivre, seul, un document détaillé de trois à quatre pages (454), et de prendre seul des décisions qui permettent de « lier » un état initial à un objectif (463). Comme il le fait remarquer, être capable d'autonomie ne se réduit pas à une compétence cognitive de lecture autonome, c'est aussi être habitué psychologiquement à une certaine solitude (458, 460). En productique usinage, la mise en autonomie est immédiate car la quinzaine de postes de travail différents dans l'atelier oblige l'enseignant à différencier les activités d'usinage. C'est dans ce cadre pédagogique que les élèves sont amenés à se poser des questions de conversion d'unités, de repérage sur la machine outil et de profil de pièces. Mais nous avons vu aussi à l'occasion de l'installation d'un outil sur un poste d'usinage (chapitre 5) que l'enseignant peut effectuer un accompagnement de médiation véritablement individualisé ; il s'agissait de lire une représentation plane de solide. Il nous faut donc interpréter l'autonomie à laquelle se réfère E-pu1 comme une nécessité professionnelle induisant une démarche pédagogique de gestion de la mise en autonomie de l'élève.

Lahire (2001, p. 152-153) décrit les conditions qui président à la mise en œuvre d'une pédagogie de l'autonomie :

- La possibilité d'organiser l'espace de façon différenciée.
  Cette condition est vérifiée dans l'atelier de productique usinage en raison des postes de travail mais ne l'est pas forcément dans une salle banalisée au collège. Cependant, en mathématiques, la possibilité de travailler individuellement dans un environnement numérique restitue la possibilité de différencier l'espace de travail ;
- Une habitude de partage de parole ou, tout au moins, une parole non centralisée par l'enseignant. Cette condition est liée à la précédente (l'organisation de l'espace).

En productique usinage, l'enseignant ne prend que très brièvement la parole de façon plénière. Lors des visites, nous avons observé que de tels moments de classe, avant le passage en atelier, servent à faire des mises au point de vie scolaire (appel, mise en stage, rappel des règles, *etc*.). En atelier, les élèves viennent occasionnellement demander à l'enseignant où est rangé tel ou tel matériel, si telle ou telle procédure est correcte. Au collège, les espaces disciplinaires et les dispositifs spécifiques sont différents : on ne peut pas attribuer de façon globale un mode de distribution de la parole ;

- L'implication de l'élève dans le partage d'information didactique et dans l'évaluation de son travail (autoévaluation). Cette condition est liée aux qualités du contrat de formation entre l'enseignant et l'élève. Selon Lahire, « la transparence », « l'objectivation », « la publicisation » (*ibid.*) sont fondamentales dans une pédagogie de l'autonomie. La transparence consiste à expliciter, à l'attention de l'élève, l'emploi du temps, les compétences visées, les critères d'évaluation. L'objectivation est le fait de pouvoir se référer à des supports écrits qui contiennent les savoirs, les règles, ... La publicisation est le fait « que l'élève puisse se reporter à des éléments visibles » (*ibid.*) et les utiliser.

  Dans la documentation disciplinaire de la productique usinage (chapitre 5), nous avons vu que l'évaluation par compétences, la notification du centre d'intérêt sur les fiches d'exercices, la planification des travaux d'élèves permettaient *a priori* d'impliquer l'élève. Cette condition est vérifiée si on suppose que les élèves sont des lecteurs autonomes. L'élève E2 observé en difficulté de lecture du contrat de phase (chapitre 5) montre que ce n'est pas toujours le cas. Lahire (*ibid.*, p. 154) souligne par ailleurs que : « L'école prône le recours à la loi écrite et au savoir écrit et articule clairement autonomie de l'élève et objectivation-publicisation des savoirs et des règles […] ».

Qu'en est-il de l'autonomie au collège et en particulier de l'autonomie en mathématiques ?
Au collège, le souci de développer l'autonomie de l'élève est une constante et a donné et continue de donner lieu à des recherches internes aux disciplines ainsi qu'à des dispositifs pluridisciplinaires spécifiques (Itinéraire de découverte, stage d'observation professionnelle, processus de validation des compétences B2i). Pour ces derniers, Tricot *et alii* (2001) font remarquer que les élèves travaillent souvent en groupe, sur des thèmes impliquant plusieurs disciplines et cela, sans que les enseignants soient nécessairement compétents. Il faut donc que les élèves soient autonomes devant la prise de conscience du besoin, la recherche et la validation de l'information.

En mathématiques, de nombreux environnements numériques sont développés : en géométrie (*Geogebra, Cabri*, …), en algorithmique (*Algobox, ExeAlgo*, …), en algèbre (*Aplusix*, projet *Lingot*, …), en général avec les exerciciels (*MathEnPoche, MatouMatheux*, *Wims*…). Les applications logicielles sont alors des objets de recherche sur le plan sémiologique et vérifient, comme nous l'avons déjà indiqué, les conditions favorables à une mise en autonomie de l'élève. Ils offrent en effet un espace de travail mathématique différentiable et utilisent un langage semi-structuré qui amène l'élève à une démarche d'autovérification. Les enjeux sont multiples :

- permettre aux enseignants de construire des « parcours d'enseignement adaptés au diagnostic et à la gestion d'interactions contextualisées aux réponses des élèves » (Grugeon *et alii*, 2012, p. 7). La génération automatique de profil cognitif d'élève permet d'envisager de différencier les activités en classe (gestion virtuelle de la classe) ;
- Permettre aux élèves « d'avoir à disposition des exercices pour travailler *certaines nécessités d'apprentissage* ignorées par les programmes » (*ibid*., p. 3),
- Permettre aux didacticiens de mettre à jour « à ce niveau scolaire […] certaines cohérences de [l'] activité » en s'appuyant « sur une évaluation des réponses des élèves (erreurs et procédures) et un diagnostic cognitif global » (*ibid*., p. 4).

En conclusion, contrairement à la discipline productique usinage où l'autonomie est une nécessité professionnelle liée à la rationalisation du travail industriel, la discipline mathématique du collège présente l'autonomie comme un champ d'expérience de la cohérence interne individuelle. C'est peut-être cet aspect qui déclenche chez E-pu1 l'idée de maternage.

Il semble ainsi que l'opposition entre le maternage au collège et l'autonomie au lycée professionnel alléguée par E-pu1 ne soit pas très fondée car il y a bien, dans chacune des structures (collège, lycée professionnel), une place pour l'éducation à l'autonomie, même si la notion d'autonomie de l'élève ne recouvre pas les mêmes préoccupations.

Nous poursuivons notre recherche sur la représentation chez les enseignants de la relation des élèves aux mathématiques en analysant le discours d'un enseignant de construction mécanique. Celui-ci nous donne un autre point de vue sur la relation des élèves aux mathématiques. Les raisons de cette différence ne tiennent pas seulement aux individus. En effet, comme nous le verrons au chapitre 9, l'enseignant de construction mécanique met en œuvre des outils mathématiques plus complexes et plus diversifiés dans leur fonction et dans leur dénotation que l'enseignant de productique usinage. Il occupe de plus une position différente puisque sa discipline constitue une discipline de référence dans la configuration des trois disciplines que nous étudions. C'est « un enseignant spécialisé sur la partie des sciences dures » au dire même d'E-pu1 (40), ce qui reste vrai si on se place dans une autre filière professionnelle telle que la filière automobile.

8.2. La relation des élèves aux mathématiques vue par un enseignant de construction mécanique

Les séquences conversationnelles présentées ici proviennent d'un entretien libre mené avec l'enseignant de construction mécanique (E-cm) lors d'une séance de travaux pratiques, en présence de cinq élèves de seconde professionnelle travaillant seuls et en autonomie avec le logiciel *Solidworks*, en milieu d'année scolaire.
Auprès des enseignants volontaires, la demande d'un entretien avait été faite sous couvert du proviseur de lycée professionnel. Le fait que l'enseignant accepte l'entretien durant la séance de travaux pratiques est un imprévu de la rencontre.

L'entretien, d'environ 50 minutes, se découpe en quatre séquences. Nous nous intéressons aux deux premières séquences portant respectivement sur une présentation spontanée de la discipline construction mécanique (séquence 1) et une interrogation en mathématiques improvisée par l'enseignant E-cm (séquence 2).

8.2.1. Les séquences conversationnelles

Alors que la séquence 1 est retranscrite par un verbatim, la séquence 2 est présentée sous forme d'un verbatim accompagné de deux figures. En effet, la mise en tableau correspond à un monologue de l'enseignant E-cm, lorsqu'il pose dix questions sur le vif aux cinq élèves qu'il a réunis pour illustrer son point de vue. Les dix questions sont données dans la partie *Annexe des données*. Nous ne reproduisons que l'une d'elle qui convoque de façon exemplaire les trois disciplines de la filière (Figure 99).

8.2.1.1. Les mathématiques et la construction mécanique

Dans la séquence 1, le discours de l'enseignant E-cm se décompose en deux phases. Dans la première, E-cm donne une liste de capacités mathématiques qu'il accompagne de commentaires sur les difficultés et les enjeux didactiques. Dans la seconde, la dominante du discours change : il prend les devants pour justifier ses commentaires et engage une démonstration.

> 1-Ch : je voudrais que vous me parliez des connaissances mathématiques de vos élèves / me dire ce que vous avez repéré comme savoir-faire / ceux qui sont maîtrisés / ceux qui ne le sont pas / ce genre de choses
> 2-**E-cm** : y'a d'gros problèmes en maths / savoir mesurer / savoir mesurer en millimètre / c'est la panique en dehors du centimètre // les surfaces / les volumes / les densités // dans la plupart des métiers y' a nécessité de métrer // aussi les vecteurs des efforts // la première chose c'est d'pas parler des maths / de s'détacher / si on peut s'passer des maths / c'est OK / c'est l'résultat qui compte // (*silence*) y'a aussi les volumes / les intervalles de tolérances / le calcul de cote moyenne les conversions les échelles //mais je crois qu'vous vous rendez pas compte du niveau qu'i 'ont / tenez on va faire un test (*l'enseignant appelle les élèves ; l'enseignant va au tableau ; s'adressant aux élèves*) j'vais vous poser dix questions / vous répondez (E-cm *écrit, commente et dessine au tableau une liste de dix questions relatives au calcul littéral, au décodage de forme géométrique ou à l'écriture vectorielle*) […][261]

8.2.1.2. Une interrogation surprise sur les vecteurs en construction mécanique

Dans la séquence 2, l'enseignant pose dix questions :
- Quatre d'entre elles relèvent du calcul littéral et sont décontextualisées ;
- Deux d'entre elles sont des questions de dénombrement de diagonales, de côtés à partir du dessin de polygone ;
- Trois d'entre elles sont des questions de lecture de représentation graphique dont deux ont deux décrivent des formes géométriques ;
- L'une d'entre elles, la question n°6 : *quelles sont les coordonnées du point B ?* (Figure 101) est spécifique à la filière productique usinage.

[261] Nous ne reproduisons que la question relative aux vecteurs.

Nous rendons compte de cette dernière question et des réponses recueillies auprès des élèves. Nous avons sélectionné cette question particulière parce qu'elle convoque de façon spontanée les trois disciplines étudiées.

> 2-**E-cm** : j'suis sur une commande numérique / j'fais un déplac'ment //on est là / vue de dessus (*l'enseignant pointe le repère qu'il a dessiné avec le bâton de craie.* Figure 101 a)

Figure 101 : La question improvisée sur l'image d'un point par une translation.
(a) partie écrite au tableau de la question de calcul vectoriel posée en construction mécanique.
(b) le contexte d'usage associé par E-cm à la question de calcul vectoriel posée en (a).

A la suite des dix questions, l'enseignant E-cm reprend chaque question, écrit la réponse attendue au tableau (sous forme numérique) puis demande à chacun des cinq élèves de dire si leur réponse est correcte et sinon de dire leur réponse. Notons que l'un des élèves est russophone, arrivé à la rentrée. Les réponses des élèves sont reportées dans la Figure 102.

Réponse attendue écrite au tableau	**Nombre de réponses justes.**	**Réponses des élèves collectées oralement.**
$B\left\vert\begin{array}{l}+100\\+32\\+26\end{array}\right.$	0/5	$B\left\vert\begin{array}{l}0\\100\\20\end{array}\right.$ $B\left\vert\begin{array}{l}100\\0\\46\end{array}\right.$ $B\left\vert\begin{array}{l}20\\112\\26\end{array}\right.$ $B\left\vert\begin{array}{l}0\\32\\126\end{array}\right.$ L'élève russophone ne répond pas.

Figure 102 : Les réponses des élèves.

8.2.2. Outils d'analyse de discours mobilisés : le *schéma argumentatif* et l'*argumentation émotionnelle*

Nous nous référons aux travaux de Plantin pour présenter deux outils d'analyse : le schéma argumentatif utilisé pour présenter la rhétorique argumentative générale (Plantin, 1996) et la théorie des fallacies qui étudie plus spécifiquement la rhétorique émotionnelle (Plantin, 2011).

8.2.2.1. Le schéma argumentatif

Dans un discours argumentatif, le locuteur expose son point de vue sur un thème en proposant des arguments pour convaincre ou persuader un interlocuteur. Dans une première approche, on distingue la conviction de la persuasion. Un argument de conviction s'appuie sur un raisonnement du locuteur alors qu'un argument de persuasion s'appuie sur les sentiments et émotions de l'interlocuteur.

Dans le cadre de la linguistique énonciative, le discours argumentatif est décrit par un schéma argumentatif et des éléments linguistiques ou référentiels, indicateurs de la situation d'énonciation. Depuis l'Antiquité, ce schéma se fonde sur le débat judiciaire qui met en jeu la thèse de la défense, celle de l'accusation et la décision des juges, chaque thèse produisant des arguments soutenus par des preuves.

Le schéma argumentatif correspond à une stratégie d'argumentation qui peut consister :

- À défendre sa propre thèse et ignorer l'antithèse ;
- À simuler l'adoption de l'antithèse puis la démonter en affirmant la thèse ;
- À réfuter l'antithèse puis corroborer la thèse. Pour simplifier, nous appelons *antithèse* le point de vue niant la thèse.

Les indicateurs de la situation d'énonciation peuvent être :

- Des exemples et témoignages situés, adaptés au destinataire ou authentifiant le locuteur ;
- Des connecteurs logiques qui structurent l'argumentation ;
- Des indices de la situation d'énonciation qui désignent les protagonistes ou ancrent dans le temps du discours (première personne, question rhétorique, …) ;
- Des marques de subjectivité, les connotations et les marques axiologiques dans le vocabulaire qui accentuent la différence de point de vue.
- Des modalisateurs ou des connecteurs logiques qui traduisent l'avancée dans le schéma argumentatif.

Plantin (1996, p. 21–27) modélise le discours argumentatif en situation de dialogue comme une interaction tripolaire, entre trois actants[262] appelés *Proposant, Opposant, Tiers* qu'il définit ainsi :

> La situation d'argumentation est une situation tripolaire. Les actions langagières fondamentales qui la caractérisent sont : proposer, s'opposer, douter et, corrélativement, changer de discours. A chacun de ces pôles correspond une modalité discursive spécifique, discours de proposition, soutenu par le Proposant, qui supporte la charge de la preuve ; discours d'opposition, soutenu par l'Opposant ; et discours du doute ou de la mise en question, définitoire de la position du Tiers.
> (Plantin 2013, p. 6)

Que nous apporte ce modèle d'actants ?

[262] Rappelons qu'un actant est une classe d'équivalence qui réunit sous la même étiquette les acteurs ayant la même fonction dans l'accomplissement du processus discursif, ici le processus argumentatif.

D'abord, cela nous rappelle que les trois rôles peuvent être tenus par le même acteur ou des acteurs différents. Ensuite, le modèle définit l'argumentation comme une pratique qui vise à transformer l'autre, son point de vue, son action, par le discours.
Selon Plantin, la situation de dialogue est essentiellement interactive : elle livre à l'analyse bien plus qu'une démonstration avec des faits avérés et comptables, constitués en l'occurrence par les réponses erronées des élèves.

> Les analyses énonciatives de l'argumentation mettent l'accent sur les opérations au terme desquelles est produit le discours argumentatif. La notion de "mise en scène" énonciative permet de traiter le niveau dialogique de l'argumentation, dans le cadre de la reconstruction et de la gestion des différentes composantes de la situation (images du locuteur, de l'objet du débat, des discours des autres…). Elles sont liées à une vision de la "persuasion" comme identification au locuteur, qui n'est pas fondamentalement différente de la vision rhétorique classique du discours argumentatif.
> Plantin, 2013, p. 4)

Dans le cas de la séquence 2, l'enseignant E-cm est un proposant tandis que la chercheuse est l'opposant et le tiers amené à refonder son point de vue. En effet :

- en réaction à la question de la chercheuse, l'enseignant E-cm improvise une mise en scène (*tenez on va faire un test*), rassemblant les cinq élèves[263] jusqu'alors épars dans la salle de travaux pratiques pour les « soumettre » à une interrogation de mathématiques ;
- Sa réplique *mais je crois qu'vous vous rendez pas compte du niveau qu'i 'ont (*2 E-cm) affirme le cadre du lycée professionnel comme étant son domaine d'expertise ;
- L'existence d'une composante de persuasion est révélée par le fait qu'E-cm anticipe et contredit la représentation que se fait la chercheuse d'un élève de lycée professionnel en mathématiques. Cela prouve qu'E-cm a *sa* représentation de ce qu'est faire des mathématiques en lycée professionnel ;
- Son but est de montrer que les élèves n'ont aucun savoir-faire disponibles en mathématiques.

Voyons à présent les outils théoriques qui permettent d'envisager « la dimension émotionnelle […] de la parole en interaction » et « le problème des émotions dans l'argumentation » (Plantin, 2013, p. 7).

8.2.2.2. La rhétorique émotionnelle

Dans la partie 1 (chapitre 1), nous avons présenté la notion d'éthos qui permet de considérer, dans le discours d'un locuteur, plusieurs facettes de son caractère social, moral ou intellectuel. Ces trois facettes qui ne coïncident pas nécessairement vont s'exprimer au cours de l'entretien. L'éthos est un outil conceptuel qui permet, entre autres, de décrire comment sont signifiées les émotions dans « la parole en interaction », selon l'expression de Plantin.

[263] Une classe de productique usinage compte une quinzaine d'élèves ; son effectif étant limité par les postes machines en atelier. Ce jour-là était un jour de fort absentéisme. Nous n'avons pas eu davantage d'explications.

Nous rappelons brièvement la pluralité de l'éthos puis proposons une description de ce qui peut être appelée l'*émotion dans le discours*. Enfin, nous considérons quelques indicateurs linguistiques de la dimension émotionnelle d'une argumentation.

- L'éthos du locuteur correspond à aux caractères que le locuteur se voit attribuer « en tant que source de l'énonciation » (Ducrot cité par Plantin 2011, p. 35) ;
- L'éthos préalable (ou pré-discursif) du locuteur correspond à « l'idée que [le locuteur] se fait de la façon dont ses allocutaires le perçoivent » (Charaudeau et Maingueneau, 2002, p. 239) ;
- L'éthos construit (ou auto-discursif) correspond à l'image de lui que le locuteur construit dans son discours pour consolider ou redéfinir cette image préalable ;
- D'après Plantin (2013, p. 7), les indicateurs d'émotion dans le discours sont de différentes natures. Ils peuvent être verbaux (expressions figées, exclamation, intensifs, …) ou morphologiques (suffixe, temps verbal) ou syntaxiques (rupture de construction, emphase), pragmatiques (classe d'événements déclencheurs) ou interactionnels (changement de stratégie de discours).

8.2.3. Application à l'analyse du discours de E-cm

Nous analysons les deux séquences selon deux axes : le contenu informatif et le contenu expressif que nous avons commencé de décrire en exemplifiant les modèles de l'argumentation et de la rhétorique émotionnelle.

Analyse des séquences selon les modèles de l'argumentation et de la rhétorique émotionnelle

Examinons tout d'abord la structure de la séquence 1. La réponse d'E-cm commence par une affirmation (*y'a d'gros problèmes en maths*) qui constitue le point de vue à imposer (la thèse), formulé comme un diagnostic. Ensuite, E-cm énumère des objets mathématiques nécessaires à sa discipline : les savoir associés soit aux mesure de grandeurs de l'espace (*dans la plupart des métiers y'a nécessité de métrer*), soit à l'analyse géométrique des situations mécaniques (*les vecteurs des efforts*), soit à la variabilité (*les intervalles de tolérances, les cotes moyennes*).
On peut considérer la remarque *c'est la panique en dehors du centimètre* comme un témoignage qui renforce la thèse premièrement énoncée.
E-cm raisonne de cause à effet : la faiblesse des élèves incite à éluder les mathématiques, de deux manières : d'abord en évitant de prononcer des mots révélant leur présence (*la première chose c'est d'pas parler des maths*), ensuite en utilisant des procédés non mathématiques (*c'est l'résultat qui compte*).
L'argumentation change alors de stratégie (*mais je crois qu'vous vous rendez pas compte du niveau qu'i 'ont*). Plutôt que d'affirmer sa thèse abruptement, E-cm consent à envisager l'antithèse, assimilant du même coup la question à l'antithèse. Cette phrase est révélatrice d'une posture argumentative. Elle contient les marques d'énonciation et de modalisation qui lui donnent sa dimension expressive :

– Les marques d'énonciation de tous les protagonistes de la situation : E-cm (locuteur *je*), la chercheuse (interlocutrice-destinataire *vous*), les élèves et les réponses qu'ils donnent (interlocuteurs distants *ils*) ;
– La marque d'une modalisation (*je crois*) qui a pour effet de mettre à distance E-cm (le locuteur) de son propre point de vue et d'adoucir le fait de contredire de Ch (son interlocutrice).

Le test improvisé par E-cm (*tenez on va faire un test*) est censé constituer un élément[264] de preuve à l'appui de l'argument en même temps qu'un élément de réponse.

On peut aussi interpréter la mise en scène du test comme un « *trait d'émotion* » (Plantin 2013, p. 8) car E-cm, en tant que locuteur, « *reformate* » la situation d'énonciation (*ibid.*, p. 9) en prenant la direction de celle-ci.
D'un point de vue général, un trait d'émotion peut être exprimé par les mots, par l'attitude corporelle ou encore par « [un] type de contrôle exercé sur l'événement » qui le déclenche dans une situation d'énonciation (*ibid.,* p.9). Plantin allègue que « la construction cognitive d'une situation est inséparable de sa construction émotionnelle » (*ibid.,* p.9).

Cherchons à présent le point de vue d'E-cm sur la relation de sa discipline aux mathématiques. Celle-ci semble être une relation de nécessité subie. Les effets rhétoriques relatifs aux mathématiques sont :
– La péjoration par le vocabulaire (*problème*, *panique, se détacher, se passer des maths*) ;
– Les formes négatives (*ne pas parler des maths, ne pas se rendre compte*).

On peut penser que la question initiale de la chercheuse est globalement interprétée par rapport à une représentation des mathématiques où seuls ceux qui réussissent en mathématiques procurent des terrains de questionnement fructueux. La réponse de E-cm suit un schéma argumentatif pour justifier la nécessité d'éviter l'évocation directe des mathématiques. Cette justification, d'abord déclarée, est finalement mise en actes.
On peut noter que l'exhibition des réponses incorrectes des élèves n'est pas couplée avec une réflexion sur les difficultés didactiques éventuelles, ce qui apporterait sans doute des arguments venant nuancer le point de vue d'E-cm. Ce manque nous conforte dans le fait que le discours argumentatif d'E-cm comporte une part de rhétorique émotionnelle ainsi que nous l'avons envisagé lorsque nous avons abordé la mise en scène de l'interrogation. En effet, la prise en compte des difficultés didactiques relatives (Figure 99 a) aurait dû contribuer à l'argumentation d'E-cm. Mais E-cm n'a pas choisi d'emprunter la voie de la rhétorique rationnelle.

[264] Pour chacune des dix questions, le nombre de réponses justes est successivement : 1-3-4-2-2-0-5-1-3-4 (Cf. la partie *Annexe des données*). Si on élude le fait qu'une statistique sur un échantillon de taille 5 n'est pas démonstrative, ces résultats ne fournissent quand même pas un argument de conviction car la médiane et la moyenne sont égales à 2.5 réponses justes sur 5.

Plus tard, au cours de ce même entretien, alors que les élèves ont quitté la salle de classe, E-cm donne son point de vue sur la discipline des mathématiques par le biais d'une anecdote familiale dans la séquence 4 (Cf. dans la partie *Annexe des données*). Il rapporte que l'enseignant de mathématiques de son fils, en seconde générale, s'est trompé dans la mise sous forme canonique d'un trinôme de degré 2[265].

> 3-**E-cm** : *j'ai du tout reprendre / je lui ai montré moins b sur deux a // c'est le sommet de la parabole // il a tout d'suite compris / mais qu'est-ce qu'on va les embêter avec tout ça* ?

À un enseignement des mathématiques ostensif et efficace (*le résultat qui compte, je lui ai montré/ il a tout d'suite compris*), E-cm oppose un enseignement discursif (*tout ça*) qu'il associe à la discipline des mathématiques.

Ici, nous observons un glissement du discours de E-cm. D'un discours argumentatif dans le cadre d'un entretien professionnel, E-cm passe, par le truchement d'une anecdote dans la sphère privée, à un discours plus offensif à l'égard de la discipline des mathématiques. D'un point de vue méthodologique relatif à l'expérience d'entretien professionnel, la marge terminale de l'entretien peut se révéler être un contrepoint à l'entretien lui-même, donnant à voir directement le point de vue privé de l'interlocuteur.

Nous venons d'analyser les séquences d'entretien avec E-cm du point de vue expressif. Nous envisageons à présent la situation de calcul vectoriel improvisée par E-cm (Figure 101 a).

Essai d'analyse didactique de la situation de calcul vectoriel

Rappelons les circonstances dans lesquelles E-cm énonce la question n°6 (Figure 101 a) :

- Il évoque la machine numérique familière aux élèves qui fréquentent l'atelier de productique usinage ;
- Il dessine une décomposition vectorielle projetée dans le plan (Ox, Oy)
- Il met en forme les matrices colonnes des points utiles pour modéliser un « *déplacement* » de l'espace.

L'évocation orale du contexte de la machine outil, le mode de représentation de l'espace, le code mathématique (matrice colonne) doivent coïncider pour pouvoir procéder facilement aux additions entre coordonnées homologues. Une procédure possible consiste à convertir la figure du déplacement en matrice colonne, c'est-à-dire à mettre sous la même forme les données sur lesquelles il faut opérer (coordonnées du point A et du vecteur de translation).

La conversion revient alors à exprimer le vecteur de translation (appelons-le v par exemple) sous la forme ($v \left| \begin{matrix} 100 \\ 20 \\ 0 \end{matrix} \right.$) en explicitant la troisième composante, nulle, qui n'est pas évoquée

265 Le programme de mathématiques de seconde générale indique : « les résultats concernant les variations des fonctions polynômes de degré 2 (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes sont donnés en classe et connus des élèves, mais peuvent être partiellement ou totalement admis » (BOEN n°30 du 23/07/2009).

verbalement. Précisons que, dans le programme de mathématiques de la filière productique usinage, la description analytique des vecteurs de l'espace n'apparaît qu'en terminale. Nous pensons donc qu'il y a peut-être deux sources de difficulté : l'une étant de caractériser la translation et le point image de A par cette translation, l'autre étant de comprendre la matrice colonne comme système de notation positionnelle attribuant à l'abscisse la place sur la première ligne, à l'ordonnée la place sur la deuxième ligne, *etc*.

Examinons à présent les réponses des élèves (Figure 103, première colonne). Nous constatons que :

- Toutes les réponses présentent une confusion sur l'indexation *abscisse/ ordonnée/ cote* ;

Le système positionnel de notation des coordonnées ne semble donc pas compris (Figure 103, troisième colonne) ;

- Toutes les réponses montrent des calculs qui font intervenir les coordonnées du vecteur de translation. Les réponses diffèrent les unes des autres par les calculs faisant intervenir une ou plusieurs coordonnées du point A. Bien que toutes les réponses réalisent une ou des additions coordonnées à coordonnées, les erreurs sont difficiles à interpréter car le sens géométrique est rompu.

Calcul des coordonnées du point B, image de $A\begin{vmatrix}+0\\+12\\+26\end{vmatrix}$ par la translation de vecteur $v\begin{vmatrix}100\\20\\0\end{vmatrix}$		Réponse attendue : $B\begin{vmatrix}0+100\\12+20\\26+0\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}100\\32\\26\end{vmatrix}$
$B\begin{vmatrix}0\\100\\20\end{vmatrix}$	Calcul avec, au plus, une coordonnée de A.	Confusion entre abscisse, ordonnée, cote.
$B\begin{vmatrix}100\\0\\46\end{vmatrix}$	Calcul avec, au plus, deux coordonnées de A.	Confusion entre ordonnée et cote.
$B\begin{vmatrix}20\\112\\26\end{vmatrix}$	Calcul avec, au moins, deux coordonnées de A.	Confusion entre abscisse et ordonnée.
$B\begin{vmatrix}0\\32\\126\end{vmatrix}$	Calcul avec trois coordonnées de A.	Confusion entre abscisse et cote.

Figure 103 : Analyse des erreurs dans les réponses.

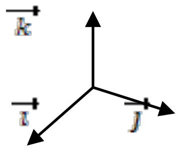
Notre travail est centré sur l'analyse des discours enseignants. Ces quelques réponses restent difficiles à interpréter dans la mesure où notre protocole de recueil de données n'est pas conçu pour l'observation des procédures élèves ; de plus, nous n'avons pas assisté aux moments d'enseignement-apprentissage précédant ce moment d'évaluation improvisé. Nous rencontrons donc sur ce point un imprévu expérimental qui nous oblige à exploiter les résultats avec prudence. Cependant, nous pouvons nous prononcer sur deux éléments importants dans le cadre de notre approche inter didactique.

Le premier élément concerne la coordination de programmation des contenus disciplinaires. Alors que le repérage cartésien dans l'espace (tridimensionnel) est abordé dès la seconde dans les disciplines technologiques (construction mécanique et productique usinage), celui-ci n'est abordé qu'en terminale dans la discipline générale mathématiques-sciences physiques et chimiques, l'introduction des vecteurs dans le plan étant faite en première pour les filières du groupement B[266] :

> **3.2 Vecteurs 2**[267]
> L'objectif de ce module est d'aborder le repérage dans l'espace ainsi que des notions vectorielles simples. Le passage du plan à l'espace se fait de façon intuitive.
> **Capacités** : calculer la norme d'un vecteur dans un repère orthonormé dans l'espace.
> **Connaissances** : dans l'espace muni d'un repère orthonormé : coordonnées cartésiennes d'un point ; coordonnées d'un vecteur ; norme d'un vecteur.
> (Programmes de mathématiques et sciences physiques et chimiques- Classe de terminale professionnelle, BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009, p. 22)

Le second élément concerne la sémiotique disciplinaire relative au repère de l'espace. Dans les documents techniques, le dessin de la base orthonormée permettant de décomposer les vecteurs est toujours détaché du dessin des vecteurs. E-cm représente implicitement une telle base (Figure 99 a). Il faut comprendre que cette base appliquée en *A*, constitue alors un repère affine permettant de modéliser le déplacement de *A*. L'enseignant E-cm a probablement cherché à faciliter le travail des élèves en proposant un vecteur de translation dans un plan, ce qui lui a permis d'en dessiner la décomposition dans la « *vue de dessus* ».

Dans la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques, on peut noter deux différences didactiques : le repère est représenté en perspective cavalière et l'origine du repère est explicitée. Pour illustrer cette assertion, nous citons un extrait de l'énoncé[268] qu'un enseignant de mathématiques-sciences physiques et chimiques propose, sur son blog personnel, en terminale bac pro (groupe B) :

> On souhaite calculer la distance entre le boîtier et le détecteur de la chambre pour s'assurer du bon fonctionnement. On installe le détecteur à 2m20 du sol.
> On souhaite repérer les deux appareils dans la chambre. On introduit pour cela un repère :
> - centre O (angle au sol en dessous du détecteur de mouvement)
> - vecteurs unitaires ($\vec{\imath}$ $\vec{\jmath}$ $\vec{k}$). (norme égale à 1m)
>
> 
>
>
> (Ressource ouverte www.mathssciences.fr/)

[266] Rappelons que les filières professionnelles sont classées en trois groupes :
- le groupe A des filières de l'électronique ;
- le groupe B des filières de l'industrie, de la construction, de la mécanique dans lequel la filière productique usinage est répertoriée ;
- le groupe C des filières de services (domaine tertiaire).

[267] La rubrique **Vecteurs 1** est celle décrite en première.
Le module 1 aborde les notions vectorielles élémentaires dans le plan muni d'un repère orthonormal.

[268] Nous avons placé l'énoncé complet dans la partie *Annexe des documents*.

Cette différence sémiotique exprime une différence relative à l'espace de travail géométrique : en technologie, l'espace est affine euclidien (sans origine absolue) alors qu'en mathématiques, l'espace est euclidien (avec une origine absolue).

Analyse de l'évocation « je suis sur une commande numérique ».

Analysons à présent la séquence 2 dans laquelle l'enseignant E-cm improvise dix questions de mathématiques pour montrer le niveau faible de ses élèves en mathématiques. Nous avons choisi de n'analyser qu'une seule de ces questions, celle qui porte sur les vecteurs. Trois raisons expliquent ce choix : d'une part, cet objet mathématique est relatif à la conversation analysée (chapitre 3) ; ensuite cet objet apparaît dans les trois disciplines de la filière productique usinage de façon importante et, en conséquence, il permet d'organiser une comparaison systématique.

Par l'évocation « *je suis sur une commande numérique* », la question mathématique du calcul des coordonnées d'un point translaté est placée par E-cm dans une relation de proximité cognitive pour les élèves. C'est, en effet, dans l'atelier de productique usinage que les élèves apprennent en situation à régler les machines à commandes numériques. Les documents écrits, les questions de calculs, les enjeux de ces calculs prennent leur sens dans la situation de préréglage et de réglage des machines-outils. Nous observons là une figure de dialogue asynchrone (Bernié *et alii*, 2003) entre la discipline de construction mécanique et celle de productique usinage. La phrase d'E-cm vise à activer la mémoire des élèves pour enseigner les mathématiques (Matheron, 2001) : évoquer une activité générique de *l'autre* discipline, la discipline professionnelle, permet d'évoquer la sémiotique des machines à commandes numériques (Figure 101 b). E-cm produit une notation mimant l'affichage que renvoie une machine à commandes numériques (Figure 101 a) : l'alignement en colonnes sans parenthèses, l'explicitation des signes, le format numérique entier. On a ici une information différente de celle de l'analyse épistémologique précédente : la sémiotique des coordonnées vectorielles des disciplines spécialisées se calque sur celle d'artefacts instrumentaux.

Nous venons de traiter deux corpus d'entretien : l'un avec un enseignant de productique usinage, l'autre avec un enseignant de construction mécanique. L'analyse des discours enseignants nous a apporté des informations sur les modes d'occurrence de mathématiques dans ces disciplines mais aussi sur la façon dont les enseignants développent un mode d'enseignement qui leur est propre, à partir de leur ressenti à l'égard de la discipline des mathématiques. Nous allons à présent orienter notre enquête du côté de la discipline des mathématiques-sciences physiques et chimiques. Nous allons pour cela utiliser un mode de recueil de données différent. En effet, l'occasion d'une formation en mathématiques nous a permis de rencontrer un collectif d'enseignants de mathématiques-sciences physiques et chimiques. Notre but étant avant tout d'étudier les modes d'enseignement des mathématiques par les disciplines autres que celle des mathématiques, il nous a paru opportun d'orienter les questions vers la liaison entre les enseignements par la discipline des mathématiques préconisée par les textes officiels dans les filières des domaines industrielles. Nous avons aussi cherché, d’une part, à mettre en relation la polyvalence de ces enseignants et la réalisation de cette liaison et, d’autre part, à questionner les objets mathématiques en tant que repères disciplinaires.

8.3. La relation des élèves aux mathématiques vue par des enseignants de mathématiques de LEP

Nous analysons ici un sondage réalisé auprès de 47 enseignants de mathématiques de lycée professionnel. Ces enseignants sont polyvalents : ils enseignent trois matières générales (les mathématiques, les sciences physiques, les sciences chimiques) dans des filières professionnelles, c'est-à-dire des filières où coexistent une discipline technologique et une discipline professionnelle.

Ce sondage a été réalisé lors d’une journée de formation continue[269] en géométrie sur le passage de l’espace au plan qui constituait une innovation dans le programme de 2009[270] qui est toujours en vigueur. Il s’agit d’un stage systématique d’harmonisation de la lecture du texte officiel, sans biais lié à des candidatures individuelles. La description complète et circonstanciée de ce sondage est consultable dans la partie *Annexe des données*.

8.3.1. Présentation du sondage

Six questions ont été posées *via* un formulaire écrit, de façon libre et anonyme :

Q1 : quelle est votre formation initiale (discipline principale, niveau) ?
Q2 : avez-vous collaboré ou collaborez-vous avec une autre discipline ?
Si oui avec laquelle ?
Q3 : selon vous, quels sont les savoirs de vos élèves en calcul ?
Q4 : selon vous, en calcul, quels sont les savoir-faire acquis par vos élèves ?
Q5 : selon vous, quels sont les savoirs de vos élèves en géométrie ?
Q6 : selon vous, en géométrie, quels sont les savoir-faire acquis par vos élèves ?

Les questions posées lors de ce sondage ont abordé trois thèmes : le premier est relatif à l’identité professionnelle d’enseignant polyvalent de mathématiques (Q1) ; le deuxième est relatif à la collaboration de la discipline des mathématiques avec une autre discipline (Q2) ; la troisième traite de la représentation que les enseignants ont des compétences mathématiques des élèves (Q3, Q4, Q5, Q6).

[269] Ce stage, commandé par l’inspection académique de Nice suite à la réforme des lycées, a été reconduit chaque année entre 2010 et 2014. Destiné à un public mixte d’enseignants novices ou expérimentés, il avait pour objectif la lecture du programme de mathématiques, dans une perspective de liaison des enseignements aux spécialités professionnelles : résolution de problèmes, représentation dans l’espace de solides, réinvestissement de la géométrie plane du collège...

[270] Programme de mathématiques- sciences physiques et chimiques des filières professionnelles, niveaux et groupements de spécialités confondus (BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009).

La taille de l'échantillon étant suffisante, nous rendons compte de ce sondage par trois graphiques statistiques (Figures 104, 105, 106).

8.3.2. Analyse du sondage

Nous analysons deux groupements de réponses : d'abord aux questions Q1 et Q2 qui portent sur l'histoire personnelle de l'enseignant puis aux questions Q3, Q4, Q5 et Q6.
La forme et le sens des questions sont critiqués, ou justifiés, au fur et à mesure de l'analyse des réponses.

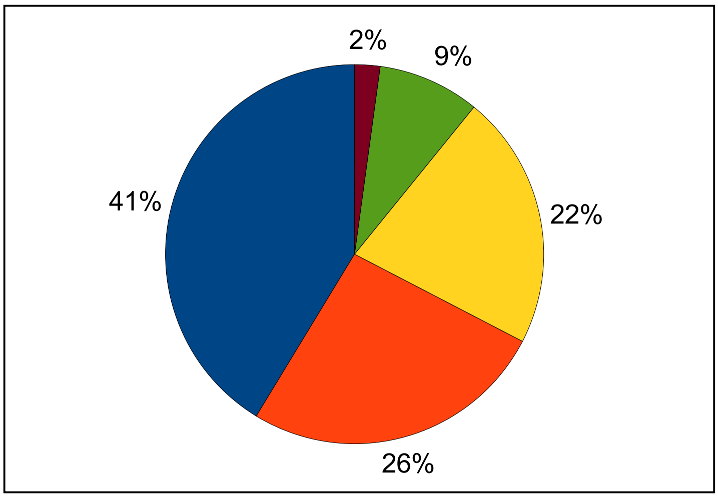
Analyse des réponses aux questions Q1 et Q2

Le premier diagramme (Figure 104) apporte des informations sur le lien que les enseignants ont construit dans leur histoire personnelle avec les mathématiques qu'ils enseignent. Il suggère que la discipline des mathématiques est portée par une communauté hétérogène d'enseignants, ce qui, *a priori*, implique une pluralité de façons de vivre ce lien dans leur enseignement des mathématiques.

D'un point de vue institutionnel, on peut se demander ce qui justifie que la polyvalence des enseignants sur un bloc de disciplines scientifiques soit requise dans les lycées professionnels et non dans les lycées généraux. Nous avons vu que l'organisation institutionnelle de l'enseignement professionnel a adopté différentes postures au cours de son histoire, hésitant entre plusieurs affiliations (chapitre 2) : à l'enseignement primaire, au monde professionnel ou à l'enseignement secondaire. La polyvalence requise des enseignants semble traduire une attraction vers l'enseignement primaire, c'est-à-dire vers un enseignement d'objets fondamentaux, pas nécessairement bien coordonné aux besoins des disciplines technologiques dont les modèles théoriques sont mathématiquement évolués.
Dans les lycées généraux, la polyvalence enseignante n'est pas requise mais semble avoir comme pendant, la maîtrise d'une culture scientifique pluridisciplinaire. Cela s'illustre dans le cadre de certaines activités professionnelles telles que l'encadrement puis l'évaluation des travaux personnels encadrés ou la mise en œuvre de l'accompagnement personnalisé. Cela peut cependant susciter des réticences[271] de la part des enseignants. On peut conjecturer qu'au lycée général, pour des raisons principalement historiques, la polyvalence enseignante est perçue comme un signe d'affaiblissement du domaine d'expertise et donc du rayonnement professionnel.
Pour plus des trois-quarts des enseignants (76%) ayant participé au sondage, la formation supérieure initiale s'est déroulée dans un champ dominant autre que celui des mathématiques

[271] Exemple de réticence ou de difficulté ressentie par les enseignants : un TPE sur la cartographie des constellations se voit assigner un jury pluridisciplinaire constitué d'un enseignant de sciences physiques et d'un enseignant d'histoire. Le deuxième déclare ne pas connaître la loi de la gravitation universelle. (Témoignage d'un enseignant de sciences physiques en 2015)

(physique, chimie, informatique). Nous mettons ce résultat en relation avec le taux de collaboration disciplinaire.



Physique	41%
Chimie	26%
Mathématiques	22%
Informatique	9%
Mathématiques appliquées	2%

Figure 104 : Formation initiale des enseignants de mathématiques–sciences physiques et chimiques, avril 2011.

A la question Q2 (*avez-vous collaboré ou collaborez-vous avec une autre discipline ? Si oui avec laquelle ?*), 10 enseignants sur 47 (21%) citent une discipline avec laquelle en tant qu'enseignant polyvalent de mathématiques il s'est engagé récemment. Les disciplines citées sont diversifiées : *topographie, construction bâtiment, électricité, hygiène, histoire, paramédical, vente et commerce* (4 occurrences). Un enseignant de mathématiques-sciences physiques et chimiques est susceptible de collaboré avec plusieurs disciplines, cela dépend du nombre de filières dans son service.

On devine que pour les dernières d'entre elles les procédures de calcul numérique seront au centre de la collaboration disciplinaire. Il est possible qu'une discipline identifiée comme très mathématisée (3 occurrences sur 10) telle que la topographie ne favorise pas la collaboration avec la discipline des mathématiques.

Le sondage ne permet pas d'éclairer cette hypothèse. Cependant le croisement avec les deux discours précédemment étudiés (§ 8.1. et § 8.2.) et les analyses du chapitre suivant sur l'approche des vecteurs (§ 9.3.) suggèrent que les enseignants des disciplines technologiques mathématisées ont des stratégies de reconstruction de l'enseignement des objets mathématiques et savent se passer plus ou moins de la discipline des mathématiques.

Analyse des réponses aux questions Q3, Q4, Q5et Q6

Les deux diagrammes suivants (Figures 105 et 106) rendent compte des réponses aux questions Q3, Q4, Q5, Q6 que nous rappelons :

Q3 : selon vous, quels sont les savoirs de vos élèves en calcul ?
Q4 : selon vous, en calcul, quels sont les savoir-faire acquis par vos élèves ?
Q5 : selon vous, quels sont les savoirs de vos élèves en géométrie ?
Q6 : selon vous, en géométrie, quels sont les savoir-faire acquis par vos élèves ?

Aucune des réponses collectées ne distingue les catégories savoir et savoir-faire. Nous escomptions faire la différence entre les techniques mathématiques et les propriétés des objets mathématiques tout en gardant une formulation très ouverte. Nous ne souhaitions pas par exemple proposer une liste d'objets mathématiques enseignés. Les enseignants ont répondu de façon synthétique par couple de questions (Q3, Q4) dans le champ du calcul (Figure105) puis (Q5, Q6) dans le champ de la géométrie (Figure 106).
Dans 46 réponses sur 47, les réponses sont sous forme de courte liste, ce qui est explicable vu le court temps consacré à ce sondage et la direction volontairement informelle qui lui était donnée (fin de matinée de formation continue). Une seule réponse est rédigée sous forme de phrases, laquelle coupe court à toute énumération : « *Ils* [les élèves] *ne fixent rien* ».
Nous avons comptabilisé et ordonné les occurrences d'un même objet mathématique enseigné parmi les 47 réponses.
Un inconvénient de la forme des questions (« *citez des savoirs ou savoir-faire* … », « *quels sont les savoirs ou savoir-faire* … ») est qu'elle induisait un type de réponse positif. Toutefois, nous pensons que la diversité et le nombre des réponses corrigent ce biais ; aucun objet mathématique n'étant suggéré.
La liste (ou schéma énumératif) d'objets enseignés peut être facilitée par leur mise en texte à l'intérieur d'un programme : dans ce type de texte, les objets mathématiques sont nommés, isolés, considérés comme items d'une liste à enseigner. Comme nous l'avons vu (chapitre 7), les disciplines technologiques disposent de référentiels centrés sur des activités technologiques génériques et non de programmes centrés sur des objets mathématiques alors que les enseignants de mathématiques ont une ressource descriptive déjà « prête ».

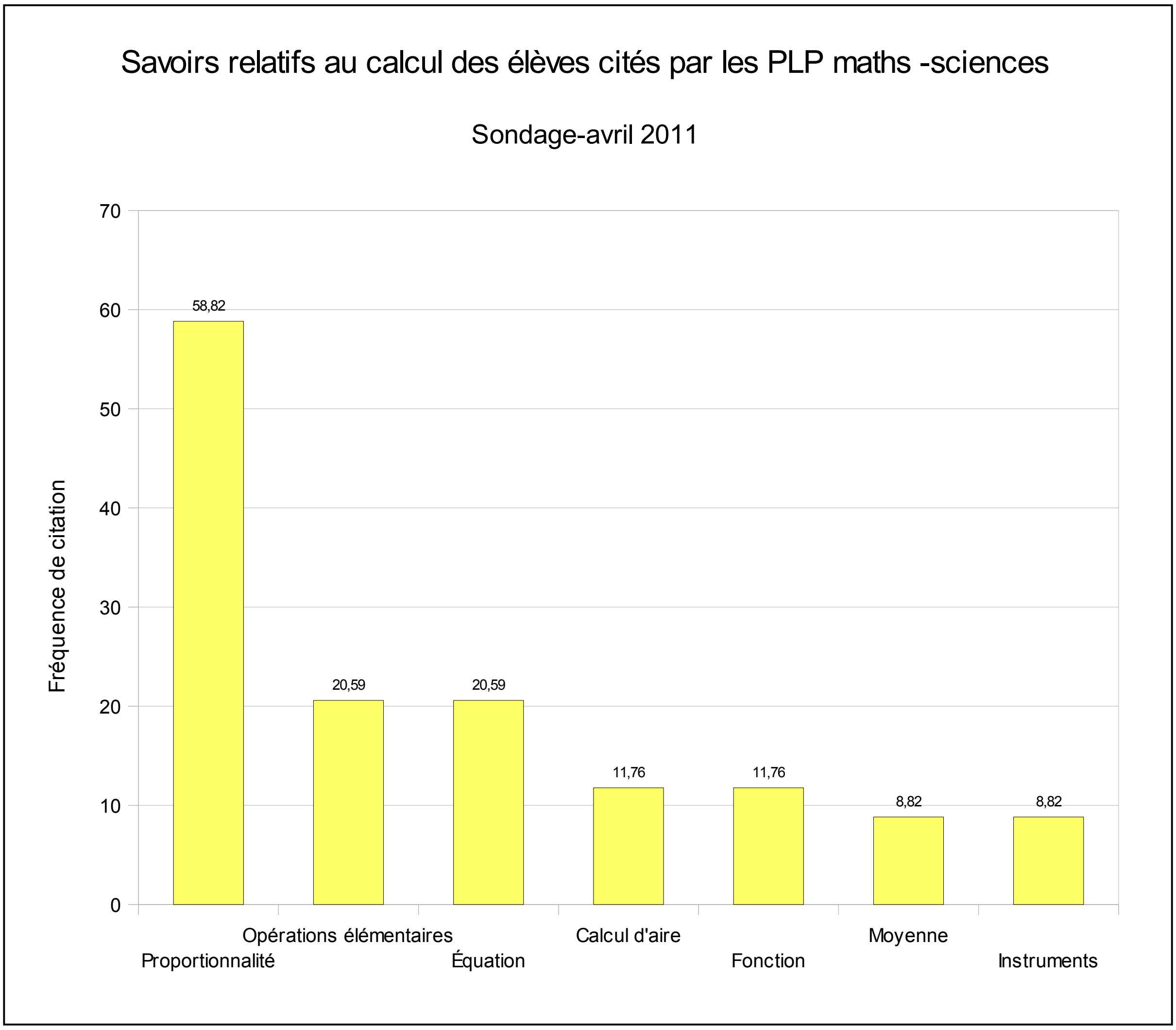


Figure 105 : Connaissances en calcul des élèves selon les enseignants de mathématiques-sciences physiques et chimiques.

On peut noter enfin que les enseignants de mathématiques citent fréquemment comme maîtrisés des objets mathématiques dont les enseignants des disciplines technologiques interviewés (E-pu1, § 8.1. ; E-cm, § 8.2.) ont signalé la connaissance lacunaire chez leurs élèves dans le cadre de leur discipline.

La proportionnalité, les opérations élémentaires, la résolution d’équation (du premier degré à une inconnue dans l’ensemble des réels), les grandeurs seraient ainsi des objets mathématiques enseignés et appris (Figures 105, 106).

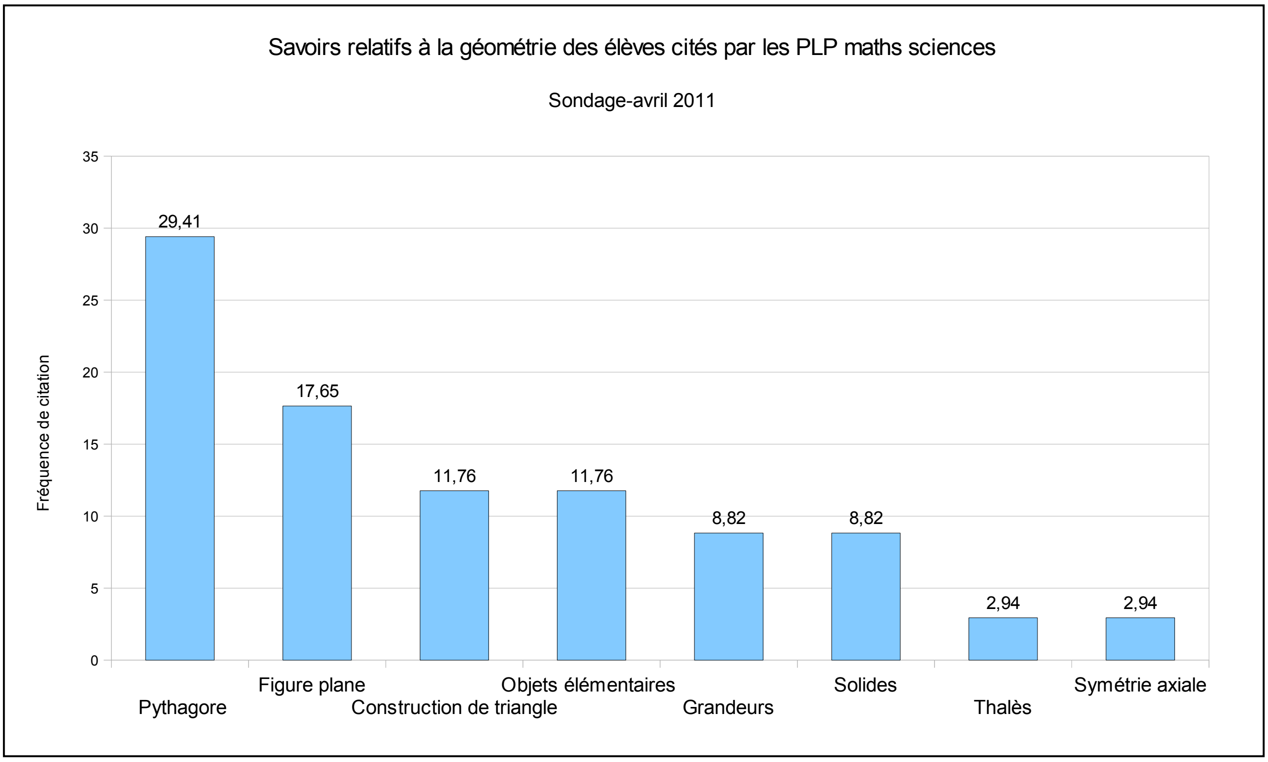


Figure 106 : Connaissances en géométrie des élèves de lycée professionnel selon les enseignants de mathématiques**.**

Le concept de proportionnalité et le théorème de Pythagore s'imposent comme des objets mathématiques de référence et provoquent des écarts d'appréciation entre les enseignants des différences disciplines. Or, pour le concept de proportionnalité, alors que près de 60% des enseignants de mathématiques le considèrent comme acquis, E-pu1 et E-cm dans les entretiens que nous avons réalisés avec eux citent deux situations où le modèle de la proportionnalité n'est pas reconnu : la relation rayon/diamètre ; les conversions d'unité du centimètre au millimètre.

Concluons sur deux différences disciplinaires de perception :

- À la différence des enseignants de productique-usinage (E-pu1) et de construction mécanique (E-cm), les enseignants qui sont des spécialistes désignés de l'enseignement des mathématiques ne considèrent pas les élèves comme ignorants ou incompétents en mathématiques, exception faite de l'unique réponse parmi les 47 sondés qui indique : « *ils* [les élèves] *ne fixent rien* » ;
- À la différence des enseignants de disciplines technologiques, les enseignants de mathématiques ne rencontrent pas la difficulté que représente le transfert des savoir-faire mathématiques hors de l'environnement de leur apprentissage.

Le sondage met en lumière une représentation de la relation des élèves aux mathématiques globalement construite sur le curriculum de mathématiques.

8.4. Discussion : approche comparatiste du rapport savoirs/compétences des trois disciplines de la filière productique-usinage

Un enseignant se construit une représentation du rapport que ses élèves ont aux des mathématiques à travers ses discours et ses expériences professionnelles. Cette représentation renvoie elle-même au rapport que l'enseignant, en tant qu'acteur disciplinaire, construit entre savoir mathématique et compétence en mathématiques, entre ce qu'on peut dire d'un objet mathématique et ce qu'on peut en faire avec en situation.

À l'instar de Vergnaud (2006, en ligne) qui différencie les *compétences prédicatives* et les *compétences opératoires*, nous plaçons le savoir du côté des compétences prédicatives qui permettent d'approcher analytiquement les situations et de relativiser les objets mathématiques entre eux. Dans son approche de la conceptualisation scientifique[272], Vergnaud (*ibid.*) a montré que l'existence de compétences opératoires n'implique pas l'existence de compétences prédicatives.

Nous allons montrer que, selon le rapport qu'ils établissent entre savoirs et compétences, les enseignants ont tendance à focaliser plus ou moins souvent leur point de vue sur l'implication :

l'existence de compétences prédicatives implique l'existence de compétences opératoires

ou sur sa forme contraposée, logiquement équivalente :

l'absence de compétences opératoires implique l'absence de compétences prédicatives.

Nous pensons que ce rapport est en grande partie construit par le langage disciplinaire. En effet, bien que moins d'un quart des enseignants de mathématiques aient été initialement formés en mathématiques (Figure 104), la majorité d'entre eux reconnaît des savoirs ou savoir-faire en mathématiques à leurs élèves : les enseignants de mathématiques sondés citent en moyenne plus de trois items[273]. On peut assimiler cette position à celle de Vergnaud : un élève peut avoir des savoir-faire en mathématiques qu'il sache ou non en parler.

Au contraire des enseignants de mathématiques, les enseignants de disciplines technologiques sont réticents à l'idée de reconnaître des savoirs ou savoir-faire en mathématiques à leurs élèves.

L'enseignant E-pu1 déclare « *ne rien voir qui lui saute aux yeux* » (380) puis à plusieurs reprises « [devoir] *reprendre tout à la base* » (364, 414, 420).

---

[272] Dans la partie 2 (§ 1.1.2.1. *De l'objet au concept*), nous avons donné la définition de *concept scientifique* selon Vergnaud et discuté le sens de *conceptualisation.*

Selon Vergnaud (1982), la conceptualisation d'un objet mathématique correspond à un processus dynamique et social impliquant diverses représentations sémiotiques. Ces représentations ont une valeur instrumentale (opératoire) et sont autant aidantes qu'inductrices d'erreur.

[273] Sur les 47 enseignants de mathématiques- sciences physiques et chimiques ayant participé au sondage, 146 items ont été cités (propriété, concept, procédure, instrument, …).

Pour consulter les données brutes, se reporter au tableau de la partie *Annexe des données*.

L'enseignant E-cm relie directement la question des savoir ou savoir-faire en mathématiques au « *niveau* » des élèves (2) et met en œuvre sur le champ une démonstration en direct de ce niveau (« *tenez on va faire un test* » (2)).
Selon ces enseignants, si l'élève est dans l'impossibilité de réaliser un traitement mathématique (codage, opération), c'est qu'il n'a pas le savoir mathématique correspondant. Les objets mathématiques nécessaires aux disciplines technologiques sont, quant à eux, cités sans être connectés aux élèves, comme des objets qui leur resteraient extérieurs. Selon cette posture, le savoir mathématique implique le savoir-faire en mathématiques. On retrouve cette posture dans des textes de référence qui cadrent les disciplines technologiques.

Pour élucider le rapport entre savoirs et compétences dans la culture du lycée professionnel, nous proposons de nous référer à un document de cadrage officiel commun aux deux disciplines technologiques de la filière productique usinage (la construction mécanique et la productique usinage). Ce document est le *référentiel de formation de technicien d'usinage*[274] que nous avons présenté, en tant que document disciplinaire (chapitre 7).

Dans ce document, le rapport entre savoir et compétence est rendu explicite par l'emploi des mots *association*[275] ou *associé*. Le mot *associé* y est employé pour lier un savoir et une compétence professionnelle ou générale (Figure 107), le mot *savoir* pouvant être compris au sens large pour désigner une distanciation par rapport à des « formes scolaires stabilisées en méthodes » (Lebeaume, 2002, p. 104).

[274] Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche. Arrêté du 16 février 2004 portant création du baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage et fixant ses modalités de préparation et de délivrance. NOR: MENE0400284A.

[275] D'après le CNRTL, le mot *association* désigne aussi bien une action que le résultat de cette action.

L'action d'associer consiste à combiner des personnes, des objets conceptuels ou matériels, des procédés, des ressources dans le but déterminé d'intensifier un effet ou d'augmenter une capacité commune.

Exemples *: association de malfaiteurs, de défense, de recherche, de couleurs, de résistances électriques, association syndicale, professionnelle, culturelle, microbienne, médicamenteuse, libre, rhétorique…*

Le résultat d'une association est groupement constitué mettant en commun ou en interdépendance des connaissances, des activités et des ressources.

Exemples : *association d'idées ; association végétale ; association moléculaire, neurones d'associations, association minérale, association systématique.*

Baccalauréat professionnel Technicien d'usinage

SAVOIRS ASSOCIÉS

S 1. Construction : analyse des produits et étude de comportement
- Démarche productique. Optimisation des données de définition de produit.
- Analyse des données de définition de produit. Analyse fonctionnelle.
- Modélisation des liaisons et des actions mécaniques.
- Cinématique.
- Statique.
- Dynamique.
- Résistance des matériaux.

S 2. Systèmes et techniques de fabrication et de manutention
- Systèmes de fabrication.
- Circulation des produits et des informations.
- Techniques de fabrication par enlèvement de matière.
- Systèmes et procédés de manutention de produits.

S 3. Agencement et gestion des outillages
- Agencement et gestion des outillages de coupe.
- Agencement et gestion des porte-pièces et des outillages de contrôle.

S 4. Coupe des matériaux
- Coupe des matériaux : problématique.
- Outillages de coupe.
- Géométrie, cinématique et dynamique de l'action de coupe.

Figure 107 : Les savoirs associés aux activités professionnelles.
(Référentiel du baccalauréat professionnel de technicien d'usinage, 2004, p. 21).

L'association consiste à former un lien depuis un objet d'un champ théorique vers un objet de culture technique dans le but d'en améliorer la conceptualisation ou de mettre en lumière la dépendance de certaines configurations techniques à un modèle mathématique. Au cours de cette partie 3 et de la partie 2, nous avons rencontré des exemples d'associations entre un objet mathématique et un objet technique :

- La question posée par E-cm (chapitre 8, Figure 101 a) associant la machine à commande numérique au calcul vectoriel ;
- La fiche d'observation conçue par E-pu2 (chapitre 5, Figure 60) associant l'activité de préréglage d'une machine outil avec la sémiotique d'un repère orthonormé affine. Cette fiche montre par ailleurs que l'association est complexe : l'addition de nombres relatifs y est aussi convoquée.

L'association, en tant que procédé didactique, oriente le travail géométrique vers une problématique de modélisation que résume Roditi (2005, en ligne) :

> la démarche de résolution s'appuie sur des objets géométriques qui idéalisent les objets physiques, et sur des savoirs géométriques, mais […] la validation se fait dans l'espace physique […] même si cela n'est pas conforme à la théorie.

Dans cette dynamique d'association d'un objet mathématique à une situation d'activité en temps réel ou différé, le discours de l'enseignant consiste à *décrire* ou *faciliter*[276] :

- E-cm utilise trois registres simultanément pour spécifier le plan où se décompose le vecteur de translation (Figure 99 a) : il pointe avec la craie le dessin tout en donnant oralement sa légende (« *on est là vu de dessus* ») et il marque la place des nombres à déterminer par un point d'interrogation ;
- E-pu2, quand il prépare la fiche d'observation (Figure 60) - réserve des espaces pour placer les acronymes des origines, - prévient la difficulté d'additionner deux nombres négatifs (« *Attention* »), - localise l'information à chercher (« *affiché à l'écran* »).

En résumé, les disciplines technologiques déduisent les savoirs technologiques des pratiques technologiques auxquelles ils sont associés et semblent appliquer ce modèle de rapport entre savoirs et compétences aux mathématiques. Dans cette perspective, on peut se demander si le rapport entre savoirs et compétences technologiques est de même nature que le rapport entre savoirs et compétences en mathématiques dont nous cherchons la représentation dans les discours enseignants.

Nous allons essayer de répondre à cette question en testant le *modèle des niveaux de savoirs* qui se trouve dans le référentiel de productique usinage (Figure 108)[277]. Ce modèle gradue de 1 à 4 les « *niveaux d'acquisition et de maîtrise des savoirs* » en fonction de certaines capacités communicationnelles, techniques ou analytiques.

Niveau 4 de maîtrise méthodologique.
Etre capable de raisonner avec cet objet : mettre en relation avec d'autres objets, anticiper, déduire, expérimenter et induire, ...

Niveau 3 de maîtrise d'outil (ou de savoir- faire).
Etre capable d'appliquer un algorithme, des règles visant un résultat.

Niveau 2 d'expression.
Etre capable d'utiliser le vocabulaire relatif à un objet.
Etre capable de communiquer sur cet objet.

Niveau 1 d'information.
Etre capable de reconnaître une situation impliquant un objet enseigné.

Figure 108 : Le modèle des niveaux de savoirs
(d'après le référentiel du baccalauréat professionnel de technicien d'usinage 2004, p. 22).

[276] Les six fonctions de la technologie enseignante selon Castela (2010) *décrire, faciliter, expliquer, motiver, évaluer, justifier* sont présentées dans le chapitre 7.

[277] Ce modèle est présenté à la page 22 du référentiel ; nous avons reproduit cette page 22 dans la partie *Annexe des documents*.

Les indicateurs de capacités sont à chercher dans les déclarations, l'organisation et l'autonomie des actions observables d'un sujet donné. Si le sujet ne montre pas certaines compétences opératoires, c'est qu'il n'atteint pas le niveau de savoir correspondant. Dans ce modèle, chaque niveau (sauf le premier) « *englobe* » le précédent (Figure 108).
Appliquons ce modèle (Figure 109) pour évaluer le rapport savoirs-compétences en mathématiques relatif à la question posée par E-cm, lors de l'entretien (Figure 99 a). Dans cette question, les élèves devaient déterminer les coordonnées d'un point de l'espace, image d'un point connu par un vecteur de translation connu, l'enseignant ayant fourni les données utiles oralement, par le dessin et par un code mathématique.
Dans la figure 109, nous proposons une répartition des capacités en fonction des niveaux du modèle.

Niveau 4 de maîtrise méthodologique.
Être capable de systématiser la relation entre un point et son image par une translation quel que soit le registre de représentation (dessin, matrice colonne de coordonnées).

Niveau 3 de maîtrise d'outil (ou de savoir- faire).
Être capable d'entreprendre l'addition de deux vecteurs décrits analytiquement.
Être capable d'additionner les coordonnées homologues.

Niveau 2 d'expression
Être capable de capable de coder numériquement un point, un vecteur dans un repère orthonormé 3D, c'est-à-dire d'interpréter le sens positionnel abscisse/ ordonnée/ cote.

Niveau 1 d'information.
Être capable de *reconnaître* un vecteur de translation à partir de
- l'évocation *sur une commande numérique* ;
- la description *faire un déplacement*.

Figure 109 : Analyse de la question posée par E-cm (Figure 101 a) dans le modèle des niveaux de savoirs de la filière productique usinage.

Nous avons placé au niveau maximal le changement de registres sémiotiques au sens où Duval (1995) les définit (chapitre 7). En effet, cette capacité est nécessaire pour reconnaître et maîtriser un concept mathématique référé par différentes formes sémiotiques.
D'après le recueil des réponses (Figure 100), il apparaît que les élèves n'ont pas acquis la sémiotique du repérage cartésien tridimensionnel (niveau 2) et que cela compromet la maîtrise des autres niveaux. Néanmoins, les élèves ont retenu quelques éléments techniques (niveau 3) tels qu'additionner des coordonnées deux à deux, même si l'appariement des coordonnées est confus.
Le modèle des niveaux de savoirs reste donc globalement adapté.

En conclusion, il est possible que le modèle didactique des niveaux de savoirs, institutionnalisé dans les disciplines technologiques, influence le rapport que les enseignants de ces disciplines construisent entre savoirs et compétences en mathématiques et, par conséquent, la représentation qu'ils ont de la relation de leurs élèves aux mathématiques.
Les discours d'enseignants analysés dans ce chapitre ont permis de comparer des représentations du rapport entre le savoir mathématique et les compétences en mathématiques dans les trois disciplines de la filière étudiée.

Nous avons également discuté l'impact des postures épistémologiques véhiculées par les documents disciplinaires de référence :

- D'abord, à travers les représentations plutôt négatives que les enseignants des disciplines technologiques ont des compétences de leurs élèves en mathématiques. L'appréciation négative a probablement à voir avec le modèle des niveaux de savoirs développé dans le référentiel de formation de la filière productique usinage. Dans ce modèle, ne pas savoir faire, ne pas donner à voir des procédures mathématiques implique une lacune dans le savoir mathématique. L'exemple du calcul des coordonnées d'un point image par une translation de l'espace suggère que ce modèle convient pour décrire la conceptualisation d'un objet mathématique ;
- Ensuite, à travers la forme du discours des enseignants de mathématiques. Le schéma énumératif utilisé majoritairement par ceux-ci reproduit les qualités du programme de mathématiques : c'est-à-dire la mise en texte d'un corpus d'objets enseignés et la dénomination et la différenciation des objets mathématiques. Ces deux aspects ne se retrouvent ni dans les dires des enseignants, ni dans la rubrique des savoirs associés du référentiel des activités de la filière productique usinage. Dans les disciplines technologiques, c'est à partir des activités de mesurage et de repérage que s'organisent les références aux objets mathématiques, avec en arrière-plan la problématique du transfert d'objets élémentaires appris en classe de mathématiques.

L'analyse du discours et, par endroits, l'analyse didactique, ont permis d'accéder à des informations objectives (objets enseignés, démarche pédagogique) **et, simultanément, intrinsèquement expressives**. En effet, les discours sont les vecteurs de l'éthos du locuteur, dont nous avons vu la complexité.
Les informations expressives, jamais explicitées dans la documentation institutionnelle et peut-être considérées comme des variables interpersonnelles trop labiles, permettent néanmoins d'entrevoir la qualité des relations entre les disciplines technologiques[278] et la discipline des mathématiques, ainsi que les attentes et les représentations des enseignants des disciplines

[278] La conclusion de la partie 2 définit les disciplines de construction mécanique et de productique usinage comme deux disciplines technologiques malgré leur qualification respective de *technologique* et *professionnelle*. La discipline professionnelle expose en effet un système de savoirs formalisés et problématise les activités dans ce système. Les savoirs enseignés sont donc à la fois pratiques et théoriques.

technologiques interviewés vis-à-vis de cette discipline. Les différents discours analysés, tout en restant singuliers, révèlent, par leur stratégie expressive, des facettes cachées de la discipline des mathématiques, lesquelles répondent à la question de notre problématique : les objets mathématiques enseignés sont-ils reconnus comme tels dans les différentes disciplines ? Le *caché* correspond à un « flou fonctionnel » (Perrenoud, 1993, p.9). Les apprentissages scolaires *cachés* sont ceux « qui échappent à la conscience des principaux intéressés, maîtres, élèves et parents » (*ibid*.). Nous avons obtenu deux types d'informations expressives qui, bien qu'émanant de sources individuelles, sont assez contextualisées par notre analyse pour être considérées comme indicatives de tendances du groupe professionnel :

- D'une part, le schéma narratif du récit de E-pu1 exprime une appropriation du rôle de formation en mathématiques par la discipline technologique et interroge l'efficacité de l'enseignement général aussi bien dans la formation en mathématiques que dans le processus d'orientation des élèves. En particulier, la discipline de productique usinage « *reprend tout à zéro* », « *tout à la base* » et « *au fur et à mesure* » parvient à mettre l'élève en position de réussir.
- D'autre part, le schéma argumentatif d'E-cm exprime la possibilité d'un enseignement scientifique et technique dans lequel serait volontairement rompue la dépendance didactique à la discipline des mathématiques et dans lequel l'enseignement des mathématiques serait restreint ou implicite. La réplique « *la première chose c'est d'pas parler des maths / de s'détacher / si on peut s'passer des maths / c'est OK* » signale ce point de vue.

Il importe de souligner que ces deux tendances (l'appropriation de l'enseignement des mathématiques et son caractère tacite) relèvent du langage disciplinaire et non du seul champ disciplinaire : c'est le souci de coordonner un contenu scientifique, un contexte de formation et un public d'élèves « *atypiques* » qui fait se développer ces tendances adaptatives. Les enseignants ont une représentation pédagogique de ce qu'ils enseignent : ils décrivent les objets de savoir ou de savoir-faire en même temps que la stratégie inductive qu'ils utilisent pour amener l'élève à rencontrer ces objets : *apprendre en faisant*, *apprendre en apprenant à être autonome, valider par le résultat*. La représentation des savoirs enseignés (qu'ils soient ou non mathématiques) est associée à cette stratégie.

En bref, l'apport didactique de la discipline des mathématiques dans le curriculum est perçu comme faible sur le plan des savoirs et du développement de l'autonomie. Le témoignage de l'enseignant E-pu1 exprime une relation d'étrangeté entre sa discipline et celle des mathématiques, contrevenant à la prescription officielle selon laquelle le recours continuel aux modèles de numération positionnelle, de proportionnalité, de géométrie devrait créer une continuité entre l'une et l'autre. Bien que la productique usinage et la construction mécanique soient mathématisées, la discipline des mathématiques n'est pas le pivot des relations interdisciplinaires. C'est la discipline de construction mécanique qui tient ce rôle de référence, puisque l'enseignant E-pu1 la met au nombre des « *sciences dures »*[279] ainsi qu'en témoigne l'extrait conversationnel ci-dessous :

> 34 **E-pu1 :** euh / onze à douze heures hebdomadaires
> 35 Ch : ah oui / quand même
>
> 36 **E-pu1 :** euh y compris la construction euh // ouais non c'est bon
>
> 37 Ch : ça veut dire quoi y compris la construction ?
>
> 38 **E-pu1 :** y'a l'dessin avec
>
> 39 Ch : c'est à dire que vous faites l'enseignement en deux temps ?
>
> 40 **E-pu1 :** voilà euh / y' a un enseignant spécialisé sur la partie des sciences dures euh et ensuite nous on fait la modification des dessins industriels
>
> 41 Ch : d'accord //donc c'est pas vous qui faites le dessin / mais vous vous concertez avec euh votre collègue ?
>
> 42 **E-pu1 :** oui puisqu'on // de fait / en tant qu'usineur / j'ai des qualifications de dessin pour pouvoir modifier euh/ et prendre des mesures

D'un point de vue factuel, chaque discours signale des lacunes dans l'apprentissage d'objets mathématiques élémentaires de niveau collège : écriture numérique, conversion, caractérisation du cercle, équation du premier degré à une inconnue…

Un contraste important est alors révélé sans pourtant être discuté par les enseignants interviewés : le contraste entre ces objets mathématiques élémentaires dont ils déplorent la non maîtrise et les modèles mathématiques complexes nécessaires aux disciplines technologiques de la filière productique usinage (changement de repère 3D, translation et rotation dans repère euclidien 3D, caractérisation vectorielle de relations mécaniques, variabilité des grandeurs).

Outre le rapport entre savoirs et compétences en mathématiques, le rapport entre temps d'apprentissage et autonomie de l'élève apparaît déterminant pour comparer les disciplines du point de vue de l'enseignement des mathématiques. Selon E-pu1, la discipline de productique-usinage donne du temps pour apprendre, guider, ré-enseigner les éléments de mathématiques, rend l'élève autonome et conscient de ses qualifications. L'enseignant apparaît comme un tuteur non directif : son rôle est de pointer l'objectif à atteindre en termes de compétences, de problématiser les activités et d'en organiser les données (documentation, outils, temps scolaire) pour que l'élève se mette en mouvement vers cet objectif. Si l'on se réfère aux trois figures de tutorat que D. Violet[280] (2005) a isolées dans le cadre de la formation professionnelle des

[279] Tours de parole 35 à 42 dans la séquence 2 consultable dans la partie *Annexe des données*.

[280] Dans le cadre de la recherche sur la formation des enseignants, D. Violet (2005) propose trois figures mythiques comme métaphores des aides possibles pour un novice :

-**Prométhée** qui aliène sa vie au destin de l'humanité en volant le feu, représente l'aide directe et réfléchie d'un expert. Cette aide peut être aliénante ;

-**Hermès** qui laisse le pèlerin égaré mais lui désigne le ciel où se trouve un moyen de se guider par les étoiles, représente l'aide indirecte qui préserve l'individualité du novice. Ce type d'aide se révèle difficile si le novice n'a pas d'autonomie pour se guider par les étoiles ;

enseignants, l'enseignant de productique-usinage incarnerait, selon le témoignage de E-pu1, la figure d'Hermès, c'est-à-dire celui qui n'expose pas son expertise à la vue de tous mais apporte une aide indirecte au novice au moment propice : l'élève est conduit et parfois éconduit jusqu'à la résolution de ses erreurs. Les interventions suivantes expliquent en quoi consiste l'autonomie de l'élève et en quoi elle procède d'un choix de pratiques disciplinaire :

> **254 E-pu1** : voilà il a un objectif à atteindre / on l'en informe en début de séance //s'il a pas atteint l'objectif / il voit bien que // il faudra refaire
> **310 E-pu1** : soit je signale l'erreur soit/ si elle met pas en jeu la sécurité des matériels / des fois on les laisse louper
> **320 E-pu1** : dire bon ben voilà ça marche pas / ensuite on s'pose / on analyse / c'est justement no't credo / apprendre en faisant […]
> **454 E-pu1 :** […] / i's sont pas habitués en sortant d'collège / i's sont très maternés en collège et / chez nous / i's sont très autonomes / vite / tout d'suite / donc on leur donne une procédure de deux / trois / quat' pages / comme vous verrez / c'est assez détaillé sur le TP qu'j 'vous ai passé / et i's sont sur la machine / on attend l'résultat / enfin / moi quand j'en ai quinze / sept machines qui tournent et cinq ici (*la salle de lancement*) / j'peux pas rester derrière chaque minot

Cependant, une analyse précédente, celle d'une conversation entre un enseignant de productique usinage et son élève, nous a montré que l'autonomie de l'élève est conditionnée par ses compétences de lecture sans lesquelles un accompagnement proche devient nécessaire pour lier les tâches entre elles (chapitre 5 *Les ressources langagières de la productique usinage*). L'enseignant-tuteur à la façon d'Hermès apparaît comme une figure idéalisée.
A la recherche des modes d'enseignement apparents ou cachés des mathématiques dans les disciplines technologiques de la filière productique usinage, notre démarche a d'abord été exploratoire (chapitre 5). Nous avons ensuite procédé à la comparaison de discours généraux sur les mathématiques dans ces disciplines de cette filière en nous intéressant aux représentations possibles du rapport entre savoirs et compétences. Dans le chapitre à venir, nous resserrons notre comparaison en prenant un objet mathématique particulier, enseigné dans les trois disciplines : les vecteurs.
Après avoir justifié le choix de cet objet, nous procéderons tout d'abord à une analyse épistémologique *a priori* de l'objet vecteur, ceci nous amènera à des considérations historiques relatives soit à l'évolution du concept mathématique, soit à l'évolution de l'enseignement de cet objet. Ensuite, nous analyserons l'objet *vecteur* dans la filière productique usinage par deux entrées :

- Premièrement celle des attentes de l'institution relativement aux savoirs et compétences des élèves sur les vecteurs ; pour cela nous analyserons les épreuves du baccalauréat 2010 de productique usinage dans chaque discipline (mathématiques, productique usinage et construction mécanique) ;
- Deuxièmement celle des dires enseignants sur l'enseignement des vecteurs.

-Epiméthée qui ouvre la boîte de Pandore où se trouvent les difficultés posées par autrui, représente l'aide spontanée d'un pair.

Chapitre 9 : Comparaison de l'enseignement des vecteurs entre les trois disciplines de la filière productique usinage

Ce chapitre est consacré à la comparaison de trois disciplines de la filière productique-usinage à travers leur enseignement de l'objet mathématique *vecteur*. Les trois disciplines comparées sont la productique usinage (qui donne son nom à la filière), la construction mécanique et les mathématiques. En effet, l'adaptabilité du modèle vectoriel fait que les corpus théoriques propres à chacune de ces disciplines mobilisent de façon importante le champ conceptuel des vecteurs.

Dans chaque discipline, nous nous intéressons à la diversité des significations de l'objet *vecteur*, à ses fonctions dans les raisonnements mis en œuvre et aux modalités sémiotiques de sa communication.

Rappelons que les modalités sémiotiques[281] concernent tous les procédés indiciels, iconiques ou symboliques employés dans le but de désigner des vecteurs, d'effectuer des traitements ou, plus largement, de discourir sur ces actions. Quelles variations peut-on observer d'une discipline à l'autre concernant la définition ou l'emploi de l'objet *vecteur* ? Quels modes d'exposition didactique sont favorisés selon la fonction de l'objet ? Telles sont les questions que nous nous sommes posées à propos de vecteurs.[282]

Le mot *vecteur* désigne un champ conceptuel vaste, polysémique, dont la genèse emprunte à la fois à la géométrie, à l'algèbre et aux sciences physiques. L'histoire de l'enseignement des vecteurs au lycée témoigne, quant à elle, du caractère évolutif et sélectif des fonctions accordées aux vecteurs. En raison de la complexité et de la polysémie du concept de vecteur et en préalable à notre entreprise comparative, nous rappelons tout d'abord l'évolution du construit conceptuel de l'objet *vecteur*. Ensuite, nous mettons en perspective cette évolution scientifique avec l'évolution du vecteur comme *objet d'enseignement*.

Notre démarche comparatiste se fondera tout d'abord sur une analyse épistémologique du champ conceptuel des vecteurs dans chaque discipline : nous observerons à partir de la

[281]Les modalités sémiotiques ont été présentées dans la partie 1 à l'occasion de la présentation des outils et méthode de l'interdidactique.

[282]Cette partie a fait l'objet d'un article publié dans la revue Spirale 54 en 2014, 103– 128.

documentation disciplinaire les situations mobilisant l'objet vecteur. Cette section étudiera donc les représentations et les attentes de l'institution et de la communauté disciplinaire à travers leurs discours. Nous nous demanderons en quoi ces discours sont porteurs du langage disciplinaire.

Notre démarche comparatiste se fondera ensuite sur l'analyse des discours enseignants à propos des vecteurs et de leur enseignement. Nous disposerons alors d'un point de vue, singulier et interne à une discipline, des conditions qui façonnent le discours enseignant sur les vecteurs. Les entretiens analysés dans cette partie sont à mettre en perspective avec certaines séquences conversationnelles précédemment étudiées (chapitres 5 et 8, séquence 7) à propos du référentiel d'une machine.

Notre conclusion fera le point sur les procédés langagiers propres aux disciplines pour enseigner les vecteurs et interrogera la cohérence de la formation scientifique au sein de la filière (dans le cas de l'objet *vecteur*) déclarée comme enjeu majeur par le Haut Conseil de l'Éducation sur l'enseignement professionnel (2009 b, p. 23) dans la perspective d'une reconstruction du sujet scolaire et de sa formation tout au long de la vie :

> La qualité de l'enseignement professionnel repose sur la bonne articulation entre disciplines générales et disciplines professionnelles, qui ne sont pas éloignées dans leurs finalités de formation ; les activités dans l'entreprise et dans les ateliers du CFA[283] et du LP[284] peuvent donner du sens aux mathématiques et au français aux yeux des élèves et apprentis ; dans les formations sous statut scolaire, le « projet pluridisciplinaire à caractère professionnel » (PPCP), qui réunit enseignements généraux et disciplines professionnelles, a pour but de faire percevoir à l'élève l'unité de sa formation. Les disciplines générales sont fréquemment associées à un passé scolaire rejeté, mais un déficit dans ces disciplines empêche la plupart du temps de réussir dans les matières professionnelles. Certes, des élèves et des apprentis de la voie professionnelle ont échoué au collège « à cause » des disciplines générales, mais souvent plus pour des raisons d'ordres didactique et pédagogique que pour des raisons d'ordre cognitif. (HCE, 2009 b, p. 23)

Une des finalités de cette troisième section sera d'apporter des éléments de réponses à la question de la cohérence des discours d'enseignement eux-mêmes. Les élèves peuvent-ils reconnaître l'objet *vecteur* d'une discipline à l'autre ? Quelles représentations des mathématiques ou de la discipline des mathématiques les enseignants livrent-ils à travers leurs discours ? Comme nous l'avons expliqué dans la partie 1, cette question relève du champ de l'interdidactique qu'on se place du point de vue de l'élève ou des enseignants. Cette question s'intéresse aux conditions du partage disciplinaire, celles qui facilitent la compréhension des objets d'une discipline à l'autre ou encore celles qui conduisent à de vains îlots d'enseignements disciplinaires et remettent en cause la profitabilité de certains dispositifs institutionnels.

[283]CFA : contrat de formation en alternance.
[284] LP : lycée professionnel.

9.1. Evolution du construit historique de l'objet vecteur. Mise en perspective avec l'histoire de son enseignement

Dans la filière productique usinage, une première lecture des documentations disciplinaires fait apparaître une diversité de fonctions de l'objet vecteur (Figure 110)[285] :

- une première fonction est de permettre des calculs sur des objets orientés en restant dans le registre graphique. Il s'agit par exemple en construction mécanique de construire la résultante de plusieurs forces, vitesses ou champ appliqués en un point ou encore, en mathématiques, de construire la deuxième diagonale d'un parallélogramme (exemples 1 et 2, Figure 110) ;

- une deuxième fonction est de décrire analytiquement certains objets dirigés et orientés et de traduire les questions de géométrie par des questions de calcul sur les coordonnées. Il s'agit par exemple de repérer des objets divers modélisés géométriquement par un point, de décrire leurs déplacements (exemples 3 et 4, Figure 110) ;

- en construction mécanique, une troisième fonction, au-delà de la modélisation géométrique, est de classer les objets, en ayant au préalable défini une relation d'équivalence de façon informelle. Il s'agit par exemple de classer les surfaces selon leur invariance globale par un déplacement ou une composée de déplacements (exemple 5, Figure 110) ou de classer les zones de contacts entre deux surfaces selon leur invariance par déplacement relatif (exemple 6, Figure 110).

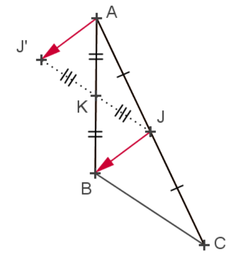
[285] Chacun des exemples cités dans la figure 108 sera situé et discuté dans les documentations disciplinaires au fur et à mesure de la comparaison.

<table>
<tr>
<td>

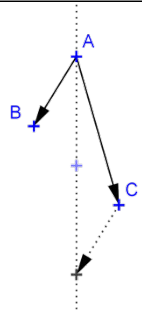
Le vecteur pour représenter graphiquement des objets physiques ou géométriques tels que :

- *un point image par translation,*
- *un milieu* (exemple 1),
- *un symétrique,*
- *une somme vectorielle* (exemple 2).

</td>
<td>



Exemple 1.



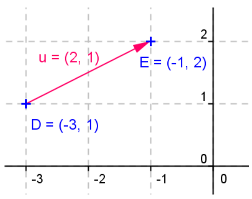
Exemple 2.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

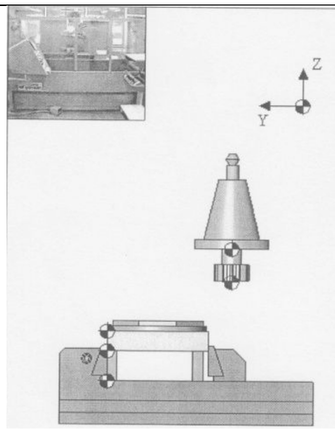
Le vecteur pour décrire numériquement des objets physiques ou géométriques et leurs relations dans l'espace affine euclidien par :

- *des coordonnées cartésiennes* (exemple 3),
- *un longueur,*
- *la distance euclidienne entre deux points,*
- *un coefficient de colinéarité,*
- *un angle orienté,*
- *un moment*
- *une translation* (exemple 4),
- ….

</td>
<td>



Exemple 3.



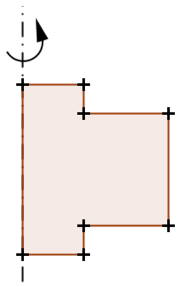
Exemple 4.

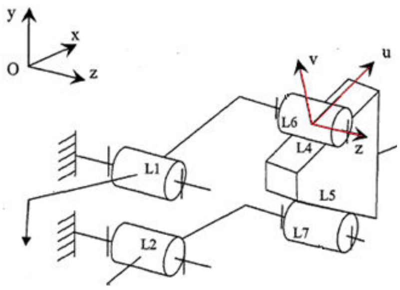
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Le vecteur pour classer des surfaces en lien avec une rotation ou une translation dans l'espace affine euclidien. Ainsi par exemple :

- *les classes d'invariance* (exemple 5),
- *les classes d'équivalence cinématique* (exemple 6).

</td>
<td>


Exemple 5.



Exemple 6.

</td>
</tr>
</table>

Figure 110 : La diversité des fonctions de l'objet *vecteur* dans la filière productique usinage.

Cette première approche nous montre que l'enseignement de l'objet *vecteur* est complexe. Cette complexité provient de la combinaison d'une diversité des situations modélisées par les vecteurs et d'une diversité de références théoriques du champ conceptuel du vecteur. Parmi les questions que soulève la complexité de l'enseignement des vecteurs, nous avons focalisé notre attention sur la répartition inter- ou intra-disciplinaire des fonctions des vecteurs dans la filière d'enseignement étudiée (pour notre part, les mathématiques, la productique usinage et la construction mécanique). Cette focalisation nous a amenée à aborder la construction du champ conceptuel du vecteur, explicatif de la diversité des ses fonctions mathématiques. Nous donnons donc un aperçu du construit historique de l'objet vecteur que nous mettons ensuite en perspective avec un aperçu de l'histoire de l'enseignement des vecteurs.

Nous proposons à présent d'envisager la variété des fonctions épistémologiques du vecteur dans une perspective historique afin de déterminer à quelle partie de la théorie des vecteurs se réfère une discipline à travers les fonctions du vecteur qu'elle mobilise.

9.1.1. Evolution du concept de *vecteur*

Si l'on fait commencer l'histoire des vecteurs (Figure 111), non pas aux dessins de flèches représentant une grandeur physique orientée (Stevin au XVI^e^ siècle), mais aux problèmes d'algèbre nécessitant la création de *nombres imaginaires* (Descartes au XVII^e^ siècle), alors le concept de *vecteur* a un ancrage mathématique. Le développement du calcul géométrique, même sous une forme incomplètement théorisée (vers 1800) renouvelle la résolution de problèmes géométriques. Tant que les dimensions restent celles d'un plan ou d'un espace tridimensionnel euclidiens, le lien entre l'espace physique et l'espace mathématique des vecteurs n'est pas rompu. Chasles (vers 1852) préconise de combiner le calcul vectoriel aux méthodes analytiques qui conduisent à la solution sans être explicatives[286]. Les travaux d'Hamilton, de Grassmann (vers le milieu du XIX^e^ siècle) ouvrent la voie à des espaces de dimension finie mais possiblement supérieure à trois : les vecteurs sont alors des objets fictifs et c'est leurs combinaisons, à travers les lois opératoires, qui sont étudiées. A la fin du XIX^e^ siècle, la théorie des vecteurs développe des outils au service de la physique théorique. Enfin, au début du XX^e^ siècle, la théorie des ensembles permet de définir les applications de façon ensemblistes et d'envisager leurs opérateurs divers dans le cadre d'espaces vectoriels de dimension infinie, revenant ainsi dans le champ des mathématiques.

[286] Préface, page II-V *In* Michel Chasles (1852), *Traité de géométrie supérieure* (1852), 1– 8 (XLII-585 p.-12 p. de pl.), Bachelier, Paris (2^e^ édition par Gauthier-Villars en 1880). http://books.google.fr/

ORIGINE DE L'OBJET VECTEUR	CONSTRUCTION DE L'OBJET VECTEUR
Archétype du vecteur[287] **(**1586 Stevin**)** **Cadre : la mécanique statique dans le plan.** **Fonction** : modèle géométrique d'équilibre de forces. **Technique** : méthode graphique du parallélogramme ; détermination de la résultante.	**Prototype du vecteur** (1797, Wessel ; 1806, Argand**)** **Cadre : géométrie dans le plan euclidien.** **Fonction** : repérage des nombres imaginaires. **Méthode** : règles de calcul dans le plan. **Appellation** : ligne dirigée. **Difficulté** : la description des rotations[288].
Origine du concept de vecteur **(**1637 Descartes**)** **Cadre algébrique : résolution d'équation.** **Fonction de nombres nouveaux :** expression de solutions algébriques autres que réelles. **Appellation** : nombre imaginaire	**Prototype du vecteur** **(**1827 Moëbius ; 1830 Bellavitis**)** **Cadre : géométrie dans le plan affine.** **Fonction** : calcul barycentrique (outil) d'étude de lieux géométrique et de régionnement du plan. **Concepts** : relation d'équipollence : Deux bipoints parallèles et pareillement orientés sont équipollents. **Méthode** graphique des équipollences **Appellation** : lignes d'équipollence
Origine du concept de vecteur **(**1685 Wallis**)** **Cadre algébrique :** expression de solutions algébriques autres que *réelles.* **Image spatiale** : des nombres imaginaires hors de la droite réelle « *en allant en dehors de la droite où, si elles étaient réelles, elles seraient mesurées* ».	**Définition du vecteur** (1810 à 1840 Hamilton) **Cadre algébrique :** recherche d'une généralisation des règles de calcul du plan à l'espace. **Fonction** : modélisation dans une algèbre à 3 dimensions. **Recherche inaboutie** : $a + b.i + c.j$. Apparition de géométrie non euclidienne.
Origine du concept de vecteur **(**1700 Stirling**)** **Cadre algébrique :** solutions autres que réelles. Notation des *nombres complexes.* $\underline{a}\uparrow b$ (mot-dessin[289]).	**Concept de vecteur théorique** **(**1843-1846 Hamilton**)** **Cadre algébrique.** **Fonction** : modélisation dans une algèbre à 4 dimensions. **Concepts** : quaternions $a + b.i + c.j + d.k$. **Appellations** : vecteur, scalaire.
	Unification des raisonnements par leur indépendance des questions de position (1852 Chasles**)** **Cadre géométrico-algébrique :** les calculs sont faits sur des objets géométriques dotés d'un signe + ou – permettant ainsi de traiter « *dans l'état d'abstraction et*

[287] Cousquer (1998) indique que des parallélogrammes de vitesses paraissent dans les travaux d'Archimède (III^e siècle avant Jesus-Christ) ou d'Héron d'Alexandrie (I^er siècle après Jesus-Christ).
[288] Cousquer (1998).
[289] Dahan et Dalmedico-Peiffer (1988)

	de généralité »[290] une pluralité de cas d'orientation relative des éléments d'une figure homographique. **Fonction** : unification et généralisation des changements d'origine (relation de Chasles).
Origine du concept de vecteur **(**1748 Euler **;** 1750 Stirling**)** **Fonctions algébriques et géométriques :** Expression de solutions algébriques autres que réelles. Lien avec la trigonométrie. Notation des *nombres complexes* à l'aide du symbole : $a + b\sqrt{-1}$	**Théorie des vecteurs** **(**1862 Grassmann**)** **Cadre algébrique :** géométrie abstraite. **Fonction** : modélisation dans une algèbre à n dimensions. **Théorie** des espaces vectoriels de dimension finie. Invention du produit scalaire, du produit vectoriel. **Remarque** : réécriture d'une théorie déjà écrite en 1814 mais élaguée[291] des considérations philosophiques sur la nature de la géométrie.
Origine du concept de vecteur (1777 Euler) **Cadre algébrique.** Expression de solutions algébriques autres que réelles. Notation des *nombres complexes* à l'aide du symbole : $a + b.i$	**Objet théorique : vecteur** **(**1881-1893 Gibbs, Heaviside**)** **Cadre algébrique abstrait.** **Fonction** : langage mathématique adapté à la physique théorique[292]. **Outils :** opérateurs vectoriels (gradient, divergence, rotationnel, laplacien, …)

Figure 111 : Évolution mathématique de l'objet vecteur.

Les étapes rappelées dans la figure 111 nous permettent d'identifier quatre fonctions de l'objet *vecteur* :

- La fonction de calcul analytique (que nous avons appelée *fonction n°1*) ;
- La fonction de calcul graphique (que nous avons appelée *fonction n°2*) ;
- La fonction d'applications de l'espace (que nous avons appelée *fonction n°3*) ;
- La fonction de structuration par classe d'équivalence (que nous avons appelée *fonction n°4*).

Nous justifions à présent chacune des fonctions des vecteurs que nous avons identifiées.

Les fonctions n°1 et 2 (respectivement de calcul analytique et de calcul graphique) permettent d'agréger des données de localisation, de direction, d'orientation et de grandeur d'objets de l'espace physique ou de l'espace géométrique. Les fonctions n°1 et 2 correspondent aux deux premières étapes dans l'évolution historique du concept de vecteur (jusqu'en 1830) où l'on s'intéressait à faire du calcul géométrique. Au contraire de la fonction n°1, la fonction n°2 ne nécessite pas de passer dans le cadre numérique et est restreinte à des opérations dans le plan.

[290] Préface page IX, *in* Michel Chasles (1852), *Traité de géométrie supérieure* (1852), 1 – 8 XLII-585 p.-12 p. de pl.) Bachelier, Paris (2e édition par Gauthier-Villars en 1880). http://books.google.fr/
[291] Cousquer (1998)
[292] Boudenot et Samueli (2006)

La fonction n°2 permet de donner une représentation dessinée à chaque propriété de l'addition vectorielle, ce qui est un avantage pour la diffusion de l'addition vectorielle en contexte d'enseignement-apprentissage (Figure 112) et leur reconnaissance indépendamment des jargons disciplinaires. La figure 112 illustre les propriétés d'ensembles structurés en groupe et en espace vectoriel. Ces structures ne sont explicitées qu'à partir des travaux de Grassmann.

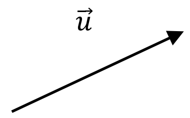
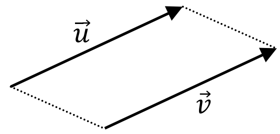
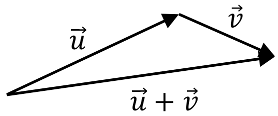
La notation et la désignation des vecteurs ont nécessité plusieurs décennies. Dans la figure 110, nous avons choisi la notation pratiquée en lycée : celle d'une lettre surlignée d'une flèche dirigée dans le sens de la lecture (de gauche à droite pour nous). La flèche est un élément iconique du sens géométrique à l'origine du concept de vecteur. Rappelons qu'en sémiotique, l'icône établit une relation de secondarité entre le signe et le référent qui est ici le déplacement rectiligne d'un point du plan. En mathématiques, le concept de vecteur qui s'étend à des situations non géométriques[293], rend la flèche peu pertinente. Cependant, l'ancrage dans la géométrie euclidienne reste fondateur : d'une part pour expliquer les contributions des deux champs de recherche (les sciences physiques et les mathématiques) à l'élaboration du concept de vecteur, et d'autre part, pour fournir un prototype d'espace vectoriel dont le fonctionnement familier nous aide à nous représenter d'autres espaces.

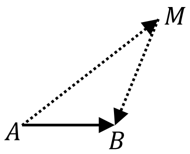
> […] à côté de cet aspect de la géométrie élémentaire qui la relie aux sciences physiques, il faut ajouter le rôle que joue la géométrie comme clé d'entrée dans la science contemporaine via ce que l'on peut appeler la géométrisation, celle-ci apparaissant à la fois comme un langage universel et comme un développement de métaphores conduisant à ce que Jean Dieudonné a appelé des transferts d'intuition. (Bkouche, 2009, p. 86).

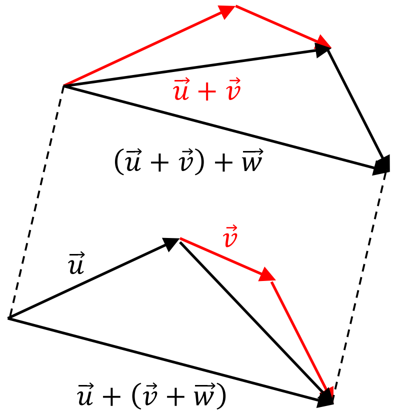
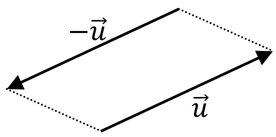
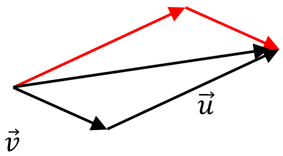
> On peut […] noter la différence entre le calcul vectoriel qui s'inscrit dans un calcul portant sur des objets géométriques ou mécaniques spécifiques et l'algèbre linéaire, laquelle participe d'un calcul sur les signes, indépendamment de toute signification de ces signes. En ce sens le calcul vectoriel ne se réduit pas à l'algèbre linéaire même si, sur le plan formel, il peut n'apparaître que comme une partie d'icelle. On peut noter que le terme espace vectoriel né de la rencontre du calcul vectoriel et du calcul linéaire est moins la réduction du calcul vectoriel à l'algèbre linéaire qu'une heureuse métaphore ouvrant vers de nouvelles manières de penser les situations linéaires, d'autant plus heureuse qu'elle a permis un regard géométrique sur d'autres domaines tels par exemple l'analyse mathématique ou le calcul des probabilités. (*ibid.*, p. 96).

La fonction graphique (n°2) des vecteurs est, ainsi, pratique et métaphorique comme nous le montre la figure 113.

[293] Par exemple, les espaces vectoriels d'applications (suite, fonction numérique, variable aléatoire) ou de polynômes étant de dimension infinie ne se réfèrent pas à des situations géométriques.

<table>
<tr>
<td>Un vecteur $\overrightarrow{u}$ est représenté par un segment orienté.

</td>
<td>La relation d'égalité vectorielle est représentée par deux côtés non consécutifs d'un parallélogramme.
$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{v}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>L'addition vectorielle est représentée par deux segments bout à bout.


La relation de Chasles est représentée par un triangle.


$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$</td>
<td>L'associativité de l'addition vectorielle peut être dessinée.

</td>
</tr>
<tr>
<td>Le vecteur nul est représenté par un segment réduit à un point.
. $\vec{0}$</td>
<td>Un vecteur et son opposé peuvent se représenter par deux côtés opposés d'un parallélogramme.

</td>
</tr>
<tr>
<td>La commutativité de l'addition vectorielle peut se représenter par la somme bout à bout de deux côtés orientés consécutifs d'un parallélogramme.


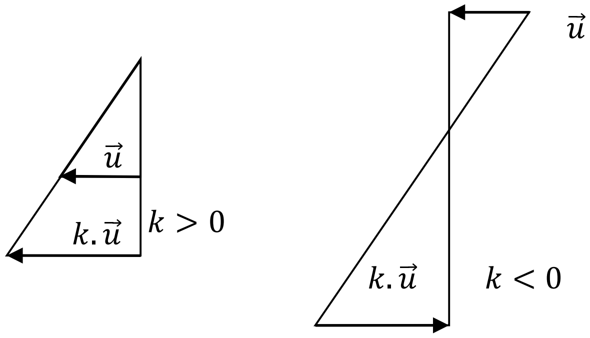
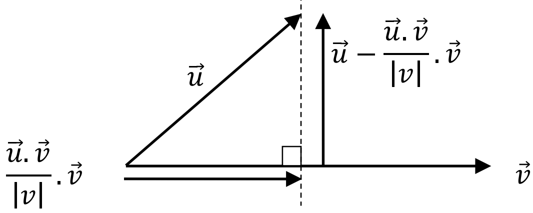
$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$</td>
<td>La colinéarité peut être représentée par une figure de Thalès :

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Dans le plan euclidien, le produit scalaire se représente à l'aide de figure de triangle rectangle.

</td>
</tr>
</table>

Figure 112 : Les propriétés des opérations vectorielles représentées avec les figures de la géométrie plane.

Sur le plan pratique, Fanchon (1996) note dans son guide de la mécanique que :

> […] sauf si une extrême précision est exigée, il ne faut pas hésiter à utiliser des méthodes graphiques pour la résolution des exercices. Ces solutions sont en général plus rapides et plus faciles à mettre en œuvre. Plus visuelles, elles permettent aussi de détecter plus rapidement les erreurs éventuelles. (Fanchon, 1996, p. 37)

Nous verrons dans les sections suivantes que, dans la filière productique usinage, la fonction n°2 de calcul graphique est utilisée par les trois disciplines considérées (les mathématiques, la productique usinage et la construction mécanique) pour rendre compte de façon très efficace du point de vue de la communication d'une situation physico-géométrique. Mais, par ailleurs, l'effort d'enseignement des disciplines des mathématiques et de productique usinage se concentrant essentiellement sur la fonction n°1 en situation de repérage dans l'espace des objets (idéaux ou matériels) entre eux, il faut sans doute nuancer la remarque de Fanchon : en mathématiques notamment, le calcul graphique ne constitue pas à proprement parler un outil de résolution mais plutôt un outil de vérification du sens donné aux opérations vectorielles pour l'élève et pour l'enseignant.

A la différence des fonctions n°1 et 2, les fonctions n°3 et n°4 (respectivement d'applications de l'espace et de structuration par classe d'équivalence) apparaissent métamathématiques. En effet, elles ne fournissent pas seulement un modèle abstrait de situation géométrique de l'espace euclidien. Elles permettent aussi de catégoriser des objets mathématiques : de les structurer en ensembles, de les mettre en relation. Des parties de l'espace (point, ligne, surface) ou des systèmes de vecteurs peuvent ainsi être regroupés par classes d'équivalence. La discipline de construction mécanique étudie particulièrement les fonctions n°3 et 4. Pour mieux comprendre comment les disciplines technologiques utilisent le vecteur et ce qui est attendu des élèves, au cours du chapitre, nous analyserons le texte d'une épreuve du baccalauréat[294] de productique usinage et constaterons, à cette occasion, l'emploi du lexique ensembliste (*classe d'équivalence, sous-ensemble, torseur*) accompagné de commentaires aidant à mettre en œuvre la propriété de partition d'un ensemble par ses classes d'équivalence[295].
Les fonctions n°3 et n°4 correspondent aux étapes intermédiaires dans l'évolution historique du concept de vecteur entre 1862 et 1900. Durant cette période, la théorie mathématique des espaces vectoriels en dimension finie est formulée puis est enrichie d'opérateurs vectoriels spécifiques à la physique théorique (produit scalaire, produit vectoriel, produit mixte, moment, torseur). Sans entrer dans les détails de définition des différents objets mathématiques, nous voyons que les travaux de Grassmann marquent une étape très importante du point de vue de la construction théorique des vecteurs :

> Son système porte sur des formes de différents ordres : nombres, points, vecteurs, aires orientées, ... Il définit des connections (addition et soustraction) entre formes du même ordre qui donnent une forme du

[294] L'épreuve analysée est consultable dans la partie *Annexe des documents*.

[295] Cette propriété découle des propriétés de réflexivité, de symétrie et de transitivité d'une relation d'équivalence.

> même ordre. Il définit un produit entre formes du premier ordre qui est une forme du deuxième ordre. Les produits entre formes d'ordre deux et un donnent une forme du troisième ordre, etc. Grassmann étudie les propriétés de ces lois. Il montre comment ses idées peuvent être utilisées pour assurer les fondements de la géométrie, représenter les forces et les vitesses, étudier les centres de gravité. Il redécouvre le calcul barycentrique et le calcul des vecteurs (formes du premier ordre). (Cousquer, 1998, en ligne[296])

Si les travaux de Grassmann en 1862 fondent la théorie générale des vecteurs en dimension finie quelconque, Dorier (1997, p. 97) indique que cette dernière n'est pas nécessairement formulée en les termes actuels. En effet, aujourd'hui, dire que *l'ensemble G est un* $\mathbb{K}$ *-espace vectoriel* implique, entre autres, que $\mathbb{K}$ est un corps commutatif, c'est-à-dire un ensemble pour lequel on peut définir deux lois opératoires ayant les mêmes propriétés que l'addition et la multiplication dans $\mathbb{R}$. Or la structure de corps n'était pas entièrement dégagée au milieu du XIX^e^ siècle, notamment parce que, en raisonnant dans $\mathbb{R}$, on n'avait pas rencontré d'ensemble donnant l'occasion d'expérimenter des lois opératoires différentes de celles de $\mathbb{R}$, susceptibles de mettre en défaut la définition d'espace vectoriel.

Maintenant, en nous appuyant sur les travaux consacrés à l'histoire de l'enseignement des mathématiques ou en particulier des vecteurs, nous allons essayer de comprendre comment une discipline mathématisée telle que la construction mécanique ou la productique usinage peut finalement enseigner des outils dont la nature implicite et en partie mathématique échappe à la discipline des mathématiques. Revenant alors à notre problématique de l'interdidactique de l'enseignement des vecteurs, nous proposerons une synthèse des éléments obtenus dans une communauté disciplinaire (*via* les entretiens ou les documents) faisant le point sur les variations disciplinaires qui morcellent ou consolident l'enseignement des vecteurs. Ce faisant, nous essaierons également de reposer la question de la fonction de la discipline des mathématiques.

9.1.2. Histoire du concept de vecteur et histoire de son enseignement : mise en perspective

Dans la filière de productique usinage, on peut considérer que le vecteur reste lié à une interprétation géométrique, tridimensionnelle et euclidienne. Mais pas seulement car, comme nous allons le voir, la discipline de construction mécanique aborde des objets complexes tels que les classes d'invariance par un déplacement, les torseurs de liaison cinématique, les champs de vitesse.

Dans l'enseignement du lycée, les mathématiques enseignent essentiellement le calcul vectoriel tandis que les sciences physiques (auxquelles se rattachent la construction mécanique) se réfèrent aussi à des aspects ensemblistes des vecteurs sans les expliciter ou sans que les mathématiques aient abordé ces aspects. Il peut être difficile pour l'élève de reconnaître ce qui est mathématique dans un modèle théorique de sciences physiques. Des difficultés d'ordre

---

[296] http://www.mediamaths.net/article-calcul-vectoriel-43331697.html

interdidactique peuvent perdurer après le lycée. En témoigne cet enseignant en électromagnétisme s'étonnant qu'un étudiant[297] à mi-parcours de la deuxième année de licence[298] lui demande si « *le champ électromagnétique existe vraiment* ».

Bien sûr, à un niveau avancé, la théorie des champs de vecteurs apparaît comme une partie mathématique, en particulier dans la théorie des équations différentielles. Mais, au niveau du lycée et même du début de licence, le *champ* en tant qu'application de l'espace euclidien dans l'ensemble des vecteurs de $\mathbb{R}^3$ n'est jamais abordé dans la discipline des mathématiques ; le mot *champ* n'intervenant que pour modéliser des phénomènes physiques, une incompréhension peut alors consister à penser que le mot *champ* désigne un phénomène physique. On peut ainsi se demander si les troubles de l'étudiant et de l'enseignant ne proviennent pas de la part d'enseignement mathématique non explicitée. On a ici une double indication. D'une part, le vecteur comme modèle géométrique d'un objet orienté ne suffit pas (fonctions n°1 et 2) ; le concept d'application est nécessaire (fonction n°3) dans les disciplines de sciences physiques. D'autre part, la discipline des mathématiques enseigne certaines mais pas toutes les fonctions du vecteur.

Dans cette section, nous nous intéressons aux raisons qui ont conduit au partage disciplinaire de l'enseignement des vecteurs au lycée entre les sciences physiques et les mathématiques. Après une revue de littérature donnant les jalons chronologiques de l'enseignement des vecteurs dans la discipline des mathématiques, nous proposons de comparer quelques définitions issues de manuels de mathématiques. Notre but n'est pas de faire un inventaire exhaustif des définitions possibles mais de mettre en évidence la variété des points de vue à l'intérieur de la discipline des mathématiques à propos de l'objet *vecteur*, points de vue qui correspondent à différents niveaux de construction théorique et coïncident avec différentes représentations épistémologiques de la discipline des mathématiques vis-à-vis des autres disciplines.

Ce décentrement dans le temps et les niveaux scolaires d'une même discipline laisse augurer des combinaisons auxquelles différentes disciplines enseignant le même objet confrontent une même population d'élèves.

9.1.2.1. Revue de la littérature

A la différence des pays anglo-saxons, la France introduit tardivement (dans les années 1920) le calcul vectoriel dans la discipline de mathématiques au secondaire. Le calcul vectoriel est

[297]Témoignage d'un enseignant d'électromagnétisme en conseil pédagogique de deuxième année d'école d'ingénieur intégrée à l'université de Nice Sophia Antipolis, janvier 2015.

[298]A mi-parcours de la deuxième année de licence, l'étudiant dont parle l'enseignant a suivi un enseignement d'algèbre linéaire pendant les trois premiers semestres et un enseignement d'électromagnétisme durant le troisième semestre.

alors introduit pour soutenir les « travaux en mécanique » (Cousquer, 1998, p. 9) dans la discipline de sciences physiques.
La période de 1920 à 1940[299] correspond à un recul de l'horaire alloué aux mathématiques dans l'enseignement secondaire en réaction à la culture germanique : les humanités représentatives de la culture latine prévalent et la formation scientifique se concentre en terminale comme avant la réforme de 1902. Au niveau du lycée, les mathématiques servent à éduquer l'esprit des jeunes se destinant à des études universitaires, sans lien avec les applications quotidiennes ou technologiques. En contrepartie, l'enseignement primaire « accorde une large place aux sciences, aux mathématiques et à leurs applications » (Gispert *et al.*, 2007, p. 3), en particulier dans les écoles primaires supérieures où sont dispensées les formations aux métiers. La distinction entre mathématiques « pures » et mathématiques appliquées apparaît un héritage de l'institution scolaire française (Sido, 2008 ; Gispert *et al.*, 2007 ; Belhoste, 1997).
A partir d'une revue de littérature (Bkouche, 2009 ; Sido, 2008 ; Ba, 2007 ; Gispert, 2007 ; Cousquer, 1998), nous proposons une rétrospective explicative de la migration de l'enseignement des vecteurs de la discipline des sciences physiques à celle des mathématiques, au lycée général.

- Avant 1902, le vecteur est enseigné en mécanique dans le champ des sciences physiques pour décrire des grandeurs physiques (position, force) : il s'agit donc d'un vecteur caractérisé par un point d'application, une direction, un sens et une longueur ou intensité.

- Pour corriger l'alourdissement du programme des sciences physiques conséquent à la réforme de 1902, le vecteur devient un outil pour la mécanique et un objet d'étude déplacé en géométrie dans la discipline des mathématiques à partir de 1905:

  > En mécanique, […] le professeur devra éviter tous les développements et les exercices présentant uniquement un intérêt géométrique ; c'est pour supprimer toute occasion de développements de ce genre que les théorèmes se rapportant aux vecteurs ont été réduits au minimum indispensable et transportés dans le programme de géométrie, où ils se présentent sous leur véritable jour. (Instruction du 27 juillet 1905 relative à l'enseignement des mathématiques, p. 676, cité par Ba 2007, p. 54– 55).

  A ce moment, le vecteur a une fonction géométrique (la fonction n°2 de notre analyse). Trois principes guident la réforme de 1902 sur les programmes de mathématiques : « la fusion consistant à ne plus séparer géométrie plane et géométrie dans l'espace, l'introduction explicite du mouvement et le caractère expérimental de la géométrie ». (Bkouche, 2009, p.86).

[299] Les principales étapes de l'enseignement institutionnel des mathématiques après l'école primaire de 1900 à nos jours sont résumées dans la partie *Annexe des documents* à partir des travaux de Gispert et Schubring (2007).

- A partir de 1925, les vecteurs orientent des objets géométriques du plan : les axes en troisième puis les angles en terminale *via* la trigonométrie. Les vecteurs sont ainsi associés à des grandeurs mesurables algébriquement, donc aux nombres positifs ou négatifs.

- Entre 1937 et 1947, la relation de Chasles, l'homothétie vectorielle et la relation d'équipollence sont introduits comme objets d'enseignement respectivement en classe de quatrième, seconde et première.
  La tendance à associer des mesures algébriques aux vecteurs se confirme à travers les mesures algébriques de position sur une droite dirigée, de rapport d'homothétie.

- A partir de 1957, le vecteur est étudié dans le cadre de la géométrie analytique.

- En 1968, époque de la réforme des mathématiques dites *modernes*, le vecteur est associé à l'algèbre linéaire en dimension 2 ou 3. L'objectif est de développer la pensée linéaire pour préparer aux études supérieures : la classe d'équivalence et les axiomes définissant la structure d'espace vectoriel sont enseignés respectivement en classes de quatrième et de seconde. Cousquer (1998) signale que le couplage de l'*algèbre* et du *linéaire* signifié par l'appellation *algèbre linéaire* est assez récent dans la construction des objets mathématiques :

  > On voit bien dans ce processus à quel point les idées vectorielles et le linéaire ont été au départ séparées. Or ces idées sont aujourd'hui toujours associées dans les cours d'algèbre linéaire. Il est donc intéressant de constater que ces idées ont des origines distinctes. Le linéaire vient de l'œuvre de Galois, Jordan, Cayley... le calcul sur les systèmes linéaires, les déterminants et les matrices ont une émergence historique commune. Le calcul sur les vecteurs et leurs généralisations en ont une autre que nous avons retracée ici.
  > (Cousquer, 1998, en ligne)

  Ce qu'on appelle *linéaire* ou *pensée linéaire* consiste à penser en termes de transformations dans un espace à plusieurs dimensions conservant les proportions au moins pour chaque direction de l'espace, ce qui se traduit par l'antienne : *l'image d'une combinaison linéaire de vecteurs est la combinaison linéaire des images*. Selon cette approche qui couple dans l'objet vecteur l'algèbre et le linéaire, le vecteur est un objet déconnecté de l'espace géométrique. Le vecteur « originel » géométrique devient alors un prototype de vecteur : c'est-à-dire un objet permettant d'introduire le vecteur, de le faire fonctionner en tant que vecteur et de le faire évoluer vers des signifiants ne se référant pas à un espace sensible.
  Gispert (2007) précise que cette période est marquée, dans la plupart des domaines scientifiques, d'une posture structuraliste :

  > […] Bourbaki[300] expose deux idées, la première : le rôle nouveau, central que joue la notion de structure dans les mathématiques qui devient le noyau de ce qui est alors appelé les « mathématiques modernes », la seconde

[300] Une présentation explicative et contrastée du groupe Bourbaki selon deux dictionnaires, l'un français, l'autre anglais figure dans la partie *Annexe des documents*.

étant la surprenante efficacité de telles mathématiques pour rendre compte de la réalité, ce qui devint un des arguments les plus usités pour la nécessité de la réforme dite des mathématiques modernes.

L'auteur rappelle l'importance du structuralisme qui « constituait à cette époque en France le courant philosophique dominant dans toutes les sciences – y compris humaines et sociales. La nouvelle mathématique et sa structure étaient généralement considérées comme un outil scientifique et un langage essentiels pour accéder à tout savoir. » (*ibid.*)

- En 1981, toute trace d'algèbre linéaire a disparu de l'enseignement des vecteurs dans la classe de mathématiques du lycée général. Cependant, l'épisode structuraliste a marqué son empreinte en décalant les deux disciplines : dans la discipline des mathématiques, le vecteur est un objet algébrique à partir duquel la géométrie est restructurée alors que dans la discipline des sciences physiques, le vecteur garde son sens originel d'objet géométrique orienté local.
  Autrement dit, l'espace géométrique de la discipline des mathématiques est vectoriel : l'expression « *point d'application d'un vecteur* » n'y est pas pertinente.
  Au contraire, l'espace géométrique de la discipline des sciences physiques est affine euclidien : le vecteur y est toujours couplé à un point d'application. Le point d'application et le vecteur modélisent géométriquement, respectivement, un objet matériel et une action.

  > Un objet matériel peut être modélisé comme un point matériel notamment si :
  > - Ses dimensions sont négligeables à l'échelle de l'observation, et son orientation n'intervient pas ;
  > - Il se déplace sans changer d'orientation, ou sans qu'on tienne compte de cette orientation.
  >
  > […]
  >
  > Toute action capable de modifier, provoquer, ou empêcher le mouvement d'un point matériel peut être modélisé, en mécanique classique, par un vecteur force. (Manuel[301] de Physique-PCSI, 2014, p. 293)

- A partir de 1985, dans la discipline des mathématiques, le vecteur géométrique devient implicitement le prototype du vecteur algébrique. Cela signifie qu'au-delà des calculs géométriques faits à l'occasion des premières étapes de calcul vectoriel, ce qui est visé est la structure d'espace vectoriel, ainsi que l'illustrent les dessins répertoriés dans la figure 112.

Ainsi, l'histoire de l'enseignement des vecteurs éclairent certaines difficultés qu'éprouvent les disciplines des sciences physiques et des mathématiques à coordonner leurs enseignements du vecteur ou à s'appuyer l'une sur l'autre, car en réalité, dans ces deux disciplines, le mot vecteur désigne des objets différents. Nous examinons à présent un échantillon de définitions de l'objet *vecteur* issues de manuels de mathématiques entre 1958 et 2009 à l'occasion des changements de programmes de mathématiques. Notre but est d'observer comment la sémiotique du vecteur (ici restreinte aux manuels) se modifie peu à peu et aboutit à la différenciation du langage disciplinaire des mathématiques.

[301] Manuel de physique PCSI, coordonné par Th.Finot, collection *Prépas Sciences*, éditions *Ellipses*.

9.1.2.2. Evolution des définitions scolaires de l'objet vecteur

Les définitions issues de quelques manuels de mathématiques (Figure 113) au cours des dernières décennies nous permettent de suivre, les variations concernant le niveau d'introduction du vecteur et la définition en lien avec la fonction visée de l'objet *vecteur*.

<table>
<tr><th>N°</th><th>Référence</th><th>Définition de l'objet vecteur</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Programme de 1958
Classe de troisième
Géométrie dans l'espace
Hachette 1959 p. 44.</td><td>Vecteurs.– Rappelons qu'on appelle :
1° Vecteur, un segment de droite supposé parcouru dans un sens déterminé ;
2° Sens du vecteur, le sens dans lequel il parcouru ;
3° Origine du vecteur, le point de départ du mobile qui parcourt le segment ;
4° Extrémité du vecteur, le point d'arrivée du mobile ;
5° Support du vecteur, la droite sur laquelle est situé le vecteur.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Programme de 1961
Classe de première
Géométrie
Belin 1962 p. 10– 11.</td><td>1. Nous rappelons des notions et des propriétés étudiées en classe de Seconde. On appelle vecteur le segment de droite qui joint un couple de deux points ordonnés.
On appelle vecteur lié un vecteur dont on connaît l'origine, l'axe Δ qui le porte et la mesure algébrique sur cet axe Δ.
On appelle vecteur glissant un vecteur dont on connaît l'axe Δ qui le porte et la mesure algébrique sur cet axe Δ. […]
2. Deux vecteurs équipollents sont deux vecteurs qui ont des supports parallèles, des longueurs égales et qui sont de même sens. […]
3. On dit qu'un vecteur $\vec{V}$ est un vecteur libre lorsqu'il est seulement assujetti à demeurer équipollent à un vecteur lié $\overrightarrow{AB}$.</td></tr>
<tr><td>2 bis</td><td>Programme de 1961
Classe de première
Géométrie
Hachette 1961 p. 18.</td><td>Nous avons défini […] le vecteur libre $\vec{u}$ qui est commun à tous les vecteurs liés équipollents à l'un d'eux. Le vecteur libre est caractérisé par une direction, une longueur et un sens. Tout point O peut être considéré comme l'origine d'un vecteur lié, qui a même direction, même longueur et même sens que le vecteur libre. Ce vecteur lié, bien déterminé et unique, est le représentant en O du vecteur libre.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Programme de 1982
Classe de quatrième
Maths IREM Strasbourg
Istra 1992 p. 206.</td><td>Deux points A et A' définissent un vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
On dit que deux vecteurs $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{BB'}$ sont égaux si les segments AA' et BB' sont parallèles, de même sens et de même longueur, c'est-à-dire si le quadrilatère ABB'A' est un parallélogramme.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Programme de 1995
Classe de troisième
Mathématiques
Collection Triangle
Hatier 1999 p. 190.</td><td>[Soit la translation qui transforme A en A', B en B' et C en C'].
Les couples de points (A, A'), (B, B') et (C, C') définissent un même objet nommé vecteur.
On écrit alors : $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.
$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$ sont les représentants d'un même vecteur que l'on peut également noter $\vec{u}$ par exemple.
$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$ signifie que :</td></tr>
</table>

		$\begin{cases} \text{les droites } (AA')\text{et } (BB')\text{sont parallèles (même direction);} \\ \text{les demi} - \text{droites } [AA')\text{et } [BB') \text{ ont le même sens ;} \\ \text{les segments } [AA']\text{et } [BB'] \text{ ont la même mesure.} \end{cases}$ Cette définition permet de reconnaître des vecteurs égaux et de tracer des représentants de vecteurs égaux.
5	Programme de 2009 Classe de seconde MATHS 2de Sésamath Magnard 2014 p. 203.	DEFINITION : Translation On considère deux points *A* et *B* du plan. On appelle **translation qui transforme *A* en *B*** la transformation qui, à tout point *M* du plan, associe l'unique point *M* ' tel que [*AM* '] et [*BM*] ont le même milieu. […] REMARQUE : Une **transformation** sert à **modéliser** mathématiquement un mouvement. ▪ La symétrie centrale est la transformation qui modélise le demi-tour. ▪ La translation est la transformation qui modélise le glissement rectiligne. Pour la définir on indique la direction, le sens et la longueur du mouvement. […] DEFINITION : Vecteurs associés A chaque translation est associé un **vecteur**. Pour *A* et *B* deux points, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est associé à la translation qui transforme *A* en *B*. La notation « vecteur $\overrightarrow{AB}$ » regroupe les trois informations la définissant : la direction (celle de la droite (*AB*)), le sens (de *A* à *B*) et la longueur *AB*. *A* est l'**origine** du vecteur et *B* son **extrémité**. DEFINITION Deux vecteurs qui définissent la même translation sont dits égaux. Deux vecteurs égaux ont ▪ même direction ; ▪ même sens ; ▪ même longueur.

Figure 113 : Définition de l'objet *vecteur* dans des manuels de mathématiques de 1958 à nos jours.

Le niveau d'introduction des vecteurs varie selon les programmes de mathématiques et les réformes :

- Dans le programme de 1959 au collège en classe de troisième ;
- Dans le programme de 1962 au collège en classe de quatrième ; ces programmes introduisent la relation d'équipollence qui définit le vecteur comme classe d'équivalence. Les relations d'équivalence sont étudiées en tant que telles ;
- Dans le programme de 1982 au collège en classe de quatrième ;
- Dans le programme de 2000 au collège en classe de troisième ; la forme analytique du vecteur est différée à la classe de seconde ;
- Dans les programmes de 2009, au lycée général en seconde et au lycée professionnel en première.

Même si l'introduction de l'objet *vecteur* est justifiée en référence à la modélisation d'un déplacement rectiligne dans le plan, c'est la décomposition analytique dans un repère orthonormé qui est véritablement étudiée, donnant lieu à des exercices de calcul de coordonnées, de norme, de distance entre deux points et à l'application de critères numériques de colinéarité ou d'orthogonalité (le déterminant). La tendance actuelle est d'introduire l'objet *vecteur* au plus tôt au lycée.
La définition du manuel n°1 évoque les *lignes dirigées* d'Argand, prototype du vecteur que nous avons évoqué dans le construit historique du vecteur (Figure 102). Selon ce prototype, le vecteur est un objet géométrique (*un segment*) orienté. Cette définition est conservée au niveau de la classe de terminale dans les manuels antérieurs à 1958.
Sur la période de notre échantillonnage (entre 1958 et 2009), l'évolution du vocabulaire associé à l'enseignement des vecteurs montre une séparation entre le vecteur comme modèle au service de la cinématique et le vecteur comme objet algébrique complexe.

En effet, avant 1982, la conception cinématique prédomine : les mots permettant de décrire le mouvement d'*un* objet en fonction du temps (*parcours, mobile, point de départ, point d'arrivée, vecteur glissant*) ou de l'espace (*extrémité*, *support* de vecteur, *situé*, *axe qui porte*) participent d'un contexte cinématique plausible.
La définition du vecteur du manuel n° 5 (2014), elle aussi ancrée sur la translation, hésite entre le point de vue ensembliste d'une application du plan dans lui-même (« … *à tout point du plan associe l'unique point…* ») et le point de vue de l'outil cinématique (« *sert à modéliser un mouvement* »). Mais cette dernière définition du manuel n°5 présente deux différences avec celles des manuels antérieurs à 1982 :

- D'une part, les mots relatifs au temps se raréfient,
- D'autre part, la définition de la translation se désolidarise du phénomène cinématique : même si un « *glissement rectiligne* » est évoqué en remarque, la définition de la translation construit l'image par symétrie centrale par rapport au milieu d'une diagonale d'un parallélogramme non nommé.

Après 1982, les définitions des manuels n°3 et n°4 montrent une représentation structuraliste des vecteurs. Enfin, la notion de *mesure algébrique* confirme la séparation didactique des disciplines de mathématiques et de sciences physiques quant à l'enseignement des vecteurs : si cette notion (et la notation qui va avec) n'apparaît plus en mathématiques, elle perdure en sciences physiques dès la seconde. On peut se demander en quoi cette notion est devenue inutile à l'enseignement des mathématiques et l'on peut formuler les questions réciproques à l'encontre des sciences physiques.

Ainsi, la séparation des discours didactiques de deux disciplines se fonde sur des épistémologies différentes mais aussi sur des ergonomies différentes.

Afin de préciser l'influence de la fonction accordée au vecteur sur la sémiotique[302] mise en œuvre dans la définition du vecteur, nous comparons de façon détaillée les manuels n°2 et n°4 de la figure 113.

9.1.2.3. Comparaison sémiotique des définitions de deux manuels

Les définitions des manuels n°2 et n°4 (Figure 113) diffèrent d'une part sur le sens attribué à l'objet *vecteur*, d'autre part quant à l'organisation de la description d'un *vecteur*. Elles montrent cependant une similitude dans le souci de distinguer l'objet de son signifiant.

Dans la définition du manuel n°2, l'objet *vecteur* est dépendant de configurations de droites du plan et des opérations de déplacement qu'on peut y faire (*segment joignant deux points, vecteur glissant*). Le vecteur fait référence à une certaine expérience de l'espace qui est celle à laquelle se réfèrent les deux disciplines technologiques que nous étudions (la construction mécanique et la productique usinage).

Le vecteur est personnifié (*qui le porte*, *assujetti, demeurer*) et sa description n'est pas normalisée. D'une part, toujours dans la définition n°2, chaque composante caractéristique d'un vecteur est signifiée par plusieurs signifiants :

- la notion de direction est désignée au moins quatre signes différents : *droite*, *axe*, *support* et Δ ;
- La notion de sens est signifiée par deux signifiants *sens* et *mesure algébrique* ;
- La notion de norme est signifiée par les mots *équipollents*, *longueurs égales*, *mesure*.

D'autre part, les notions elles-mêmes ne sont pas structurées dans une relation de nécessité entre elles : ainsi le sens est décrit sans qu'on décrive au préalable la direction qui lui est nécessaire.

La définition n°4 montre une organisation sémiotique bien différente :

- L'objet *vecteur* est indépendant de configurations de droites du plan : il caractérise une translation du plan. En conséquence, les notions de vecteur *lié à une droite*, de vecteur *glissant sur une droite*, de vecteurs *équipollents entre deux droites* parallèles deviennent caduques mathématiquement ;
- Le couple formé par un point et son image est systématisé symboliquement (notation (A, A')) : la primation et les parenthèses expriment qu'à un point est associé son point image. Par comparaison avec la définition n°2 qui utilise le pléonasme *couple de deux points ordonnés*, on constate ici une sémiotique rationalisée ;
- L'ordre des composantes marque une relation de nécessité : la direction, puis le sens, puis la longueur ;

[302] Nous rappelons (chapitre 1) que le plan sémiotique considère trois composantes qui sont :

- le contenu sémantique : c'est-à-dire ce à quoi réfère le discours ;
- la syntaxe et le vocabulaire : c'est-à-dire le formes signifiantes et leur organisation relative qu'elles soient indicielles, iconiques ou symboliques (lexicale, notationnelle);
- une dimension pragmatique et ergonomique tenant compte de la situation et des destinataires du discours.

(wikipedia)

- La sobriété stylistique est de rigueur : la conjonction des trois caractéristiques vectorielles (direction, sens, longueur) sont traitées parallèlement grâce à l'accolade et aux structures parallèles des trois phrases ;
- Le fait que les deux textes soient des définitions didactiques leur confère un point commun : celui d'avoir des formules d'appellation ou de désignation explicites. Cependant, dans la relation *référent-signe*[303], les deux définitions n'insistent pas sur les mêmes liens. La définition n°2 insiste sur l'appellation en utilisant la même structure à trois reprises (*on appelle*). La définition n°4 insiste la désignation (*les couples*$(A, A'), (B, B')$ *définissent…, on écrit alors* $\overrightarrow{AA'}$*, un vecteur que l'on peut noter* $\vec{u}$). La définition n°4 explicite aussi son statut (*cette définition permet de*) tandis que la définition n°2 « *rappelle des notions* » sans mention autoréférentielle. L'emploi de métalangage didactique peut être interprété comme une démarche discursive visant à mettre à distance l'objet *vecteur* des signes qui permettent de le décrire et à éviter « une représentation empirique des savoirs » (Matheron *et al.*, 2002).

En conclusion, les deux discours, distants de 37 ans, bien que représentatifs de la même discipline des mathématiques, bien qu'ayant la même fonction de définition dans l'organisation des objets enseignés, apparaissent très dissemblables au point que les vocabulaires de 1962 et de 1999 nécessitent une mise en correspondance spatiale pour retrouver les signifiés (Figure 114).

En proposant deux types de vecteurs (le *vecteur lié* et le *vecteur glissant*), la définition du manuel n°2 permet la liaison entre les disciplines des sciences physiques et des mathématiques ; elle est compatible avec une définition affine du vecteur (associé à un point d'application) tel que l'emploient les sciences physiques et aussi avec une définition de classe d'équivalence telle que l'emploient les mathématiques. Mais son vocabulaire apparaît suranné.

Le point de vue de la définition n°4 bis est ensembliste : la translation est décrite comme l'action du groupe des vecteurs sur les points du plan affine (*A transformé en A'*, *B transformé en B'*, *etc.*). Les mots qui dans la définition n°2 évoquaient un phénomène de mouvement (glissant, support, axe) sont absents : la liaison avec les sciences physiques est plus difficile à établir.

Vocabulaire de la définition du manuel n°2 (1962)	**Vocabulaire de la définition du manuel n°4 (1999)**
vecteur lié	vecteur directeur de droite
vecteur glissant	vecteur
droite qui porte, axe, support	direction
vecteurs équipollents	vecteurs égaux
vecteur libre	Représentant d'une classe d'équivalence par la relation « *est équipollent à* ».

Figure 114 : L'évolution du vocabulaire, entre 1962 et 1999, sur les vecteurs en mathématiques.

[303] Le référent peut être matériel ou conceptuel. La relation du référent au mot est l'appellation. La relation du mot ou du signe au référent est la désignation.

9.1.3. Les modes d'enseignement de l'objet vecteur en mathématiques

En conclusion de ce panorama, nous retenons deux faits qui intéressent notre approche interdidactique de l'enseignement des vecteurs dans la filière productique usinage dans le cadre des programmes de 2009.

D'une part, parmi la variété de définitions (Figure 111), nous avons remarqué que l'une d'elles (celle de 1962) intégrait le point de vue affine (*point d'application, origine de vecteur, type* $\overrightarrow{AB}$) et le point de vue vectoriel (*représentant, classe d'équipollence, type* $\vec{v}$). On peut noter que si l'expression *vecteur glissant* intègre les cadres algébrique (*vecteur*) et cinématique (*glissant*), cette définition n'est pas retenue par la discipline actuelle des mathématiques car son approche apparaît morcelée et finalement contraire à la fonction attribuée aux mathématiques, celle d'abstraire l'ordre et les régularités de la diversité (chapitre 3).
D'autre part, si la discipline de construction mécanique utilise les quatre fonctions du vecteur que nous avons identifiées, la discipline des mathématiques a renoncé à l'objet *classe d'équivalence* dans l'enseignement secondaire et s'est finalement restreinte à la fonction analytique avec la réforme des lycées. Une conséquence de ces choix est la technicisation de la discipline des mathématiques allant, d'un certain point de vue, jusqu'à l'évitement de la pensée vectorielle. Dorier (1998) met en parallèle deux citations, celles de Leibnitz et celle de Grassmann qui, à l'instar de Maxwell, cité par Cousquer (1998) décrivent l'insuffisance de l'approche analytique pour raisonner en terme de relation entre objets de l'espace :

> [L'algèbre sur les nombres] n'exprime pas la situation, les angles, et le mouvement, d'où vient qu'il est souvent difficile de réduire dans un calcul ce qui est dans la figure, et qu'il est encor plus difficile de trouver des démonstrations et des constructions géométriques assez commodes lors même que le calcul d'Algèbre est tout fait. (Leibniz en 1679, cité par Dorier 1997, p. 92– 93)

> Avec la méthode habituelle à l'ordinaire, l'idée était complètement obscurcie par l'introduction de coordonnées arbitraires qui n'avaient rien à faire avec le sujet, et le calcul consistait en un développement mécanique de formules qui n'apportait rien à l'esprit et qui par conséquent le tuait. (Grassmann en 1844, cité par Dorier 1997, p. 94)

> […] Souvent en physique, pour raisonner, et non plus pour calculer, il est désirable d'éviter l'introduction explicite des coordonnées cartésiennes, et il est avantageux de fixer son attention sur un point de l'espace pris en lui-même, et non plus sur ses trois coordonnées, sur la grandeur et la direction d'une force, non sur ses trois composantes. Cette manière d'envisager les quantités géométriques et physiques est plus naturelle que l'autre, et se présente d'abord à l'esprit.
> (Maxwell en 1873, cité par Cousquer 1998)

La mise en perspective de l'histoire du concept de vecteur et de l'histoire de son enseignement montre qu'à l'intérieur de la discipline des mathématiques, le discours didactique sur les vecteurs a beaucoup changé au cours des dernières décennies. Les raisons de ces changements ont à voir avec des décisions de partage disciplinaire (par exemple délester les sciences physiques de l'enseignement du calcul vectoriel) ou bien avec une certaine représentation des mathématiques (par exemple le structuralisme visant à unifier le formalisme et les catégories) ou bien encore avec des choix de configurations de contenus (par exemple faire du calcul vectoriel analytiquement pour préparer l'algèbre linéaire).

Ces changements aboutissent peu à peu au fait que les disciplines scolaires impliquées dans l'enseignement des vecteurs (les mathématiques et les sciences physiques) se réfèrent finalement à des pans différents du champ conceptuel des vecteurs.

9.2. Épistémologie des vecteurs dans la filière productique usinage

Dans le contexte de notre recherche, les langages disciplinaires que nous comparons à propos des vecteurs appartiennent à des disciplines de nature différente : générale pour les mathématiques-sciences physiques et chimiques et deux disciplines technologiques pour la construction mécanique et la productique usinage. Ces trois disciplines, catégorisées de façons apparemment si différentes, sont à considérer dans le cadre de la réforme du lycée professionnel de 2009. Les motivations de cette réforme étaient de revaloriser les filières professionnelles notamment en alignant les diplômes et les objectifs de formation scientifique et citoyenne avec ceux des autres types de lycées (général ou technologique) et de proposer des dispositifs palliant des problèmes spécifiques. Ainsi le cycle de quatre ans menant à un CAP[304] puis à un BEP a été remplacé par un cycle de trois ans conduisant à un baccalauréat. Ainsi encore, les problèmes de vie scolaire (absentéisme, échec dans les enseignements généraux) sont abordés globalement en mettant en avant la cohérence de la formation scientifique, avec l'idée directrice de ne pas reproduire l'échec scolaire subi au collège. C'est dans cet esprit qu'un dispositif de liaison des enseignements généraux aux enseignements spécialisés a été institué ; c'est-à-dire un dispositif de nature interdidactique, prenant en compte la nécessité pour l'élève de reconnaître les outils conceptuels et les méthodes à travers les situations disciplinaires différentes.
Dans cette section, nous étudions les textes officiels définissant les contenus enseignés sur les vecteurs dans chacune des trois disciplines de la filière productique usinage (mathématiques, productique usinage, construction mécanique).
Pourquoi faire une analyse épistémologique en amont des discours singuliers des enseignants ? Cette analyse apparaît nécessaire pour deux raisons :

- Pour pouvoir reconnaître, lors des entretiens, les situations où le vecteur est mobilisé, même si aucun vocabulaire mathématique n'est utilisé ;
- Pour croiser les sources d'informations selon des points de vue contrastés : le discours écrit institutionnel à l'attention des enseignants, le discours écrit enseignant à l'attention des élèves et le discours oral réflexif des quelques enseignants que nous avons interrogés.

[304] CAP : certificat d'aptitude professionnelle ; BEP : brevet d'études professionnelles.

Pour déterminer les fonctions mathématiques de l'objet vecteur qu'une discipline mobilise, nous nous sommes référée à deux types de documents textuels propres à la discipline : les prescriptions officielles et les textes des épreuves terminales proposées au baccalauréat.
Nous avons profité des épreuves du baccalauréat (celles de la session 2010[305]) pour avoir des textes portant la même exigence de couverture de programme, dans chaque discipline. Nous revenons sur la représentativité des ces documents pour notre recherche.

9.2.1. Préambule méthodologique : des documents disciplinaires à la frontière des communautés disciplinaires

Nous nous sommes intéressée aux variations induites par les langages disciplinaires (chapitre 7). Dans cette section, notre analyse nous amène à nous référer à des documents représentatifs de la communauté disciplinaire mais situés en amont des dires enseignants. Lorsque nous avons analysé ces derniers, nous avons discuté la pluralité d'échelles d'environnements professionnels que recouvre l'expression *communauté disciplinaire* (chapitre 7) et montré l'importance de cette pluralité dans la constitution de l'identité professionnelle.

Les documents disciplinaires auxquels se réfère chacune des communautés disciplinaires se situent notamment à la frontière de deux échelles de communautés disciplinaires (Figure 92) : celles des enseignants et celle plus large des acteurs de la discipline incluant les corps d'inspection par exemple. Nous examinons deux types de documents disciplinaires : les prescriptions officielles et les épreuves du baccalauréat.

Nous avons placé l'institution scolaire comme pivot entre le monde socio-économique et le monde enseignant d'une communauté disciplinaire car, par le biais de ces deux types de documents, elle réalise un double consensus.

En effet, d'une part, les prescriptions officielles (référentiel de compétences, programme disciplinaire, complément de formation des enseignants) résultent d'un consensus entre l'institution et le monde socio-économique. Ce consensus se réalise à travers la reconnaissance des activités professionnelles génériques, la formation des élèves sur des outillages spécifiques, l'acceptation comme une finalité de formation d'une certaine flexibilité dans la formation aux compétences professionnelles.

D'autre part, les épreuves certificatives terminales résultent d'un consensus entre l'institution et le monde enseignant. Les épreuves sont élaborées et testées par les enseignants eux-mêmes sous la responsabilité des inspecteurs généraux de l'Education nationale et constituent une ressource de la communauté enseignante pour « calibrer » les attentes, harmoniser les usages, préparer les élèves …

[305] La session 2010 précède le premier entretien long mené dans le cadre de cette recherche auprès de l'enseignant E-pu1.

Le site officiel de l'Education Nationale explicite l'importance de la base de données des épreuves (gratuité de consultation, mutualisation des corrigés, veille documentaire) pour renforcer la cohésion de la communauté des enseignants d'une discipline :

> **La base de données du baccalauréat**
> La base de données des examens propose l'accès en ligne à des sujets des baccalauréats général, technologique et professionnel. Ces annales doivent permettre une meilleure préparation des candidats aux examens. Elles ont également vocation à accompagner les professeurs tout au long de l'année. Base de données des sujets d'examens : un accès gratuit aux annales du bac[306]
> **Les corps d'inspection**
> Les membres de l'inspection générale de l'Éducation nationale sont réglementairement responsables devant le ministre de la qualité des sujets du baccalauréat.
> Ils sont représentés, au niveau académique, par les inspecteurs d'académie-inspecteurs pédagogiques régionaux (baccalauréat général et technologique) et les inspecteurs de l'Éducation nationale (baccalauréat professionnel) qui jouent un rôle important d'animation et de conseil tout au long de l'organisation de la session. Ceux-ci contribuent notamment à la désignation des concepteurs de sujets et des membres des jurys. (http://www.education.gouv.fr/cid143/le-baccalaureat.html)

Ensemble, ces deux types de documents sont représentatifs des tensions entre ce qui est attendu professionnellement, ce qui est visé du point de vue éducatif et ce qui est enseignable. Afin de faciliter la lecture de notre texte, nous exposons ici une synthèse organisée de notre lecture des textes officiels. Les extraits de ces textes concernant le raisonnement spatial mathématisé et les vecteurs en particulier sont consultables dans la partie Annexe des documents :

- L'extrait du programme de mathématiques et de sciences physiques et chimiques de lycée professionnel figure dans la partie *Annexe des documents* ;
- L'extrait du référentiel des activités et compétences du baccalauréat de technicien d'usinage, valable pour les deux disciplines technologiques de construction mécanique et de productique usinage, figure dans la partie *Annexe des documents*.
- les énoncés et les corrigés des épreuves du baccalauréat de productique usinage 2010 sont accessibles en ligne par le moteur de recherche du centre régional de documentation pédagogique de Montpellier (www.crdp-montpellier.fr/ressources/examens/). Les extraits que nous utilisons sont reproduits dans la partie *Annexe des documents*.

9.2.2. Les différentes fonctions des vecteurs : approche globale par les situations

Lors de l'examen des documents, nous procédons en deux temps :

[306] Deux sites principaux hébergent la base de données des épreuves technologiques des baccalauréats professionnels, toutes spécialités confondues : www.crdp-montpellier.fr/ressources/examens/ et http://eduscol.education.fr/sti
Le second site est pourvu d'un moteur de recherche par auteurs, montrant que les enseignants mutualisent des corrigés, des fiches d'activités, constituant ainsi des ressources communes. Sur ce site institutionnel, les documents ne sont pas nécessairement anonymés.

- D’abord par discipline : nous faisons l’inventaire des situations modélisées par les vecteurs impliquant un enseignement explicite ou non sur les vecteurs ;
- Puis pour la filière : nous synthétisons les fonctions de l’objet *vecteur* selon les situations modélisées. Nous utilisons les quatre fonctions du vecteur que nous avons identifiées lors de notre étude de son construit historique (§ 9.1) :
    - La fonction de calcul analytique (que nous avons appelée *fonction n°1*) qui nécessite le cadre euclidien ou affine euclidien et se traite par calcul numérique sur les coordonnées ;
    - La fonction de calcul graphique (que nous avons appelée *fonction n°2*) qui se traite dans l’espace graphique et permet de conserver une vision/ compréhension géométrique des opérations vectorielles ;
    - La fonction d’applications de l’espace (que nous avons appelée *fonction n°3*) qui nécessite le cadre ensembliste et permet d’associer des objets mathématiques de natures éventuellement différentes. Par exemple, une translation associe à tout point de l’espace un autre point ; un champ associe à tout point de l’espace un vecteur ; *etc.*
    - La fonction de structuration par classe d’équivalence (que nous avons appelée *fonction n°4*).
      Cette fonction porte le numéro le plus élevé car elle nécessite que les fonctions précédentes soient vérifiées.

Notre but est de comprendre comment se répartissent les fonctions du vecteur entre les disciplines.

Entrée par le programme de la discipline mathématiques-sciences physiques et chimiques

Le programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques[307], commun à toutes les filières[308], commence chaque module par l’exergue suivant : « l’objectif de ce module est de fournir aux élèves des outils spécifiques utilises dans le domaine professionnel ». La plupart des modules signalent donc des objets à enseigner en liaison avec une discipline du domaine professionnel. Parmi ces objets, ceux qui relèvent du champ conceptuel des vecteurs sont :
- La caractérisation géométrique et analytique d’un vecteur ;
- La méthode graphique d’addition vectorielle ;
- La trigonométrie *via* le produit scalaire pour le calcul de grandeurs géométriques en mathématiques ;

[307] BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009.

[308] Les filières professionnelles sont réparties en trois groupes : (A) les métiers de l’informatique et de l’électrotechnique ; (B) les métiers de production et de maintenance ; (C) les métiers de service.
La filière productique-usinage est référencée dans le groupe B.

– La résultante d'une force, le moment scalaire d'une force ou d'un couple de forces en sciences physiques.

Les fonctions du vecteur requises par ce programme sont de faire du calcul géométrique, c'est-à-dire d'utiliser l'outil vecteur pour traiter des questions d'alignement, de parallélisme, de repérage, de mesure de grandeurs géométriques (longueur, distance, angle) par calcul analytique (fonction n°1) et/ou représentation graphique (fonction n°2) dans l'espace euclidien, le repère orthonormé étant donné.

Entrée par le référentiel des disciplines technologiques de la productique usinage

Le référentiel de la filière productique usinage[309], outre les objets déjà signalés, répertorie dans la partie « savoirs associés » aux activités professionnelles, trois activités d'analyse dans lesquelles c'est une fonction épistémique métamathématique du concept de vecteur qui est requise : celle de structurer les objets géométriques par classes d'équivalence. Nous précisons à présent le point de vue ensembliste introduit à travers ces activités d'analyse.

L'activité d'analyse morphologique.

Il s'agit de classer les surfaces (fonction n°4) selon leur invariance sous l'effet d'une transformation. Les vecteurs servent à caractériser ces transformations, translation ou rotation (fonction n°3) de l'espace affine, vu comme ensemble, dans lui-même. Mathématiquement, une surface est vue comme un ensemble continu de points auquel est comparé son ensemble-image par la transformation. Opératoirement, cela revient à concevoir la trajectoire de points nominaux suffisants pour construire un profil et générer une surface de l'espace par une translation ou rotation que caractérisent les vecteurs. Nous retrouvons les deux cadres du raisonnement spatial, algébrique ou cinématique, discutés et illustrés précédemment à deux reprises dans cette partie lorsque nous avons analysé les situations introductives des vecteurs (chapitre 6) ou leur définition (§ 9.1.3.).

L'activité d'analyse morphologique est associée aux activités de sélection d'outil ou de réglage de machine-outil. En fonction de la définition d'une pièce et du comportement des outils, il s'agit d'anticiper l'effet d'un déplacement rectiligne ou rotatif d'un outil sur la surface de matière à usiner. L'accès de l'outil aux surfaces usinées est décrit par des translations selon les axes et changements de repère orthonormé (fonction n°1).
Nous adjoignons à ce descriptif la notion de champ[310] de vecteurs (de contraintes, de vitesse) permettant d'étudier les systèmes déformables en construction mécanique. Bien que la situation soit mécaniquement différente, nous procédons à ce recoupement parce que la situation

[309] Arrêté portant création du baccalauréat professionnel Technicien d'usinage du 16/02/2004.

[310] Nous nous réferons ici à la définition élémentaire donnée en sciences physiques en filière scientifique.
Un champ de vecteurs est une application qui à tout point de l'espace associe un vecteur.
Un champ uniforme est une application constante, c'est-à-dire qu'il exste un unique vecteur associé à tout point de l'espace.

mathématique est analogue. Il s'agit d'un point de vue ensembliste permettant d'associer à tout point de l'espace mathématique une image (un point ou un vecteur). L'objet *application entre ensembles* est convoqué ainsi que la composition d'applications.

L'activité d'analyse cinématique

Il s'agit de classer (fonction n°4) les éléments d'un système technologique selon la relation d'équivalence cinématique suivante : *deux éléments sans mouvement relatif l'un par rapport à l'autre appartiennent à la même classe*. Le système peut alors être partitionné en sous-systèmes équivalents (ce qui physiquement correspond à des sous-systèmes rigides). Les mouvements sont mathématiquement modélisés par des translations ou rotations par rapport à l'un des axes d'un repère orthonormé local. Dans cette activité d'analyse cinématique d'un système technologique, il s'agit toujours de déterminer les sous-systèmes, sans préjuger des causes mécaniques ou des solutions techniques.

L'activité d'analyse vectorielle

L'activité identifiée ici est dans la continuité de l'analyse cinématique ; nous lui avons donné un nom différent parce qu'elle ajoute un niveau de complexité dans la construction des objets du champ conceptuel des vecteurs. Il s'agit de décrire les articulations entre sous-systèmes et de réduire un ensemble complexe de données vectorielles modélisant cette articulation de l'espace physique à un méta-objet théorique appelé *torseur* (fonction n°4). Un torseur modélise les actions exercées sur les liaisons entre solides.

Dans la section suivante, nous reviendrons sur la définition mathématique de l'objet *torseur* dans le but d'observer les adaptations sémiotiques faites par la discipline de construction mécanique à des fins d'enseignement.

A présent, nous voulons préciser la fonction de l'objet *torseur* en construction mécanique.

Mathématiquement, un torseur en un point A est une classe d'équivalence représentée par la donnée de deux vecteurs :

- ❖ un vecteur résultant indépendant de A, noté $\overrightarrow{F}$;
- ❖ un moment résultant en A, $\overrightarrow{M_A}$.

La fonction du torseur en A est de modéliser une grandeur physique (force, déplacement, vitesse, …) par une composante de translation de direction $\overrightarrow{F}$, et une composante de rotation d'axe $\overrightarrow{M_A}$ (si $\overrightarrow{M_A}$ est non nul).

Comme on décompose un vecteur, on peut décomposer un torseur en A , en décomposant le vecteur $\overrightarrow{F}$ et en faisant s'appliquer certaines composantes de $\overrightarrow{F}$ en un point distinct de A, (que nous nommons B), ce qui va modifier l'expression du moment en A en fonction de B.

Si $\overrightarrow{F}$ s'applique en B alors le moment crée par $\overrightarrow{F}$ en A est un vecteur défini par l'opération de produit vectoriel : $\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{F}$. On aura donc une nouvelle expression du torseur en A :

$$\left(\overrightarrow{F}, \quad \overrightarrow{M_A} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{F}\right)$$

Cette présentation nécessite de rappeler la définition de l'opérateur *produit vectoriel*, noté $\wedge$.

Dans la partie *Annexe des démonstrations*, nous donnons de façon générale et détaillée la définition et les propriétés du produit vectoriel.

Pour ce qui nous concerne ici, nous indiquons simplement que, en nous plaçant dans $\mathbb{R}^3$, le $\mathbb{R}$-espace vectoriel usuel muni du produit scalaire canonique (celui qui est indiqué dans le formulaire de la Figure 116 c), nous pouvons orienter l'espace. C'est-à-dire : si les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{F}$ ne sont pas colinéaires alors $\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{F}$ désigne le vecteur qui engendre une droite orthogonale au plan engendré par $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{F})$ et qui, de plus, oriente cette droite dans un sens conventionnellement positif. On peut dire que la base de l'espace ainsi formée, $(\overrightarrow{BA},\ \overrightarrow{F},\ \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{F})$, est une base directe.

La figure 113 décrit l'exemple d'un torseur en A décomposé de quatre manières différentes mais équivalentes.

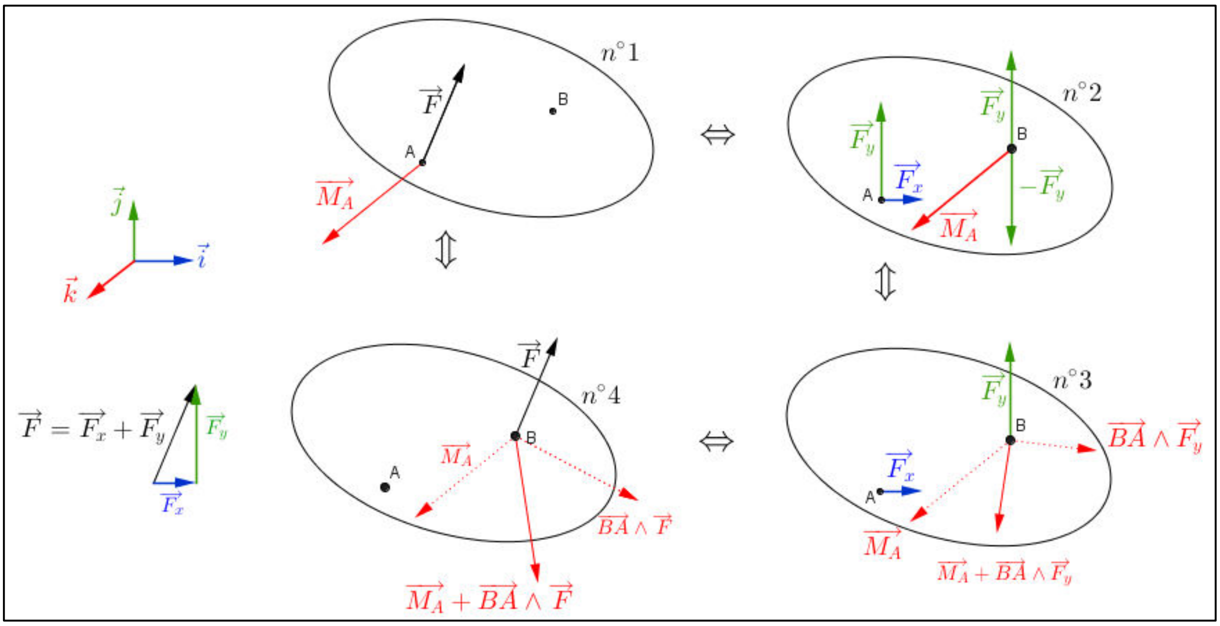


Figure 115 : Torseur représenté par quatre systèmes équivalents n°1, 2, 3, 4.

Dans le système n°1, on considère le torseur défini au point A par le couple $(\vec{F},\ \overrightarrow{M_A})$. Cela signifie qu'on connaît le vecteur $\vec{F}$, qui ne dépend pas de A, et le vecteur moment $\overrightarrow{M_A}$ qui lui dépend du point A.

Dans le système n°2, deux vecteurs opposés s'appliquent au point . On a :

$$\begin{cases} (\overrightarrow{F_x} + \overrightarrow{F_y}) + (\overrightarrow{F_y} - \overrightarrow{F_y}) = \overrightarrow{F} \\ \overrightarrow{M_A} + (\overrightarrow{BA} \wedge (\overrightarrow{F_y} - \overrightarrow{F_y})) = \overrightarrow{M_A} \end{cases} \quad \textit{i.e.}\ \text{le torseur sous la même forme: } (\vec{F},\ \overrightarrow{M_A});$$

Dans le système n°3, la composante $\overrightarrow{F_y}$ s'applique au point B . On a :

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_x} + \overrightarrow{F_y} = \overrightarrow{F} \\ \overrightarrow{M_A} + (\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{F_y}) \end{cases} \quad \textit{i.e.}\ \text{le torseur sous la même forme: } (\vec{F},\ \overrightarrow{M_A} + (\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{F_y}));$$

Dans le système n°4, le vecteur $\vec{F}$ s'applique au point B . On a :

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_x} + \overrightarrow{F_y} = \overrightarrow{F} \\ \overrightarrow{M_A} + \left(\overrightarrow{BA} \wedge \vec{F}\right) \end{cases}$$ *i.e.* le torseur sous la même forme: $\left(\vec{F},\ \overrightarrow{M_A} + \left(\overrightarrow{BA} \wedge \vec{F}\right)\right)$.

On pourrait ainsi considérer d'autres systèmes en faisant varier les décompositions de $\vec{F}$ et les points d'applications de ces composantes :

> [...] toutes les écritures sont statiquement équivalentes [...]. De ce fait, on peut choisir n'importe quel point pour écrire le torseur des actions exercées en [en A]. Les différentes écritures sont comparables aux différentes photos possibles d'un même individu. (Fanchon, 2008, p. 101)

L'analyse vectorielle correspond à l'activité de construction mécanique dite, *analyse des liaisons cinématiques*. Cette activité étudie le degré de liberté d'une surface de contact entre deux sous-systèmes indéformables (non équivalents). Nous avons présenté l'objet *degré de liberté* (chapitre 3) pour illustrer la notion d'objet mathématique dans le contexte didactique de construction mécanique dans la filière productique usinage.

Grâce aux documents de la filière productique usinage, nous avons identifié les situations disciplinaires impliquant les vecteurs. A travers ces situations, nous avons dégagé quatre fonctions épistémologiques des vecteurs. Nous les récapitulons une à une en les illustrant à l'aide d'énoncés extraits des épreuves du baccalauréat professionnel de productique usinage de 2010, considérant qu'ils sont des exemples de discours dans les langages disciplinaires.

9.2.3. Les fonctions des vecteurs

Nous reprenons chacune de ces fonctions : n°1 : calcul analytique, n°2 : calcul graphique, n°3 : applications de l'espace, n°4 : classification par relation d'équivalence.
Les illustrations proviennent des épreuves[311], corrigées ou non, du baccalauréat de productique usinage de 2010 :

- Un extrait d'épreuve *analyse de données techniques* relatives à une machine à commandes numériques (Figure 116 a) ; nous retrouvons les notations et les appellations que de la situation de réglage de machine (chapitre 5, § 5.2.) ;
- Un extrait du formulaire qui accompagne toute épreuve *de mathématiques* (Figure 116 b) que les questions traitent ou non des vecteurs.

Nous avons choisi ces deux extraits parce qu'ils rendent compte des techniques attendues, des notations plus ou moins normalisée, des éléments d'organisation spatiale du texte facilitant la lecture et l'écriture. Si l'extrait de formulaire peut être considéré en soi, l'extrait d'analyse de données techniques provient d'un dossier technique contenant des figures complexes.

Ces documents sont en ligne sur le site du CNDP de Montpellier.

[311] Analyse de dossier technique (référence TU-1006 ST11)
Mathématiques-sciences physiques et chimiques (référence TU-1006 ST 12)

Une base de sujets d'examens dans différentes filières technologiques existe sur le site du CNDP. On trouve aussi sur Eduscol le portail national dédié aux sciences et techniques industrielles (http://eduscol.education.fr/sti/) sur lequel d'abondantes ressources, dont les épreuves professionnelles et techniques.
Les extraits que nous utilisons sont reproduits dans la partie *Annexe des documents*.

9.2.3.1. La fonction n°1 des vecteurs : le calcul analytique

Cette fonction permet de raisonner à partir de coordonnées dans un repère affine quelconque, les coordonnées pouvant être calculées, lues, interprétées en termes de translation selon les axes du repère, reportées dans un calcul ou un schéma...

En mathématiques-sciences physiques et chimiques et en construction mécanique, le repère, toujours orthonormé, permet de calculer des longueurs de déplacement, des angles grâce au produit scalaire enseigné au niveau de la première en classe de mathématiques (Figure 116 b).

En productique usinage (Figure 116 a), les élèves disposent de ressources complexes (descriptifs textuels, photographies, plans, fiches techniques, fichier numérique simulant le processus d'usinage) et doivent restituer leur réponse en complétant les espaces déjà apprêtés d'un dossier-réponse. Les noms des axes X+, Y+, Z+ sont normalisés :

- L'outil bouge selon la direction de l'axe Z+ , dans le sens positif en s'éloignant de la pièce ;
- La pièce bouge selon la direction de l'axe X+ : le sens est donné par la machine ;
- L'axe Y+ est tel que (X+, Y+, Z+) forment un trièdre direct.

Les vecteurs permettent de décrire les changements d'origine (ou changements de référentiels signalés dans l'énoncé par les acronymes Opp1, OP, …). La sémiotique des vecteurs combine celle de la machine outil (X+, Y+, Z+) et celle de la description cartésienne (*origine, axes, position, décalage, valeur*). Dans la discipline de productique usinage, l'approche est effectivement analytique et les calculs consistent en des additions d'entiers relatifs (*décalage* composant par composante). L'analyse de l'entretien avec l'enseignant de productique usinage E-pu2 (§ 9.3.3.) a montré que l'activité de changement de référentiel est bien interprétée comme une activité mathématique sur les vecteurs.

> **7-E-pu2** : comprendre la différence entre sens et direction / c'est la position dans le repère / comprendre les changements de repère / on recherche ce vecteur / mais aussi la norme qu'ils recherchent // un vecteur reste un modèle mathématique d'une force / d'une tension / d'un déplacement // si j'enlève les éléments / il reste la chaîne vectorielle

L'extrait du formulaire de mathématiques (Figure 116 b) s'organise autour de l'expression analytique du produit scalaire ; cela confirme une approche analytique des vecteurs nécessitant des connaissances mathématiques plus poussées. Il est à noter que si le changement de référentiel est systématiquement évalué dans la discipline de productique usinage, l'épreuve de mathématiques peut ne pas comporter de questions sur les vecteurs. Il faut se souvenir que l'évaluation en lycée professionnel se fait aussi par contrôle en cours de formation (CCF).

En vous aidant du Dossier Technique avec les différents DT, du document fourni dans le Dossier Ressource « DR8 Etaux DOGA » et du fichier dans le dossier FAO « Support couteau Phase 200 posage A »

- **Représenter en rouge « l'Opp1 » (Origine palette) sur les fig.1 et 2.**
- **Représenter en bleu les axes normalisés X+, Y+, Z+ à partir de l'Opp1 sur les fig.1 et 2.**
- **Représenter en rouge les vecteurs de décalage d'origine (OP1/Opp1) en X, Y et Z sur les fig**
- **Déterminer et porter la valeur A sur la Fig.2**
- **Déterminer les décalages qui positionnent OP1 et porter les valeurs sur les fig.1 et 2.**

Décalage en X :	
Décalage en Y :	
Décalage en Z :	

a La fonction de calcul analytique du vecteur en productique usinage.
Epreuve professionnelle d'élaboration d'un processus d'usinage, page 6.

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

b. Extrait du formulaire. Epreuve de mathématiques.

Figure 116 : Le vecteur et la fonction de calcul analytique.
a : productique usinage, b : mathématiques
Epreuves du baccalauréat professionnel de productique usinage 2010.

9.2.3.2. La fonction n°2 des vecteurs : le calcul graphique

Cette fonction permet de faire l'opération d'addition vectorielle graphiquement ou réciproquement de décomposer additivement un vecteur. Nous avons distingué cette fonction de la précédente car elle permet de comparer et calculer géométriquement sans recourir aux

nombres comme nous l'avons indiqué précédemment (§ 9.1.) à propos du construit historique de l'objet vecteur.
Dans le cadre scolaire de la filière productique usinage, il nous faut distinguer les différentes définitions et situations proposées par les disciplines : en mathématiques d'une part et en sciences physiques et en construction mécanique d'autre part :

> **Connaissances dans le programme de mathématiques**
> *Eléments caractéristiques d'un vecteur $\vec{u}$: direction, sens, norme.*
> **(**BOEN n°2 spécial 19/02/2009, p. 16)
>
> **Connaissances dans le programme de sciences physiques**
> *Eléments caractéristiques d'une force : point d'application, droite d'action, sens et valeur en newton.*
> **(***ibid.*, p. 54).

En mathématiques, le vecteur est défini comme une classe d'équivalence, même si l'expression de classe d'équivalence n'est pas prononcée et la notation de référence conserve le sens géométrique (flèche) mais est indépendante des représentants figuraux ($\vec{u}$).

En sciences physiques et en construction mécanique, ce sont des actions (force, tension) et des vitesses qui sont définies, lesquelles utilisent le modèle vectoriel lié à un *point d'application*.
La notion de bipoint orienté présente dans les programmes de mathématiques antérieurs à 1982 (§ 9.1.2.) suggère que la force hérite des propriétés du vecteur tout en prenant un sens localement. Sur la figure 117, on peut voir que le tableau est une aide à l'analyse de la force : le nom (colonne 1) désigne le point d'application (colonne 2) puis la direction puis le sens puis l'intensité.
L'addition vectorielle est faite graphiquement par la règle du bout à bout : c'est le triangle que les correcteurs ont dessiné.
L'intensité est, dans cet exercice, est mesurée directement grâce à l'échelle : 1mm représenté correspond à 20 Newton.
Concernant la norme d'un vecteur, on trouve occasionnellement, selon le contexte géométrique ou physique, d'autres termes : *longueur*, *module*, *intensité*, *magnitude*, … permettant des déclinaisons d'autres grandeurs vectorielles telles que : vitesse, accélération gravitationnelle, champ électrique...

A la différence du point de vue cartésien associé à la fonction n°1 où une grandeur est analysée par rapport à un repère, la grandeur est ici manipulée sans être décomposée ainsi que l'explique Maxwell en 1873, lors de la réédition de son traité d'électricité et de magnétisme, dans lequel il utilise le langage vectoriel comme une simplification d'écriture :

> « souvent en physique, pour raisonner, et non plus pour calculer, il est désirable d'éviter l'introduction explicite des coordonnées cartésiennes, et il est avantageux de fixer son attention sur un point de l'espace pris en lui-même, et non plus sur ses trois coordonnées, sur la grandeur et la direction d'une force, non sur ses trois composantes. Cette manière d'envisager les quantités géométriques et physiques est plus naturelle que l'autre, et se présente d'abord à l'esprit » (cité par Cousquer, 1998, en ligne)

La fonction n°2, que nous avons appelée *fonction de calcul graphique* sert à raisonner alors que la fonction n°1 sert principalement à raisonner et à quantifier (Figure 112).

✓ ***Déterminer graphiquement les actions mécaniques sur l'axe 14 et compléter le tableau :***

Force	Point d'application	Direction		Sens		Intensité en N	
		Avant étude	Après étude	Avant étude	Après étude	Avant étude	Après étude
$\overrightarrow{B}_{SE5/14}$	B	/	....	↙	....	938	....
$\overrightarrow{B}_{SE6/14}$	B	\	....	?	....	?	938
$\overrightarrow{B}_{tige\ vérin/14}$	B	----	....	?	....	?	800

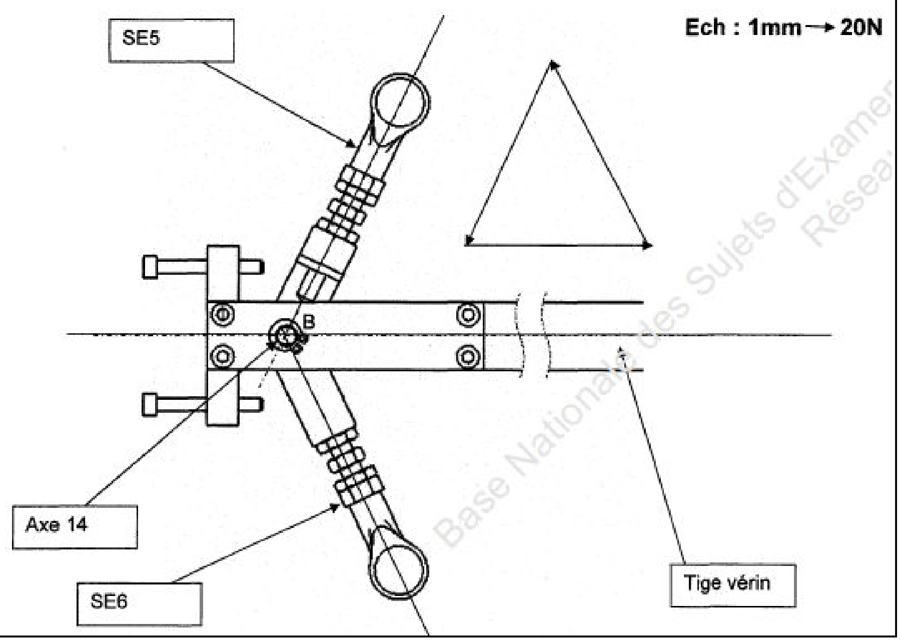


Figure 117 : le vecteur et la fonction de calcul graphique. Corrigé de la question 3.6 de l'épreuve d'analyse des données techniques, baccalauréat professionnel de productique usinage 2010.

9.2.3.3. La fonction n°3 des vecteurs : les applications de l'espace

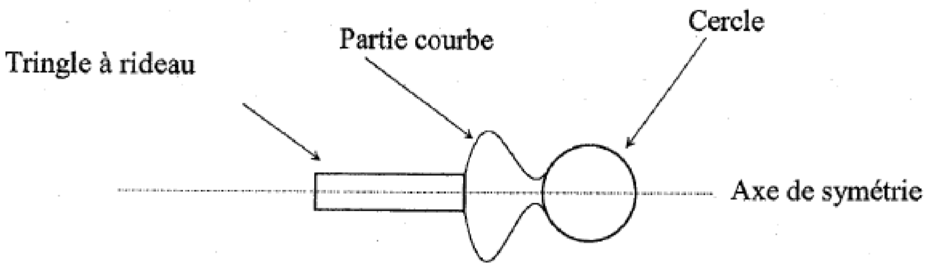
Cette fonction apparaît dans des situations de modélisation des surfaces en construction mécanique selon deux points de vue.

Le premier point de vue est ensembliste : il s'agit d'associer un point de l'espace à un point de l'espace (cas d'une translation ou d'une rotation) ou bien d'associer un point de l'espace à un vecteur (cas de champ de vitesse constant, de champ magnétique uniforme) ou bien d'associer une partie de l'espace à son ensemble image (cas d'un profil). La figure 88 (chapitre 6) qui répertorie des surfaces usuelles invariantes par translation ou rotation, permet de constater le recours implicite aux vecteurs pour caractériser les translations ou les rotations (*le long d'une droite, autour d'une droite perpendiculaire au plan*), l'orthogonalité d'un axe de rotation par rapport à une surface... L'orientation d'une surface par un vecteur normal nous indique que l'espace géométrique est l'espace affine euclidien.

Du point de vue technologique, la plupart des objets techniques courants présentent au moins un élément de symétrie ou peuvent être décomposés en sous-systèmes. L'illustration (Figure 118) que nous avons choisie montre comment la discipline des mathématiques propose un énoncé où le cadre technologique vient soutenir le cadre mathématique visé : la situation technique (*tringle, embout*) justifie la question de modélisation mathématique : modéliser un des éléments de géométrie du *profil* par la courbe d'une fonction polynomiale. La situation d'évaluation de cet énoncé suggère que le mot *profil* est familier dans la filière productique usinage et a été validé par la communauté des enseignants de mathématiques comme créant une cohérence sémantique entre la discipline générale et la discipline professionnelle. Dans ce contexte, un *profil* est une ligne de contour suffisante pour reconstituer la surface de la tringle par rotation autour de son axe (idéal). Le profil[312] décrit, dans un plan favorable, les creux et pleins de matière.

[312] En géométrie descriptive, est dit *de profil* tout élément contenu dans un plan orthogonal à l'axe (Oy) ; les transformations (rotations, rabattement) permettant de changer de plans de projection étaient objets d'enseignement des mathématiques dans les années 1950. Nous reviendrons sur la question de la reconnaissance des objets mathématiques selon leur localisation (ou leur absence de localisation) dans les disciplines.

Le schéma ci-dessous représente le profil de l'embout d'une tringle à rideau.



Le profil de l'embout possède un axe de symétrie. Sa partie supérieure est constituée d'une partie courbe et d'un demi-cercle.
L'objectif de l'exercice est d'étudier et de tracer avec précision la partie supérieure du profil.

Figure 118 : Le vecteur et la fonction d'applications de l'espace affine euclidien.
Epreuve de mathématiques, baccalauréat professionnel de productique usinage 2010.

Le deuxième point de vue est algébrique : les opérations plus ou moins explicitées pouvant survenir dans la filière productique usinage sont d'une part le produit vectoriel (pour calculer des moments) et, d'autre part, l'addition vectorielle à travers la composition de translations ou de vitesses. Ce point de vue permet de décrire analytiquement des invariants relatifs à des éléments de surfaces. Dans le référentiel des activités et compétences de la productique usinage, les mots mathématiques *transformation* ou *application* ou *application composée* ne sont jamais employés ; c'est toujours par le versant cinématique dans l'espace affine euclidien que la composition est abordée. La figure 88 déjà citée est extraite d'un document de formation enseignante et parle de *déplacements combinés*.

Dans le référentiel des activités et compétences de la filière productique usinage, on peut lire des expressions[313] telles que :

> « Possibilités de générations de formes »
> « Caractéristiques des liaisons (encastrement, glissière, pivot, pivot glissant, hélicoïdale) »
> « Identification et caractérisation de mouvements (translation, rotation, hélicoïdal) »
> « Composition de vitesses »
> « Mouvement uniformément varié en translation et en rotation autour d'un axe fixe »
> « Surfaces générées associées aux outils »
> « Mouvements de génération disponibles par rapport au bâti »
> « Combinaisons de mouvements »

On retrouve dans ces formulations une dialectique entre trois cadres : un cadre technologique (glissière, pivot), un cadre cinématique prédominant (mouvement, vitesse, autour de, …) et un cadre algébrique-ensembliste implicite (combinaison, génération, translation, rotation).

---

[313] Dans le référentiel des activités et compétences de productique usinage, chaque expression correspond à un savoir *associé* (Cf. *Annexe des documents*).

La dernière fonction, la fonction n°4 de classement, se distingue de la précédente parce que la notion d'ensemble y est explicite.

9.2.3.4. La fonction n°4 des vecteurs : la classification par relation d'équivalence

Cette dernière fonction permet de structurer la diversité de l'univers technologique, qu'il s'agisse de celle des surfaces des objets à produire, de celle des outils ou de celle des contacts entre deux solides. La modélisation mathématique de ces objets techniques à l'aide, entre autre, de l'objet *vecteur* permet de les classer et de réduire la diversité apparente en une diversité conceptuelle moindre. Dans le référentiel des activités et compétences de la productique usinage, on peut lire des expressions[314] telles que :

> « Classes d'équivalence cinématiques »
> « Classification, différenciation morpho-dimensionnelle, entités, typologie des surfaces (cas de pièces cylindriques et de pièces prismatiques) »
> « degré de liberté [315][d'une liaison indéformable entre deux solides] »
> « Typologie des travaux associés aux outils et aux machines »

Dans les disciplines technologiques de la filière productique usinage, la structuration par ensembles d'éléments ayant la même propriété s'appuie sur la mise en évidence, en situation, de points communs ou de différences. Ouvrier-Buffet (2006) a montré que, dans les activités de classements, l'abstraction d'une propriété commune était plus difficile que la différenciation par une propriété saillant**e.**

Les figures 118 et 119 illustrent la fonction classificatoire des vecteurs : la figure 118 parce qu'elle évoque une surface invariante par rotation autour d'un axe, la figure 119 parce qu'elle montre le classement des intersections de surfaces.
Regardons plus attentivement la forme de l'énoncé (Figure 119). Nous avons reproduit le corrigé des questions 1.2 et 1.3. de l'épreuve d'analyse de données techniques du baccalauréat 2010. Cette épreuve consiste en l'exploitation d'un dossier technique dans le contexte d'une problématique de maintenance technique. Par exemple, dans l'épreuve de 2010, il s'agit de proposer une solution technique pour corriger un dysfonctionnement d'un système automatique de saisie de barres d'acier ravitaillant un tour d'usinage. Un schéma représentant un modèle fonctionnel du système automatique est fourni aux élèves ; on leur demande d'interpréter les données du dossier technique dans les buts suivants : d'abord de faire une partition des éléments techniques par *systèmes équivalents*[316] (question 1.1), puis de localiser les sous-systèmes sur le schéma (question 1.2.), enfin de caractériser quelques liaisons particulières entre deux sous-

---

[314] *Idem* que la note 32.
[315] Le *degré de liberté* est défini (Figure 16 a) dans un manuel de productique usinage (1992) ;
le *degré d'invariance* est défini (§ 6.3.2.2., Figure 88) à partir d'un document de formation (1999) destinés aux enseignants de la filière productique usinage.
[316] Un sous-système équivalent est composé de pièces solides immobiles entre elles. Ce concept technologique décrit des déplacements relatifs nuls.

systèmes en codant les déplacements relatifs conservant la géométrie de la liaison[317] (question 1.3.). Cette dernière caractérisation d'une relation entre parties de l'espace relève de l'objet mathématique appelé *degré de liberté* que nous avons présenté (chapitre 3). Le degré de liberté décrit les translations ou rotations d'un solide par rapport à un autre solide analytiquement dans un repère orthonormé. Dans le champ conceptuel du degré de liberté, se trouvent d'autres objets mathématiques tels que :

- Le *degré de liaison* qui, lui, fait l'inventaire des axes du repère selon lesquels les solides sont immobiles relativement l'un à l'autre ;
- Le *torseur* qui est un descripteur local (en un point) du degré de liberté. Mathématiquement, un torseur est défini comme une classe d'équivalence de couples de vecteurs. Comme nous l'avons déjà annoncé, nous reviendrons par la suite sur l'objet *torseur* car, si le mot lui-même, n'apparaît pas dans le référentiel de la filière productique usinage, il est employé par l'un des enseignants que nous avons interviewés. C'est pourquoi l'objet *torseur* a nécessité des éclaircissements du point de vue de sa définition et de sa nature.

[317] Géométriquement, une liaison est la région spatiale de contact entre deux solides. Dans l'espace affine euclidien, la forme géométrique de cette liaison peut être un point, un segment, une partie plane, …Un repère affine orthonormé orientant la liaison permet de décrire quelles rotations ou translations permettent de déplacer l'un des solides en conservant la forme de la liaison. Par exemple, la liaison entre une sphère tangente à un plan et ce plan est réduite à un point. Cette liaison reste réduite à un point si la sphère est mise en rotation par rapport à un axe quelconque ou si elle est translatée selon un vecteur de direction parallèle au plan.

Question 1-1 :

✓ ***On demande de compléter les classes d'équivalence cinématique suivantes (on ne prendra pas en compte les joints) :***

Attention : tous les repères présents sur les dessins d'ensemble, même ceux avec une lettre (ex : 14a, 14b, ...) devront être utilisés dans la question.

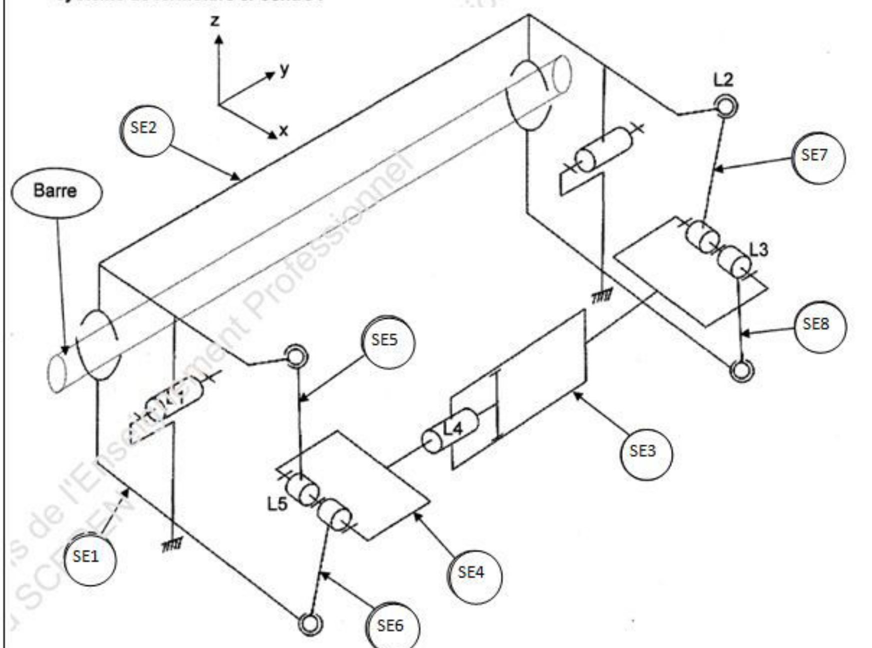
La biellette haute gauche : SE5 = {39a, ... }

La biellette basse gauche : SE6 = {39b, ... }

//

Question 1-2 :

✓ ***Indiquer les classes d'équivalence dans les cercles du schéma cinématique du système de fermeture ci-contre :***



Question 1-3 :

✓ ***On demande de compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de liberté (Convention : 1= Mouvement ; 0= Pas de Mouvement), le nom des liaisons ainsi que les classes d'équivalence cinématique concernées :***

Liaison	Liaison entre	Degrés de liberté						Nom de la liaison
//////////								
		Rx	Ry	Rz	Tx	Ty	Tz	
L4	SE3 / SE4	0	1	0	0	1	0	Pivot-glissant
		Rx	Ry	Rz	Tx	Ty	Tz	
L5	SE4 / SE5	1	0	0	0	0	0	Pivot

Légende

//////// : césure dans la reproduction du corrigé.
Rx : rotation selon l'axe (Ox).
Tx : translation selon un vecteur de direction (Ox).
SE*n* : système équivalent numéro *n*.
L*n* : liaison numéro *n* entre deux sous-systèmes.

Figure 119 : Le vecteur et la fonction de classification.
Corrigé de l'épreuve d'analyse de données techniques, baccalauréat de productique usinage 2010.

Le corrigé (Figure 119) n'est pas explicatif : il positionne simplement les réponses attendues dans les espaces réservés (*des cercles* dans le schéma, *des cases* dans le tableau).
Ce qui nous importe ici est la sémiotique utilisée pour amener l'élève à produire des classements et à les communiquer en les justifiant ou non. Pour faire « passer » cette activité de classement, plusieurs adaptations du discours propres au langage de la construction mécanique sont effectuées. Nous en faisons un inventaire analytique.

1ère adaptation du discours : les aides disséminées pour assurer que la compréhension de la consigne :

- Notes entre parenthèses en rappelant les conditions d'application du modèle (« *on ne prendra pas en compte les joints* »), en donnant des exemples (« *ex : 14a* ») ;
- Amorces de réponses (« *SE5 = {39a, ...}* »).

2e adaptation du discours : la restriction de l'écrit attendu des élèves. Le document est conçu pour que l'élève communique les résultats de sa lecture d'un dossier technique et non pour qu'il construise un résultat mathématique. Il n'y a donc pas d'attente d'écriture formative[318] :

- Espaces réservés de réponses (« *indiquer dans les cercles* », « *compléter le tableau* ») ;
- Usage non mathématique du symbole « = » ;
- Type de réponse attendue de la part de l'élève : *des acronymes, deux mots*.

3e utilisation de procédés déictiques créant une continuité entre les symboles et la langue naturelle :

- acronymes : Rx pour *rotation d'axe* (Ox), Tx pour *translation selon* un vecteur de direction (ox), SE*n* pour *système équivalent n° n*, L*n* pour *liaison n° n* entre deux sous-systèmes. Ces acronymes sont spécifiques au champ de la construction mécanique ;
- Analogies de formes : les liaisons sont graphiquement représentées par des formes usuelles en perspectives cavalières. Le choix de ces formes est cohérent avec les classes d'invariance (Figure 88). Présentons trois exemples qui montrent comment la systématisation des relations se renforce à travers les registres sémiotiques mis en correspondance (ici le lexique, le signifié, le figuré).

La liaison appelée *rotule* (notée L2 sur la figure 119) correspond à une liaison conservée selon trois rotations d'axes respectif (Ox), (Oy), (Oz) ; par analogie, cette liaison est représentée par une sphère qui, dans la classification des surfaces (Figure 88), est invariante par trois rotations selon les axes d'un repère affine orthonormé d'origine placé en son centre.

[318] A l'opposé, les énoncés des épreuves de mathématiques du baccalauréat de la filière scientifique comportent l'exergue suivant : « Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. »

La liaison appelée *pivot* (notée L5 sur la figure 119) correspond à une liaison entre deux surfaces, réduite à un point et conservée géométriquement par rotation d'axe normal à l'une des surfaces passant par le point de contact. Un pivot est représenté par un cylindre court, invariant par rotation autour de son axe.
La liaison appelée *pivot glissant* (notée L 4 sur la figure 119) correspond à une liaison entre deux surfaces, réduite à une droite et conservée géométriquement par translation le long de la droite de contact ou par rotation par rapport à cette droite de contact. Un pivot glissant est représenté par un cylindre long, invariant par translation ou rotation autour de son axe.
Ces choix graphiques font l'objet de recherche en didactique disciplinaire : Galhouz (1996) montre que des codes graphiques stables, associés à des savoirs dans le cadre d'une discipline scolaire, contribuent à l'autonomie des disciplines techniques par rapport au monde professionnel. Hamon (2009) indique que les codes graphiques normalisés visent trois capacités : la *généralisation, la modélisation et la particularisation* mais aborde la question de leur efficacité cognitive. La généralisation s'explique par la structuration exercée par les différentes relations d'équivalence envisagées : *« être invariant par les mêmes déplacements que », « être solidaire à », « avoir le même degré de liberté que ».*

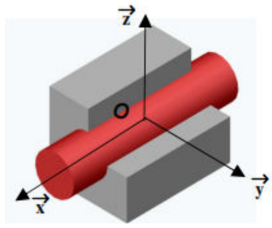
Dans le cas particulier des liaisons cinématiques, il existe en effet différents codes graphiques ; certains évoquent des formes planes plutôt que des solides : un pivot glissant sera alors représenté par un rectangle et non un cylindre, ce qui présente moins d'analogie et peut accroître la difficulté de l'interprétation du code. D'autres codes sont au contraire plus abstraits, évoquant le mode de génération de la forme géométrique modélisant la liaison ; un pivot glissant sera alors représenté par deux points sur une droite (Figure 120). Ces variations indiquent bien une problématique sémiotique : un discours articulant un contenu vers des destinataires spécifiés.

4e adaptation du discours : la prise en charge de la nature mathématique de l'activité :

- Rappel du repère orthonormé permettant d'orienter les liaisons ;
- Note [*Attention* : *tous les repères* […] *devront être utilisés.*] correspondant au théorème de partition d'un ensemble par ses classes d'équivalence ;
- Codage binaire des degrés de liberté restreignant à une information qualitative[319] ;
- Contrôle de la symbolique ensembliste (*classe d'équivalence cinématique*, *SE5 = {39a, …}*).

Nous avons vu qu'un trait de la pensée mathématique (chapitre 1) était de créer des relations et de structurer, ce que permet l'activité de classement. La *classe d'équivalence* cinématique, le *degré de liberté* d'une liaison est un objet mathématique décliné dans le champ de la construction mécanique appliqué à la productique usinage pour en faire un outil d'analyse des systèmes technologiques.

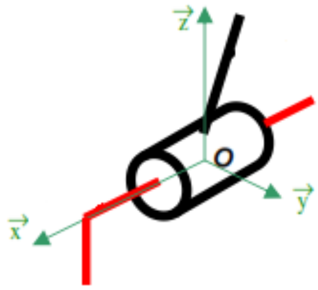
[319] Dans des niveaux de formation supérieure, la liaison est décrite quantitativement (numérique) et occasionne des calculs (Cf. l'objet *torseur*).



Perspective parallèle du pivot glissant

Ancienne norme

Norme actuelle, vue plane



Norme actuelle, perspective

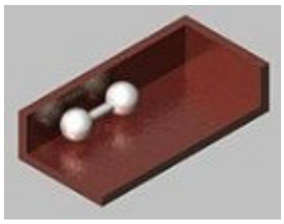


Illustration du pivot glissant

Rx	Ry	Rz	Tx	Ty	Tz
1	0	0	1	0	0

Pivot glissant représenté comme au bac TU, 2010

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} T & \;\; R \end{matrix} \\ \begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \end{array} \begin{matrix} (ox) \\ (oy) \\ (oz) \end{matrix} \text{ ou } \begin{Bmatrix} Tx & Rx \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \text{ ou } \begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Représentations assimilées à une matrice

Figure 120 : Différentes représentations qualitatives du pivot glissant.

Nous pouvons dire que l'activité mathématique de classement est signalée par le vocabulaire et le symbolisme ensembliste. Mais sa nature mathématique est en partie masquée par une sémiotique orientée vers la simplification et la communication. Nous interprétons ce masquage comme un signe d'adaptation à la filière professionnelle.
Dans la section suivante, nous récapitulons les quatre fonctions des vecteurs (calcul analytique, calcul graphique, applications de l'espace, classification) et indiquons comment elles se répartissent entre les trois disciplines de la filière que nous étudions (mathématiques, construction mécanique, productique usinage).

9.2.4. La répartition des fonctions de l'objet vecteur selon les disciplines.

Le tableau (Figure 121) récapitule la répartition des fonctions épistémologiques des vecteurs selon les situations disciplinaires.

Situation **Fonction du vecteur**	**Dans la discipline des mathématiques**	**Dans la discipline de construction mécanique**	**Dans la discipline de productique usinage**
Fonction n°1 de calcul analytique - repérage - grandeurs géométriques - grandeurs physiques	Repérage dans l'espace affine euclidien ; les repères orthonormés directs sont donnés.		
	Caractérisation par une direction, sens et norme dans un repère orthonormé Caractérisation de l'alignement, du parallélisme par la colinéarité Calcul (coordonnées, norme, aire) avec le produit scalaire ou la trigonométrie	Caractérisation par un point d'application, une direction et sens et une intensité d'une grandeur physique Calcul de moment scalaire (i.e. : la norme du vecteur uniquement) d'une force ou d'un couple de forces (en lien avec les sciences physiques)	Calcul de coordonnées après changement de repère Préréglage des machines-outils (référentiel de mouvements)
Fonction n°2 de calcul graphique - construction de solution - comparaison de vecteurs - addition de vecteurs	Addition par la règle du bout à bout (relation de Chasles) Identification vectorielle par la figure parallélogramme	Calcul de force résultante Représentation d'un champ de vecteur constant	Ordonnancement du réglage d'une machine outil par une chaîne vectorielle
Fonction n°3 d'applications de l'espace - déplacement - changement de repère - génération de surface		Analyse de la morphologie des surfaces Analyse du profil d'une pièce	Analyse du profil d'une pièce Sélection des outils d'usinage Changement de référentiel
Fonction n°4 de classification - invariance par déplacement		Classe d'invariance des surfaces Classes d'équivalence cinématique	Classement des outils par leur point générateur

-équivalence cinématique[320]		(degré de liberté, torseur[321])	

Figure 121 : Répartition des fonctions de l'objet *vecteur* par discipline dans la filière productique usinage.

Nous constatons que la fonction n°1 de calcul analytique est commune aux trois disciplines de la filière et est requise pour repérer, calculer des grandeurs géométriques (longueur, aire[322]) ou des intensités de grandeurs physiques (force, vitesse).

La fonction n°2 de calcul graphique est elle aussi commune aux trois disciplines en apparence. Cependant, outre que nous avons noté les variations de vocabulaire, les situations mathématiques diffèrent :

- Dans la discipline des mathématiques, le calcul graphique est didactique : il permet de dessiner une somme vectorielle, d'illustrer par une figure, la commutativité ou l'associativité de l'addition vectorielle, d'illustrer le vecteur nul… La figure du parallélogramme est le pivot de cette fonction. La figure est, en général, considérée comme un outil heuristique mais n'est pas avancée comme preuve ;
- Dans la discipline de construction mécanique, le vecteur est un outil de modélisation d'application d'une grandeur physique dirigée et orientée : il est attaché à un point d'application. Le calcul graphique est un outil de résolution.

Les fonctions n°3 et n°4 sont spécifiques aux disciplines technologiques. La *génération de surface* par une isométrie, la composition de *champs de grandeur* physique vectorielle, la *relation d'équivalence* dans le cadre affine euclidien sont sous-jacents aux descriptifs des systèmes ou procédures rencontrés dans ces disciplines. Ces objets mathématiques ne font pas l'objet d'un enseignement formel en mathématiques, loin de là, mais ils constituent des outils conceptuels de théorisation de la construction mécanique et de la productique usinage en tant que champs d'activité. La mathématisation de ces champs d'activité apparaît dans les contenus enseignés (modèle, vocabulaire, notation) et c'est le langage de la discipline qui adapte la sémiotique de cette mathématisation au niveau de maîtrise mathématique visée.

Tandis que la discipline des mathématiques se concentre sur le passage au cadre numérique que permet la fonction de calcul analytique des vecteurs (la fonction n°1), la discipline de

[320] La relation d'équivalence cinématique est définie ainsi : *deux éléments sans mouvement relatif l'un par rapport à l'autre appartiennent à la même classe*.

[321] L'objet *torseur* intervient ici de façon simplifiée. Un torseur est une classe d'équivalence représentable par couple de vecteurs (vecteur résultant, moment résultant en un point) modélisant respectivement une translation et une rotation.

[322] L'aire est calculée trigonométriquement sur le parallélogramme construit sur bipoints orientés $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
L'aire $AB \times AC \times \left|\sin\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)\right|$ constitue une interprétation géométrique de la norme du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
Le produit vectoriel n'est pas enseigné en lycée; il est enseigné en licence.

construction mécanique présente, par ses exigences d'analyse et de rationalisation des systèmes technologiques, une grande richesse de situations et de modes de questionnement des relations spatiales, avec les restrictions déjà signalées d'une approche plus qualitative que quantitative amenant à certaines simplifications.
Nous allons voir dans la section suivante (§ 9.3) que l'implicitation des savoirs mathématiques est justifiée, dans les discours des enseignants, par la nécessité de s'adapter aux élèves.

Une première question au cœur de cette problématique des mathématiques implicites interroge la notion d'activité mathématique. A nos yeux, une activité mathématique comporte nécessairement des données explicitées, des savoirs et des techniques mathématiques à partir desquelles s'organise une pensée mathématique, fondée sur la mise en évidence de relations logiques (non événementielles), de relations de nécessité et le contrôle des valeurs de vérité. Dans cette perspective, l'intégration de la pensée mathématique dans un raisonnement, quel que soit le domaine du raisonnement, est envisageable. Comment répondre correctement aux questions de l'épreuve d'analyse de données techniques (Figure 120) sans avoir une compréhension des notions de direction, de déplacement relatif, d'orthogonalité, sans connaître le vocabulaire sémiotique dont nous avons fait l'inventaire relativement au champ conceptuel des vecteurs (§ 9.2.) :

- Sur le plan lexical : *degré de liberté, classe d'équivalence cinématique* ;
- Sur le plan des notations : *Tx, Rx, Ty, Ry, Tz, Rz, SEn, {…} ;*
- Sur le plan des figures : *le repère orthonormé* en perspective cavalière, *le code graphique des liaisons* par analogie avec les solides usuels ;
- Sur le plan de l'espace graphique : *le tableau pour lister les composantes vectorielles*.

Une deuxième question inhérente à la problématique est : peut-on désigner comme mathématique une activité dont la nature mathématique des outils mobilisés est occultée ? Nous posons cette question en tenant compte des variations de définition et de situations entre les disciplines.
Enfin, la question *comment les disciplines autres que celles des mathématiques enseignent-elles les mathématiques ?* n'aurait-elle pas un pendant qui serait : *comment les disciplines autres que celles des mathématiques occultent-elles les mathématiques ?* De par la forte mathématisation[323] des domaines d'activités technologiques auxquels elles se réfèrent, les deux disciplines technologiques ont un rapport plus étroit au champ des recherches actuelles que la

[323] Le modèle GPS, pour *Geometrical Product Specification* , est apparu dans les années 1990 dans l'industrie automobile pour minimiser la déperdition des ressources (temps de travail, matière, outils) dû aux équivoques dans les spécifications géométrique ou dimensionnelle, aux altérations du systèmes d'informations au cours d'un projet. Le concept GPS, initialement ISO/TR 14638, fait l'objet de remaniements réguliers par l'International Standardization Organization.

discipline générale, laquelle bénéficie d'une certaine autonomie vis-à-vis de la vie réelle extérieure à l'école et de tout espace physique.

L'expression « mathématisation d'un domaine d'activités » signifie que le langage mathématique d'une part accompagne la normalisation des pratiques de communication et de modélisation : celle-ci s'observe dans la normalisation des outils de production de documents (chaîne numérique) et, d'autre part, dans la normalisation des processus de description et de transcription des données géométriques et dimensionnelles (modèle GPS). L'expression « mathématisation d'un domaine d'activités » ne signifie donc pas que les mathématiques sont seules à contribuer au domaine d'activités.

De notre point de vue, au lycée professionnel, l'activité mathématique dans les disciplines technologiques de la filière productique usinage est superficielle parce qu'elle s'exerce pour communiquer une démarche analytique normalisée mais, par ailleurs, elle est complexe et mobilise de façon authentique des outils mathématiques de haut niveau[324].

L'historique de la formation du concept de vecteur et la comparaison des emplois disciplinaires de ce concept nous ont conduite à constater que, dans la filière productique usinage, la cohésion des trois enseignements disciplinaires sur les vecteurs peine à se construire pour des raisons de configuration (quand ?), de contenus (quoi ?) ou de sémiotique (comment ?) :

- La discipline des mathématiques aborde les vecteurs dans le plan en première et se restreint à la fonction analytique ;
- La discipline de construction mécanique, très riche en situations, mobilise différentes fonctions des vecteurs et a une sémiotique spécifique qui la rend autosuffisante ;
- La discipline de productique usinage aborde les vecteurs dans l'espace dès l'entrée en seconde et mobilise la fonction analytique.

La rétrospective sur les définitions du vecteur proposées au cours des décennies dans les manuels de mathématiques montre que deux discours d'une même discipline peuvent se trouver aussi éloignés quant à l'épistémologie des vecteurs et à leur sémiotique que ceux de deux disciplines d'une même filière à une date donnée. L'histoire de l'enseignement nous montre que des raisons assez différentes peuvent expliquer le partage des objets à enseigner ou le choix des définitions. Il en va ainsi de l'introduction originelle du calcul vectoriel dans la discipline des mathématiques pour alléger le programme de physique ou de l'introduction des classes d'équivalence en lien avec la vague structuraliste.

Il nous faut néanmoins nuancer l'effet des différences que nous venons de récapituler : au lycée, l'objet *vecteur* s'inscrit dans une géométrie axiomatique naturelle (selon Houdement et Kuzniak, 2006). Les disciplines combinent différents cadres (algébrique/cinématique, affine/non affine) pour présenter l'objet vecteur de façon à pouvoir l'utiliser. Par exemple, la

[324] Dans la partie 2, § 1.2.4.4., nous avons précisé qu'un méta- objet structure les relations d'autres objets.

notion de champ de vecteurs, c'est-à-dire la notion d'application (mathématique) associant un vecteur à un point de l'espace, est très importante dans les disciplines technologiques mais cette notion n'est ni identifiée, ni définie de sorte que les caractérisations respectives du *vecteur* en mathématiques et du *vecteur force* dans les disciplines technologiques apparaissent très différentes alors qu'elles sont cohérentes mathématiquement. Ceci nous amène à considérer les raisons qu'ont les disciplines de faire tel ou tel choix concernant les situations de référence, les notations, les définitions et les justifications pour faciliter l'acquisition des objets enseignés par les élèves, ce qu'on peut appeler les raisons ergonomiques des disciplines.

9.3. Les discours enseignants sur les vecteurs dans leur discipline.

Nous venons de comparer l'enseignement des vecteurs, à travers les textes officiels et les épreuves terminales du baccalauréat de la filière productique usinage. A présent, nous appuyons notre comparaison sur les dires enseignants. Nous cherchons ainsi à observer comment les enseignants reconnaissent et se représentent la dimension mathématique, importante mais plus ou moins ressentie, de leur enseignement.

9.3.1. Présentation générale des discours analysés

Nous nous référons à certaines séquences conversationnelles, extraites d'entretiens menés successivement avec deux enseignants de productique usinage (E-pu1 et E-pu2) et un enseignant de construction mécanique (E-cm). L'intégralité des verbatim est disponible dans la partie *Annexe des données*.

Nous analysons ces séquences selon les deux points de vue complémentaires : informatif et expressif. En répondant aux questions proposées par la chercheuse lors des entretiens semi-dirigés, les enseignants sont énonciateurs : c'est-à-dire qu'ils communiquent leur point de vue d'une part sur la place des vecteurs et des mathématiques dans leur discipline mais aussi sur le point de vue qu'ils anticipent éventuellement chez leur interlocuteur, en l'occurrence la chercheuse qu'ils savent être enseignante en mathématiques.

La première séquence que nous allons examiner provient aussi de l'entretien long mené avec E-pu1 à propos de la mise en relation des besoins en mathématiques de la discipline de productique usinage et des lacunes des élèves en mathématiques, ces dernières étant sources de perturbation de l'enseignement de la productique usinage.

Nous traiterons ensuite les réponses des enseignants E-pu2 et E-cm lors d'entretiens semi-dirigés sur l'enseignement des vecteurs. Les enseignants ont été interrogés séparément. Bien que les questions suscitent des réponses brèves de leur part, nous allons néanmoins constater que la structure et le thème de leurs réponses traduisent des points de vue complémentaires sur l'enseignement des vecteurs dans la filière de productique usinage. Certaines de ces réponses nous éclairent sur la façon dont ces disciplines sollicitent la discipline des mathématiques dans le cadre du dispositif EGLS[325].

9.3.2. Les discours de l'enseignant E-pu1 à propos des besoins en mathématiques de la productique usinage

Dans l'extrait[326] qui suit, l'enseignant E-pu1 explique que le manque de compétences numériques et géométriques des élèves empêche toute spontanéité dans les activités d'atelier, ce qui se marque par la double locution restrictive à la réplique 82.
L'enseignant E-pu1 justifie alors la gêne pour l'enseignement de la productique usinage en citant (86) différentes situations impliquant les opérations numériques, la proportionnalité et enfin la génération de surfaces de l'espace (notion de profil).

> 81 Ch : alors /échec scolaire /euh est-ce que vous /quand vous êtes dans l'atelier / vous le percevez cet échec scolaire ?
>
> 82 **E-pu1 :** oui oui énormément / énormément /dès qu'on a besoin d'un p'tit peu de géométrie ou de mathématiques / y'a plus personne
>
> 83 Ch : ah //
>
> 84 **E-pu1 :** ça nous pose beaucoup de problèmes là / euh / sur l'année d'seconde // après euh après ils rattrapent
>
> 85 Ch : ça vous pose des problèmes par rapport //
>
> 86 **E-pu1 :** non mais ça nous pose des problèmes sur les calculs de tête à faire / les calculs de / quand on a une conversion à faire / un calcul de tête / euh un p'tit profil à générer euh
>
> 87 Ch : d'accord calcul mental // générer un profil / ça veut dire quoi ?
>
> 88 **E-pu1 :** créer une forme par/ par des éléments géométriques de base donc euh // segments / arcs de cercle
>
> 89 Ch : d'accord
>
> 90 **E-pu1 :** on va créer une forme en empilant tous ces [*éléments*]
>
> 91 Ch : construire
>
> 92 **E-pu1 :** la construction vraiment du projet
>
> 93 Ch : dessiner un profil vous avez dit // parce que c'est le contour d'une pièce peut-être ?
>
> 94**E-pu1:** par // par exemple dans l'cycl' que vous avez vu là bas / dans l'cycle que vous avez vu / euh on fait l'profil de la pièce via sept points euh
>
> 95 Ch : d'accord
> 96 **E-pu1 :** pour déterminer la position de ces points dans l'espace// […]

[325] Le dispositif EGLS : Enseignements généraux liés à la spécialité.
[326] L'extrait présenté provient de la séquence n°3 dans la partie *Annexe des données*.

L'enseignant E-pu1 cite des compétences numériques, effectivement travaillées dans la discipline des mathématiques à l'école et au collège puis des compétences d'analyse de surface de l'espace qui, elles, ne le sont pas.

En effet, les programmes de mathématiques n'abordent ni les notions de *profil* (87), de *point* générateur (90, 94), ni la position des points dans l'espace (96). La géométrie descriptive et la géométrie euclidienne affine permettent de modéliser des surfaces matérielles et de les classer. L'espace de travail géométrique est donc axiomatique naturel : les « *éléments géométriques de base (segments, arcs de cercle)* » sont combinés par union, déplacés par rotation ou par translation.

E-pu1 donne indirectement une description de l'activité d'analyse morphologique des surfaces, activité spécifique à la filière. Cependant E-pu1 explique difficilement ce qu'est un profil, soit parce qu'il ne veut pas s'engager dans un discours mathématique, soit parce qu'il est pris de court : il procède par analogie (90 : *en empilant*) ou par monstration (94 : *par exemple dans l'cycl'* […] *là bas*).

9.3.3. Discours des enseignants E-pu2 et E-cm à propos des vecteurs dans la filière productique usinage

Lors d'un second entretien, nous avons posé les deux mêmes questions aux deux enseignants des disciplines technologiques travaillant dans le même établissement : E-pu2 en productique usinage et E-cm en construction mécanique.

Le but était de recueillir un point de vue de la liaison des enseignements généraux aux enseignements spécialisés. Pour cela, la première question vise à faire expliciter les usages des vecteurs que fait la discipline ; la seconde question interroge les actions de liaisons avec la discipline des mathématiques.

Les entretiens sont courts ; ils ont été réalisés pendant la recréation du matin pour l'un puis avant la reprise des cours l'après-midi pour le second.

Les données présentées figurent dans la partie *Annexe des données* sous le titre *second entretien*. E-cm recourt à l'écrit à deux reprises durant l'entretien. Par commodité, nous regroupons les réponses des enseignants E-pu2 et E-cm à chacune des deux questions.

Question n°1.
Ch : indiquez les savoirs sur les vecteurs nécessaires pour le baccalauréat productique usinage

E-pu2 : comprendre la différence entre sens et direction / c'est la position dans le repère / comprendre les changements de repère / on recherche ce vecteur / mais aussi la norme qu'ils recherchent // un vecteur reste un modèle mathématique d'une force / d'une tension / d'un déplacement // si j'enlève les éléments / il reste la chaîne vectorielle

E-cm : la chaîne de cote le transfert des cotes // en seconde / les notations (E-cm *écrit*) $\overrightarrow{F_{A_{1\to2}}}$ en physique et $\overrightarrow{A_{1/2}}$ en France en construction // le produit vectoriel pour résoudre des forces parallèles par exemple sur une poutre (E-cm *dessine* Figure 122) / / les torseurs jusqu'au niveau 3 dans le référentiel TU // aussi le lien entre la réalité et l'outil théorique

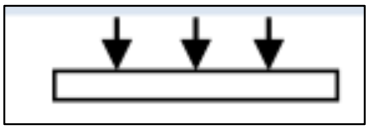


Figure 122 : Dessin réalisé par E-cm au cours de l'entretien, en réponse à la question n°1.

Question n°2.
Ch : avez-vous en 2011-2012 / collaboré avec l'enseignant de mathématiques de vos élèves ? si oui / précisez sur quels points

E-pu2 : les nombres relatifs / l'addition // les repères de l'espace / calculer les points d'un profil // au fur et à mesure

E-cm : les opérations élémentaires sur des nombres de type a b c d /le calcul de grandeurs / les vecteurs en TU//graphiquement savoir le dessiner/savoir additionner les vecteurs v + u + w = z

9.3.3.1. Analyse des questions posées

La question n°1 « *indiquez les savoirs sur les vecteurs nécessaires pour le baccalauréat productique usinage* » était initialement pensée comme une question ouverte. En effet, bien que son thème soit délimité aux vecteurs, elle nécessite une réponse synthétique et indépendante des variations de pratiques de classe. Cette question était conçue dans le but d'observer le regard posé par l'enseignant sur un objet enseigné (ici les vecteurs) à travers les fonctions que ce dernier lui accorde et à travers le vocabulaire pour s'y référer, nous indiquant ainsi la liaison avec les mathématiques. Nous avons obtenu des réponses énumératives dans lesquelles nous avons analysé le champ lexical, les marques d'énonciation et les verbes.
Cependant, l'expression « *savoirs nécessaires* » est une affirmation qui constitue un acte de langage : elle met d'emblée l'interlocuteur dans une situation de confirmation. Le but était ici d'observer ce que l'enseignant reconnaît dans le champ conceptuel des vecteurs en adoptant un point de vue mathématique.

La question n°2 « *avez-vous en 2011-2012 / collaboré avec l'enseignant de mathématiques de vos élèves ? si oui / précisez sur quels points* » servait d'un côté à identifier la part de l'enseignement des vecteurs que l'enseignant attribue à la discipline des mathématiques, et de l'autre, à la croiser avec la part mathématique d'enseignement des vecteurs déclarée dans la question n°1 précédente (Figure 123).

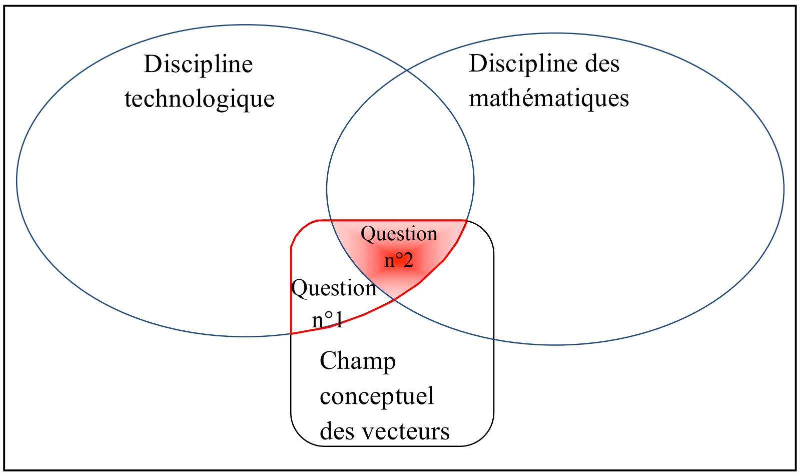


Figure 123 : Organisation des questions pour observer l'enseignement des vecteurs comme objet mathématique dans les disciplines technologiques de la filière productique usinage.

Rappelons que les disciplines technologiques (construction mécanique et productique usinage) utilisent le vecteur en le couplant systématiquement à un point d'application. L'espace géométrique de référence de ces disciplines est affine euclidien. La discipline des mathématiques se réfère, elle, à l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$.

Les dires enseignants rendent-ils compte de cette différence ? Est-il pertinent de souligner cette différence à travers les variations sémiotiques qui l'accompagnent ? Enfin, cette différence gêne-t-elle la cohésion des discours disciplinaires ?

9.3.3.2. Analyse des faits objectifs : qu'enseigne-t-on à propos des vecteurs ?

Ces dires enseignants fournissent trois informations :

- Premièrement la considération mathématique par les enseignants des fonctions de calcul géométrique du vecteur (n°1 : calcul analytique ; n°2 : calcul graphique) ;
- Deuxièmement la référence à l'objet *torseur* dont nous montrerons que la construction est partagée entre les mathématiques et la mécanique ;
- Troisièmement l'absence de considération mathématique par les enseignants des fonctions de traitement ensembliste du vecteur (n°3 : application de l'espace ; n°4 : structuration par classes d'équivalence).

Nous détaillons ces trois informations.

Le calcul géométrique

Les enseignants E-cm et E-pu2 intègrent dans leur enseignement le vecteur-descripteur de l'espace (fonctions n°1 et n°2) en tant qu'objet mathématique étudié et pas seulement en tant qu'outil : ils citent des situations (*changement de repère, norme, calcul de points de profil, torseur*), des signifiants (notations différenciées *en physique, en construction*, *en France*), des

traitements (*norme, produit vectoriel, addition vectorielle graphique ou algébrique, représentation dessinée*).
Les enseignants utilisent le dispositif EGLS[327] pour régler la diachronie programmatique des contenus : les vecteurs de l'espace ne figurent dans le programme de mathématiques qu'en terminale alors que les disciplines de spécialité les utilisent dès l'entrée en seconde ainsi que nous l'avons déjà constaté au cours d'entretiens présentés précédemment :

Entretien avec l'enseignant de productique usinage E-pu1[328]

430 **E-pu1 :** les systèmes d'axe / pas maîtrisé du tout / nous on travaille que comme ça / euh on travaille /tout est fait par rapport à un axe euh / orthonormé / quand on attaque ça en seconde / i's nous r'gardent avec des yeux comme ça

Entretien avec l'enseignant de productique usinage E-pu2[329]
1 E-pu2 : l'origine machine / c'est le départ si vou'voulez de l'origine constructeur qui permet euh / ensuite tous les préréglages euh qui vont v'nir par la suite euh/ en termes de position de pièce// donc euh on / on va initialiser si vous voulez la machine/ c'est une une// on va déplacer euh essentiellement des axes en visualisant sur son écran et euh en //

Entretien avec l'enseignant de construction mécanique E-Cm
2-**E-cm** : j'suis sur une commande numérique / j'fais un déplac'ment //on est là / vue de dessus (l'enseignant pointe le repère qu'il a dessiné avec le bâton de craie- (Figure 101 a[330])

La discipline des mathématiques est sollicitée pour soutenir la technique de l'addition vectorielle soit graphiquement (fonction n°2), soit sur les coordonnées surtout dans l'espace (fonction n°1). Seul le calcul géométrique fait donc l'objet d'une collaboration disciplinaire. Les collaborations disciplinaires concernant les fonctions n°3 et n°4 ne semblent pas envisageables.

La référence à l'objet torseur

Deuxièmement, détaillons le cas du torseur. Le terme *torseur* cité par l'enseignant E-cm est introuvable dans le référentiel[331] de la productique usinage alors que l'expression *degré de liberté* y figure page 25. Nous avons cherché la place de l'objet *torseur* dans le répertoire des savoirs du référentiel de la productique usinage. Pour cela nous nous sommes référée à une définition mathématique de l'objet *torseur* puis à ses applications en mécanique permettant de mettre en réseau les expressions dites par E-cm (*le transfert des cotes, produit vectoriel, torseurs, outil théorique*) ou les expressions du référentiel à la page 25 (*cinématique des liaisons*

---

[327] EGLS : enseignements généraux liés à la spécialité, dispositif institutionnalisé en 2010 (chapitre 6).
[328] Ce tour de parole a déjà été présenté dans le chapitre 3.
[329] Ce tour de parole et le suivant ont déjà été présentés dans le chapitre 6.
[330] La figure 99 apparaît dans le chapitre 8.
[331] Arrêté du 16/04/ 2004 portant création du baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage et fixant ses modalités de préparation et de délivrance NOR: MENE0400284A .

sans jeu, degré de liberté, caractérisation d'une force, d'un couple, caractérisation algébrique du moment d'une force, d'un couple).

Sur le plan des définitions, nous nous intéressons aux éléments du discours qui placent le torseur dans le champ de la mécanique plutôt que dans celui des mathématiques (ou vice versa). Nous nous référons tout d'abord à la définition d'un torseur d'action mécanique proposée dans un manuel de mécanique (Figure 124).

Défini en un point donné (A), un torseur d'action mécanique est un système force-couple constitué de deux grandeurs :
a) une force ou somme vectorielle $\vec{S}$, indépendante du point choisi.
b) un couple ou moment résultant $\overrightarrow{M_A}$, fonction du point A choisi.

Notation : $\begin{Bmatrix}\text{torseur}\\ \text{en } A\end{Bmatrix} = {}_A\{T_A\} = {}_A\begin{Bmatrix}\vec{S}\\ \overrightarrow{M_A}\end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix}X & L_A\\ Y & M_A\\ Z & N_A\end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$ ou $\{T_A\}_A = \begin{Bmatrix}\vec{S}\\ \overrightarrow{M_A}\end{Bmatrix}_A$

Figure 124 : une définition du torseur d'action mécanique (Fanchon, Guide de la mécanique, 2008, p. 100).

D'un point de vue mathématique, on peut réécrire cette définition dans un contexte dénué de mécanique en se souvenant qu'une force est un vecteur associé à un point de l'espace affine euclidien et en substituant aux expressions spécifiques à la mécanique les expressions mathématiques (Figure 125).

<table>
<tr><th>Expressions de mécanique</th><th>Expression en mathématiques</th></tr>
<tr><td>Système (notion de concomitance).</td><td>Famille (pas de notion de temps).</td></tr>
<tr><td>Force (vecteur et point d'application).
Point d'application.</td><td>Vecteur vu comme bipoint orienté.
Origine de vecteur (géométrie affine).</td></tr>
<tr><td>Grandeurs orientées dans l'espace.</td><td></td></tr>
<tr><td>Vecteur-moment.
(une force $\vec{F}$ appliquée en un point B distinct d'un point A).</td><td rowspan="2">$\overrightarrow{AB} \wedge \vec{F}$ si les vecteurs ne sont pas colinéaires.
Vecteur orthogonal au plan dans l'espace d'une base orthonormée orientée.
(vecteur défini par l'opération du produit vectoriel $\wedge$).</td></tr>
<tr><td>Vecteur-couple.
(deux forces opposées $\vec{F}$ et $-\vec{F}$ appliquées en deux points de l'espace A et B).</td></tr>
</table>

Figure 125 : Correspondance des vocabulaires de mécanique et de mathématiques.

On obtient alors la définition suivante :

L'espace affine étant muni d'un repère orthonormé direct $(O\ \vec{\imath}\ \ \vec{\jmath}\ \ \vec{k})$, on considère :
-un point A de l'espace ;

-une famille de *n* vecteurs $(\overrightarrow{f_1} \ldots \quad \overrightarrow{f_k} \ldots \quad \overrightarrow{f_n})$ d'origines respectives $M_1 \ldots M_k . . M_n$.
Le torseur T_A défini en A est le couple de vecteurs $(\vec{S} \quad \overrightarrow{M_A})$ tel que :

$\vec{S}$ est la somme vectorielle indépendante de A : $\vec{S} = \sum_{k=1}^{n} \overrightarrow{f_k}$

$\overrightarrow{M_A}$ est la somme vectorielle dépendant de A : $\overrightarrow{M_A} = \sum_{k=1}^{n} (\overrightarrow{AM_k} \wedge \overrightarrow{v_k})$

Sur le plan conceptuel, l'objet *torseur* nécessite un repère orthonormé orienté pour pouvoir appliquer le produit vectoriel et un point de référence pour pouvoir exprimer un moment. Au contraire de l'objet *degré de liberté* qui lui n'est pas rattaché à un point, le torseur est une notion affine euclidienne qui permet de réduire à un couple de vecteurs des données complexes et locales. De plus, deux familles de vecteurs ayant la même somme vectorielle et le même moment résultant en un point *A* sont équivalentes car elles correspondent au même torseur. Le torseur est donc un objet qui classe une pluralité de familles vectorielles équivalentes en *A* : il s'agit donc d'un méta-objet[332] assurant la fonction n°4.
Dans la théorie des vecteurs, le torseur apparaît comme un objet construit à la fois par les mathématiques et la mécanique[333] (Figure 124) :

> Les torseurs (ou équivalents) sont des outils appréciés par l'enseignement supérieur et dans les études longues. Leur domaine d'emploi privilégié concerne les études de mécanismes dans l'espace faisant intervenir des liaisons mécaniques complexes et nécessitant des analyses détaillées en statique, cinématique et cinétique.
> […] d'un formalisme rigoureux, les torseurs sont des outils exigeants sur le plan mathématique, les habitudes de calcul et nécessitent du temps et de l'expérience pour être opérationnel. […] il est préférable d'avoir assimilé les notions de produit vectoriel, de vecteurs-moments, de vecteurs-couples, d'isolement d'un solide, de calculs vectoriels dans l'espace et le principe fondamental de la statique. (Fanchon, Guide de mécanique, 1996 p. 105)

Sur le plan des notations, dans la base $(\vec{\imath}, \quad \vec{\jmath}, \quad \vec{k})$, les vecteurs $\vec{S}$ et $\overrightarrow{M_A}$ se décomposent de façon unique : $\vec{S} = X.\vec{\imath} + Y.\vec{\jmath} + Z.\vec{k}$ et $\overrightarrow{M_A} = X_A.\vec{\imath} + Y_A.\vec{\jmath} + Z_A.\vec{k}$ où X, Y, Z, X_A, Y_A, Z_A sont les coordonnées numériques. De façon plus compacte, et conformément aux usages de l'algèbre, T_A est représenté par une matrice à deux colonnes et trois lignes :

$$\begin{pmatrix} X & X_A \\ Y & X_A, \\ Z & Z_A \end{pmatrix}_{(\vec{\imath} \quad \vec{\jmath} \quad \vec{k})} .$$

Une variante notationnelle en mécanique est d'utiliser des accolades, ou même un tableau, au lieu des parenthèses pour délimiter la matrice des coordonnées.

[332] Nous avons discuté (chapitre 3) le sens de « surpassement » accordé à un *méta-objet* ; un méta- objet permet de catégoriser d'autres objets en mettant en évidence une relation, une propriété commune sans laquelle on ne peut pas faire ce classement.
[333] La discipline de construction mécanique du lycée professionnel enseigne la mécanique et le dessin industriel.

Si le torseur est statique alors il permettra d'étudier analytiquement selon les trois directions de l'espace en tout point, les actions exercées sur les liaisons entre solides. Le vecteur $\vec{S}$ modélisera une action en translation tandis que $\overrightarrow{M_A}$ modélisera une action en rotation autour du point A.
Si le torseur est cinématique alors $\vec{S}$ modélisera une vitesse linéaire tandis que $\overrightarrow{M_A}$ modélisera la vitesse angulaire autour de A mais l'usage en mécanique voudra qu'on distingue les deux types de torseurs en permutant les colonnes de coordonnées.

Les différents torseurs dérivant d'une même définition mathématique donnent ainsi lieu à des variations notationnelles concernant les délimiteurs (accolades, parenthèses) ou la disposition dans l'espace graphique (ordre des colonnes de coordonnées).

En conclusion, bien que la définition du torseur soit mathématique, sa sémiotique apparaît de plus en plus spécifique vis-à-vis des situations, des notations, des usagers en passant des mathématiques à la mécanique puis en passant de la mécanique à la discipline scolaire de construction mécanique. Le fait que le torseur soit un méta-objet explique en partie le fait qu'il suscite peu de liens avec la discipline des mathématiques de la part des enseignants interviewés car cela nécessiterait un enchaînement de reformulations et de mise en réseau d'objets mathématiques trop complexes. Ceci est cohérent avec les observations précédemment faites sur les énoncés du baccalauréat : on pouvait constater un effort de la discipline de construction mécanique (amorce, exemple, reformulation, mise en garde, …) pour faciliter la compréhension du modèle mathématique sous-jacent substitué au système technologique lors de certains raisonnements.

Les traitements ensemblistes

Les fonctions n°3 et n°4 du vecteur pour définir des applications de l'espace (translation, rotation) ou structurer par propriétés (ensemble invariant, torseur) ne sont pas déclarées comme pouvant faire l'objet de liaisons disciplinaires avec les mathématiques alors que, selon les préconisations officielles, cela serait possible, « les spécificités et contenus supplémentaires disciplinaires » (Guide des bonnes pratiques[334], 2012/2013, p. 19) pouvant être identifiés à des besoins de collaboration interdisciplinaire à l'initiative des équipes pédagogiques et par croisement des textes officiels relatifs aux disciplines.

Alors que les propos enseignants confirment l'importance épistémologique de l'objet *vecteur* dans leurs disciplines technologiques, la discipline des mathématiques-sciences physique et chimique n'est sollicitée que pour consolider les techniques de calcul (*nombres relatifs, calcul littéral, calcul de coordonnées, calcul graphique*). L'institution contribue probablement à une représentation désuète des connexions possible avec la discipline des mathématiques-sciences

[334] Suivi de la Rénovation de la Voie Professionnelle-Guide des bonnes pratiques 2012-2013 (Cf. *Annexe des documents*).

physiques et chimiques, d'une part en proposant un programme de mathématiques peu coordonné aux besoins des disciplines technologiques, au moins sur l'étude de l'espace par les vecteurs (Figure 126), et d'autre part , en déléguant au « travail d'équipe » (*ibid.*, p. 1, 19) le soin de rendre perceptible « la transversalité » (*ibid.*, p. 17) de l'enseignement de mathématiques.

Ordre des objets dans le programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques[335] de lycée professionnel BOEN n°2 spécial du 19/02/2009		Objets nécessaires aux disciplines technologiques **dès la seconde professionnelle** de la filière productique usinage
Première (pp. 11– 17)	Vecteur du plan. Vecteurs égaux, opposés, nul. Addition vectorielle. Coordonnées vectorielles dans le plan. Norme d'un vecteur. Critère analytique de colinéarité.	Force. Résultante.
Terminale (p. 22)	Vecteur image d'un nombre complexe. Espace vectoriel de dimension 3. Repère orthonormé. Norme dans l'espace.	Systèmes d'axes.
Préparation BTS (p. 24)	Produit scalaire dans le plan. Propriétés algébriques du produit scalaire. Critère analytique d'orthogonalité dans le plan.	
	Produit scalaire dans l'espace. Espace vectoriel normé. Vecteurs orthogonaux. Espace vectoriel normé orienté. Produit vectoriel.	Moment. Couple. Degré de liberté. Torseur.

Figure 126 : Les vecteurs dans le programme de mathématiques de la filière productique usinage.

[335] « Le programme de mathématiques [des] classes [de lycée professionnel] est établi en tenant compte de la classification des baccalauréats professionnels » (BOEN du 19/02/2009, p.12) ; le baccalauréat de productique usinage appartient au groupement B des métiers de l'industrie.
Le programme de mathématiques est conçu en vue d'une « poursuite d'études » (*op.cit.,* p. 1).
Il contient un « programme complémentaire de mathématiques en vue d'une poursuite d'études en section de technicien supérieur » (*op.cit.,* p. 13, 24) dont « l'objectif de ce module est de fournir aux élèves des outils spécifiques utilisés dans le domaine professionnel. L'introduction des notions s'appuie sur des exemples concrets issus des sciences physiques ou du domaine professionnel » (*op.cit.,* p. 24).

Dans la section suivante, nous analysons le contenu expressif des réponses des deux enseignants E-pu2 et E-cm, ce qui nous apportera des éléments concernant leur attitude dans leur enseignement des vecteurs et leur ressenti par rapport à la transversalité des vecteurs.

9.3.3.3. Analyse des faits expressifs : comment et pourquoi enseigner les vecteurs ?

Les réponses que nous analysons sont courtes et singulières. Elles constituent, à l'intérieur des communautés disciplinaires, des variations de combinaison entre la posture déclarée d'enseignement d'un objet mathématique et la conception de cet objet. Notre but étant de comprendre comment les disciplines enseignent les mathématiques, nous essaierons de dégager, si cela est possible, une des valeurs prédominantes de cet enseignement.
Parmi les outils de l'analyse de discours, nous nous limiterons aux marques d'énonciation, au champ lexical et aux structures des phrases. Nous analysons tout d'abord les deux réponses de chaque enseignant E-pu2, puis E-cm. Par commodité, nous les reproduisons.

> **E-pu2** : comprendre la différence entre sens et direction / c'est la position dans le repère / comprendre les changements de repère / on recherche ce vecteur / mais aussi la norme qu'ils recherchent // un vecteur reste un modèle mathématique d'une force / d'une tension / d'un déplacement // si j'enlève les éléments / il reste la chaîne vectorielle
>
> **E-pu2** : les nombres relatifs / l'addition // les repères de l'espace / calculer les points d'un profil // au fur et à mesure

Le champ lexical révèle les fonctions du vecteur présentes à l'esprit d'E-pu2 : la fonction n°1 de calcul analytique (*position dans le repère, changement de repère, nombres relatifs, calculer*) et la fonction n°3 d'applications dans l'espace (*déplacement, points d'un profil*).
Le point de vue d'énonciation révèle une réserve par rapport à l'appropriation du modèle vectoriel. En effet, E-pu2 décrit le vecteur avant tout par les difficultés d'apprentissage qu'il suscite auprès des élèves : l'emphase (*<u>c'est</u> la position dans le repère*), le déterminant démonstratif (*on recherche <u>ce</u> vecteur*), le verbe d'état restrictif (*un vecteur <u>reste</u> un modèle mathématique*), la scénarisation mettant à nu le modèle (*<u>si j'enlève</u> les éléments, <u>il reste</u> la chaîne vectorielle*). Ce dernier acte de langage est à rapprocher de la description de G. Choquet que nous avons citée (chapitre 3) :

> […] nous connaissons une voie royale basée sur les notions 'espace vectoriel' et 'produit scalaire' […] elles vont nous servir de fil directeur. Nous essayerons d'habiller sobrement un squelette logique parfait, mais trop abstrait pour l'enfant, pour en faire un être d'aspect familier et accueillant.
> (Choquet 1964, p. 11)

On ne sait pas exactement si la scénarisation est faite pour aider l'élève ou si c'est une représentation propre à E-pu2. L'attitude d'E-pu2 quant à l'enseignement des vecteurs est tournée vers les difficultés des élèves (*comprendre*, *ils recherchent*, *au fur et à mesure*). Parmi celles-ci, celle suscitée par l'orientation d'une droite apparaît prédominante (*<u>comprendre</u> la différence entre <u>sens et direction</u>*, *l'addition des nombres <u>relatifs</u>*).

L'attitude d'E-cm apparaît différente : son énumération (voir ci-après) est syntaxiquement plus régulière et le point de vue professionnel est plus technique, intégrant différents thèmes tels que les outils conceptuels (*produit vectoriel, force, torseur*), les variations de notation (*en physique, en construction, en France*), les outils du référentiel (*en seconde*, *niveau 3, les vecteurs TU*).

> **E-cm** : la chaîne de cote le transfert des cotes // en seconde / les notations (E-cm *écrit*) $\overrightarrow{F_{A_{1\rightarrow 2}}}$ en physique et $\overrightarrow{A_{1/2}}$ en France en construction // le produit vectoriel pour résoudre des forces parallèles par exemple sur une poutre (E-cm *dessine*[336]) // les torseurs jusqu'au niveau 3 dans le référentiel TU // aussi le lien entre la réalité et l'outil théorique

> **E-cm** : les opérations élémentaires sur des nombres de type a b c d /le calcul de grandeurs / les vecteurs en TU//graphiquement savoir le dessiner/savoir additionner les vecteurs v + u + w = z

A la différence d'E-pu2, par son attitude, E-cm met en avant le foisonnement de sa discipline de la construction et ses spécificités théoriques : ici les difficultés des élèves ne sont pas évoquées alors que nous savons grâce à un entretien précédent (§ 8.1.) que cet enseignant en a une représentation affirmée (« *je crois qu'vous vous rendez pas compte du niveau qu'ils ont* »). La différence d'attitude entre les deux enseignants se marque par l'emploi de *savoir* (et non de *comprendre* qui est associé à un effort intellectuel).

Indépendamment des variations interpersonnelles, les dimensions informatives et expressives confirment premièrement que les vecteurs constituent des objets d'enseignement dans chacune des disciplines technologiques et, secondement, que l'apport attendu de la discipline des mathématiques concerne les techniques de calcul et non les notions spatiales (orthogonalité, projection orthogonale, orientation d'un repère) ou l'organisation raisonnée des outils du champ vectoriel. Ce dernier fait interroge sur la répartition des objets mathématiques enseignés et notamment sur les raisons de celle-ci.

---

[336] Cf. la figure 122 reproduisant le dessin fait par E-cm en cours d'entretien.

Conclusion de la partie 3

Dans cette dernière partie, nous avons souhaité affiner notre étude des modes d'enseignement des mathématiques : pour cela, nous avons choisi des objets d'étude « individuels » : les points de vue des enseignants puis l'objet particulier *vecteur*. Ce faisant nous avons introduit la nécessité de justifier en quoi des observations individuelles ou locales sont porteuses de caractères généraux.

Pour résoudre cela, nous avons examiné la notion de *langage disciplinaire* pressentie dans la deuxième partie. L'analyse des discours des enseignants a fait apparaitre plusieurs niveaux d'énonciation dont l'un est le niveau de *communauté disciplinaire au lycée professionnel*. Ceci nous permet de valider la notion de langage disciplinaire et de faire le bilan *a posteriori* de son apport par le biais de l'analyse du discours. Ainsi nous avons mis en évidence :

- L'importance de l'éthos préalable dans l'identité professionnelle (chapitre 1, § 1.3.1.6.) ;
- L'activité d'enseignement en mathématiques caché dans le discours d'exposition d'un objet technologique, en l'occurrence la machine à commande numérique (chapitre 5, § 5.2.) ;
- Le rapport à l'écrit et à l'oral d'une discipline construit sur l'ergonomie des moyens de communication du domaine d'activités auquel elle réfère (chapitres 1, § 1.3.1.3. Et chapitres 1, § 5.5.) ;
- Les différents niveaux de communautés professionnelles de l'enseignant, avec la conséquence de renforcer la communauté à laquelle il s'affilie préférentiellement (§ 7.1.4.3.) ;
- Les stratégies d'enseignement des mathématiques par les enseignants et leur justification pour ré affilier leurs élèves à l'usage des mathématiques (chapitre 8, § 8.1, § 8.2) ;
- Les représentations internes que les enseignants construisent à l'égard de certains objets mathématiques : sous forme d'image mentale, sous forme d'attitude (chapitres 8,9, § 8.3. et § 9.3.).

En ce qui concerne l'objet particulier *vecteur*, notre but était d'appréhender les effets de la différenciation disciplinaire relative à son enseignement : la cohérence didactique du champ conceptuel de cet objet est-elle accrue ou au contraire amoindrie ? Notre travail s'est focalisé sur le ressenti de cette cohérence du point de vue enseignant, ce qui nous semble être un préalable à l'étude du ressenti de cette cohérence du point de vue de l'élève. Un enjeu applicatif de notre comparaison est toutefois la liaison entre les enseignements. Notre conclusion est donc orientée vers ce qui favorise ou non la liaison entre les enseignements.

D’une discipline à l’autre, les vecteurs n’ont ni le même statut, ni la même configuration.

- En mathématiques, le vecteur constitue un objet d’étude programmé en deux niveaux : en première dans le plan euclidien puis, en terminale, dans l’espace euclidien.
- En construction mécanique, dès la seconde, le vecteur est un outil de description locale d’un déplacement ou d’une action ; dans ce cas, il s’applique donc toujours à un point. Il est aussi un outil d’analyse de forme. Certaines restrictions permettent de faciliter les traitements ou de simplifier le modèle vectoriel (forces *coplanaires*, champ *uniforme* de vitesse, moment *scalaire*). La géométrie de référence est celle de l’espace affine euclidien.
- En productique usinage, dès la seconde, le vecteur est un outil de communication dans le cadre d’une activité professionnelle de référence, celle du réglage d’une machine outil. La translation apparaît décomposée axe par axe, ce qui est une forme pragmatique d’utilisation du modèle vectoriel puisque les réglages se font axe par axe. Là encore, la géométrie de référence est celle de l’espace affine euclidien.

Ainsi, les disciplines coïncident sur le fait que l’espace où sont définis les vecteurs est tridimensionnel et muni du produit scalaire usuel, ce qui permet de calculer des cordonnées, des longueurs, des aires, des angles, par le biais de formules dans des cas simples, c'est-à-dire bien identifiés, peu nombreux et ramenés dans le plan. Mais cette coïncidence a peu d’effet quant à la liaison des différents enseignements à cause du décalage programmatique : en mathématiques, il faut attendre la terminale pour étudier les vecteurs à trois composantes. De plus, le fait que la géométrie de référence des disciplines technologiques soit affine implique des notations doublement étrangères à celles en usage en mathématiques : par les situations spécifiques modélisées et par la mémoire du point d’application.

La discipline des mathématiques se distingue par une géométrie de référence non affine.

- En mathématiques, un vecteur, gardant son sens géométrique, est défini par sa direction, son sens, sa norme. Ses représentants géométriques sont ainsi regroupés par classes d’équivalence, sans que le concept de classe soit explicité.
- En construction mécanique, les actions, les vitesses sont modélisées par un point d’application et un vecteur.
- En productique usinage, c’est la même base vectorielle qui est associée à différents points de l’espace, eux-mêmes modélisant des points particuliers de la machine outil.

Toutes ces définitions sont mathématiquement cohérentes dès lors qu’on considère une application qui à tout point de l’espace affine associe un vecteur (c’est-à-dire un *champ* au sens mathématique). Mais cette cohérence n’est pas discutée dans les textes officiels ; les programmes de mathématiques indiquent de « prendre appui sur des situations liées aux champs professionnels. Les compétences scientifiques doivent être construites, le plus souvent possible, à partir de problèmes issus du domaine professionnel ou de la vie courante. » (BOEN N°2, 2009 p. 2).

Aucun des enseignants interviewés ne discutent l'absence/présence du point d'application dans les situations requérant les vecteurs, faisant passer de la géométrie vectorielle en mathématiques à la géométrie affine dans les disciplines technologiques. Cette différence ne semble pas être un élément être critique pour la liaison des enseignements.

On peut aussi faire l'hypothèse que les enseignants n'ont pas une représentation affirmée des différentes géométries.

La discipline de construction mécanique se distingue des deux autres disciplines par la complexité de son épistémologie du champ conceptuel des vecteurs.

- En mathématiques et en productique usinage, le vecteur est utilisé dans sa fonction originelle, celle du calcul géométrique : il permet de calculer en tenant compte de la position et de l'orientation. Nous avons vu que les manuels de mathématiques sont, au long des décennies, stables sur le fait d'initialiser l'enseignement des vecteurs par des situations de translation. De même, l'activité de réglage des machines outils correspond à une situation de translation axe par axe dans l'espace. Les opérations vectorielles mobilisées sont élémentaires.
- En construction mécanique, le vecteur est utilisé dans des fonctions variées et élaborées. Les notions de moment, de champ, de torseur puisent dans des traitements autres que les opérations élémentaires sur les vecteurs[337]. Ces traitements ont été définis tardivement dans l'évolution des vecteurs ; ils correspondent au moment où les sciences physiques ont commencé à contribuer théoriquement au champ conceptuel des vecteurs en créant des opérateurs vectoriels particuliers, adaptés aux problématiques de la physique. Dans l'enseignement disciplinaire, ces traitements spécifiques à la construction mécanique (en tant que domaine d'activité) sont appliqués en éludant leur définition mathématique. Les situations requérant ces traitements et leur sémiotique sont très stables et très simplifiées.

Les discours enseignants nous indiquent par ailleurs que la discipline des mathématiques est sollicitée pour renforcer « *des notions vectorielles simples* » (BOEN n°2, 2009 p.16) telles que les caractères de direction, sens, norme, coordonnées dans un repère orthonormé ou l'addition vectorielle. Au-delà de ces notions élémentaires, les disciplines fonctionnent de façon

[337] Les traitements non élémentaires référés sont les applications vectorielles internes ou externes ou la structuration par classes d'équivalence :

- le produit vectoriel permettant de définir le vecteur moment ; l'opération produit vectoriel peut en effet être vue comme une application notée de manière infixée entre deux vecteurs;
- les applications de type *champ* associant un vecteur (par exemple un vecteur vitesse) à un point de l'espace ;
- les applications de type *déplacement* caractérisées à l'aide des vecteurs (translation, vecteur normal d'axe de rotation) ;
- les classes d'équivalence de surfaces invariantes ou intersections de surfaces par des déplacements, eux-mêmes caractérisés à l'aide des vecteurs (translation, vecteur normal d'axe de rotation) ;
- les classes d'équivalence des torseurs.

autonome, soit parce que leurs objets (ceux appartenant au champ conceptuel des vecteurs) sont tellement naturalisés qu'ils ne sont pas reconnus comme ayant un fondement mathématique, soit parce que la discipline a adapté son langage selon une ergonomie appréciée comme suffisante pour le niveau visé dans la filière productique usinage.

Chaque discipline développe un vocabulaire sémiotique spécifique.
Les lexiques, les notations ne favorisent pas la liaison des enseignements.
De plus, la construction mécanique présente une diversité de situations faisant appel à des notions parfois non compatibles avec le programme de mathématiques (coordonnées dans l'espace, orthogonalité).
La productique usinage recourt au modèle vectoriel dans une situation (celle du réglage d'une machine outil) là aussi dans l'espace. Ajoutons que le vocabulaire sémiotique d'une discipline est en relation avec ses moyens de production sémiotique[338] et donc aussi en relation avec les modes de validation des raisonnements conduits à l'aide des vecteurs.
En productique usinage comme dans certaines activités de construction mécanique, la validation se fait en combinant des perceptions et des références à la géométrie affine euclidienne, ce qui diffère du mode de validation des mathématiques fondé essentiellement sur le calcul.

A la différence de la discipline des mathématiques, les disciplines technologiques suivent l'évolution technologique des champs d'activités professionnelles auxquels elles préparent. En même temps, leur vocabulaire sémiotique tient compte d'un objectif de formation professionnelle à court terme et anticipe les difficultés des élèves en mathématiques.
Dans ce contexte, la distance entre les disciplines technologiques et la discipline des mathématiques est accrue ; ceci explique que la liaison des enseignements mathématiques entre les trois disciplines de la filière soit réduite.

[338]Nous avons discuté deux catégories de moyens de production sémiotique : les logiciels de conception/simulations assistées par ordinateur en construction mécanique et les machines outils en productique usinage.

Conclusion générale

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressée à la dimension interdidactique de l'enseignement des mathématiques : c'est-à-dire aux variantes et aux effets que les spécificités disciplinaires induisent dans la représentation des objets mathématiques et dans la façon de les enseigner.

Pour cela, nous avons analysé et comparé les disciplines de construction mécanique, de productique usinage et des mathématiques-sciences physiques et chimiques, à travers des documents disciplinaires ou des discours d'enseignants de la filière de lycée professionnel. Nous avons mené un travail d'analyse au niveau de l'épistémologie des mathématiques, au niveau des pratiques et enfin, au niveau des représentations des disciplines et des savoirs et dont nous devons à présent tirer les arguments pour déterminer si nos hypothèses sont ou non validées.

Notre première hypothèse était une hypothèse d'existence affirmant que la discipline d'enseignement général des mathématiques-sciences physiques et chimiques, la discipline technologique de construction mécanique et la discipline professionnelle de productique-usinage, en tant qu'unités socialement construites se référant au champ des mathématiques, développent, chacune, un langage spécifique.

Cette hypothèse est validée dans la mesure où nous avons vérifié l'existence d'une communauté professionnelle d'usagers de la discipline, cette dernière étant située dans une structure et dans un niveau de formation. Nous avons en effet mis en évidence (Figure 127) des variations entre les trois communautés disciplinaires grâce à des indicateurs sémantiques (contenus mathématiques, ligne 1), des indicateurs de techniques de communications des mathématiques (moyens sémiotiques, démarche pédagogique, ligne 2) mais aussi grâce à des indicateurs d'expressivité (valeurs, marqueurs d'identité disciplinaire, ligne 3).

Nous avons ainsi justifié que les enseignants d'une discipline, dans une filière donnée, partageaient les mêmes ressources, échangeaient et construisaient au fur et à mesure des systèmes d'interprétation et de résolution de leurs tâches professionnelles. Les différents niveaux d'énonciation ont montré l'affiliation des enseignants à différentes communautés dont celle de leur discipline. Le *langage disciplinaire* se distingue de la *discipline* car il permet à la fois de la pratiquer, en désignant ses objets, et de la penser. Il contient, outre la représentation des contenus disciplinaires, une définition subjective de la discipline, qui transparaît à travers les représentations qu'en ont ses enseignants et à travers les comparaisons qu'ils effectuent eux-mêmes pour la situer par rapport aux autres disciplines. On pourrait, par analogie, dire que le langage disciplinaire est à la discipline ce que le discours est à la langue naturelle ; il matérialise l'ergonomie de la discipline mais se charge de représentations jamais

	Mathématiques-sciences physiques et chimiques	**Productique usinage**	**Construction mécanique**
1	**Géométrie** : euclidienne naturelle **Vecteur** : calcul géométrique r repérage **Solide :** volume, convexe, borné usuel (cube, prisme droit, sphère, …) **Variabilité** : intervalle de fluctuation **Critère de validité** : valeur de vérité (vrai/faux) conviction par répétition d'expérience formule algébrique	**Géométrie :** affine euclidienne, descriptive, naturelle **Vecteur** : repérage, translation, chaîne géométrique **Solide :** surface, finie ou non, convexe ou non généré à partir d'un profil **Topologie** : intérieur/extérieur **Critère de validité** : qualité dans/hors intervalle de tolérance mesurage	**Géométrie** affine euclidienne, descriptive, naturelle **Vecteur** : calcul géométrique et physique, repérage translation, champ vecteur normal, rotation, moment torseur **Classe d'équivalence** : invariance des surfaces degré de liaison de surfaces torseur **Solide** : surface, finie ou non, convexe ou non, généré à partir d'un profil **Topologie** : liaison (point, linéament, surface de contact) intérieur/extérieur **Variabilité** : (modèle de peau), tolérancement **Critère de validité** : fonctionnalité simulations géométrique, mécanique
2	**Jargon de mathématiques** (ex : *vecteur*) **Manuels** **Langage structuré** : logiciel géodynamique ENT algèbre, tableur, … **Méthodes graphiques :** perspective cavalière, vue **Démarche d'investigation** (questionnement)	**Jargon de productique usinage** (ex : *épaulement*) **Langage structuré MCN** : programme d'usinage **Documents disciplinaires** : contrat de phase, notice technique référentiel de compétences **Démarche** empirique (expérimentation, manipulation)	**Jargon de construction mécanique**(ex:*rotule, glissière*) **Maquettes de systèmes techniques** **Langage structuré** : tutoriel, logiciel DAO-CAO norme GPS **Méthodes graphiques :** perspective isométrique, vue, plan, éclaté, … **Démarche** empirique et/ou scientifique (lois physiques)
3	**Valeur sociale :** savoirs généraux et poursuite d'études **Valeur épistémique :** service aux disciplines spécialisées conservation de l'idéal antique	**Valeur sociale :** résilience des élèves par rapport aux mathématiques du primaire	**Valeur technologique** : rationalisation de la communication (chaîne numérique) modélisation géométrique

Figure 127 : Récapitulatif de comparaison des langages disciplinaires pour enseigner les mathématiques.

clairement mises en textes, qui sont celles des enseignants qui s'identifient à leur discipline dans leur discours. Le langage disciplinaire est donc l'espace où se forme l'identité du sujet disciplinaire.

Notre seconde hypothèse était une hypothèse opératoire affirmant que, sous certaines conditions portant sur les objets mathématiques d'enseignement, il est possible de comparer les langages des trois disciplines – mathématiques-sciences physiques et chimiques, construction mécanique, productique usinage.
Nous pensons qu'une partie de cette hypothèse est également validée et que la notion de langage disciplinaire peut outiller une approche comparatiste des disciplines, en faisant attention toutefois à ce que la comparaison ait un sens. En ce qui concerne les trois disciplines de notre contexte de recherche, nous pouvons dire que, sans se référer aux mêmes domaines d'activités, elles se réfèrent au même espace de travail géométrique (Figure 127) et laissent donc la possibilité d'une intercompréhension mathématique minimale, du moins pour les solides et leurs représentations graphiques. Ceci explique que le dessin technique soit le point de départ des tentatives de la discipline des mathématiques pour lier son discours à celui des disciplines spécialisées.

Par ailleurs, les différents niveaux d'énonciation dans les discours des enseignants font apparaître des points de cohésion et des points de variation entre les disciplines de la même filière, prouvant ainsi que les ergonomies disciplinaires peuvent être à la fois contrastées et convergentes. Ainsi, les trois disciplines pratiquent la démarche inductive pour les élèves (Figure 127, ligne 2) mais d'un autre côté, elles n'accordent pas la même valeur aux mathématiques (ligne 3). Nous avons vu, par exemple, que l'accès à l'autonomie de l'élève comme objectif de formation n'est pas motivé de la même manière dans l'enseignement général que dans l'enseignement professionnel : nous avons pu constater que le monde du travail pesait sur le discours de l'enseignant de productique usinage (chapitres 2, 8). Une piste de recherche complétant notre étude serait d'étudier comment d'autres enseignants, en particulier ceux des disciplines générales, se réfèrent au monde du travail économique ; ce qui rejoindrait la problématique posée par Crindal (chapitre 2, 2005).

La notion de langage disciplinaire permet donc de dégager les représentations que les enseignants ont des mathématiques ou de la relation de leur discipline à celle des mathématiques et, à travers elles, de la fréquentation des mathématiques qu'ils organisent pour leurs élèves. Elle nous a permis d'obtenir des résultats que nous synthétiserons conformément à la démarche développée tout au long de la thèse sous deux rubriques, l'une informative, l'autre expressive :
(1) Les disciplines technologiques enseignent des modèles théoriques recourant à des objets mathématiques souvent plus complexes que ceux présentés dans la discipline des mathématiques (chapitre 9). Nous avons constaté que le champ conceptuel des vecteurs était diversement investi par les disciplines : l'enseignement des mathématiques étudie le calcul géométrique alors que la construction mécanique utilise complètement l'alternative

mathématique *calcul/structuration* à travers des concepts qui sont construits sur les concepts d'ensembles, de relations ensemblistes, de classes.
Dans le but de rendre possible l'enseignement de ces modèles, elles procèdent à des restrictions sémantiques, une rigidification des notations, un guidage étroit de l'écrit des élèves et tiennent un discours facilitateur ;

(2) Les élèves orientés en lycée professionnel sont perçus par les enseignants des disciplines technologiques comme désaffiliés de la discipline des mathématiques. Néanmoins, les disciplines technologiques utilisent les mathématiques : les enseignants vont assurer un enseignement de mathématiques dans leur propre environnement sémiotique et dans leur propre système de valeurs technologiques (la fonctionnalité des objets, l'optimisation des ressources, l'autonomie) ou éducatives (le tutorat, la patience, l'apprendre en faisant) en évitant de se référer à la discipline des mathématiques. Les enseignants que nous avons rencontrés nous ont décrit leur stratégie de contournement de la discipline des mathématiques (Figure 127, ligne 3) : l'enseignant E-pu1 de productique usinage en rééduquant pas à pas les élèves aux mathématiques du primaire ; l'enseignant E-cm de construction mécanique en évitant d'y faire référence. Nous pourrions appeler la première stratégie *la réaffiliation implicite aux mathématiques* et la deuxième stratégie *la naturalisation des mathématiques*.

Les deux stratégies sont fondées sur l'expérience personnelle des mathématiques qu'ont les enseignants et sur leur expérience d'enseignement de leur discipline : leurs explicitations dans leurs discours s'accompagnent de phénomènes expressifs. Par exemple, l'euphémisme « [le profil de nos élèves] *assez atypique* » sert à défendre les élèves, en contrant par avance le stéréotype négatif associé aux élèves de lycée professionnel ; il caractérise une posture de solidarité de l'enseignant avec ses élèves, bien décrite dans la répétition « *on reprend tout à la base* »[339].

Il nous semble que nos observations débouchent sur un nouveau questionnement, celui des modes d'appropriation, par l'enseignant, du passé de ses élèves et de ses conséquences dans la définition de son action pédagogique et de son identité professionnelle.

Un tel questionnement rejoint le champ d'études ouvert par d'autres recherches portant sur les gestes professionnels permettant de réaffilier les élèves à un enseignement : « décrochage disciplinaire masqué [en mathématiques] » en licence (Lozi et Biagioli, 2014) ; « enrôlement des élèves en difficulté [à l'école primaire] » (Saillot, 2013). Ces travaux étudient les gestes méticuleux de l'enseignant pour placer l'apprenant en situation de « faire émerger les traumas liés aux mathématiques afin d'enclencher la *résilience* » (Lozi et Biagioli, 2014, p. 65) ou, à plus court terme, « d'inscrire la séance dans la temporalité et la cohérence de la séquence » (Saillot, 2013, p. 140).

[339] Cf. les tours de paroles 364, 414, 420 dans le verbatim d'entretien d'E-u1 dans l' *Annexe des données*.

Les stratégies de contournement que nous venons de rappeler permettent aux disciplines d'agir de façon autonome, singulière, et d'offrir plus ou moins tacitement aux élèves des espaces d'apprentissage des mathématiques inattendus mais possibles. Remarquons qu'elles peuvent faire obstacle à la liaison des enseignements avec discipline des mathématiques et que l'appréciation négative des compétences des élèves en mathématiques est relative aux besoins des disciplines. Les enseignants de mathématiques-sciences physiques et chimiques qui ont en charge des élèves de toutes filières technologiques, indiquent par exemple que les élèves des filières industrielles sont plus compétents en géométrie que les élèves des filières tertiaires.

Notre approche interdidactique de l'enseignement des mathématiques ouvre plusieurs autres perspectives, que nous allons préciser, concernant la formation des enseignants de mathématiques, l'ingénierie didactique de co-intervention ou l'analyse didactique des contenus mathématiques programmés :

– La décentration disciplinaire qui accompagne l'approche interdidactique agit, en soi, comme une formation professionnelle continue sur les plans épistémologiques et mathématiques. En effet, la décentration de la discipline des mathématiques dans une filière de formation industrielle amène à reconsidérer la relation entre l'activité mathématique et l'activité technique ; cela conduit, dans une perspective réflexive sur sa pratique enseignante, à envisager que les deux types d'activités et de rationalités (mathématique et technique) sont intriquées. La décentration amène aussi un enrichissement dans la maîtrise de sa propre discipline car l'enseignant de mathématiques peut soit reconnaître des concepts appliqués à des situations qui lui sont exotiques, soit découvrir des concepts qu'il n'a jamais étudiés auparavant ;

– L'approche interdidactique des langages disciplinaires peut susciter un travail didactique sur les outils sémiotiques : notamment, un logiciel de DAO-CAO en construction mécanique peut être mis en vis-à-vis avec un logiciel de géométrie dynamique sur la formulation d'une fonction particulière. Par exemple, le paramétrage de la fonction d'*extrusion* peut être l'objet d'une analyse mathématique, restant dans les limites du programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques. De façon générale, la paramétrisation des fonctions de construction peut être déconstruite avec profit ;

– Enfin, une réflexion sur la coordination des contenus enseignés peut être entreprise. Nous avons vu en effet que, dès la seconde, les élèves avaient à utiliser les repères orthonormés de l'espace avec le concept de chaîne géométrique en productique usinage. Cependant, les vecteurs dans le plan sont introduits en mathématiques en classe de première. Au lycée professionnel, il y a donc un compromis à trouver pour l'enseignement de mathématiques entre l'alignement avec l'enseignement du lycée général et les besoins des disciplines technologiques. Le même problème se pose pour la notion du vecteur normal à un plan qui intervient implicitement pour orienter les surfaces dans les logiciels de DAO-CAO, pour définir un axe de révolution ou le moment d'une action…

De façon symétrique, à travers les présentations que les manuels de mathématiques font des domaines d'activités industrielles, on cherchera à saisir quels objets mathématiques sont associés à la valeur Hi-Tech. Nous avons vu en effet que la stéréotypisation s'applique aussi aux objets enseignés, et que la recherche des représentations stéréotypées aide à se distancier des pratiques collectives. Le dialogue des disciplines passe par la prise de conscience de la déconstruction-reconstruction à laquelle elles se livrent sur les objets qu'elles empruntent.

Par un juste retour des outils mis en œuvre, nous allons esquisser notre propre schéma actanciel pour porter un regard autocritique sur notre recherche. Les moyens mis en œuvre pour étayer notre thèse ont été autant des leviers pour dégager des arguments que des obstacles à leur agencement pour en faire un raisonnement. En effet :

- Notre tâtonnement a été long, entre les entretiens, peu nombreux, le sondage, un peu plus fourni mais peu comparable, les documents officiels, les documents professionnels. Comment relier ces données ? Comment les exploiter pour en abstraire des faits généraux ? L'hétérogénéité des données, les changements d'échelle d'observation ont constitué une difficulté qui a duré tant que les analyses des discours des enseignants n'avaient pas fait apparaître les différents niveaux de communauté professionnelle, autant dire les deux tiers de la durée de la thèse.
  Mais ce tâtonnement est aussi la marque de la dimension interdidactique dans laquelle nous nous sommes engagée : les différentes sources de données, à différents niveaux dans l'institution scolaire, sont complémentaires au regard de la situation professionnelle des enseignants : le curriculum prescrit, leur façon de l'interpréter à travers des documents, le rôle de l'oral/écrit ;

- Une autre difficulté, liée à mon identité d'enseignante en mathématiques, a été d'entrer dans cette recherche avec une représentation de la discipline des mathématiques, vue comme un espace dédié, de façon immémoriale, aux mathématiques. L'approche historique m'a fait découvrir que la discipline des mathématiques s'était construite à moins de deux siècles de distance et qu'elle n'échappait pas à une forme d'instrumentalisation sociale dans le contexte d'une éducation de masse. Ce point amène à réfléchir sur le statut d'enseignant-fonctionnaire : dans quelle mesure l'enseignant est-il arbitre et conscient des implications de ses discours ? dans quelle mesure connaît-il sa place dans le système ?

- Ma formation à l'analyse du discours a été un frein et une aide. Les notions de l'analyse du discours s'appliquent à une matière vivante, celle des discours, c'est-à-dire à ce qu'une personne veut signifier à un autrui pas nécessairement facile à décrire. Les notions de l'analyse du discours, nouvelles, étaient nombreuse et parfois difficiles à assimiler. Finalement, la rationalité de cet outillage conceptuel m'a révélé des repères scientifiques nouveaux, permettant une maîtrise raisonnée de la complexité, des tensions, voire des contradictions, des changements d'échelle (individu/institution, discipline/domaine d'activités, objet enseigné/théorie, …). Cela a été un étonnement de vérifier par moi-même comment la mémoire collective et individuelle peut se condenser dans le discours d'une personne. A ce titre, l'analyse globale des discours est très efficace et j'ai noté que pourtant elle apparaissait très peu dans la littérature de didactique des mathématiques consacrée à l'étude des interactions verbales ;

- Intéressée par la manière dont d'autres disciplines raisonnent dans l'espace, nous avons observé que la filière professionnelle productique usinage accorde une place à la manipulation d'objets technologiques, ce qui peut constituer, pour l'étude des formes et des relations dans l'espace, une sorte de propédeutique appliquée de la théorie des espaces vectoriels. Il aurait été intéressant de chercher plus avant les effets de cette « propédeutique ». Mais cette thèse n'a permis de régler qu'un questionnement professionnel par un retour « aux sources » sur l'objet mathématique. Elle ne s'intéresse pas, il est vrai, aux apprentissages des élèves.
  C'est pourquoi, en tant que chercheur, je souhaiterais prochainement me tourner vers les élèves pour aborder deux problématiques.
  D'abord, partant d'un avis des enseignants de mathématiques-sciences physiques rencontrés lors des formations selon lequel les élèves des filières industrielles sont plus performants, en seconde, que ceux des filières tertiaires, il serait intéressant d'évaluer l'effet, supposé mélioratif, de l'enseignement de construction mécanique sur le raisonnement mathématique. Cet élément est important à vérifier compte tenu du recrutement des élèves qui, dans certaines filières industrielles, peut se faire par défaut, comme c'est le cas dans la filière productique usinage.
  Ensuite, il serait intéressant d'étudier les représentations que les élèves ont du couple *applications/théorie* dans les disciplines scientifiques afin d'approcher quels liens ils font entre les savoirs disciplinaires et comment ils prennent leur autonomie par rapport à l'étiquetage disciplinaire.
  Dans les deux cas, le suivi d'une cohorte d'élèves passant du collège au lycée semble approprié, et impliquerait de constituer des données cette fois homogènes et nombreuses.

Enfin, cette thèse espère avoir fait avancer l'interdidactique sur deux aspects.
Le premier aspect concerne la généralisation de la démarche interdidactique.
Organisant notre travail autour d'une discipline, nous avons convoqué différents champs de recherche (sciences du langage, didactiques professionnelles, didactique des disciplines technologiques), nous avons pu explorer deux types de situations, les situations de proximité

entre disciplines (familles de disciplines ou disciplines polyvalentes) et les situations d'opposition (professionnel, général et technique).
Par ailleurs, cette thèse a mis en évidence la notion de variation et de variété disciplinaire (les mathématiques du lycée professionnelles, celles du lycée général), avec son corollaire l'interculturalité mathématique, c'est-à-dire la culture professionnelle de la mutualisation et de la différenciation dans « la conception, la conduite et la relecture des activités ».

Le deuxième aspect concerne le point de vue de l'élève.
L'interdidactique est partie du point de vue de l'élève parce qu'il est le seul à être contraint par sa place dans le système scolaire à devoir adopter un point de vue inclusif sur les disciplines enseignées.
Or la thèse sert les élèves par l'intermédiaire du point de vue des enseignants sur leur discipline et sur leurs élèves et leur discipline. Le point de vue des enseignants sur les élèves est certes guidé par des stéréotypes ; mais ceux-ci ne sont pas faux et servent de repères et de garde-fous. La capacité à pouvoir diversifier sa pédagogie en fonction des publics devrait pouvoir se généraliser chez les enseignants si dans leur formation on leur donnait à observer le même objet enseigné à des publics différents.

Bibliographie raisonnée

Cette bibliographie est organisée en dix catégories :

Sciences humaines : épistémologie, sociologie, anthropologie

Sciences de l'éducation, didactique des disciplines et des langues

Sciences cognitives, éthologie

Sciences du langage : sémiotique, linguistique

Didactiques professionnelles

Didactique des mathématiques

Didactique des disciplines technologiques

Méthodologie de l'entretien

Documents officiels pour l'Éducation
- Rapports officiels
- Programmes, accompagnement des programmes

Documents associés pour l'Éducation
- Notes de cours, de formation en mathématiques, construction mécanique, productique usinage
- Manuels de mathématiques, niveau lycée
- Autres documents

.

Sciences humaines : épistémologie, sociologie, anthropologie

Belhoste Bruno. (1990). *Gaspard Monge.* Editions Belin. Les mathématiciens, 50– 61.

Boudenot Jean-Claude, Samueli Jean-Jacques. (2006). *Trente livres de mathématiques qui ont change le monde*. Editions Ellipses, 413 pages.

Bush Lawrence. (2011). *Standards: Recipes for Reality (Infrastructures)*. Geoffrey Bowker and Paul N.Edwards, eds. MIT Press, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge. 402 pages.

Cartier Pierre. (2001). *Mathématiques et réalité*. Université de tous les savoirs. Conférence du 14/01/2000. [En ligne : a texte de conférence, b vidéo]
a http://download2.cerimes.fr/canalu/documents/utls/download/pdf/140100.pdf
b https://www.canal-u.tv/video/universite_de_tous_les_savoirs/mathematiques_et_realite.893
(Pages consultées le 13/11/2013).

Comte Auguste. (1842). *Discours sur l'esprit positif.* Jean-Marie Tremblay et la Bibliothèque Paul-Émile-Boulet de l'Université du Québec à Chicoutimi. Edition numérique collaborative. Collection : "Les classiques des sciences sociales". 72 pages.
http://classiques.uqac.ca/classiques/Comte_auguste/discours_esprit_positif/discours_esprit_positif.html (Page consultée le 13/07/2014).

Côté Marie-Hélène. (2005). Une approche anthropologique de la culture. *Revue À bâbord !* 12. [En ligne] http://www.ababord.org/Une-approche-anthropologique (Page consultée le 02/02/2011).

Cousquer Eliane. (1998). *Le calcul vectoriel et son histoire*. Actes de colloque: History of Science and technology in Education and training in Europe. (Strasbourg, juin 1998) *Editions* Claude Debru Eurosciencia Conférences. [En ligne] http://www.mediamaths.net/tag/histoire%20des%20mathematiques/ (Page consultée le 25/10/2014).

Dahan-Dalmedico Amy, Peiffer Jeanne. (1986). *Une histoire des mathématiques : routes et dédales*. Editions Seuil. 309 pages.

Delahaye Jean-Paul. (1998). *Le fascinant nombre π.* Editions Belin, bibliothèque *Pour la science*. 224 pages.

Delahaye Jean-Paul. (1984). *Informations, complexité et hasard*. Editions Hermès. 275 pages.

Dorier Jean-Luc. (1997). Hermann Grassmann et la théorie de l'extension. *Repères* IREM, 26 : 89– 108.

Gispert Hélène, Schubring G. (2007). *L'enseignement des mathématiques au XX^{e} siècle dans le contexte français*. Actes de la 5^{e} Université d'été européenne : Histoire et l'épistémologie des mathématiques dans l'enseignement (Prague, juillet 2007). [En ligne] http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/htm/Gispert08-reformes/Gispert08.htm (Page consultée le 23/10/2014).

Goody Jack. (1977). *La raison graphique*. Cambridge University Press. 275 pages.

Lahire Bernard. (2001). La construction de l' « autonomie » à l'école primaire : entre savoirs et pouvoirs. *Revue française de pédagogie*, 135 : 151–161.

Lahire Bernard. (1992). Précisions sur la manière sociologique de traiter du "sens" : quelques remarques concernant l'ethnométhodologie. *Langage et société*, 59 : 73–89.

Legendre Marie-Françoise. *Piaget et l'épistémologie. Fondation Jean Piaget*, [En ligne] www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/ModuleFJP001/ (Page consultée le 8/09/2013).

Legendre Marie-Françoise. (1994). Problématique de l'apprentissage et de l'enseignement des sciences au secondaire : un état de la question. *Revue des sciences de l'éducation*, 20,4; 657– 677, [En ligne] http://id.erudit.org/iderudit/031761ar (Page consultée le 25/09/2013).

Lozi René. (2007). Perspectives en perspective. *La Recherche*, 411 : 82– 83.

Melot Michel. (2004). Qu'est-ce qu'un objet patrimonial ? *Bulletin des Bibliothèques de France* 5 : 5–10.

Monge Gaspard. 1785. *Géométrie descriptive*. Editions Gauthier-Villars, 1922. Gallica, bibliothèque numérique.

Nabonnand Philippe. (2012). La « quatrième géométrie » de Poincaré. *Société Mathématique de France, Gazette*, 134 : 76–81.

Nabonnand Philippe. (2012). Poincaré et la théorie de l'espace. Conférences *Sciences & société* du 4 octobre 2012. Institut Elie Cartan de l'Université de Lorraine, [En ligne] http://iecl.univ-lorraine.fr/Cycle-Conferences-Sciences-et-Societe/lanceur.php? (Page consultée le 05/08/2014).

Olivier T. (1847). *Application de géométrie descriptive aux ombres, à la perspective, à la gnomonique et aux engrenages*. Mémoire, 1: 5– 26.

Panza Marco, Sereni Andrea. (2013). *Introduction à la philosophie des mathématiques.* Editions Flammarion, collection Champs essais 1060. 485 pages.

Patras Frédéric. (2001). *La pensée mathématique contemporaine*. Editions Presses Universitaires de France, collection Science, histoire et société. 208 pages.

Pelc Andrzej. (2010). Why Do We Believe Theorems? *In: The Best Writing on Mathematics 2010***.** Mircea Pitici Editions. 358–371.

Riopel Martin. (2005). *Epistémologie et enseignement des sciences.* Collection "Les classiques des sciences sociales" [En ligne] http://www.uqac.ca/Classiques_des_sciences_sociales/ (Page consulté le 11/07/2013).

Shannon Claude E., Weaver Warren. (1949). *The Mathematical Theory of Communication*. Illini Books Editions. 125 pages.

Sigaut François. (2010). La formule de Mauss. *Techniques & Culture* ; 54-55(1) : 357– 367.

Stehr Nico.2000. Le savoir en tant que pouvoir d'action. *Sociologie et sociétés*, 32 (1) : 157–170, [En ligne] http://id.erudit.org/iderudit/001773ar (Page consulté le 10/07/2013).

Steichen Michel. (1846). *Mémoire sur la vie et les travaux de Simon Stevin.* Bruxelles . 86 pages. [En ligne] http://books.google.fr/ (Page consultée le 05/08/2014 : 17–19).

Theber Jean. (1993). Nouveaux concepts en didactique des sciences. *Bulletin de la société géographique de Liège*, 28, 5– 10.

Thirion Maurice. (1999). *Les mathématiques et le réel*. Editions Ellipses. 412 pages.

Vellas Etiennette. (2008). La mise en œuvre des pédagogies actives et constructivistes. *Enjeux pédagogiques*, 10 : 1– 5.

Vernant Jean-Pierre. (1971). *Mythe et pensée chez les Grecs II*. Editions François Maspero, collection Maspero. 86 pages.

Zerner Monique, Lozi René, Cancellieri Jean-André. (1993). *Quelques réflexions inspirées par un document cadastral de la fin du XVe siècle. Pratique de l'arithmétique et mesure de la terre.* Histoire & Mesure, 8 – (3,4) : 295–312.

Sciences de l'éducation ; didactique des disciplines

Apotheloz Denis. (1998). Eléments pour une logique de la description et du raisonnement spatial. *In* Yves Reuter, *La description*. *Théories, recherches, formation, enseignement*. Presses universitaires du Septentrion. 15– 31.

Auger Nathalie. (2010). Le stéréotype en classe et dans les manuels de langues : un outil de réflexion pour la didactique. *Le langage et l'Homme, Revue de didactique du français* XXXXXV (2).

Bensaude-Vincent Bernadette. (2009). La place des réflexions sur l'école dans l'œuvre de Paul Langevin. *Actes du séminaire : Paul Langevin et la réforme de l'enseignement* (ESPCI Paris Tech, 15 janvier au 14 mai 2009) (Laurent Gutierrez et Catherine Kounelis, eds.). Presses universitaires de Grenoble. 15-22.

Bernie Jean-Paul. (2004). *Pour un ensemble co-disciplinaire*. 9e Colloque de l'AIRDF : le français : discipline singulière, plurielle ou transversale ? (Québec, 26-28 août 2004) (Erick Falardeau et al., eds.) http://www.colloqueairdf.fse.ulaval.ca/ .

Biagioli Nicole. (2014). Quelles relations les élèves établissent entre les apprentissages langagiers extrascolaires, les apprentissages langagiers de la discipline français et ceux des autres disciplines ? Le point de vue de l'interdidactique. *In* J.-L. Dufays, B. Daunay éds. *Didactique du français langue première : le côté des élèves*/, Bruxelles : de Boeck, 157– 173.

Biagioli Nicole. (2012 a). *Les rencontres des chercheurs en interdidactique***.** Actes des deuxièmes rencontres des chercheurs en interdidactique: L'initiation à la recherche dans la formation des enseignants à l'Université. (Université de Nice-Sophia Antipolis IUFM Célestin Freinet , 25-26 octobre 2012)(René Lozi et Nicole Biagioli, eds.): 1-7.

Biagioli Nicole, Torterat Frédéric. (2012 b). La recherche en interdidactique : apports méthodologiques et pratiques. *In* M.-L. Elalouf, A. Robert, A. Belhadjin, & M.-F. Bishop (Éd.), *Les didactiques en question(s) : état des lieux et perspectives pour la recherche et la formation* (p. 269-278). Bruxelles : de Boeck.

Biagioli Nicole. (2010 a). Le stéréotype, entre didactiques des langues et didactiques des disciplines. *Le langage et l'Homme*, XXXXV (2) : 33– 44.

Biagioli Nicole. (2010 b). Le stéréotype, entre didactiques des langues et didactiques des disciplines. *Le langage et l'Homme*, XXXXV (2) : 1– 11.

Blaser Christiane, Chartrand Suzanne-G. (2006). Fonction épistémique des genres disciplinaires scolaires : prolégomènes à un champ de recherches. *In* Bernard Schneuwly, Thérèse Thévenaz-Christen, *Analyse des objets enseignés. Le cas du français*. Editions De Boeck Supérieur. 264 pages : 179–194.

Boré Catherine. (2007). *Dénommer, désigner en classe : aspects du métalangage et des interactions.* < Halshs-00355876> [En ligne] http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/35/58/76/PDF/Article_BoreINTerGAP_3_.pdf (Page consultée le 03/06/ 2014).

Bucheton Dominique, Soulé Yves. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations de l'enseignant. *Education et didactique* 3 (3) : 29– 48.

Chervel André. (1988). L'histoire des disciplines scolaires : réflexions sur un domaine de recherche. *Histoire de l'éducation*. *Pour une histoire des disciplines scolaires* 38 : 59– 119. Ecole normale supérieure de Lyon, [En ligne] http://www.jstor.org/stable/41159091 (Page consultée le 28/11/ 2014).

CRDP (Centre Régional de Documentation Pédagogique) de Toulouse. (2002). Occitan, langue et culture vivantes. *Thém@doc* [En ligne] http://www.cndp.fr/crdp-toulouse/themadoc/occitan/occitan-conte/methodes-analytiques.htm. (Page consultée le 10/09/2014).

Cuq Jean-Pierre. (2003). *Dictionnaire de didactique du français. Langue étrangère et seconde*. Editions Jean Pencreac'h CLE international SEJER. Direction générale à la langue française et aux langues de France.

Dufays Jean-Louis et Kervyn Bernadette. (2010). Le stéréotype, un objet modélisé pour quels usages didactiques ? *Éducation et didactique*, 4(1) : 53–80.

Jaubert Martine, Rebiere Maryse. (2011). Positions énonciatives pour apprendre dans les différentes disciplines scolaires : une question pour la didactique du français ? *Pratiques* 149/150 : 112– 128.

Jaubert Martine, Rebiere Maryse. (2010). *Gestes professionnels, communauté discursive disciplinaire scolaire et savoirs : le triangle infernal*. II Congreso Internacional de Didácticas : La actividad del docente: Intervención, Innovación, Investigación. (Girona, 3-6 de febrero de 2010) (Departament de Didàctiques Específiques, Universitat de Girona, éd.) : 185.

Jaubert Martine, Rebiere Maryse, Bernié Jean-Paul. (2004). Significations et développement : quelles « communautés » ? *In* Moro Christiane, Rickenmann René, *Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire*. Presses Universitaires de France, Paris : 53–71.

Jaubert Martine, Rebiere Maryse, Bernié Jean-Paul. (2003). L'hypothèse « communauté discursive » : d'où vient-elle ? Où va-t-elle ? *Les cahiers Théodile*, 4 : 51– 80.
Kerneïs Jacques. (2007). Curriculum et référentiel [En ligne]. http://espaceeducatif.ac-rennes.fr/jahia/Jahia/lang/fr/pid/16380 (Page consultée le 05/08/ 2014).

Lebeaume Joël, Martinand Jean-Louis, Reuter Yves. (2007). Contenus, didactiques, disciplines, formation. *Recherches et formations* (Entretien), 55 : 107– 117.

Lessard Claude, Bourdoncle Raymond. (2002). Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire ? Conceptions de l'université et formation professionnelle. Note de synthèse. *Revue française de pédagogie* : *Dispositifs, pratiques, interactions pédagogiques: approches sociologiques*, 139 : 131– 153.

Oudart Anne-Catherine, Petit Lucie. (2011). *Didactique professionnelle et traitement des contenus disciplinaires.* Actes du 2e colloque international de l'ARCD : "Où va la didactique comparée ?" Didactiques disciplinaires et approches comparatistes des pratiques d'enseignement et apprentissage (Lille, 20-22 janvier 2011) (Théodile -CIREL, éd.) : 53.

Petitjean André. (2001). La description scolaire au secondaire (collège) de 1960 à 1997. *Pratiques* 109/110 : 125–163.

Petit Lucie. (2007). *Genre du discours, genèse instrumentale et didactique du français ; des techniques pour saisir les usages des parcours de formation*. 2e colloque de l'AIRDF : Didactique du français, le socioculturel en question. (Lille, 13-15 septembre 2007) (Bertrand Daunay *et al*., eds.).CD Rom

Perrenoud Philippe. (1994). Curriculum : le formel, le réel, le caché. *In* Houssaye, J. (dir.) *La pédagogie : une encyclopédie pour aujourd'hui*, 61– 76.

Perrenoud Philippe. (1996). Le rôle de la formation des enseignants dans la construction d'une discipline : transposition et alternance. *Revue Education physique et sportive*, 27 : 49– 60.

Reuter Yves, Cohen-Azria Cora, Daunay Bertrand, Delcambre Isabelle, Lahanier-Reuter Dominique. (2010). *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*. Editions de Boek. 280 pages.

Reuter Yves. (2007). La conscience disciplinaire : présentation d'un concept. *Éducation et didactique*, 1 (2) : 55–71.

Rivière Véronique. (2006). *L'activité de prescription en contexte didactique. Analyse psycho-sociale, sémio-discursive et pragmatique des interactions en classe de langue étrangère et seconde.* Thèse de doctorat. Université de Paris III-Sorbonne Nouvelle. 240 pages.

Robert Jean-Michel. (2004). Proximité linguistique et pédagogie des langues non maternelles. *Ela. Études de linguistique appliquée,* 136 : 499– 511.

Saillot Eric. (2012). *Analyse descriptive des ressources langagières des enseignants : quelles perspectives pour la formation ?* Deuxième Colloque International : Apprentissage et Développement professionnel. (Nantes, 7-8 juin 2012) (RPDP et CREN, éd.)

Sensevy Gérard, Mercier Alain (dir.). (2007). *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Presses Universitaires de Rennes. 225 pages.

Tricot André, Fauré Jacqueline. (2001). Coopération, connaissances et documents : vers une nouvelle donne pour les enseignants ? *Médiadoc Fadben*, mars : 2-12.

Vergnaud Gérard. (2006). *Les compétences : bravo mais encore ! Réflexions critiques pour avancer*. Site de Jacques Nimier [En ligne] http://perso.orange.fr/jacques.nimier/plan_site.htm (Page consultée le 22/01/2007).

Vergnaud Gérard. (1989). La formation des concepts scientifiques. Relire Vygotski et débattre avec lui aujourd'hui. *Enfance*, 42 (1–2) : 111– 118.

Violet Dominique. (2005). Mythes d'accompagnement et représentations des pratiques de tutorat dans la formation des maîtres. *Recherche et formation*, 50 : 117– 131.

Sciences cognitives ; éthologie

Bessière Christian, Euzenat Jérôme, Jeansoulin Robert, Ligozat Gérard, Schwer Sylviane. (1997). Raisonnement spatial et temporel. *Bulletin de l'AFIA*, 29. [En ligne] http://www.cassini.univ-mrs.fr/publis/PRCIAGrenoble97.pdf (Page consultée le 11/10/2012).

Casati Roberto, Varzi Achille C. (1999). *Parts and Places: The Structures of Spatial Representations*. Massachusetts Institute of Technology.

Egenhofer Max J, Franzosa Robert. (1991). Point-Set Topological Spatial Relations. *International Journal for Geographical Information Systems*, 5(2): 161– 174.

Grundmann Emmanuelle. (2006). L'apprentissage chez les chimpanzés. *La Recherche*, 402 : 66– 72.

Hauser Marc D. (2002). *À quoi pensent les animaux ?* Editions Odile Jacob. 326 pages.

Hyde Daniel C. (2011). Spatial and numerical abilities without a complete natural language. *Neuropsychologia*, 49 : 924– 936.

Izard Véronique, Pica Pierre, Spelke Elizabeth S., Dehaene Stanislas. (2010). *Flexible intuitions of Euclidean geometry in an Amazonian indigene.* PNAS Early Edition 1: 6. [En ligne] www.pnas.org/cgi/doi/10.1073/pna (Page consultée le 01/08/2014).

Laplane Dominique. (2001). La pensée sans langage : Essai de contribution de la neuropsychologie à la discussion sur la vision du réel en physique. *Etudes*, mars : 345– 357. [En ligne] http://www.revue-etudes.com/archive/issue.php?code=24773 (Page consultée le 31/07/2014).

Piaget Jean. (1929). *Deux directions de la pensée scientifique.* Archives des Sciences physiques et naturelles. 5e période, 11. [En ligne] www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP_29_2direct.pdf (Page consultée le 29/06/2012).

Randel David, Zhan Cui, Cohn Anthony. (1992). *Spatial Logic Based on Regions and Connections*. 3rd International Conference Knowledge Representation and Reasoning, Morgan Kaufmann Center.
http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.39.486&rep=rep1&type=pdf

Sciences du langage : sémiotique, linguistique, analyse de discours

Adam Jean-Michel, Petitjean André. (1989). *Le texte descriptif : poétique historique et linguistique textuelle*. Editions Nathan. 239 pages.

Austin John Langshaw. (1962). *How to do things with words*. Harvard Press. 169 pages.

Beacco Jean-Claude. (1995). À propos de la structuration des communautés discursives : beaux-arts et appréciatif. Centre de recherches sur la didacticité des discours ordinaires 3 : 136– 153.

Brémond Claude. (1973). *Logique du récit*. Éditions Seuil, collection Poétique. Paris. 350 pages.

Charaudeau Patrick, Mainguenau Dominique. (2002). Dictionnaire d'analyse du discours. Ouvrage collaboratif sous la direction de P. Charaudeau et D.Maingueneau. Editions Seuil, Paris. 484 pages.

Château Dominique. (2007). *Stéréotype, prototype et archétype : à propos du portrait de Gertrude Stein de Picasso. In* Bernard Darras, *Images et sémiotique : Sémiotique pragmatique et cognitive*. Collection : Esthétique . Publications de la Sorbonne. 160 pages : 147–156.

Ducrot Oswald. *Quelques raisons de distinguer « locuteurs » et « énonciateurs »* [En ligne]. http://www.hum.au.dk/romansk/polyfoni/Polyphonie_III/Oswald_Ducrot.htm (Page personnelle consultée le 20/05/2015).

Dupriez Bernard. (1984). *Gradus : les procédés littéraires (dictionnaire)*. Paris, Union Générale des Editeurs. 544 pages.

Gezundhajt Henriette. (1998-2010). *Les grands courants en linguistique*. Département d'études françaises de l'Université de Toronto. [En ligne] www.linguistes.com/courants/ (Page personnelle consultée le 05/12/2012).

Greimas Algirdas Julien. (1966). *Sémantique structurale.* Éditions Presses universitaires de France, Paris. 262 pages.

Grize Jean-Blaise. (1997). Sur la nature du discours d'information scientifique. *ASTER* 14 : 41– 52.

Hébert Louis. (2006). Le modèle actantiel. *Signo* [En ligne] Rimouski (Québec) http://www.signosemio.com/greimas/modele-actantiel.asp (Page consultée le 10/06/2013).

Kerbrat-Orecchioni Catherine. (1994). *Les actes de langage dans le discours*. Editions Armand Colin, Paris. 200 pages.

Kerbrat-Orecchioni Catherine. (1990). Les interactions verbales. *Tome 1 : Approche interactionnelle et structure des conversations*. Editions Armand Colin, Paris. 318 pages.

Kerbrat-Orecchioni Catherine. (1977). *La connotation*. Presses universitaires de Lyon. 256 pages.

Kleiber George. (1990). *La sémantique du prototype. Catégorie et sens lexical***.** Editions Presses Universitaires de France. 199 pages.

Maingueneau Dominique. (2002). Problème d'éthos. *Pratique*, 113/114 : 55–67.
Pérennec Marie-Hélène. (2012). *Métamorphose du préfixe (?)méta*. [En ligne] http://langues.univ-lyon2.fr/medias/fichier/perennec-prefixe-meta_1417601103846-pdf (Page consultée le 19/07/2014).

Pim David, Sinclair Natalie. (2010). Audience, Style and Criticism. *In The Best Writing on Mathematics.* Mircea Pitici Editor : 194– 205.

Plantin Christian. (2013). *Analyse de l'argumentation* : 1– 6. [En ligne] http://icar.univ-lyon2.fr/membres/cplantin/index.htm 11 pages. (Page personnelle consultée le 30/04/2015).

Plantin Christian. (2011). *Les bonnes raisons des émotions. Principes et méthode pour l'étude du discours émotionné*. Dir. : Marie-José Béguelin *et al*. Collection: Sciences pour la communication . Editions Peter Lang- volume 94. 306 pages.

Plantin Christian. (1996). *L'argumentation*. Collection Mémo. Editions Seuil. 96 pages.

Propp Vladimir. (1965). *Morphologie du conte*. Éditions Seuil, Paris. 279 pages.

Reuter Yves. (2009). *L'analyse du récit*. Éditions (2e édition) Armand Colin, 126 pages.

Université Paris X. (2012). *Analyse de contenu de discours*- Cours UE SO 0012b. [En ligne] http://lignencourt.wikispaces.com/file/view/Extrait_de_cours_Analyse_de_contenu_des_entretiens%5B1%5D.pdf (Page consultée le 02/11/2013).

Vion Robert. (1999). Pour une approche relationnelle des interactions verbales et des discours. *Langage et Societé*, 87 : 95– 114.

Zinna Alessandro. (2011). The object of writing. *Language Sciences,* 33 (4): 634–646.

Zinna Alessandro. (2004). L'objet et ses interfaces. *Rivista del Associazione Italiana di Studi Semiotici* [En ligne] http://www.ec-aiss.it/archivio/tipologico/autore.php (Page consultée le 20/11/2014).

Didactiques professionnelles

Bulf Caroline. (2010). Le rôle de la symétrie dans la nature du travail géométrique des tailleurs de pierre et des ébénistes. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5 : 119– 146.

Chanal Valérie. (2000). Communautés de pratique et management par projet : à propos de l'ouvrage de Wenger (1998) « Communities of Practice : Learning, Meaning and Identity ». *M@n@gement* 3(1) : 1–30.

Darses Françoise, Falzon Pierre. (1994). *La conception collective : une approche de l'ergonomie cognitive.* Séminaire du GDR CNRS FROG : Coopération et Conception (Toulouse, 1er -2 décembre 1994) (Gilbert de Terssac, Ehrard Friedberg, eds.). Editions Octarès : 1–12.

Folcher Viviane, Rabardel Pierre. (2004). Hommes-Artefacts-Activités : perspective instrumentale. *In* P. Falzon (eds) *L'ergonomie*. Presses Universitaires de France : 251– 268.

Jouet-Le Pors Michèle. (2006). Infirmière : profession ou métier ? [En ligne] http://www.cadredesante.com/spip/spip.php?page=recherche&recherche=Jouet-Le+Pors (Page consultée le 19/12/ 2014).

Jouet-Le Pors Michèle. (2004). *L'évolution des représentations sociales des étudiants infirmiers sur la profession infirmière au cours de la formation : Un chemin vers l'autonomie et la professionnalisation pour une mise en œuvre de l'''Agir'' infirmier.* Mémoire pour l'obtention du diplôme des hautes études en pratiques sociales. Université Rennes 2. 97 pages. [En ligne] www.cadredesante.com/spip/profession/profession-cadre/Infirmiere-profession-ou-metier.html (Page consultée le 16/04/ 2015).

Morita Junya, Kazuhisa Miwa, Takayuki Kitasaka, Kensaku Mori, Yasuhito Suenaga, Shingo Iwano, Mitsuru Ikeda, Takeo Ishigaki. (2007). Interactions of perceptual and conceptual processing: Expertise in medical image diagnosis. *International Journal Human-Computer Studie,* 66 : 370–390.

Pastré Pierre, Mayen Patrick, Vergnaud Gérard. (2006). La didactique professionnelle. Note de synthèse. *Revue française de pédagogie*, 154 : 145–198.

Rabatel Alain, Blanc Nathalie. (2011). Construire une expertise dans et par les discours professionnels. *Lidil,* 43 : 5–10.

Rabardel Pierre, Folcher Viviane. (2004). Hommes-Artefacts-Activités : perspective instrumentale. *In* P. Falzon (eds) *L'ergonomie*. Presses Universitaires de France : 251– 268.

Raufaste Eric, Eyrolle Hélène, Mariné Claudette. (1998). Pertinence generation in Radiological Diagnosis: Spreading Activation and the Nature of Expertise. *Cognitive Science*, 22 : 517–546.

Rogalski Janine, Vidal-Gomel Christine. (2007). La conceptualisation et la place des concepts pragmatiques dans l'activité professionnelle et le développement des compétences. *@ctivités-revue Electronique*, 4(1): 49– 84.

Saillot Eric. (2013). Caractérisation pragmatique des phases et déterminants de l'enrôlement des élèves en difficulté par des professeurs des écoles. *Recherches en Education*, 17(octobre) : 135–148.

Sedghi Sharam, Sanderson Mark, Clough Paul. (2008). A study on the relevance criteria for medical images. Elsevier Editor. *Pattern Recognition Letter*, 29 : 2046–2057.

Sorignet Pierre-Emmanuel. (2004). Etre danseuse contemporaine : une carrière « corps et âme ». *Travail, genre et sociétés*, 2(12): 33–53.

Torterat Frédéric. (2011). Le récit biographique en formation : un discours professionnel valorisant les parcours. *Lidi l*, 43: 75-88.

Wenger Etienne. (1998). Communities of Practice and Social Learning Systems. *Organization,* 7(2) : 225–246.

Didactique de la discipline des mathématiques

Artigue Michèle. (1990). Epistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10 (23) : 241– 286.

Auxine Nathalie, Biagioli Nicole, Lozi René. (2014). Analyse de discours d'enseignants de différentes disciplines de lycée professionnel à propos de l'enseignement des vecteurs. Spirale Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques, 54 : 103– 128.

Auxire Nathalie. (2014). Conditions d'apparition et indicateurs de la présence des langages disciplinaires. Séminaire national 2013 des jeunes chercheurs de l'ARDM. IREM de Paris : 11– 20.

Auxire Nathalie. (2013). *Savoirs mathématiques et compétences : étude des effets de* *transposition des solides géométriques dans la filière productique usinage en lycée professionnel*. 3e Colloque International de l'ARCD : Savoirs, compétences, Approches comparatives de l'organisation des contenus, et des formes, de l'étude ; variations et constantes disciplinaires, institutionnelles, culturelles. (Marseille, 9-12 janvier) (A paraître).

Ba Cissé. (2007). *Etude épistémologique et didactique de l'utilisation du vecteur en mathématiques et en physique – lien entre mouvement de translation et translation mathématique*. Thèse de doctorat. Université Claude Bernard-Lyon1. 316 pages.

Barrier Thomas, Chesnais Aurélie, Hache Christophe. (2014). Décrire les activités des élèves en géométrie et leur articulation avec celle de l'enseignant. Spirale : *Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques*, 54 : 175– 193.

Bartolini Bussi Maria G., Mariotti Maria Alessandra. (2008) Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *In* Lyn D. English et al., *Handbook of International Research in Mathematics Education.* Routledge Edition, New York, 738 pages : 746–783.

Belhoste Bruno. (1998). Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques. *Revue d'histoire des mathématiques,* 4 : 289–304.

Bergeron Jacques C, Herscovics Nicolas. (1982). La formation des enseignants à l'analyse conceptuelle en didactique de la mathématique. *Revue des sciences de l'éducation*, 8 (2) : 293–311.

Bessot Annie, Laborde Colette. (2005). *Vers une modélisation d'une géométrie en acte dans les activités de lecture-tracé du bâtiment.* Séminaire national de didactique des mathématiques. (Corine Castela, Caherine Houdement, eds.) ARDM-IREM Paris 7 : 39–76. http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/articles/mise_en_ligne_des_actes_du_seminaire_national_de_didactique/

Bkouche Rudolph. (2009). De l'enseignement de la géométrie. *Repères IREM,* 76 : 85–103.

Bkouche Rudolph. (1999). De la transposition didactique. *Bulletin de l'APMEP,* 457: 213–224.

Bruillard Eric. (1998). L'ordinateur à l'école : de l'outil à l'instrument. *Sciences et techniques Educatives*, 5(1) : 63–80.

Castela Corine, Elguero Cecilia. (2013). Praxéologie et institution, concepts clés pour l'anthropologie épistémologique et la socio-épistémologie. *Recherches en didactique des mathématiques*, 33(2) : 123–162.

Castela Corine, Romo Vasquez Avenilde. (2011). Des mathématiques à l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 31(1) : 79–130.

Castela Corine. (2010). *Développer le modèle praxéologique pour mieux prendre en compte la dynamique des savoirs.* 3e congrès international sur la TAD : un panorama de la TAD. (Sant Hilari Sacalm, Espagne, janvier 2010)(Marianna Bosch *et al*., eds.), 871 pages : 163– 186.

Chaachoua Hamid. (1997). Géométrie dans l'espace. Le point sur la lecture de dessins par les élèves en fin de collège. *Petit x*, 48 : 37– 68.

Chappet-Parriès Monique. (2004). Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves. *Recherches en didactique des mathématiques*, 24(2-3) : 251-284.

Chevallard Yves. (1994). Les ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique.Turin [En ligne] http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/plan.php3 (Page consultée le 25/09/ 2013).

Chevallard Yves. Les programmes et la transposition didactique. IREM Aix-Marseille. [En ligne] http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/plan.php3 (Page consultée le 11/08/ 2012).

Chevallard Yves. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. Texte de conférence. 1er congrès international sur la TAD (Baeza, Espagne, octobre 2005) (Luisa Ruiz-Higueras *et al*., eds.), Sociedad, *Escuela y Mathemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico*, Universidad de Jaén : 705-746.

Chevallard Yves (1985). *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*. Editions La Pensée sauvage, Grenoble. 126 pages.

Chorlay Renaud. (2006). *La multiplicité des points de vue en analyse comme construit historique.* Travaux du groupe IREM, Paris 7, M : ATH (Mathématiques : Approche par les Textes Historiques). Chapitre V.

Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. (2000). Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement, sous la direction Jean-Pierre Kahane.

Conne François. (1981). *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième années de l'école primaire*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation. Université de Genève. 462 pages. <tel-01066233>

D'Amore Bruno. (2007). *Mathematical objects and sense. How semiotic transformations change the sense of mathematical objects*. Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics, Issue 7: 23–44.

D'Amore Bruno. (2001). Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques. *Scientia Paedagogica Experimentales*. Gent., Belgio.XXXVIII, 1: 17– 46.

Delozanne Elisabeth, Grugeon Brigitte, Jacoboni Pierre. (2002). *Analyses de l'activité et IHM pour l'éducation.* 14e Conférence Francophone sur l'Interaction Homme-Machine : (Poitiers, 26-29 octobre 2002) (P. Girard *et al*., eds.), ACM Press . http://www.researchgate.net/publication/220745703 (Page consultée le 19/06/ 2015).

Douady Régine. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*, 6: 132– 158.

Drouhard Jean-Philippe, Lozi René. (2013). *Démontrer en mathématiques : une pratique frappée d'obsolescence ?* 3e Colloque International de l'ARCD : Savoirs, compétences, Approches comparatives de l'organisation des contenus, et des formes, de l'étude ; variations et constantes disciplinaires, institutionnelles, culturelles. (Marseille, 9-12 janvier) (A paraître).

Duval Raymond. (2005). *Transformations de représentations sémiotiques et démarche de pensée en mathématiques.* Conférence. Actes du XXXIIe colloque de la COPIRELEM : Enseigner les mathématiques en France, en Europe et ailleurs. (Strasbourg, 30 mai-1er juin)() : (Jean-Claude Rauscher *et al.*, eds.), 166 pages : 67– 89.

Fénichel Muriel, Pauvert Marcelle, Pfaff Nathalie. (2004). *Donner du sens aux mathématiques. Tome 1 : Espaces et géométrie.* Formation des enseignants : professeurs des écoles. Editions Bordas. 256 pages.

Gispert Hélène, Schubring Gert. (2007). *L'enseignement des mathématiques au XXe siècle dans le contexte français*. Actes 5e Université d'été européenne : Histoire et épistémologie des mathématiques dans l'enseignement (Prague, juillet 2007) [En ligne] http://culturemath.ens.fr/ (Page consultée le 23/10/ 2014).

Grugeon-Allys Brigitte, Pilet Julia, Chenevotot-Quentin Françoise, Delozanne Élisabeth. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors série, 137–162.

Grugeon-Allys Brigitte. (2008). Pratiques d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique à l'école Elémentaire. *Carrefours de l'éducation* 1 (25) : 75– 90.

Hausberger Thomas. (2012). *Le challenge de la pensée structuraliste dans l'apprentissage de l'algèbre abstraite : une approche épistémologique*. Actes EMF : Enseignement des mathématiques et contrat social Enjeux et défis pour le 21e siècle. (Genève, Suisse, février 2012) (Jean-Louis Dorier, Sylvia Coutat, eds.) 21252 pages : 425– 434.

Hodgson Bernard R. (1991). Regard sur les études de la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques. *L'Enseignement Mathématique,* 37 : 89– 107.

Houdement Catherine, Kuzniak Alain. (2006). Paradigmes en géométrie. *Annales de didactiques et des sciences cognitives*, 11 : 175– 193.

Joshua Samuel, Dupin Jean-Jacques. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques.* Presses Universitaires de France, Collection Quadrige Manuels, Paris, 432 pages : 289– 326.

Kent Philip, Noss Richard. (2003). *Mathematics in the University Education of Engineers. AppendicesFinal Report to theOve Arup Foundation.* School of Mathematics, Science & Technology, Institute of Education, London WC1H 0AL [En ligne] www.ioe.ac.uk/rnoss/REMIT (Page consultée le 26/07/ 2012).

Laforgue Laurent. (2006). *Un point de comparaison intéressant: l'enseignement en Russie à l'époque soviétique*, [En ligne] www.ihes.fr/~lafforgue/textes/educationRussie.pdf (Page consultée le 22/08/ 2014).

Lahanier-Reuter Dominique. (1999). Eléments d'analyse de descriptions en mathématiques. *Petit x*, 53 : 27– 46.

Lamon William. (1971). L'exploration de la pensée mathématique et la valeur de la recherche clinique. *Revue française de pédagogie*, 14 : 19– 26.

Lozi René, Biagioli Nicole. (2014). *Décrochage disciplinaire masqué et résilience en mathématiques chez les futurs enseignants de l'école primaire en France*. Actes du 2e coloque international du LASALE : Décrocher n'est pas une fatalité ! Le rôle de l'école dans l'accrochage scolaire. (Luxembourg, 14-16 mai 2014) (Débora Poncelet, Joëlle Vlassis, eds.) : 58-67.

Lozi René. (2012). *L'initiation à la recherche en mathématiques des futurs professeurs d'école : comment franchir le saut conceptuel entre les mathématiques de l'école primaire et la recherche internationale en mathématiques ?* Actes des deuxièmes rencontres des chercheurs en interdidactique: L'initiation à la recherche dans la formation des enseignants à l'Université. (Université de Nice-Sophia Antipolis, IUFM Célestin Freinet, 25-26 octobre 2012)(René Lozi, Nicole Biagioli, eds.) : 240–253.

Malafosse Didier, Lerouge Alain, Dusseau Jean-Michel. (2001). Étude en inter-didactique des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : changement de cadre de rationalité. *Didaskalia*, 18 : 61– 98.

Mariotti Maria Alessandra. (2011 a). *Artefacts et Signes dans la Théorie de la Médiation Sémiotique*. 16e École D'Été De Didactique des Mathématiques : Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage (Carcassonne, 21-28 Août 2011) (Alain Bronner *et al*., eds.) Editions La Pensée Sauvage, 307 pages.

Mariotti Maria Alessandra. (1998 b). A propos de l'article d'Efraïm Fischbein "Intuition and Proof". *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*, [En ligne] http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/981112Theme/981112ThemeFR.html (Page consultée le 25/11/ 2011).

Mariotti Maria Alessandra, Fischbein Ephraïm. (1999). Defining in classrooms activities. *Educational Studies in Mathematics*, 34 : 219–248.

Matheron Yves. (2001). Exemples de relation entre l'usage d'images et de métaphores et la production de la mémoire pour enseigner les mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(3) : 207–246.

Matheron Yves, Salin Marie-Hélène. (2002). Les pratiques ostensives comme travail de la construction d'une mémoire officielle dans l'action enseignante. *Revue française de pédagogie*, 141 : 56–57.

Millon-Fauré, K. (2013). Processus de négociation didactique et mesure du niveau des élèves : des fonctions concurrentes de l'évaluation. *Carrefours de l'éducation*, 36 : 149–166.

Millon-Fauré Karine. (2011). *Les répercussions des difficultés langagières des élèves sur l'activité mathématique en classe : le cas des élèves migrants.* Thèse de doctorat. Université d'Aix-Marseille, 876 pages.

Millon-Fauré Karine. (2010). Un phénomène d'oubli au début du collège chez les élèves migrants : source de difficulté pour les apprentissages ? *Petit x,* 83 : 5– 26.

Millon-Fauré Karine. (2013) Enseigner les compétences langagières indispensables à l'activité mathématique. *Repères,* 90 : 49– 64.

Ouvrier-Buffet Cécile. (2006). Exploring Mathematical Definition Construction Processes. *Educational Studies in Mathematics*, 63 : 259– 289.

Parzysz Bernard. (1991). Representation of Space and Students' Conceptions at High School level. *Educational Studies in Mathematics*, 22: 575– 593.

Perrin Daniel. (2011**).** La géométrie : un domaine hors programme ? *APMEP* 496 : 587– 600.

Polya Georg. (1954). *How to solve it*. Princeton University Press. 253 pages.

Pressiat André. (2005). *Calculer avec les grandeurs*. Acte de colloque de l'Université d'été Inter IREM : le calcul sous toutes ses formes. (Saint-Flour, 22-27 août 2005) : 199–218.

Radford Luis. (2006). Elements of a cultural theory of objectification. *Revista Latino Americana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking* :103– 129.

Robert Aline, Rogalski Jeanine. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La Revue* canadienne *de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies* : 505– 528.

Robotti Elisabetta. (2002). *Le rôle médiateur de la verbalisation entre les aspects figuraux et théoriques dans le processus de démonstration d'un problème de géométrie plane*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier-Grenoble 1. 278 pages.

Roditi Eric. 1. *Didactique de la géométrie.* Cours L3 [En ligne] http://eroditi.free.fr/sitewp/?page_id=898 (Page consultée le 03/02/ 2008).

Rogalski Janine. (2007). *Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant*. Séminaire international : la professionnalisation des enseignants de l'éducation de base : les recrutements sans formation initiale, 11-15 juin 2007.

Rogalski Marc. (2012). *Approches épistémologique et didactique de l'activité de formalisation en mathématiques*. Actes EMF : Enseignement des mathématiques et contrat social Enjeux et défis pour le 21e siècle. (Genève, Suisse, février 2012) (Jean-Louis Dorier, Sylvia Coutat, eds.) 21252 pages : 504–513.

Schneider Maggy. (2011). *Les mathématiques comme problème professionnel : apprendre à distinguer plusieurs niveaux praxéologiques.* 3e congrès international sur la TAD : un panorama de la TAD. (Sant Hilari Sacalm, Espagne, janvier 2010) (Marianna Bosch *et al*., eds.), 871 pages : 485– 503.

Sfard Anna. (2009). What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educ Stud Math*, 70 : 191– 200.

Thurston William P. (1995). Preuve et progrès en mathématiques. *Repères*, 21 :7– 26.

Vergnaud Gérard. (2002). L'explication est-elle autre chose que la conceptualisation ? *In* Madelon Saada-Robert, Francia Leutenegger, *Expliquer et comprendre en sciences de l'éducation.* Editions De Boeck Supérieur, collection : Raisons éducatives. 288 pages : 31–44.

Vergnaud Gérard. (1982). Cognitive and Developmental Psychology and Research in Mathematics Education: some theorical and methodological issues. *For the Learning of Mathematics*, 3.2; 31-41. Texte français : (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Grand IN*, 38 ; 21– 40.

Vincent Christian, Delozanne Elisabeth, Grugeon Brigitte, Gélis Jean-Michel, Rogalski Janine, Coulange Lalina. (2005). Des erreurs aux stéréotypes : Des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet. *Pépite* (Archives ouvertes) : 297-308. <hal-00005689>

Wagner David. (2010). If Mathematics Is a language, How Do You Swear in It ? *In* Mircea Pitici Editor, *The Best Writing on Mathematics*, 47– 53.

Wozniak Floriane. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école : une étude de cas. *Education et didactique*, 6 (2) : 65– 88.

Didactique des disciplines technologiques

Andreucci Colette, Ginestié Jacques. (2002). Un premier aperçu sur l'extension du concept d'objet technique chez les collégiens. *Didaskalia*, 20 :41– 66.

Bazile Joëlle, Mayen Patrick. (2002). Le développement des concepts scientifiques à partir des conceptualisations dans l'action. Proposition de didactique professionnelle. *ASTER,* 34 *Sciences, techniques et pratiques professionnelles*.

Crindal Alain. (2005). *Comprendre le travail : obstacles et leviers*. Conférence. Séminaire national : La découverte professionnelle (Paris, 30 mars-6 avril 2005) DESCO. : http://eduscol.education.fr/cid45783/ressources-nationales.html

Crindal Alain, Guillaume Marie-Françoise, Hartoin Anne-Marie, Jouin Béatrice. (2004). Quel processus de structuration des connaissances au cours du projet pluridisciplinaire à caractère professionnel en lycée professionnel ? *ASTER*, 39 : 123–151.

Decomps Bernard, Hatchuel Armand, Peccoud Dominique, Roucairol Gérard. (2012). *La technologie, école d'intelligence innovante pour son introduction au lycée dans les filières de l'enseignement général*. Académie des technologies du 29/10/2012 : 68 pages. [En ligne] http://academie-technologies-prod.s3.amazonaws.com/2014/07/25/13/10/25/830/La_technologie_lyc_es_2012_10_30_def.pdf (Page consultée le 29/08/2014).

Deforge Yves. (1996-1997). *Entretien avec Yves Deforge conduit par Joel Lebeaume*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : savoirs techniques et compétences technologiques. (ENS Cachan, 1996-1997) (Alain Durey et al., eds.) 110 pages : 29 : 42.

Deforge Yves. (1981). *Le graphisme technique, son histoire et son enseignement*. Editions du Champ Vallon, 256 pages.

Durey Alain. (2001-2002). *Impact de la CAO sur la définition des contenus d'enseignement en génie électronique*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : Bilan des recherches en didactique des disciplines technologiques. (ENS Cachan, 2001-2002)(Joel Lebeaume *et al*., eds.), 248 pages : 7– 28.

Feyfant Annie. (2009). L'enseignement professionnel : enjeux et tensions. *Dossier d'actualité*, 44 [En ligne] http://www.inrp.fr/vst (Page consultée le 16/10/ 2014).

Galhouz Mustapha. (1996). Règles professionnelles, règlements et prescriptions à caractère normatif dans l'enseignement du génie civil. *ASTER*, 23 : 109–128.

Grandgerard Colette. (2001-2002). *Rapport entre système éducatif et système productif*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : Bilan des recherches en didactique des disciplines technologiques. (ENS Cachan, 2001-2002)(Joël Lebeaume *et al*., eds.), 248 pages : 93–102.

Hamon Christian. (2009). Graphismes techniques : nature et causes des difficultés des apprenants. *ASTER*, 48 : 39– 62.

Jouin Béatrice. (2002). Les sciences physiques en lycée professionnel, discipline de service par rapport à la technologie. *ASTER,* 34 : 10– 31.

La Verne Abe Harris, Meyers Frederick. (2007). Engineering Design Graphics: Into the 21st Century. *Engineering Design Graphics Journal*, 71(3): 20– 34.

Lebeaume Joël. (2011 a). Les choses et les mots à l'école primaire. Exploration de la connexité des enseignements de français et de sciences (1880-2000). *Carrefours de l'éducation,* 3 (1) : 87– 100. DOI 10.3917/cdle. hs01.0087

Lebeaume Joël. (2011 b). L'éducation technologique au collège : un enseignement pour questionner la refondation du curriculum et la réorientation des disciplines. *Education et Didactique*, 5(2) : 7– 22.

Lebeaume Joël. (2002). *Apports et contributions du GDSTC-LIREST à la didactique des disciplines technologiques*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : Bilan des recherches en didactique des disciplines technologiques. (ENS Cachan, 2001-2002) (Joël Lebeaume *et al*., eds.), 248 pages :101–131.

Lebeaume Joël. (1998). Repères pour une histoire de la didactique des enseignements technologiques. *ASTER,* 27 : 6– 13.

Martinand Jean-Louis. (1986). *Introduction à la modélisation* [En ligne] www.inrp.fr/Tecne/Rencontre/Univete/Tic/Pdf/Modelisa.pdf (Page consultée le 20/01/ 2013).

Martinand Jean-Louis. (1986). *Connaître et transformer la matière ; des objectifs pour l'initiation aux sciences et techniques.* Editions Peter Lang, Bern. 155 pages.

Nancy Pierre. (1997). Représentations, lecture de plans et images informatiques. *Spirale Revue de Recherches en Education*. Hors série 2, 220– 239.

Sido Xavier. (2008). *L'évolution des mathématiques dans l'enseignement professionnel : 1945-1985*. Rencontres annuelles de l'Association pour la Recherche en Didactique des Sciences et des Techniques (ARDIST), (Paris, 18 octobre 2008).

Verdier Yves. (2009). *Réflexion sur l'enseignement de la productique*. Documents de formation de l'académie de Lyon par l'inspection [En ligne] http://www2.ac-lyon.fr/enseigne/metiers-production/spip.php?article77 (Page consultée le 20/06/2013).

Vérillon Pierre. (1996 a). Approche psychologique et didactique : la technologie du dessin. *ASTER Image et activité scientifique,* 22 : 127– 147.

Vérillon Pierre. (1996 b). *Unité et diversité de la technologie*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : savoirs techniques et compétences technologiques. (ENS Cachan, 1996-1997)(Alain Durey *et al*., eds.) 110 pages : 5– 16.

Méthodologie de l'entretien

Bachelet Rémi. (2010). Initiation aux cartes conceptuelles. Université de Lille [En ligne] http://rb.ec-lille.fr/l/CarteConceptuelle/cours-cartes_conceptuelles.html (Page consultée le 25/04/14).

Clot Yves, Faïta Daniel. (2000). Genres et styles en analyse du travail. Concepts et méthodes. *Revue Théorie*, 4 : 7– 42.

Liu Michel. (1992). Présentation de la recherche-action : définition, déroulement et résultats. *Revue internationale de systémique*, 6(4) : 293– 311.

Matthey Laurent. (2005). Ethique, politique et esthétique du terrain : cinq figures de l'entretien compréhensif. *Cybergeo : European Journal of Geography* [En ligne], Epistémologie, Histoire de la Géographie, Didactique, document 312, mis en ligne le 31 mai 2005. [En ligne] http://cybergeo.revues.org/3426 (Page consultée le 7/07/2013)

Mondada Lorenza. (2002). Pratiques de transcription et effets de catégorisation. *Cahiers de praxématique*, 39 : 45– 75.

Documents officiels pour l'éducation

Rapports officiels

Bocandé Annick. (2004). *Formation professionnelle tout au long de la vie*. Rapport du Sénat n°179, tome 1.

HCE (Haut Conseil de l'Éducation)
(2009 a). Rapport : *Le collège : bilan des résultats*.
(2009 b). Rapport : *L'enseignement professionnel : bilan des résultats*.

Legendre Jacques. (2008). *Un état des lieux du baccalauréat.* Rapport d'information du sénat n°370, Annexe au procès-verbal de la séance du 3 juin 2008.

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale)
(2005). *Charte d'apprentissage*
(2007). *Le baccalauréat : repères historiques,* [En ligne] http://media.education.gouv.fr/file/47/8/5478.pdf (Page consultée le 22/07/2013).
(2011).*Codification des formations et des diplômes*, [En ligne] www.education.gouv.fr/cid59013/ (Page consultée le 18/05/2012).
(2012). *Suivi de la Rénovation de la Voie Professionnelle. Guide des bonnes pratiques*-2011-2012, [En ligne] http://www.ac-lille.fr/actus/downloads/renovation-voie-professionnelle_guide-pratique.pdf (Page consultée le 17/10/2014).
(2013). *Conseil supérieur des programmes*, [En ligne] http://www.education.gouv.fr/cid75495/le-conseil-superieur-des-programmes.html (Page consultée le 29/04/2015).
(2013). Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance, *Repères Et Références Statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche*.
(2014) *Charte des programmes*. Conseil Supérieur des Programmes, [En ligne] http://cache.media.education.gouv.fr/file/04_Avril/37/5/charte_programme_csp_312375.pdf (Page consultée le 29/04/2015).

Moutoussamy Isabelle. (2014). Rapport de jury du concours d'accès au corps des professeurs de lycée professionnel externe et CAFEP- Section : mathématiques – sciences physiques et chimiques. 71 pages.

OCDE. (2012). *Ce que les élèves de 15 ans savent et ce qu'ils peuvent faire avec ce qu'ils savent*. Principaux résultats de l'Enquête PISA 2012.

ONISEP. (2008). *Les métiers de la chaîne numérique*, [En ligne] www.onisep-reso.fr (Page consultée le 11/07/2012).

Programmes, accompagnement des programmes

(2006). *Accompagnement des programmes de mathématiques, série littéraire*. Directions des Enseignements Scolaires. Editions SCEREN.

(2002). *Accompagnement des programmes de mathématiques, séries scientifiques et économique et sociales*. Directions des Enseignements Scolaires. Editions SCEREN.

(2000). *Programme de mathématiques de seconde générale.* BOEN HS n°2 du 30/08/2000.

2004-16 février : Arrêté *Création du baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage.*

2004-25 mars : BOEN n°13. *Baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage.*

2005-23 avril : Loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'École. *Socle des connaissances et des compétences.*

2008-19 juin : BOEN HS n°3. *Programmes de l'école primaire.*

2008-28 août : BOEN spécial n°6. *Programme de mathématiques de collège.*

2008-28 août : BOEN spécial n°6. *Programmes de l'enseignement de technologie de collège*.

2009-19 février : BOEN spécial n°2. *Programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques de lycée professionnel.*

2009-23 juillet : BOEN n° 30. *Programme de mathématiques de seconde générale et technologique.*

2010-29 avril : BOEN spécial n° 4. *Programme de physique-chimie de seconde générale*.

2010-30 septembre : BOEN n° 9. *Programme de mathématiques de première scientifique.*

2011-17 mars : BOEN spécial n° 3. *Programme d'enseignements technologiques de la série STI2D*.

2011-13 octobre : BOEN spécial n° 8. *Programme de mathématiques de terminale scientifique*.

2012-14 février. *Ressources pour la classe terminale générale et technologique. Mathématiques Série S Enseignement de spécialité.*

2012-5 janvier : BOEN n°1. *Progressions pour le cours élémentaire deuxième année et le cours moyen-Sciences expérimentales et technologie.*

2012-22 mars : BOEN n°12. *Evaluation orale LV1 aux baccalauréats technologiques*.

Documents associés pour l'éducation et la formation

Documents en mathématiques, construction mécanique, productique usinage

Aublin Michel, Taraud Dominique. (2003). Guide méthodologique de construction d'un TP construction mécanique [en ligne] http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/ressources/pedagogiques/methodologie-creation.ppt (Page consultée le 20/01/2011).

CERPET (Centre d'Enseignement et de Recherche Pédagogique de l'Enseignement technique). (1999). *Exploitation du concept G.P.S. et de la normalisation pour la Spécification Géométrique des Produits*. Introduction de Michel Aublin. Ministère de l'Education Nationale.

CNR-MAO (Centre National de Ressources en Construction Mécanique Assistée par Ordinateur). http://www.cnr-cmao.ens-cachan.fr/

Choquet Gustave. (1964). *L'enseignement de la géométrie.* Editions Hermann. 168 pages.

Dehornoy Patrick. (2000). *Mathématiques de l'informatique***.** Editions Dunod.

Duffaut Michel. **(2003).** ***Quelques consignes pédagogiques relatives à la construction des apprentissages associés à la productique mécanique en BEP et BAC*** professionnels**.**

Documents de formation de l'académie de Poitiers par l'inspection.

Endl Robert, Jaje Jeffrey. (2011). *Usinage 5 axes : les défis des systèmes FAO et des utilisateurs*.[En ligne] http://marvin.verosoftware.com/mymarvin/download/ (Page consultée le 17/04/2012).

Fanchon Jean-Louis. (2008). *Guide de mécanique, sciences et technologies industrielles*. Editions Nathan, Paris. ISBN 978.2.09.1607115.1. 575 pages.

Fanchon Jean-Louis. (1996). *Guide de mécanique, sciences et technologies industrielles*. Editions Nathan, Paris. ISBN 2.09.176570.8. 482 pages.

Geoffrion Richard. *Initiation au dessin technique*, [En ligne] www.cvm.qc.ca/geoffrio/index/dessinti/cours1/cour1.html (Page consultée le 16/05/2012).

Mathieu Luc, Ballu Alex. (2013). La fiche GPS. *Technologie* 184 : 20-29.

Munier Gérard. (2008). *Cotation ISO*, glossaire et 9 présentations thématiques. Académie de Besançon

Paquet Georges, Lignée Stéphane, Davila Fabien. (2011). *Les bases du dessin technique*. CAP-Bac Pro, métiers de la mécanique et du bâtiment. Editions Delegrave, 160 pages.

Pruvot François C. (1993). *Conception et calcul des machines-outils*. Vol. 1. Généralités. Morphologie. Plan général. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.

Schneider Fabien. (1999). Tolérancement géométrique : interprétation. IUFM de Lorraine, [En ligne]. http://mip2.insa-lyon.fr/Centred'intéret/Cours/Fichiers/Tolérancement/interpr99.PDF (Page consultée le 6/07/2013).

Srinivasan Vijay. (2001). *An Integrated View Geometrical Product Specification and Verification*. 7th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing. IBM Corporation and Columbia University.

Touzet Claude. (1992). *Les réseaux de neurones artificiels-Introduction au connexionnisme.* Cours, exercices et travaux pratiques. Jean-Claude Rault, eds. *Colloques et Conseil*, 129 pages.

Trottier Luc. (1992-1999). Eléments de fabrication mécanique*. Notes de cours rédigées par Paul Gely.* Ecole de technologie Supérieure. Université de Québec.

Wikipedia. *Géométries non euclidiennes*, [En ligne] http://fr.wikipedia.org/wiki/G%C3%A9om%C3%A9trie_non_euclidienne (Page consultée le 23/10/2010).

Wolfram Research. (2015) Website of Free Resources built with Mathmatica Technology, created, developed, & nutured by Eric Weisstein and the world's mathematical community [En ligne] http://mathworld.wolfram.com/ (Page consultée le 12/06/2015).

Manuels de lycée de mathématiques

(2013). *Bac Pro 2de. Mathématiques*. Editions Delegrave.
(2012). *Bac Pro 2de. Mathématiques*. Editions Foucher.
(2010). *Maths première professionnelle*, groupements A et B. Editions Foucher.
(2010). *Math'x seconde et technologique*. Edition Didier.
(2009). Mathématiques. Seconde Bac Pro. Editions Nathan technique.
(2007). *Sciences de la Vie et de la Terre, 5e*. Editions Magnard
(2000). *Fractale Maths 2de*. Editions Bordas.
(2000). *Indice*. Seconde générale. Editions Bordas.
(1999). *Mathématiques* Collection *Triangle.* Classe de troisième. Editions Hatier.
(1992*). Maths IREM Strasbourg.* Classe de quatrième. Editions Istra.
(1962). *Géométrie.* Classe de première. Editions Belin.
(1961). *Géométrie*. Classe de première. Editions Hachette.
(1959). *Géométrie dans l'espace.* Classe de troisième. Editions Hachette.
(1950). *Géométrie dans l'espace.* Première. Editions Nathan.

Autres documents

APMEP. (2010). Compte-rendu de la rencontre APMEP/Cabinet du ministre [En ligne]. http://www.apmep.fr/Compte-rendu-de-la-rencontre-APMEP (Page consultée le 15/02/ 2015)

Berdillon Patrick. (2009). Assemblage Assisté par Ordinateur. *DUNE Scientific Design Centre*, Hégenheim, [En ligne] http://dune-engineering-design.com/search-engine/assemblage-assiste-p (Page consultée le 06/03/2011).

COPIRELEM (Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire). (2013). *Epreuve de mathématiques du futur CRPE.* Lettre ouverte au ministre de l'Education Nationale.

CRDP de Montpellier. *Epreuves du baccalauréat professionnel technicien d'usinage.*2009, 2010, 2011. http://www.crdp-montpellier.fr/ressources/examens/consultation/recherchea.aspx

Siemens. (2008). Interface conversationnelle. *Sinumerik_operate*. Brochure publicitaire.

Swiss TS. (2011). Assemblage assisté par ordinateur. Brochure publicitaire.

Wikipedia. *Géométries non euclidiennes*, [En ligne]
http://fr.wikipedia.org/wiki/G%C3%A9om%C3%A9trie_non_euclidienne
(Page consultée le 23/10/2010).

Bibliographie générale

A

Adam Jean-Michel, Petitjean André. (1989). *Le texte descriptif : poétique historique et linguistique textuelle*. Editions Nathan. 239 pages.

Andreucci Colette, Ginestié Jacques. (2002). Un premier aperçu sur l'extension du concept d'objet technique chez les collégiens. *Didaskalia*, 20 :41– 66.

APMEP. (2010). Compte-rendu de la rencontre APMEP/Cabinet du ministre [En ligne]. http://www.apmep.fr/Compte-rendu-de-la-rencontre-APMEP (Page consultée le 15/02/ 2015)

Apotheloz Denis. (1998). Eléments pour une logique de la description et du raisonnement spatial. *In* Yves Reuter, *La description*. *Théories, recherches, formation, enseignement*. Presses universitaires du Septentrion. 15– 31.

Artigue Michèle. (1990). Epistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10 (23) : 241– 286.

Aublin Michel, Taraud Dominique. (2003). Guide méthodologique de construction d'un TP construction mécanique [en ligne] http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/ressources/pedagogiques/methodologie-creation.ppt (Page consultée le 20/01/2011).

Auger Nathalie. (2010). Le stéréotype en classe et dans les manuels de langues : un outil de réflexion pour la didactique. *Le langage et l'Homme, Revue de didactique du français* XXXXXV (2).

Austin John Langshaw. (1962). *How to do things with words*. Harvard Press. 169 pages.

Auxire Nathalie, Biagioli Nicole, Lozi René. (2014). Analyse de discours d'enseignants de différentes disciplines de lycée professionnel à propos de l'enseignement des vecteurs. *Spirale Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques,* 54 : 103– 128.

Auxire Nathalie. (2014). Conditions d'apparition et indicateurs de la présence des langages disciplinaires. Séminaire national 2013 des jeunes chercheurs de l'ARDM. IREM de Paris : 11– 20.

Auxire Nathalie. (2013). *Savoirs mathématiques et compétences : étude des effets de transposition des solides géométriques dans la filière productique usinage en lycée professionnel*. 3^{e} Colloque International de l'ARCD : Savoirs, compétences, Approches comparatives de l'organisation des contenus, et des formes, de l'étude ; variations et constantes disciplinaires, institutionnelles, culturelles. (Marseille, 9-12 janvier) (A paraître).

B

Ba Cissé. (2007). *Etude épistémologique et didactique de l'utilisation du vecteur en mathématiques et en physique – lien entre mouvement de translation et translation mathématique*. Thèse de doctorat. Université Claude Bernard-Lyon1. 316 pages.

Bachelet Rémi. (2010). Initiation aux cartes conceptuelles. Université de Lille [En ligne] http://rb.ec-lille.fr/l/CarteConceptuelle/cours-cartes_conceptuelles.html (Page consultée le 25/04/14).

Barrier Thomas, Chesnais Aurélie, Hache Christophe. (2014). Décrire les activités des élèves en géométrie et leur articulation avec celle de l'enseignant. *Spirale : Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques*, 54 : 175– 193.

Bartolini Bussi Maria G., Mariotti Maria Alessandra. (2008) Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *In* Lyn D. English et al., *Handbook of International Research in Mathematics Education.* Routledge Edition, New York, 738 pages : 746–783.

Bazile Joëlle, Mayen Patrick. (2002). Le développement des concepts scientifiques à partir des conceptualisations dans l'action. Proposition de didactique professionnelle. *ASTER,* 34 *Sciences, techniques et pratiques professionnelles*.

Beacco Jean-Claude. (1995). À propos de la structuration des communautés discursives : beaux-arts et appréciatif. Centre de recherches sur la didacticité des discours ordinaires 3 : 136– 153.

Belhoste Bruno. (1998). Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques. *Revue d'histoire des mathématiques,* 4 : 289–304.

Belhoste Bruno. (1990). *Gaspard Monge.* Editions Belin. Les mathématiciens, 50– 61.

Bensaude-Vincent Bernadette. (2009). La place des réflexions sur l'école dans l'œuvre de Paul Langevin. *Actes du séminaire : Paul Langevin et la réforme de l'enseignement* (ESPCI Paris Tech, 15 janvier au 14 mai 2009) (Laurent Gutierrez et Catherine Kounelis, eds.). Presses universitaires de Grenoble. 15-22.

Berdillon Patrick. (2009). Assemblage Assisté par Ordinateur. *DUNE Scientific Design Centre*, Hégenheim, [En ligne] http://dune-engineering-design.com/search-engine/assemblage-assiste-p (Page consultée le 06/03/2011).

Bergeron Jacques C, Herscovics Nicolas. (1982). La formation des enseignants à l'analyse conceptuelle en didactique de la mathématique. *Revue des sciences de l'éducation*, 8 (2) : 293–311.

Bernie Jean-Paul. (2004). *Pour un ensemble co-disciplinaire*. 9e Colloque de l'AIRDF : le français : discipline singulière, plurielle ou transversale ? (Québec, 26-28 août 2004) (Erick Falardeau et al., eds.) http://www.colloqueairdf.fse.ulaval.ca/ .

Bessière Christian, Euzenat Jérôme, Jeansoulin Robert, Ligozat Gérard, Schwer Sylviane. (1997). Raisonnement spatial et temporel. *Bulletin de l'AFIA*, 29. [En ligne] http://www.cassini.univ-mrs.fr/publis/PRCIAGrenoble97.pdf (Page consultée le 11/10/2012).

Bessot Annie, Laborde Colette. (2005). *Vers une modélisation d'une géométrie en acte dans les activités de lecture-tracé du bâtiment.* Séminaire national de didactique des mathématiques. (Corine Castela, Caherine Houdement, eds.) ARDM-IREM Paris 7 : 39–76. http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/articles/mise_en_ligne_des_actes_du_seminaire_national_de_didactique/

Biagioli Nicole. (2014). Quelles relations les élèves établissent entre les apprentissages langagiers extrascolaires, les apprentissages langagiers de la discipline français et ceux des autres disciplines ? Le point de vue de l'interdidactique. *In* J.-L. Dufays, B. Daunay éds. *Didactique du français langue première : le côté des élèves*/, Bruxelles : de Boeck, 157– 173.

Biagioli Nicole. (2012 a). *Les rencontres des chercheurs en interdidactique***.** Actes des deuxièmes rencontres des chercheurs en interdidactique: L'initiation à la recherche dans la formation des enseignants à l'Université. (Université de Nice-Sophia Antipolis IUFM Célestin Freinet , 25-26 octobre 2012)(René Lozi et Nicole Biagioli, eds.): 1-7.

Biagioli Nicole, Torterat Frédéric. (2012 b). La recherche en interdidactique : apports méthodologiques et pratiques. *In* M.-L. Elalouf, A. Robert, A. Belhadjin, & M.-F. Bishop (Éd.), *Les didactiques en question(s) : état des lieux et perspectives pour la recherche et la formation* (p. 269-278). Bruxelles : de Boeck.

Biagioli Nicole. (2010 a). Le stéréotype, entre didactiques des langues et didactiques des disciplines. *Le langage et l'Homme*, XXXXV (2) : 33– 44.

Biagioli Nicole. (2010 b). Le stéréotype, entre didactiques des langues et didactiques des disciplines. *Le langage et l'Homme*, XXXXV (2) : 1– 11.

Bkouche Rudolph. (2009). De l'enseignement de la géométrie. *Repères IREM,* 76 : 85–103.

Bkouche Rudolph. (1999). De la transposition didactique. *Bulletin de l'APMEP,* 457: 213–224.

Blaser Christiane, Chartrand Suzanne-G. (2006). **Fonction épistémique des genres disciplinaires scolaires : prolégomènes à un champ de recherches. *In* Bernard Schneuwly, Thérèse Thévenaz-Christen, *Analyse des objets enseignés. Le cas du français*. Editions** De Boeck Supérieur. 264 pages : 179–194.

Bocandé Annick. (2004). *Formation professionnelle tout au long de la vie*. Rapport du Sénat n°179, tome 1.

Boré Catherine. (2007). *Dénommer, désigner en classe : aspects du métalangage et des interactions.* < Halshs-00355876> [En ligne] http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/35/58/76/PDF/Article_BoreINTerGAP_3_.pdf (Page consultée le 03/06/ 2014).

Boudenot Jean-Claude, Samueli Jean-Jacques. (2006). *Trente livres de mathématiques qui ont change le monde*. Editions Ellipses, 413 pages.

Brémond Claude. (1973). *Logique du récit*. Éditions Seuil, collection Poétique. Paris. 350 pages.

Bruillard Eric. (1998). L'ordinateur à l'école : de l'outil à l'instrument. *Sciences et techniques Educatives*, 5(1) : 63–80.

Bucheton Dominique, Soulé Yves. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations de l'enseignant. *Education et didactique* 3 (3) : 29– 48.

Bulf Caroline. (2010). Le rôle de la symétrie dans la nature du travail géométrique des tailleurs de pierre et des ébénistes. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5 : 119– 146.

Bush Lawrence. (2011). *Standards : Recipes for Reality (Infrastructures)*. Geoffrey Bowker and Paul N.Edwards, eds. MIT Press, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge. 402 pages.

C

Cartier Pierre. (2001). *Mathématiques et réalité*. Université de tous les savoirs.
Conférence du 14/01/2000. [En ligne : a texte de conférence, b vidéo]
a http://download2.cerimes.fr/canalu/documents/utls/download/pdf/140100.pdf
b https://www.canal-u.tv/video/universite_de_tous_les_savoirs/mathematiques_et_realite.893
(Pages consultées le 13/11/2013).

Casati Roberto, Varzi Achille C. (1999). *Parts and Places: The Structures of Spatial Representations*. Massachusetts Institute of Technology.

Castela Corine, Elguero Cecilia. (2013). Praxéologie et institution, concepts clés pour l'anthropologie épistémologique et la socio-épistémologie. *Recherches en didactique des mathématiques*, 33(2) : 123–162.

Castela Corine, Romo Vasquez Avenilde. (2011). Des mathématiques à l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 31(1) : 79–130.

Castela Corine. (2010). *Développer le modèle praxéologique pour mieux prendre en compte la dynamique des savoirs.* 3^{e} congrès international sur la TAD : un panorama de la TAD. (Sant Hilari Sacalm, Espagne, janvier 2010)(Marianna Bosch *et al.*, eds.), 871 pages : 163– 186.

CERPET (Centre d'Enseignement et de Recherche Pédagogique de l'Enseignement technique). (1999). *Exploitation du concept G.P.S. et de la normalisation pour la Spécification Géométrique des Produits*. Introduction de Michel Aublin. Ministère de l'Education Nationale.

CNR-MAO (Centre National de Ressources en Construction Mécanique Assistée par Ordinateur). http://www.cnr-cmao.ens-cachan.fr/

Chaachoua Hamid. (1997). Géométrie dans l'espace. Le point sur la lecture de dessins par les élèves en fin de collège. *Petit x*, 48 : 37– 68.

Chanal Valérie. (2000). Communautés de pratique et management par projet : à propos de l'ouvrage de Wenger (1998) « Communities of Practice : Learning, Meaning and Identity ». *M@n@gement* 3(1) : 1–30.

Chappet-Parriès Monique. (2004). Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves. *Recherches en didactique des mathématiques*, 24(2-3) : 251-284

Charaudeau Patrick, Mainguenau Dominique. (2002). Dictionnaire d'analyse du discours. Ouvrage collaboratif sous la direction de P. Charaudeau et D. Maingueneau. Editions Seuil, Paris. 484 pages.

Château Dominique. (2007). *Stéréotype, prototype et archétype : à propos du portrait de Gertrude Stein de Picasso. In* Bernard Darras, *Images et sémiotique : Sémiotique pragmatique et cognitive*. Collection : Esthétique . Publications de la Sorbonne. 160 pages : 147–156.

Chervel André. (1988). L'histoire des disciplines scolaires : réflexions sur un domaine de recherche. *Histoire de l'éducation*. *Pour une histoire des disciplines scolaires* 38 : 59– 119. Ecole normale supérieure de Lyon, [En ligne] http://www.jstor.org/stable/41159091 (Page consultée le 28/11/ 2014).

Chevallard Yves. (1994). Les ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique.Turin [En ligne] http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/plan.php3 (Page consultée le 25/09/ 2013).

Chevallard Yves. Les programmes et la transposition didactique. IREM Aix-Marseille. [En ligne] http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/plan.php3 (Page consultée le 11/08/ 2012).

Chevallard Yves. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. Texte de conférence. 1er congrès international sur la TAD (Baeza, Espagne, octobre 2005) (Luisa Ruiz-Higueras *et al*., eds.), Sociedad, *Escuela y Mathemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico*, Universidad de Jaén : 705-746.

Chevallard Yves (1985). *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*. Editions La Pensée sauvage, Grenoble. 126 pages.

Choquet Gustave. (1964). *L'enseignement de la géométrie.* Editions Hermann. 168 pages.

Chorlay Renaud. (2006). *La multiplicité des points de vue en analyse comme construit historique.* Travaux du groupe IREM, Paris 7, M : ATH (Mathématiques : Approche par les Textes Historiques). Chapitre V.

Clot Yves, Faïta Daniel. (2000). Genres et styles en analyse du travail. Concepts et méthodes. *Revue Théorie*, 4 : 7– 42.

Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. (2000). Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement, sous la direction Jean-Pierre Kahane.
Comte Auguste. (1842). *Discours sur l'esprit positif*. Jean-Marie Tremblay et la Bibliothèque Paul-Émile-Boulet de l'Université du Québec à Chicoutimi. Edition numérique collaborative. Collection : "Les classiques des sciences sociales". 72 pages. http://classiques.uqac.ca/classiques/Comte_auguste/discours_esprit_positif/discours_esprit_positif.html Page consultée le 13/07/2014).

Conne François. (1981). *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième années de l'école primaire*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation. Université de Genève. 462 pages. <tel-01066233>

COPIRELEM (Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire). (2013). *Epreuve de mathématiques du futur CRPE*. Lettre ouverte au ministre de l'Education Nationale.

Côté Marie-Hélène. (2005). Une approche anthropologique de la culture. *Revue À bâbord !* 12. [En ligne] http://www.ababord.org/Une-approche-anthropologique (Page consultée le 02/02/2011).

Cousquer Eliane. (1998). *Le calcul vectoriel et son histoire*. Actes de c*olloque:* History of Science and technology in Education and training in Europe. *(Strasbourg, juin 1998) Editions Claude Debru Eurosciencia Conférences. [En ligne]*
http://www.mediamaths.net/tag/histoire%20des%20mathematiques/ (Page consultée le 25/10/2014).

CRDP de Montpellier. *Epreuves du baccalauréat professionnel technicien d'usinage.*2009, 2010, 2011. http://www.crdp-montpellier.fr/ressources/examens/consultation/recherchea.aspx

CRDP (Centre Régional de Documentation Pédagogique) de Toulouse. (2002). Occitan, langue et culture vivantes. *Thém@doc* [En ligne] http://www.cndp.fr/crdp-toulouse/themadoc/occitan/occitan-conte/methodes-analytiques.htm. (Page consultée le 10/09/2014).

Crindal Alain. (2005). *Comprendre le travail : obstacles et leviers*. Conférence. Séminaire national : La découverte professionnelle (Paris, 30 mars-6 avril 2005) DESCO. : http://eduscol.education.fr/cid45783/ressources-nationales.html

Crindal Alain, Guillaume Marie-Françoise, Hartoin Anne-Marie, Jouin Béatrice. (2004). Quel processus de structuration des connaissances au cours du projet pluridisciplinaire à caractère professionnel en lycée professionnel ? *ASTER*, 39 : 123–151.

Cuq Jean-Pierre. (2003). *Dictionnaire de didactique du français. Langue étrangère et seconde*. Editions Jean Pencreac'h CLE international SEJER. Direction générale à la langue française et aux langues de France.

D

Dahan-Dalmedico Amy, Peiffer Jeanne. (1986). *Une histoire des mathématiques : routes et dédales*. Editions Seuil. 309 pages.

D'Amore Bruno. (2007). *Mathematical objects and sense. How semiotic transformations change the sense of mathematical objects*. Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics, Issue 7: 23–44.

D'Amore Bruno. (2001). Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques. *Scientia Paedagogica Experimentales*. Gent., Belgio.XXXVIII, 1: 17– 46.

Darses Françoise, Falzon Pierre. (1994). *La conception collective : une approche de l'ergonomie cognitive.* Séminaire du GDR CNRS FROG : Coopération et Conception (Toulouse, 1er -2 décembre 1994) (Gilbert de Terssac, Ehrard Friedberg, eds.). Editions Octarès : 1–12.

Decomps Bernard, Hatchuel Armand, Peccoud Dominique, Roucairol Gérard. (2012). *La technologie, école d'intelligence innovante pour son introduction au lycée dans les filières de l'enseignement général*. Académie des technologies du 29/10/2012 : 68 pages. [En ligne] http://academie-technologies-prod.s3.amazonaws.com/2014/07/25/13/10/25/830/La_technologie_lyc_es_2012_10_30_def.pdf (Page consultée le 29/08/2014).

Deforge Yves. (1996-1997). *Entretien avec Yves Deforge conduit par Joël Lebeaume*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : savoirs techniques et compétences technologiques. (ENS Cachan, 1996-1997) (Alain Durey *et al.*, eds.) 110 pages : 29 : 42.

Deforge Yves. (1981). *Le graphisme technique, son histoire et son enseignement*. Editions du Champ Vallon, 256 pages.

Dehornoy Patrick. (2000). *Mathématiques de l'informatique***.** Editions Dunod.

Delahaye Jean-Paul. (1998). *Le fascinant nombre π.* Editions Belin, bibliothèque *Pour la science*. 224 pages.

Delahaye Jean-Paul. (1984). *Informations, complexité et hasard*. Editions Hermès. 275 pages.

Delozanne Elisabeth, Grugeon Brigitte, Jacoboni Pierre. (2002). *Analyses de l'activité et IHM pour l'éducation.* 14e Conférence Francophone sur l'Interaction Homme-Machine :

(Poitiers, 26-29 octobre 2002) (P. Girard *et al.*, eds.), ACM Press.
http://www.researchgate.net/publication/220745703 (Page consultée le 19/06/ 2015).

Dorier Jean-Luc. (1997). Hermann Grassmann et la théorie de l'extension. *Repères* IREM, 26 : 89– 108.

Douady Régine. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*, 6: 132– 158.

Drouhard Jean-Philippe, Lozi René. (2013). *Démontrer en mathématiques : une pratique frappée d'obsolescence ?* 3e Colloque International de l'ARCD : Savoirs, compétences, Approches comparatives de l'organisation des contenus, et des formes, de l'étude ; variations et constantes disciplinaires, institutionnelles, culturelles. (Marseille, 9-12 janvier) (A paraître).

Ducrot Oswald. *Quelques raisons de distinguer « locuteurs » et « énonciateurs »* [En ligne]. http://www.hum.au.dk/romansk/polyfoni/Polyphonie_III/Oswald_Ducrot.htm (Page personnelle consultée le 20/05/2015).

Dufays Jean-Louis et Kervyn Bernadette. (2010). Le stéréotype, un objet modélisé pour quels
Usages didactiques ? *Éducation et didactique*, 4(1) : 53–80.

Duffaut Michel. (2003). *Quelques consignes pédagogiques relatives à la construction des apprentissages associés à la productique mécanique en BEP et BAC professionnels.* Documents de formation de l'académie de Poitiers par l'inspection.

Dupriez Bernard. (1984). **Gradus** *: les procédés littéraires (dictionnaire)*. Paris, Union Générale des Editeurs. 544 pages.

Durey Alain. (2001-2002). *Impact de la CAO sur la définition des contenus d'enseignement en génie électronique*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : Bilan des recherches en didactique des disciplines technologiques. (ENS Cachan, 2001-2002) (Joël Lebeaume *et al.*, eds.), 248 pages : 7– 28.

Duval Raymond. (2005). *Transformations de représentations sémiotiques et démarche de pensée en mathématiques.* Conférence. Actes du XXIIe colloque de la COPIRELEM : Enseigner les mathématiques en France, en Europe et ailleurs. (Strasbourg, 30 mai-1er juin)() : (Jean-Claude Raucher *et al.*, ends.), 166 pages : 67– 89.

E

Egenhofer Max J, Franzosa Robert. (1991). Point-Set Topological Spatial Relations. *International Journal for Geographical Information Systems*, 5(2): 161– 174.

Endl Robert, Jaje Jeffrey. (2011). *Usinage 5 axes : les défis des systèmes FAO et des utilisateurs*.[En ligne] http://marvin.verosoftware.com/mymarvin/download/ (Page consultée le 17/04/2012).

F

Fanchon Jean-Louis. (2008). *Guide de mécanique, sciences et* technologies *industrielles*. Editions Nathan, Paris. ISBN 978.2.09.1607115.1. 575 pages.

Fanchon Jean-Louis. (1996). *Guide de mécanique, sciences et technologies industrielles*. Editions Nathan, Paris. ISBN 2.09.176570.8. 482 pages.

Fénichel Muriel, Pauvert Marcelle, Pfaff Nathalie. (2004). *Donner du sens aux mathématiques. Tome 1 : Espaces et géométrie.* Formation des enseignants : professeurs des écoles. Editions Bordas. 256 pages.

Feyfant Annie. (2009). L'enseignement professionnel : enjeux et tensions. *Dossier d'actualité*, 44 [En ligne] http://www.inrp.fr/vst (Page consultée le 16/10/ 2014).

Folcher Viviane, Rabardel Pierre. (2004). Hommes-Artefacts-Activités : perspective instrumentale. *In* P. Falzon (eds) *L'ergononomie*. Presses Universitaires de France : 251– 268.

G

Galhouz Mustapha. (1996). Règles professionnelles, règlements et prescriptions à caractère normatif dans l'enseignement du génie civil. *ASTER*, 23 : 109–128.

Geoffrion Richard. *Initiation au dessin technique*, [En ligne] www.cvm.qc.ca/geoffrio/index/dessinti/cours1/cour1.html (Page consultée le 16/05/2012).

Gezundhajt Henriette. (1998-2010). *Les grands courants en linguistique*. Département d'études françaises de l'Université de Toronto. [En ligne] www.linguistes.com/courants/ (Page personnelle consultée le 05/12/2012).

Gispert Hélène, Schubring Gert. (2007). *L'enseignement des mathématiques au XX^e^ siècle dans le contexte français*. Actes 5^e^ Université d'été européenne : Histoire et épistémologie des mathématiques dans l'enseignement (Prague, juillet 2007) [En ligne] http://culturemath.ens.fr/ (Page consultée le 23/10/ 2014).

Goody Jack. (1977). *La raison graphique*. Cambridge University Press. 275 pages.

Grandgerard Colette. (2001-2002). *Rapport entre système éducatif et système productif.* Séminaire de didactique des disciplines technologiques : Bilan des recherches en didactique des disciplines technologiques. (ENS Cachan, 2001-2002)(Joël Lebeaume *et al*., eds.), 248 pages : 93–102.

Greimas Algirdas Julien. (1966). *Sémantique structurale.* Éditions Presses universitaires de France, Paris. 262 pages.

Grize Jean-Blaise. (1997). Sur la nature du discours d'information scientifique. *ASTER* 14 : 41– 52.

Grugeon-Allys Brigitte, Pilet Julia, Chenevotot-Quentin Françoise, Delozanne Élisabeth. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors série, 137–162.

Grugeon-Allys Brigitte. (2008). Pratiques d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique à l'école Elémentaire. *Carrefours de l'éducation* 1 (25) : 75– 90.

Grundmann Emmanuelle. (2006). L'apprentissage chez les chimpanzés. *La Recherche*, 402 : 66– 72.

H

Hamon Christian. (2009). Graphismes techniques : nature et causes des difficultés des apprenants. *ASTER*, 48 : 39– 62.

Hausberger Thomas. (2012). *Le challenge de la pensée structuraliste dans l'apprentissage de l'algèbre abstraite : une approche épistémologique*. Actes EMF : Enseignement des mathématiques et contrat social Enjeux et défis pour le 21e siècle. (Genève, Suisse, février 2012) (Jean-Louis Dorier, Sylvia Coutat, eds.) 21252 pages : 425– 434.

Hauser Marc D. (2002). *À quoi pensent les animaux ?* Editions Odile Jacob. 326 pages.

HCE (Haut Conseil de l'Éducation)
(2009 a). Rapport : *Le collège : bilan des résultats.*
(2009 b). Rapport : *L'enseignement professionnel : bilan des résultats.*

Hébert Louis. (2006). Le modèle actantiel. *Signo* [En ligne] Rimouski (Québec) http://www.signosemio.com/greimas/modele-actantiel.asp (Page consultée le 10/06/2013).

Hodgson Bernard R. (1991). Regard sur les études de la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques. *L'Enseignement Mathématique,* 37 : 89– 107.

Houdement Catherine, Kuzniak Alain. (2006). Paradigmes en géométrie. *Annales de didactiques et des sciences cognitives*, 11 : 175– 193.

Hyde Daniel C. (2011). Spatial and numerical abilities without a complete natural language. *Neuropsychologia*, 49 : 924– 936.

I

Izard Véronique, Pica Pierre, Spelke Elizabeth S., Dehaene Stanislas. (2010). *Flexible intuitions of Euclidean geometry in an Amazonian indigene.* PNAS Early Edition 1: 6. [En ligne] www.pnas.org/cgi/doi/10.1073/pna (Page consultée le 01/08/2014).

J

Jaubert Martine, Rebiere Maryse. (2011). Positions énonciatives pour apprendre dans les différentes disciplines scolaires : une question pour la didactique du français ? *Pratiques* 149/150 : 112– 128.

Jaubert Martine, Rebiere Maryse. (2010). *Gestes professionnels, communauté discursive disciplinaire scolaire et savoirs : le triangle infernal*. II Congreso Internacional de Didácticas : La actividad del docente : Intervención, Innovación, Investigación. (Girona, 3-6 de febrero de 2010) (Departament de Didàctiques Específiques, Universitat de Girona, éd.) : 185.

Jaubert Martine, Rebiere Maryse, Bernié Jean-Paul. (2004). Significations et développement : quelles « communautés » ? *In* Moro Christiane, Rickenmann René, *Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire*. Presses Universitaires de France, Paris : 53–71.

Jaubert Martine, Rebiere Maryse, Bernié Jean-Paul. (2003). L'hypothèse « communauté discursive » : d'où vient-elle ? Où va-t-elle ? *Les cahiers Théodile*, 4 : 51– 80.

Joshua Samuel, Dupin Jean-Jacques. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques.* Presses Universitaires de France, Collection Quadrige Manuels, Paris, 432 pages : 289– 326.

Jouet-Le Pors Michèle. (2006). Infirmière : profession ou métier ? [En ligne] http://www.cadredesante.com/spip/spip.php?page=recherche&recherche=Jouet-Le+Pors (Page consultée le 19/12/ 2014).

Jouet-Le Pors Michèle. (2004). *L'évolution des représentations sociales des étudiants infirmiers sur la profession infirmière au cours de la formation : Un chemin vers l'autonomie et la professionnalisation pour une mise en œuvre de l'''Agir'' infirmier.* Mémoire pour l'obtention du diplôme des hautes études en pratiques sociales. Université Rennes 2. 97 pages. [En ligne] www.cadredesante.com/spip/profession/profession-cadre/Infirmiere-profession-ou-metier.html (Page consultée le 16/04/ 2015).

Jouin Béatrice. (2002). Les sciences physiques en lycée professionnel, discipline de service par rapport à la technologie. *ASTER,* 34 : 10– 31.

K

Kent Philip, Noss Richard. (2003). *Mathematics in the University Education of Engineers. AppendicesFinal Report to the Ove Arup Foundation.* School of Mathematics, Science & Technology, Institute of Education, London WC1H 0AL [En ligne] www.ioe.ac.uk/rnoss/REMIT (Page consultée le 26/07/ 2012).

Kerbrat-Orecchioni Catherine. (1994). *Les actes de langage dans le discours*. Editions Armand Colin, Paris. 200 pages.

Kerbrat-Orecchioni Catherine. (1990). Les interactions verbales. *Tome 1 : Approche interactionnelle et structure des conversations*. Editions Armand Colin, Paris. 318 pages.

Kerbrat-Orecchioni Catherine. (1977). *La connotation*. Presses universitaires de Lyon. 256 pages.

Kerneïs Jacques. (2007). Curriculum et référentiel [En ligne]. http://espaceeducatif.ac-rennes.fr/jahia/Jahia/lang/fr/pid/16380 (Page consultée le 05/08/ 2014).

Kleiber George. (1990). *La sémantique du prototype. Catégorie et sens lexical***.** Editions Presses Universitaires de France. 199 pages.

L

Laforgue Laurent. (2006). *Un point de comparaison intéressant: l'enseignement en Russie à l'époque soviétique*, [En ligne] www.ihes.fr/~lafforgue/textes/educationRussie.pdf (Page consultée le 22/08/ 2014).

Lahanier-Reuter Dominique. (1999). Eléments d'analyse de descriptions en mathématiques. *Petit x*, 53 : 27– 46.

Lahire Bernard. (2001). La construction de l' « autonomie » à l'école primaire : entre savoirs et pouvoirs. *Revue française de pédagogie*, 135 : 151–161.

Lahire Bernard. (1992). Précisions sur la manière sociologique de traiter du "sens" : quelques remarques concernant l'ethnométhodologie. *Langage et société*, 59 : 73–89.

Lamon William. (1971). L'exploration de la pensée mathématique et la valeur de la recherche clinique. *Revue française de pédagogie*, 14 : 19– 26.

Laplane Dominique. (2001). La pensée sans langage : Essai de contribution de la neuropsychologie à la discussion sur la vision du réel en physique. *Etudes*, mars : 345– 357. [En ligne] http://www.revue-etudes.com/archive/issue.php?code=24773 (Page consultée le 31/07/2014).

La Verne Abe Harris, Meyers Frederick. (2007). Engineering Design Graphics: Into the 21st Century. *Engineering Design Graphics Journal*, 71(3): 20– 34.

Lebeaume Joël. (2011 a). Les choses et les mots à l'école primaire. Exploration de la connexité des enseignements de français et de sciences (1880-2000). *Carrefours de l'éducation,* 3 (1) : 87– 100. DOI 10.3917/cdle. hs01.0087

Lebeaume Joël. (2011 b). L'éducation technologique au collège : un enseignement pour questionner la refondation du curriculum et la réorientation des disciplines. *Education et Didactique*, 5(2) : 7– 22.

Lebeaume Joël. (2002). *Apports et contributions du GDSTC-LIREST à la didactique des disciplines technologiques*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : Bilan des recherches en didactique des disciplines technologiques. (ENS Cachan, 2001-2002) (Joël Lebeaume *et al*., eds.), 248 pages :101–131.

Lebeaume Joël. (1998). Repères pour une histoire de la didactique des enseignements technologiques. *ASTER,* 27 : 6– 13.

Lebeaume Joël, Martinand Jean-Louis, Reuter Yves. (2007). Contenus, didactiques, disciplines, formation. *Recherches et formations* (Entretien), 55 : 107– 117.

Legendre Jacques. (2008). *Un état des lieux du baccalauréat.* Rapport d'information du sénat n°370, Annexe au procès-verbal de la séance du 3 juin 2008.

Legendre Marie-Françoise. *Piaget et l'épistémologie. Fondation Jean Piaget*, [En ligne] www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/ModuleFJP001/ (Page consultée le 8/09/2013).

Legendre Marie-Françoise. (1994). Problématique de l'apprentissage et de l'enseignement des sciences au secondaire : un état de la question. *Revue des sciences de l'éducation*, 20,4; 657– 677, [En ligne] http://id.erudit.org/iderudit/031761ar (Page consultée le 25/09/2013).

Lessard Claude, Bourdoncle Raymond. (2002). Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire ? Conceptions de l'université et formation professionnelle. Note de synthèse. *Revue française de pédagogie* : *Dispositifs, pratiques, interactions pédagogiques: approches sociologiques*, 139 : 131– 153.

Liu Michel. (1992). Présentation de la recherche-action : définition, déroulement et résultats. *Revue internationale de systémique*, 6(4) : 293– 311.

Lozi René, Biagioli Nicole. (2014). *Décrochage disciplinaire masqué et résilience en mathématiques chez les futurs enseignants de l'école primaire en France*. Actes du 2e colloque international du LASALE : Décrocher n'est pas une fatalité ! Le rôle de l'école dans l'accrochage scolaire. (Luxembourg, 14-16 mai 2014) (Débora Poncelet, Joëlle Vlassis, eds.) : 58-67.

Lozi René. (2012). *L'initiation à la recherche en mathématiques des futurs professeurs d'école : comment franchir le saut conceptuel entre les mathématiques de l'école primaire et la recherche internationale en mathématiques ?* Actes des deuxièmes rencontres des chercheurs en interdidactique: L'initiation à la recherche dans la formation des enseignants à l'Université.

(Université de Nice-Sophia Antipolis, IUFM Célestin Freinet, 25-26 octobre 2012) (René Lozi, Nicole Biagioli, eds.) : 240–253.

Lozi René. (2007). Perspectives en perspective. *La Recherche*, 411 : 82– 83.

M

Maingueneau Dominique. (2002). Problème d'éthos. *Pratique*, 113/114 : 55–67.

Malafosse Didier, Lerouge Alain, Dusseau Jean-Michel. (2001). Étude en inter-didactíque des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : changement de cadre de rationalité. *Didaskalia*, 18 : 61– 98.

Manuels de lycée de mathématiques
(2013). *Bac Pro 2de. Mathématiques*. Editions Delegrave.
(2012). *Bac Pro 2de. Mathématiques*. Editions Foucher.
(2010). *Maths première professionnelle*, groupements A et B. Editions Foucher.
(2010). *Math'x seconde et technologique*. Edition Didier.
(2009). Mathématiques. Seconde Bac Pro. Editions Nathan technique.
(2007). *Sciences de la Vie et de la Terre, 5e*. Editions Magnard
(2000). *Fractale Maths 2de*. Editions Bordas.
(2000). *Indice*. Seconde générale. Editions Bordas.
(1999). *Mathématiques* Collection *Triangle.* Classe de troisième. Editions Hatier.
(1992*). Maths IREM Strasbourg.* Classe de quatrième. Editions Istra.
(1962). *Géométrie.* Classe de première. Editions Belin.
(1961). *Géométrie*. Classe de première. Editions Hachette.
(1959). *Géométrie dans l'espace.* Classe de troisième. Editions Hachette.
(1950). *Géométrie dans l'espace.* Première. Editions Nathan.

Mariotti Maria Alessandra. (2011 a). *Artefacts et signes dans La Théorie de la Médiation Sémiotique.* 16e École d'Été de Didactique des Mathématiques : Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage (Carcassonne, 21-28 août 2011) (Alain Bronner *et al.*, eds.) Editions La Pensée Sauvage, 307 pages.

Mariotti Maria Alessandra. (1998 b). A propos de l'article d'Efraïm Fischbein "Intuition and Proof". *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*, [En ligne]
http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/981112Theme/981112ThemeFR.html
(Page consultée le 25/11/ 2011).

Mariotti Maria Alessandra, Fischbein Ephraïm. (1999). Defining in classrooms activities. Educational Studies in Mathematics, 34 : 219–248.

Martinand Jean-Louis. (1986). *Introduction à la modélisation* [En ligne] www.inrp.fr/Tecne/Rencontre/Univete/Tic/Pdf/Modelisa.pdf (Page consultée le 20/01/ 2013).

Martinand Jean-Louis. (1986). *Connaître et transformer la matière ; des objectifs pour l'initiation aux sciences et techniques.* Editions Peter Lang, Bern. 155 pages.

Matheron Yves. (2001). Exemples de relation entre l'usage d'images et de métaphores et la production de la mémoire pour enseigner les mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(3) : 207–246.

Matheron Yves, Salin Marie-Hélène. (2002). Les pratiques ostensives comme travail de la construction d'une mémoire officielle dans l'action enseignante. *Revue française de pédagogie*, 141 : 56–57.

Mathieu Luc, Ballu Alex. (2013). La fiche GPS. *Technologie* 184 : 20-29.

Matthey Laurent. (2005). Ethique, politique et esthétique du terrain : cinq figures de l'entretien compréhensif. *Cybergeo : European Journal of Geography* [En ligne], Epistémologie, Histoire de la Géographie, Didactique, document 312, mis en ligne le 31 mai 2005. [En ligne] http://cybergeo.revues.org/3426 (Page consultée le 7/07/2013)

Melot Michel. (2004). Qu'est-ce qu'un objet patrimonial ? *Bulletin des Bibliothèques de France* 5 : 5–10.

Millon-Fauré, K. (2013). Processus de négociation didactique et mesure du niveau des élèves : des fonctions concurrentes de l'évaluation. *Carrefours de l'éducation*, 36 : 149–166.

Millon-Fauré Karine. (2011). *Les répercussions des difficultés langagières des élèves sur l'activité mathématique en classe : le cas des élèves migrants.* Thèse de doctorat. Université d'Aix-Marseille, 876 pages.

Millon-Fauré Karine. (2010). Un phénomène d'oubli au début du collège chez les élèves migrants : source de difficulté pour les apprentissages ? *Petit x,* 83 : 5– 26.

Millon-Fauré Karine. (2013) Enseigner les compétences langagières indispensables à l'activité mathématique. *Repères,* 90 : 49– 64.

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale)
(2005). *Charte d'apprentissage*
(2007). *Le baccalauréat : repères historiques,* [En ligne]
http://media.education.gouv.fr/file/47/8/5478.pdf (Page consultée le 22/07/2013).
(2011).*Codification des formations et des diplômes*, [En ligne]
www.education.gouv.fr/cid59013/ (Page consultée le 18/05/2012).
(2012). *Suivi de la Rénovation de la Voie Professionnelle. Guide des bonnes pratiques*-2011-2012, [En ligne] http://www.ac-lille.fr/actus/downloads/renovation-voie-professionnelle_guide-pratique.pdf (Page consultée le 17/10/2014).

(2013). *Conseil supérieur des programmes*, [En ligne] http://www.education.gouv.fr/cid75495/le-conseil-superieur-des-programmes.html (Page consultée le 29/04/2015).
(2013). Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance, *Repères Et Références Statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche*.
(2014) *Charte des programmes*. Conseil Supérieur des Programmes, [En ligne] http://cache.media.education.gouv.fr/file/04_Avril/37/5/charte_programme_csp_312375.pdf (Page consultée le 29/04/2015).

Mondada Lorenza. (2002). Pratiques de transcription et effets de catégorisation. *Cahiers de praxématique*, 39 : 45– 75.

Monge Gaspard. 1785. *Géométrie descriptive*. Editions Gauthier-Villars, 1922. Gallica, bibliothèque numérique.

Morita Junya, Kazuhisa Miwa, Takayuki Kitasaka, Kensaku Mori, Yasuhito Suenaga, Shingo Iwano, Mitsuru Ikeda, Takeo Ishigaki. (2007). Interactions of perceptual and conceptual processing: Expertise in medical image diagnosis. *International Journal Human-Computer Studie,* 66 : 370–390.

Moutoussamy Isabelle. (2014). Rapport de jury du concours d'accès au corps des professeurs de lycée professionnel externe et CAFEP- Section : mathématiques – sciences physiques et chimiques. 71 pages.

Munier Gérard. (2008). *Cotation ISO*, glossaire et 9 présentations thématiques. Académie de Besançon.

N

Nabonnand Philippe. (2012). La « quatrième géométrie » de Poincaré. *Société Mathématique de France, Gazette*, 134 : 76–81.

Nabonnand Philippe. (2012). Poincaré et la théorie de l'espace. Conférences *Sciences & société* du 4 octobre 2012. Institut Elie Cartan de l'Université de Lorraine, [En ligne] http://iecl.univ-lorraine.fr/Cycle-Conferences-Sciences-et-Societe/lanceur.php? (Page consultée le 05/08/2014).

Nancy Pierre. (1997). Représentations, lecture de plans et images informatiques. *Spirale Revue de Recherches en Education*. Hors série 2, 220– 239.

O

Olivier T. (1847). *Application de géométrie* descriptive *aux ombres, à la perspective, à la gnomonique et aux engrenages*. Mémoire, 1: 5– 26.

OCDE. (2012). *Ce que les élèves de 15 ans savent et ce qu'ils peuvent faire avec ce qu'ils savent*. Principaux résultats de l'Enquête PISA 2012.

ONISEP. (2008). *Les métiers de la chaîne numérique*, [En ligne] www.onisep-reso.fr (Page consultée le 11/07/2012).

Oudart Anne-Catherine, Petit Lucie. (2011). *Didactique professionnelle et traitement des contenus disciplinaires.* Actes du 2e colloque international de l'ARCD : "Où va la didactique comparée ?" Didactiques disciplinaires et approches comparatistes des pratiques d'enseignement et apprentissage (Lille, 20-22 janvier 2011) (Théodile -CIREL, éd.) : 53.

Ouvrier-Buffet Cécile. (2006). Exploring Mathematical Definition Construction Processes. *Educational Studies in Mathematics*, 63 : 259– 289.

P

Panza Marco, Sereni Andrea. (2013). *Introduction à la philosophie des mathématiques.* Editions Flammarion, collection Champs essais 1060. 485 pages.

Paquet Georges, Lignée Stéphane, Davila Fabien. (2011). *Les bases du dessin technique*. CAP-Bac Pro, métiers de la mécanique et du bâtiment. Editions Delegrave, 160 pages.

Parzysz Bernard. (1991). Representation of Space and Students' Conceptions at High School Level. *Educational Studies in Mathematics*, 22: 575– 593.

Patras Frédéric. (2001). *La pensée mathématique contemporaine*. Editions Presses Universitaires de France, collection Science, histoire et société. 208 pages.

Pastré Pierre, Mayen Patrick, Vergnaud Gérard. (2006). La didactique professionnelle. Note de synthèse. *Revue française de pédagogie*, 154 : 145–198.

Pelc Andrzej. (2010). Why Do We Believe Theorems ? *In: The Best Writing on Mathematics 2010***.** Mircea Pitici Editions. 358–371.

Pérennec Marie-Hélène. (2012). *Métamorphose du préfixe (?)méta*. [En ligne] http://langues.univ-lyon2.fr/medias/fichier/perennec-prefixe-meta_1417601103846-pdf (Page consultée le 19/07/2014).

Perrenoud Philippe. (1996). Le rôle de la formation des enseignants dans la construction d'une discipline : transposition et alternance. *Revue Education physique et sportive*, 27 : 49– 60.

Perrenoud Philippe. (1994). Curriculum : le formel, le réel, le caché. *In* Houssaye, J. (dir.) *La pédagogie : une encyclopédie pour aujourd'hui*, 61– 76.

Perrin Daniel. (2011**).** La géométrie : un domaine hors programme ? *APMEP* 496 : 587– 600.

Petit Lucie. (2007). *Genre du discours, genèse instrumentale et didactique du français ; des techniques pour saisir les usages des parcours de formation*. 2e colloque de l'AIRDF :

Didactique du français, le socioculturel en question. (Lille, 13-15 septembre 2007) (Bertrand Daunay *et al*., eds.).CD Rom

Petitjean André. (2001). La description scolaire au secondaire (collège) de 1960 à 1997. *Pratiques* 109/110 : 125–163.

Piaget Jean. (1929). *Deux directions de la pensée scientifique.* Archives des Sciences physiques et naturelles. 5e période, 11. [En ligne] www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/VE/JP_29_2direct.pdf (Page consultée le 29/06/2012).

Pim David, Sinclair Natalie. (2010). Audience, Style and Criticism. *In The Best Writing on Mathematics.* Mircea Pitici Editor : 194– 205.

Plantin Christian. (2013). *Analyse de l'argumentation* : 1– 6. [En ligne] http://icar.univ-lyon2.fr/membres/cplantin/index.htm 11 pages. (Page personnelle consultée le 30/04/2015).

Plantin Christian. (2011). *Les bonnes raisons des émotions. Principes et méthode pour l'étude du discours émotionné*. Dir. : Marie-José Béguelin *et al*.Collection: Sciences pour la communication . Editions Peter Lang- volume 94. 306 pages.

Plantin Christian. (1996). *L'argumentation*. Collection Mémo.Editions Seuil. 96 pages.

Polya Georg. (1954). *How to solve it*. Princeton University Press. 253 pages.

Pressiat André. (2005). *Calculer avec les grandeurs*. Acte de colloque de l'Université d'été Inter IREM : le calcul sous toutes ses formes. (Saint-Flour, 22-27 août 2005) : 199–218.

Propp Vladimir. (1965). *Morphologie du conte*. Éditions Seuil, Paris. 279 pages.

Programmes, accompagnement des programmes
(2006). *Accompagnement des programmes de mathématiques, série littéraire*. Directions des Enseignements Scolaires. Editions SCEREN.
(2002). *Accompagnement des programmes de mathématiques, séries scientifiques et économique et sociales*. Directions des Enseignements Scolaires.Editions SCEREN.
(2000)**.** *Programme de mathématiques de seconde générale.* BOEN HS n°2 du 30/08/2000.
2004-16 février : Arrêté *Création du baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage.*
2004-25 mars : BOEN n°13. *Baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage.*
2005-23 avril : Loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'École. *Socle des connaissances et des compétences.*
2008-19 juin : BOEN HS n°3. *Programmes de l'école primaire.*
2008-28 août : BOEN spécial n°6. *Programme de mathématiques de collège.*
2008-28 août : BOEN spécial n°6. *Programmes de l'enseignement de technologie de collège*.
2009-19 février : BOEN spécial n°2. *Programme de mathématiques-sciences physiques et chimiques de lycée professionnel.*

2009-23 juillet : BOEN n° 30. *Programme de mathématiques de seconde générale et technologique.*
2010-29 avril : BOEN spécial n° 4. *Programme de physique-chimie de seconde générale.*
2010-30 septembre : BOEN n° 9. *Programme de mathématiques de première scientifique.*
2011-17 mars : BOEN spécial n° 3. *Programme d'enseignements technologiques de la série STI2D*.
2011-13 octobre : BOEN spécial n° 8. *Programme de mathématiques de terminale scientifique*.
2012-14 février. *Ressources pour la classe terminale générale et technologique. Mathématiques Série S Enseignement de spécialité.*
2012-5 janvier : BOEN n°1. *Progressions pour le cours élémentaire deuxième année et le cours moyen-Sciences expérimentales et technologie*.
2012-22 mars : BOEN n°12. *Evaluation orale LV1 aux baccalauréats technologiques*.

Pruvot François C. (1993). *Conception et calcul des machines-outils*. Vol. 1. Généralités. Morphologie. Plan général. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.

Q

R

Rabardel Pierre, Folcher Viviane. (2004). Hommes-Artefacts-Activités : perspective instrumentale. *In* P. Falzon (eds) *L'ergononomie*. Presses Universitaires de France : 251– 268.

Rabatel Alain, Blanc Nathalie. (2011). Construire une expertise dans et par les discours professionnels. *Lidil,* 43 : 5–10.

Radford Luis. (2006). Elements of a cultural theory of objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking* :103– 129.

Randel David, Zhan Cui, Cohn Anthony. (1992). *Spatial Logic Based on Regions and Connections*. 3rd International Conference Knowledge Representation and Reasoning, Morgan Kaufmann Center.
http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.39.486&rep=rep1&type=pdf

Raufaste Eric, Eyrolle Hélène, Mariné Claudette. (1998). Pertinence generation in Radiological Diagnosis: Spreading Activation and the Nature of Expertise. *Cognitive Science*, 22 : 517–546.

Reuter Yves, Cohen-Azria Cora, Daunay Bertrand, Delcambre Isabelle, Lahanier-Reuter Dominique. (2010). *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*. Editions de Boeck. 280 pages.

Reuter Yves. (2009). *L'analyse du récit*. Éditions (2e édition) Armand Colin, 126 pages.

Reuter Yves. (2007). La conscience disciplinaire : présentation d'un concept. *Éducation et didactique*, 1 (2) : 55–71.
Riopel Martin. (2005). *Epistémologie et enseignement des sciences.* Collection "Les classiques des sciences sociales" [En ligne] http://www.uqac.ca/Classiques_des_sciences_sociales/ (Page consulté le 11/07/2013).

Rivière Véronique. (2006). *L'activité de prescription en contexte didactique. Analyse psycho-sociale, sémio-discursive et pragmatique des interactions en classe de langue étrangère et seconde.* Thèse de doctorat. Université de Paris III-Sorbonne Nouvelle. 240 pages.

Robert Jean-Michel. (2004). Proximité linguistique et pédagogie des langues non maternelles. *Ela. Études de linguistique appliquée,* 136 : 499– 511.

Robert Aline, Rogalski Jeanine. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La Revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies* : 505– 528.

Robotti Elisabetta. (2002). *Le rôle médiateur de la verbalisation entre les aspects figuraux et théoriques dans le processus de démonstration d'un problème de géométrie plane*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier-Grenoble 1. 278 pages.

Roditi Eric. 1. *Didactique de la géométrie.* Cours L3 [En ligne] http://eroditi.free.fr/sitewp/?page_id=898 (Page consultée le 03/02/ 2008).

Rogalski Janine. (2007). *Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant*. Séminaire international : la professionnalisation des enseignants de l'éducation de base : les recrutements sans formation initiale, 11-15 juin 2007.

Rogalski Janine, Vidal-Gomel Christine. (2007). La conceptualisation et la place des concepts pragmatiques dans l'activité professionnelle et le développement des compétences. *@ctivités-revue Electronique*, 4(1): 49– 84.

Rogalski Marc. (2012). *Approches épistemologique et didactique de l'activité de formalisation en mathématiques*. Actes EMF : Enseignement des mathématiques et contrat social Enjeux et défis pour le 21e siècle. (Genève, Suisse, février 2012) (Jean-Louis Dorier, Sylvia Coutat, eds.) 21252 pages : 504–513.

S

Saillot Eric. (2013). Caractérisation pragmatique des phases et déterminants de l'enrôlement des élèves en difficulté par des professeurs des écoles. *Recherches en Education*, 17(octobre) : 135–148.

Saillot Eric. (2012). *Analyse descriptive des ressources langagières des enseignants : quelles perspectives pour la formation ?* Deuxième Colloque International : Apprentissage et Développement professionnel. (Nantes, 7-8 juin 2012) (RPDP et CREN, éd.)

Schneider Maggy. (2011). *Les mathématiques comme problème professionnel : apprendre à distinguer plusieurs niveaux praxéologiques.* 3e congrès international sur la TAD : un panorama de la TAD. (Sant Hilari Sacalm, Espagne, janvier 2010) (Marianna Bosch *et al.*, eds.), 871 pages : 485– 503.

Schneider Fabien. (1999). Tolérancement géométrique : interprétation. IUFM de Lorraine, [En ligne].
http://mip2.insa-lyon.fr/Centred'intéret/Cours/Fichiers/Tolérancement/interpr99.PDF
(Page consultée le 6/07/2013).

Sedghi Sharam, Sanderson Mark, Clough Paul. (2008). A study on the relevance criteria for medical images. Elsevier Editor. *Pattern Recognition Letter*, 29 : 2046–2057.

Sensevy Gérard, Mercier Alain (dir.). (2007). *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Presses Universitaires de Rennes. 225 pages.

Sfard Anna. (2009). What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educ Stud Math*, 70 : 191– 200.

Shannon Claude E., Weaver Warren. (1949). *The Mathematical Theory of Communication*. Illini Books Editions. 125 pages.

Sido Xavier. (2008). *L'évolution des mathématiques dans l'enseignement professionnel : 1945-1985*. Rencontres annuelles de l'Association pour la Recherche en Didactique des Sciences et des Techniques (ARDIST), (Paris, 18 octobre 2008).

Siemens. (2008). Interface conversationnelle. *Sinumerik_operate*. Brochure publicitaire.

Sigaut François. (2010). La formule de Mauss. *Techniques & Culture* ; 54-55(1) : 357– 367.

Sorignet Pierre-Emmanuel. (2004). Etre danseuse contemporaine : une carrière « corps et âme ». *Travail, genre et sociétés*, 2(12): 33–53.

Srinivasan Vijay. (2001). *An Integrated View Geometrical Product Specification and Verification*. 7th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing. IBM Corporation and Columbia University.

Stehr Nico.2000. Le savoir en tant que pouvoir d'action. *Sociologie et sociétés*, 32 (1) : 157–170, [En ligne] http://id.erudit.org/iderudit/001773ar (Page consulté le 10/07/2013).

Steichen Michel. (1846). *Mémoire sur la vie et les travaux de Simon Stevin.* Bruxelles . 86 pages. [En ligne] http://books.google.fr/ (Page consultée le 05/08/2014 : 17–19).
Swiss TS. (2011). Assemblage assisté par ordinateur. Brochure publicitaire.

T

Theber Jean. (1993). Nouveaux concepts en didactique des sciences. *Bulletin de la société géographique de Liège*, 28, 5– 10.

Thirion Maurice. (1999). *Les mathématiques et le réel*. Editions Ellipses. 412 pages.

Thurston William P. (1995). Preuve et progrès en mathématiques. *Repères*, 21 :7– 26.

Torterat Frédéric. (2011). Le récit biographique en formation : un discours professionnel valorisant les parcours. *Lidi l*, 43 : 75-88.

Touzet Claude. (1992). *Les réseaux de neurones artificiels-Introduction au connexionnisme.* Cours, exercices et travaux pratiques. Jean-Claude Rault, eds. *Colloques et Conseil*, 129 pages.

Tricot André, Fauré Jacqueline. (2001). Coopération, connaissances et documents : vers une nouvelle donne pour les enseignants ? Médiadoc Fadben, mars : 2-12.

Trottier Luc. (1992-1999). Eléments de fabrication mécanique. *Notes de cours rédigées par Paul Gely.* Ecole de technologie Supérieure. Université de Québec.

U

Paris X. (2012). *Analyse de contenu de discours*- Cours UE SO 0012b. [En ligne] http://lignencourt.wikispaces.com/file/view/Extrait_de_cours_Analyse_de_contenu_des_entretiens%5B1%5D.pdf (Page consultée le 02/11/2013).

V

Vellas Etiennette. (2008). La mise en œuvre des pédagogies actives et constructivistes. *Enjeux pédagogiques*, 10 : 1– 5.

Verdier Yves. (2009). *Réflexion sur l'enseignement de la productique*. Documents de formation de l'académie de Lyon par l'inspection [En ligne] http://www2.ac-lyon.fr/enseigne/metiers-production/spip.php?article77 (Page consultée le 20/06/2013).

Vergnaud Gérard. (2006). *Les compétences : bravo mais encore ! Réflexions critiques pour avancer*. Site de Jacques Nimier [En ligne] http://perso.orange.fr/jacques.nimier/plan_site.htm (Page consultée le 22/01/2007).

Vergnaud Gérard. (2002). L'explication est-elle autre chose que la conceptualisation ? *In* Madelon Saada-Robert, Francia Leutenegger, *Expliquer et comprendre en sciences de l'éducation.*Éditions De Boeck Supérieur, collection : Raisons éducatives. 288 pages : 31–44.

Vergnaud Gérard. (1989). La formation des concepts scientifiques. Relire Vygotski et débattre avec lui aujourd'hui. *Enfance*, 42 (1–2) : 111– 118.

Vergnaud Gérard. (1982).Cognitive and Developmental Psychology and Research in Mathematics Education: some theorical and methodological issues. *For the Learning of Mathematics*, 3.2; 31-41. Texte français : (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Grand IN*, 38 ; 21– 40.

Vérillon Pierre. (1996 a). Approche psychologique et didactique : la technologie du dessin. *ASTER Image et activité scientifique,* 22 : 127– 147.

Vérillon Pierre. (1996 b). *Unité et diversité de la technologie*. Séminaire de didactique des disciplines technologiques : savoirs techniques et compétences technologiques. (ENS Cachan, 1996-1997)(Alain Durey *et al.*, eds.) 110 pages : 5– 16.

Vernant Jean-Pierre. (1971). *Mythe et pensée chez les Grecs II*. Editions François Maspero, collection Maspero. 86 pages.

Vincent Christian, Delozanne Elisabeth, Grugeon Brigitte, Gélis Jean-Michel, Rogalski Janine, Coulange Lalina. (2005). Des erreurs aux stéréotypes : Des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet. *Pépite* (Archives ouvertes) : 297-308. <Hal-00005689>

Violet Dominique. (2005). Mythes d'accompagnement et représentations des pratiques de tutorat dans la formation des maîtres. *Recherche et formation*, 50 : 117– 131.

Vion Robert. (1999). Pour une approche relationnelle des interactions verbales et des discours. *Langage et Societé*, 87 : 95– 114.

W

Wagner David. (2010). If Mathematics Is a language, How Do You Swear in It ? *In* Mircea Pitici Editor, *The Best Writing on Mathematics*, 47– 53.

Wenger Etienne. (1998). Communities of Practice and Social Learning Systems. *Organization,* 7(2) : 225–246.

Wikipédia. *Géométries non euclidiennes*, [En ligne]
http://fr.wikipedia.org/wiki/G%C3%A9om%C3%A9trie_non_euclidienne
(Page consultée le 23/10/2010).

Wolfram Research. (2015) Website of Free Resources Built with Mathematical Technology, created, developed, & nurtured by Eric Weisstein and the world's mathematical community [En ligne] http://mathworld.wolfram.com/ (Page consultée le 12/06/2015).

Wozniak Floriane. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école : une étude de cas. *Education et didactique*, 6 (2) : 65– 88.

Z

Zerner Monique, Lozi René, Cancellieri Jean-André. (1993). *Quelques réflexions inspirées par un document cadastral de la fin du XVe siècle. Pratique de l'arithmétique et mesure de la terre.* Histoire & Mesure, 8 – (3,4) : 295–312.

Zinna Alessandro. (2011). The object of writing. *Language Sciences,* 33 (4): 634–646.

Zinna Alessandro. (2004). L'objet et ses interfaces. *Rivista del Associazione Italiana di Studi Semiotici* [En ligne] http://www.ec-aiss.it/archivio/tipologico/autore.php (Page consultée le 20/11/2014).

UNIVERSITÉ NICE SOPHIA ANTIPOLIS

U.F.R. LETTRES, ARTS ET SCIENCES HUMAINES

École doctorale Lettres, Arts, Sciences Humaines et Sociales (ED 86)

Laboratoire I3DL (EA 6308)

Interdidactique, Didactique des Disciplines et des Langues

THÈSE

En vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Nice Sophia Antipolis

En Sciences de l'Education

présentée par Nathalie AUXIRE

Interdidactique de l'enseignement des mathématiques dans trois disciplines de la filière productique usinage en lycée professionnel

ANNEXES

Thèse codirigée par Madame la Professeure Nicole Biagioli et Monsieur le Professeur René Lozi

Présentée publiquement le 2 novembre 2015

Membres du jury

Joël Lebeaume, Professeur des Universités, Doyen de l'Université Paris Descartes (rapporteur)

Brigitte Grugeon-Allys, Professeure des Universités, Université Paris Est Créteil, ESPE (rapporteur)

Corine Castela, Maître de conférences HDR émérite, Université de Rouen (examinateur)

Stéphane Junca, Maître de Conférences HDR, Université de Nice Sophia Antipolis (examinateur)

Nicole Biagioli, Professeure des Universités, Université de Nice Sophia Antipolis, ESPE

René Lozi, Professeur des Universités, Université de Nice Sophia Antipolis, ESPE

TABLE DES MATIERES

ANNEXE DES DONNÉES

1. Entretien avec E-pu1, enseignant en productique usinage.

1.1. Questionnaire d'entretien semi-dirigé

Identification de l'enseignant.

- Pourriez-vous, s'il vous plaît vous présenter ?
- Depuis combien de temps enseignez-vous dans cet établissement ?
- Comment êtes-vous arrivé sur ce poste d'enseignant ?
- Quel est votre parcours de professionnel dans la spécialité que vous enseignez ?
- Quel est votre parcours dans l'Éducation Nationale ?
- Dans quels domaines d'activités la spécialité que vous enseignez se situe-t-elle ?

Identification de la spécialité enseignée.

- Combien de temps dure la formation dans laquelle vous enseignez ?
- Où les élèves trouvent-ils leur implantation de stage ?
- Y a-t-il des élèves qui poursuivent leurs études ? Quelles études ?
- Pourriez-vous décrire le profil de vos élèves et leur origine ?
- Quels sont les contenus de votre enseignement ?
- Y-a-t- il une progression obligée dans ces contenus ?
- Quelle est la durée de votre enseignement ? Cela vous semble-t-il suffisant ?
- Comment définissez-vous la spécialité que vous enseignez ?

Environnement de l'enseignement de la spécialité.

- Enseignez-vous en atelier seulement ? Ou bien en classe aussi ? Ou bien en classe-atelier ?
- Les élèves ont-ils uniquement des tâches de reproduction ou bien construisez-vous des situations où ils doivent prendre des décisions ?
- Quelle est la démarche générale d'évaluation du travail des élèves ?
- Quels documents (texte, graphique, schéma technique) utilisez-vous pour préparer les activités des élèves ?
- Quels documents les élèves lire, produire ou utiliser des documents ? Pouvez-vous me montrer un exemple ?
- Pouvez-vous me décrire le travail en cours de vos élèves ?

Mathématiques dans la discipline.

- Citez deux savoir-faire sur les nombres ou le calcul dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ?
- Citez deux connaissances théoriques sur les nombres ou le calcul dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ?
- Citez deux savoir-faire sur la géométrie 2D ou 3D dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ?
- Citez deux connaissances théoriques sur la géométrie 2D ou 3D dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ?

1.2. Verbatim de l'entretien avec E-pu1

Présentation du verbatim.

Mode d'entretien : semi-directif.

Niveau : seconde professionnelle

Etablissement : lycée Jacques Dolle d'Antibes

Lieu de l'entretien : dans la salle de lancement attenante à l'atelier de productique usinage

Avancement dans l'année : 4 avril 2011

Interlocuteurs : enseignant en productique usinage (E-pu1), chercheuse (Ch).
Des élèves sont présents dans l'atelier.

Durée de l'entretien : 54 min.

Découpage séquentiel : 9 séquences induites par les questions du questionnaire.

- Séquence 0 : agrément de l'enseignant.
- Séquence 1 : présentation professionnelle de l'enseignant.
- Séquence 2 : présentation de la discipline.
- Séquence 3 : les élèves dans la filière.
- Séquence 4 : contenu et démarche de la discipline.
- Séquence 5 : définition de l'usinage
- Séquence 6 : rapport à l'écrit
- Séquence 7 : les mathématiques et la productique
- Séquence 8 : le langage normalisé
- Séquence 9 hors micro

Séquence 0 : agrément de l'enseignant

1 Ch : Bon voilà / le micro est ouvert / y'a le micro intégré / j'espère qu'on pourra vous entendre //et donc je réitère ma demande / est-ce que vous êtes bien d'accord pour que je vous enregistre ?

2 **E-pu1 :** oui

Séquence 1 : présentation professionnelle de l'enseignant

3Ch : voilà (*rire*) très bien // alors première question/ est-ce que vous pourriez vous présenter s'il vous plaît ?

4**E-pu1 :** donc Monsieur XX //enseignant en productique

5 Ch : d'accord // euh // alors/ depuis combien de temps euh // enseignez-vous dans cet établissement là ?

6 **E-pu1 :** 1998

7 Ch : et est-ce qu'auparavant vous avez enseigné ailleurs ?

8 **E-pu1 :** euh // techno-collège pendant deux ans et euh // une année en Bretagne

9 Ch : d'accord // donc vous étiez euh // dans un collège comme prof de technologie OK et en Bretagne / qu'est-ce que vous avez fait ?

10 **E-pu1 :** euh // lycée professionnel/ bac pro

11 Ch : et c'était l'usinage comme euh ?

12 **E-pu1 :** oui

13 Ch : euh / comment êtes-vous arrivé au métier d'enseignant ?

14 **E-pu1 :** par concours comme tout le monde

15 Ch : d'accord // mais je veux dire qu'est-ce qui vous en a donné l'idée // le choix ?

16 **E-pu1 :** euh un remplacement //euh c'était pas prédestiné mais on m'a proposé un remplacement / j'ai fait pour rendre service et j'suis resté

17 Ch : d'accord / donc c'était un remplacement en tant que contractuel ?

18 **E-pu1 :** euh maître auxiliaire à l'époque euh en techno

19 Ch : d'accord // et quel est votre parcours de formation ?

20 **E-pu1 :** BTS // productique

21 Ch : d'accord

22 **E-pu1 :** euh // deux ans dans le privé et (*inaudible*)

23 Ch : je double hein comme ça si jamais j'entends mal je pourrai toujours récupérer //et / dans l'privé/ c'était euh une entreprise de quoi ?

24 **E-pu1 :** multinationale euh // sous-traitant automobile

Séquence 2 : présentation de la discipline

25 Ch : d'accord //euh // (*interruption : un élève de l'atelier demande à l'enseignant.*) ça va / y a pas d'problème /alors dans quelle activité / quel champ d'activité se situe votre spécialité ?

26 **E-pu1 :** alors / industrie / aéronautique / aérospatiale / eh /automobile/ c'est assez large

27 Ch : d'accord// parce que nous/ on ignore complètement toutes ces spécialités

28 **E-pu1 :** oui

29 Ch : aérospatiale/ etc. j'mets //automobile //secteur industriel // c'est important quand même euh/ alors ensuite / combien de temps dure la formation dans laquelle vous enseignez ?

30 **E-pu1 :** trois ans

31 Ch : trois ans/ c'est à dire que les élèves vont trois années de suite

32 **E-pu1 :** bac pro / seconde / première/ terminale

33 Ch : d'accord // et ça représente quel horaire ?

34 **E-pu1 :** euh / onze à douze heures hebdomadaires

35 Ch : ah oui / quand même

36 **E-pu1 :** euh y compris la construction euh // ouais non c'est bon

37 Ch : ça veut dire quoi y compris la construction ?

38 **E-pu1 :** y'a l'dessin avec

39 Ch : c'est à dire que vous faites l'enseignement en deux temps ?

40 **E-pu1 :** voilà euh / y' a un enseignant spécialisé sur la partie des sciences dures euh et ensuite nous on fait la modification des dessins industriels

41 Ch : d'accord //donc c'est pas vous qui faites le dessin / mais vous vous concertez avec euh votre collègue ?

42 **E-pu1 :** oui puisqu'on // de fait / en tant qu'usineur / j'ai des qualifications de dessin pour pouvoir modifier euh/ et prendre des mesures

43 Ch : d'accord / donc dessin modifié et dans quel cas vous modifiez les dessins par exemple ?

44 **E-pu1 :** euh quand on a des dimensions qui sont infaisables ou des formes qui sont trop complexes/ on voit avec le bureau d'études pour des modifications directement en bâtisse

45 Ch : d'accord

46 **E-pu1 :** en général / c'est des contraintes technologiques ou financières / ça revient toujours à ça

47 Ch : les formes trop complexes/ c'est par rapport aux appareils qui permettent d'usiner

48 **E-pu1 :** par rapport aux appareils/ des des des des dimensions qui seraient trop précises par rapport à leurs fonctions engendrent des coûts qui sont inappropriés

49Ch : O.K. donc y'a le coût qui intervient

50 **E-pu1 :** oui/ euh // énormément

51Ch : sur la durée vous voulez dire ou sur euh ?

52 **E-pu1 :** sur le temps d'usinage et l'nombre d'outils qui sont mis en œuvre

53 Ch : ah// parce que les élèves sont sensibilisés à ça aussi ?

54 **E-pu1 :** oooui / c'est l'cœur du métier //c'est ça qui nous empêche d'avoir délocalisé toute notre production en Asie/ not' savoir-faire/

55 Ch : d'accord / donc attendez/ j'vais l'noter // donc le nombre d'étapes / de gestes

56 **E-pu1 :** euh/ le nombre d'étapes / le nombre d'outils et le temps de production

57 Ch : O.K / alors euh // ici/ là/ à Antibes/ où les élèves trouvent-ils leur implantation de stage ?

58 **E-pu1 :** Antibes euh essentiellement Antibes et Cannes / Antibes / Cannes-la-Bocca.

59 Ch : d'accord // dans des entreprises / comme vous m'avez dit tout à l'heure / qui travaillent sur //

60 **E-pu1 :** oui / en sous-traitance aérospatiale / beaucoup de sous-traitance aérospatiale

61 Ch : d'accord //

62 **E-pu1 :** (*toux*)

63 Ch : d'accord //et vous les aidez à trouver leur stage ou ce sont eux qui se débrouillent ?

64 **E-pu1 :** oui/ on les aide

65 Ch : d'accord // euh y a-t-il des élèves qui poursuivent leurs études et ?

66 **E-pu1 :** peu

67 Ch : peu / mais vous en avez rencontré quelques uns

68 **E-pu1 :** de temps en temps oui / en BTS

69 Ch : un tous les trois ans/ tous les cinq ans ?

70 **E-pu1 :** c'est très très variable // un tous les trois ans //oui/ c'est à peu près la moyenne

71 Ch : d'accord // BTS productique comme c'est marqué sur le papier dans l'atelier // d'accord // comme vous avez fait en fait

72 **E-pu1 :** (*confirmation sans parole*)

73 Ch : et ce BTS productique / il est bien représenté en France ?

74 **E-pu1 :** oh / un certain nombre // quasiment // y'en a au moins un par académie

75 Ch : d'accord / donc c'est assez bien représenté quand même

76 **E-pu1 :** oui

77 Ch : et le bac pro/ il est bien représenté aussi ?

78 **E-pu1 :** aussi

Séquence 3 : les élèves dans la filière

79 Ch : OK / hum // est-ce que vous pourriez décrire le profil de vos élèves //d'une façon générale !

80**E-pu1 :** assez atypique en général euh // on récupère beaucoup d'élèves en échec scolaire // qui finalement se découvrent des qualifications

81 Ch : alors / échec scolaire / euh est-ce que vous / quand vous êtes dans l'atelier / vous le percevez cet échec scolaire ?

82 **E-pu1 :** oui oui énormément / énormément /dès qu'on a besoin d'un p'tit peu de géométrie ou de mathématiques / y'a plus personne

83 Ch : ah //

84 **E-pu1 :** ça nous pose beaucoup de problèmes là / euh / sur l'année d'seconde // après euh après ils rattrapent

85 Ch : ça vous pose des problèmes par rapport // (*suspension*)

86 **E-pu1 :** non mais ça nous pose des problèmes sur les calculs de tête à faire / les calculs de / quand on a une conversion à faire / un calcul de tête / euh un p'tit profil à générer euh

87 Ch : d'accord calcul mental // générer un profil / ça veut dire quoi ?

88 **E-pu1 :** créer une forme par/ par des éléments géométriques de base donc euh // segments / arcs de cercle

89 Ch : d'accord

90 **E-pu1 :** on va créer une forme en empilant tous ces [*éléments*]

91 Ch : construire

92 **E-pu1 :** la construction vraiment du projet

93 Ch : dessiner un profil vous avez dit // parce que c'est le contour d'une pièce peut-être ?

94**E-pu1:** par // par exemple dans l'cycl' que vous avez vu là bas / dans l'cycle que vous avez vu / euh on fait l'profil de la pièce via sept points euh

95 Ch : d'accord

96 **E-pu1:** pour déterminer la position de ces points dans l'espace// allez on y va (*inaudible*)

97 Ch : d'accord // OK / alors / euh //donc sinon atypiques euh / simplement par le fait qu'ils aient été en échec

98 **E-pu1** : y'en a aussi beaucoup qui /qui /qui n'ont pas forcément demandé cette formation-là en premier vœu

99 Ch : ah

100 **E-pu1 :** (…*inaudible*) on a une formation qui est très peu lisible pour qui est en collège (*silence*) donc on récupère souvent des élèves un petit peu égarés//et euh il faut prolonger //pour qu'ils découvrent un métier qui// est très intéressant

101Ch : d'accord // et c'est peu lisible / pour quelle raison ? parce que les gens savent pas c'que c'est l'usinage ?

102 **E-pu1** et Ch : (*à l'unisson) tout* simplement

103 Ch : comme moi par exemple

104 **E-pu1** : voilà // auprès du grand public /on n'existe pas l'usinage / c'est très obscur

105 Ch : d'accord // bon / c'est un peu vrai

106 **E-pu1 :** oui

Séquence 4 : contenus et démarche de la discipline

107 Ch : est-ce que vous pourriez me dire euh le contenu de votre enseignement ? bon / il est un p'tit peu marqué là bas sur le dépliant / mais en terme de capacités

108 **E-pu1 :** c'est tellement vaste !

109 Ch : oui mais bon / si vous me donnez quelques éléments

110 **E-pu1 :** euh on va surtout travailler sur des éléments géométriques / de géométrie 2D / 3D / des formes basiques / des volumes / euh // énormément sur le dimensionnement / les dimensions / les efforts // c'est très vaste comme formation

111 Ch : et les efforts / vous l'faites avec un professeur de physique ou //

112 **E-pu1 :** par expérience/ expérimentation

113 Ch : ah d'accord / de façon empirique / vous testez

114 **E-pu1 :** voilà

115 Ch : d'accord //hum //alors y a- t-il une progression obligée / c'est à dire est-ce qu'y a-t-il certaines étapes que vous êtes obligé de faire d'abord en premier /ou non /voilà c'est ça que je voudrais voir si c'est possible

116 **E-pu1 :** oui / oui y a une progression

117 Ch : hum //vous pouvez me la décrire s'il vous plaît // si ça vous ennuie pas hein

118 **E-pu1 :** non/ mais elle est lourde

119Ch : ou même si vous avez un document vous pouvez me le transmettre

120 **E-pu1 :** j'dois avoir ça sur l'portable / vous avez une clé USB ?

121 Ch : oui / oui j'ai une clé

122 **E-pu1 :** j'vois si j'ai ça hein // le tout c'est qu'j'la trouve

123 Ch : merci

124 **E-pu1 :** je sors pas toutes les feuilles

125 Ch : oui/ oui bien sûr // donc ici / c'est la salle de classe en fait ?

126 **E-pu1 :** la salle de lancement

127 Ch : ça s'appelle la salle de lancement

128 **E-pu1 :** ils préparent l'usinage / quand c'est prêt ils vont à l'atelier

129 : et vous leur donnez le travail à faire et après / ils sont un peu autonomes

130 **E-pu1 :** oui //complètement //c'est le but

131 Ch : d'accord // OK // vous exposez le but au tableau ou // quinze élèves

132**E-pu1 :** max sur l'atelier / on peut pas en prendre plus de quinze //euh // voilà / donc là / vous avez la progression // donc seconde/ première / terminale // les niveaux de qualification sont en code couleur avec tous les items qui sont validés

133 Ch : d'accord / merci // et là / les quinze postes / ils sont tous identiques ou ils font tous des fonctions différentes

134 **E-pu1 :** euh / chacune a ses spécificités donc euh au niveau dimensions / formes / matériaux / on a des machines qui vont être plus efficaces que d'autres donc ça fait partie des choix / euh // la rationalité fait que pour enlever des grosses épaisseurs on va prendre telle machine / pour faire des formes très complexes une autre / le principe étant d'arriver au résultat dans le temps le plus court possible

135 Ch : et c'est à eux d'organiser leur tour sur les machines comme s'ils étaient en entreprise ?

136 **E-pu1 :** à l'issue de la terminale / / là / pour l'moment / ceux-là c'est des secondes / donc on les guide pas mal encore

137 Ch : d'accord // oui puis / p't-être vous leur donnez des travaux avec moins de choix à faire

138 **E-pu1 :** oui//mais par contre/ le p'tit// la p'tite démonstration qu'on a faite/ ce sont les élèves qui ont installé la pièce/ j'leur ai donné les documents/ ils ont préparé l'usinage et/ euh/ moi/ j'ai plus eu qu'à lancer l'programme//donc ils sont déjà en situation de mettre en place un programme déjà qualité ou calibré (*inaudible*)/ de production déjà réglée/ ils sont capables déjà d'me les mettre en place

139Ch : ça m'a l'air bien complexe tout ça//

140 **E-pu1 :** oui

141Ch : bon alors// donc j'en étais où ? donc on a parlé du stage/ des études/ des élèves/ la progression/ euh vous v'nez de me la décrire/ ça a l'air assez détaillé quand même par rapport à l'usinage euh … est-ce que les trois années et l'horaire hebdomadaire vous semble suffisant pour former une personne ?

142 **E-pu1 :** impossible

143Ch : impossible ?

144 **E-pu1 :** on est passé de quatre à trois ans donc //

145Ch : d'accord/ donc avant/ vous aviez quatre ans ?

146 **E-pu1 :** BEP/ bac.

147 : d'accord

148 **E-pu1 :** deux années de BEP/ deux années de bac/ on a … on a une division quasiment de moitié/ on a réduction quasi d'moitié du temps de travail

149 : et comment vous vous y prenez pour arriver à les former malgré cette réduction ?

150 **E-pu1 :** comme on peut //

151Ch : oui//

152 **E-pu1 :** on a fait des coupes franches dans l'référentiel … y'a des/ y'a des parties du référentiel qu'on/ qu'on aborde plus (*voir Annexe des documents*)

153Ch : et est-ce que vous avez eu des retours de la part des entreprises qui disent il manque tel savoir-faire ?

154 **E-pu1 :** i 'manque surtout un niveau//on a beaucoup de retours en disant que le niveau a énormément baissé et qu'c'est plus suffisant/ sinon j'dirais pas ça

155Ch : d'accord/ donc le niveau ce s'rait euh une certaine autonomie dans le choix des //

156**E-pu1 :** une capacité qu'ils ont plus

157Ch : d'accord

158 **E-pu1 :** ils arrivent plus aux critères d'aptitude qu'on avait avant pour faire un brevet d'technicien

159 : c'est dommage ça non ?

160 **E-pu1 :** un p'tit peu ouais

Séquence 5 : définition de l'usinage

161 Ch : j'me dépêche hein (*prise de notes manuscrites*) alors maintenant/ donc vous avez vu que nous ignorons tout de l'usinage/ donc vous faites comme si on/ il fallait définir l'usinage pour un quidam comme moi

162 **E-pu1 :** euh /en fait (*soupir*) c'est la réalisation de/ d'une forme / à partir d'un/ d'un élément/ ouais// on va acheter directement des barreaux euh / à l'industrie lourde/ donc directement au fourneau et nous on va leur donner une forme/ une précision/ une résistance suffisantes pour l'emploi qu'on veut en faire

163Ch : d'accord/ donc forme et résistance vous avez dit

164 **E-pu1 :** essentiellement on va travailler sur les formes/ les dimensions et leur précision

165Ch : qu'est-ce que vous appelez la précision d'une pièce ?

166 **E-pu1 :** la marge d'erreur euh admise sur sa forme et sa dimension

167Ch : ah ! d'accord

168 **E-pu1 :** chez nous c'est d'l'ordre de deux à cinq centièmes de millimètres

169Ch : d'accord//donc sur la forme et // (*interruption par un élève*) d'accord alors maintenant on va parler de de l'enseignement lui-même parce que jusqu'à présent on a parlé des élèves et de//de la matière// alors/ enseignez-vous en atelier seulement ? ben/ là je vois que non

170 **E-pu1 :** c'est toujours mixte

171Ch : toujours mixte/ dans tous les ateliers ?

172 **E-pu1 :** oh en production souvent oui

173Ch : parc 'qu'il y a un travail de conception avant en fait

174 **E-pu1 :** euh//ça se prête plus trop à de la techno magistrale comme on a pu faire à une certaine époque //donc on est beaucoup sur le concept apprendre en faisant/ sur la découverte/ l'expérimental on va plutôt leur faire essayer des choses et ensuite un petit bilan en classe mais assez rapide

175 Ch : donc un passage ici pour présenter l'travail/ ils vont là-bas et/ euh, quelque chos'// une phase rapide

176 **E-pu1 :** une synthèse derrière

177 Ch : OK//donc ça (*désignant l'atelier*) c'est les quinze postes et lui/ il (*un élève dans la salle*) fait autre choses encore

178 **E-pu1 :** oui/ c'est euh / en fait on les prend rarement à quinze dans la salle / on fait vraiment que le lancement (*déplacement dans la salle de lancement vers un poste élève*)

179 Ch : là par exemple / est-ce que vous pouvez m'expliquer le travail de l'élève / quel logiciel il utilise ?

180 **E-pu1 :** donc là il est sur un logiciel de dessin / c'est *Solidworks* //euh il est en phase de découverte / parce que ce sont des secondes / il vient de troisième // donc / là / il est en phase de découverte des fonctions de base et des méthodes de base de génération d'une forme / prismatique ou de révolution

181 Ch : d'accord

182 **E-pu1 :** donc c'est un travail en autonomie// euh//y a un didacticiel qu'y a à suivre/ faut faire un certain nombre de leçons. Quand ils sont arrivés au bout/ on commence à leur donner les pièces issues de notre propre atelier

183 Ch : ah d'accord et donc ça/ cet apprentissage en autonomie/ il dure combien de temps à peu près ?

184 **E-pu1 :** au total/ huit heures//morcelées hein

185 Ch : et là ce jeune/ il est décalé par rapport aux autres/ les autres connaissent déjà ?

186 **E-pu1 :** hum//aujourd'hui/ c'est lui

187Ch : ah d'accord//

188 **E-pu1 :** ça tourne//en fonction du planning //

189 Ch : qu'on va rentrer ?

190 **E-pu1 :** l'objectif/ c'est qu'i's fassent jamais deux fois la même chose// alors lui demain/ en atelier/ ensuite l'atelier/ euh/ il viendra ici/ ceux qui étaient en production/ ils viendront en contrôle et/ ou en informatique et on a un roulement comme ça permanent

191 Ch : d'accord/ donc alors y'a //

192 **E-pu1 :** (*attente*) un cours/ une activité.

193 Ch : d'accord/ alternance cours/ activité …c'est très intéressant pour euh/ pour nous.

194 **E-pu1 :** j'ai des élèves qui sont un peu décrocheurs/ qui ont un p'tit peu d'mal sur les cours magistraux/ ça/ ça évite de générer une lassitude

195 Ch : donc comme type d'activités/ vous m'avez dit/ y a celles qui sont en autonomie/ y a le contrôle//

196 **E-pu1 :** ah mais on en a tant qu'on veut des activités

197 Ch : allez-y/ dites-moi une petite liste/ même si elle est pas exhaustive/ c'est pas grave.

198 **E-pu1 :** euh//préparation de production/ qu'il est en train de faire/ euh programmation/ réglage machine/ usinage/ contrôle/ qualité / etc.

199 Ch : contrôle-qualité/ c'est une expression ?

200 **E-pu1 :** non / c'est contrôle et (*très accentué*) qualité // c'est deux choses différentes // contrôle / c'est mesurage d'une pièce // la qualité / c'est la démarche qui me permet de maîtriser une production // donc là / je suis plus sur une échelle unitaire

201 Ch : d'accord / ils apprennent tout ça

202 **E-pu1 :** dans les trois années / oui

203 Ch : d'accord

204 **E-pu1** : i's sont sensés

205 Ch : OK / donc / d'après ce que vous me dites / y'avait une question sur les tâches / ils ont des décisions à prendre pour qu'en fin de troisième année

206 **E-pu1 :** tous les jours

207 Ch : mais dès la seconde / même si c'est plus simple // alors est-ce que vous pourriez me montrer une photocopie / ou même en la décrivant / un exemple de travail que vous leur faites faire

208 **E-pu1 :** c'est tellement vaste que c'est/ c'en est même compliqué // j'vais voir // j'vais essayer d'vous passer directement les TP / voir c'qu'on a en stock (*toux*) // là c'est une partie « mesurage » par exemple // qu'est-ce que j'peux vous montrer // y'en a tellement que / euh OpenOffice / vous avez ?

209 Ch : oui / oui / /. J'ai toute la suite OpenOffice /comme tout bon membre de l'Éducation Nationale

210 **E-pu1 :** alors / j'mets tout en vrac / hein // j'ai mis / je mets sous la racine

211 Ch : d'accord

212 **E-pu1 :** vous verrez c'est TP numéro / y'a un numéro et puis

213 Ch : un TP / c'est une après-midi ?

214 **E-pu1 :** c'est euh / une séance

215 Ch : et une séance / c'est combien d'heures ?

216 **E-pu1 :** trois heures pour les secondes / quatre heures pour les premières et terminales

217 Ch : ça (*désignant un poste excentré*) c'est votre poste à vous ?

218 **E-pu1 :** oui/ c'est l'poste prof

219 Ch : d'accord // et là / c'est quel logiciel ?

220 **E-pu1 :** *Solidworks*

221 Ch : toujours *Solidworks*

222 **E-pu1 :** enfin moi / j'en ai deux // j'ai c'ui-ci et c'ui-ci

223 Ch : d'accord / il est payant *Solidworks* je suppose // (*un élève entre ; il ne retrouve pas une vis. Son professeur lui conseille de la chercher davantage.*) bonjour (*non enregistré car trop loin du micro)*

224 **E-pu1 :** donc là / i's sont sur une activité maintenance sur la machine / là i' leur manque des morceaux

225 Ch : ah / i's font aussi la maintenance

226 **E-pu1 :** ah bé oui / une maintenance premier niveau / forcément

227 Ch : donc réglage / c'est pas la maintenance// réglage / c'est quand on veut usiner une pièce ?

228 **E-pu1 :** oui.

229 Ch : d'accord /en fait / ils sont responsables d'un poste d'usinage/ quoi ?

230 **E-pu1 :** voilà

231 Ch : et dans la maintenance / qu'est-ce qu'i's peuvent faire à leur niveau // vérifier que tout est bien rangé ? initialisé ?

232 **E-pu1 :** même des petites réparations // remise en état d'un poste en cas de problème

233 Ch : mais sur quoi par exemple / parce qu'i's peuvent pas tellement toucher à l'électronique ?

234 **E-pu1 :** l'électronique / non / mais toute la partie mécanique

235 Ch : ah d'accord

236**E-pu1 :** alors //j'vous mets l'TP

237 Ch : merci

238 **E-pu1 :** l'TP / là maintenant / c'est l'TP 4000 (*inaudible*)

239 Ch : là /vous n'avez pas tous les élèves ?

240 **E-pu1 :** non / j'ai des absents

241 Ch : y'en a beaucoup non /d'absents ?

242 **E-pu1 :** oui // aujourd'hui oui

243 Ch : y a une raison ?

244 **E-pu1 :** hum / ça arrive

245 Ch : ça / c'est les secondes ?

246 **E-pu1 :** oui

247 Ch : sinon y'a une question sur l'évaluation de vos élèves / comment est-ce que vous l'organisez ?

248 **E-pu1 :** essentiellement/ évaluation formative// on n'a pas d'évaluation sommative / on n'a pas d'interrogation écrite / il semble que ça s'est fait à un moment donné // on a un objectif à atteindre et on // en fait / c'est au niveau de l'acquisition des compétences quoi

249 Ch : donc vous observez vos élèves jour après jour / séance après séance ?

250 **E-pu1:** voilà /et euh / on s'efforce d'avoir certains pré requis avant de passer à la compétence suivante

251 Ch: donc dans vot'e classe déjà vous pouvez voir des différences ?

252 **E-pu1 :** énormes

253 Ch : ah ?

254 **E-pu1 :** donc ça d'mande une gestion assez lourde

255 Ch : oui

256 **E-pu1 :** pa'ce qu'y en a qui vont devoir refaire trois ou quatre fois la même activité répartie sur une dizaine de s'maines avant d'arriver à avoir le prérequis pour faire ces activités

257 Ch : d'accord / donc vous vérifiez bien qu'les prérequis sont / sont acquis tandis qu'nous / dans l'enseign'ment général / enfin / on les suppose acquis mais on les vérifie pas / enfin//on les vérifie mais on peut pas aller au delà d'la vérification//et donc c'est concerté avec l'élève//de toute façon/ c'est le travail qui valide.

258 **E-pu1 :** voilà / il a un objectif à atteindre / on l'en informe en début de séance / s'il n'a pas atteint l'objectif / il voit bien que /il faudra refaire

259 Ch : d'accord et donc après/vous le notez sur un référentiel/enfin ?

260 **E-pu1 :** sur des référentiels qui nous sont propres

261 Ch : que vous avez établis avec vos collègues d'ici ?

262 **E-pu1 :** oui / oui // on a une certaine habitude à c'niveau là

263 Ch : oui d'accord // alors maintenant/ quels documents/ textes/ schémas techniques utilisez-vous ? bon j'ai vu qu'y avait un peu de tout en fait y'a des

264 **E-pu1 :** bon vous avez ça (*montrant un document papier sur le bureau*) / ce sont des dessins /ici/ par exemple / ce sont des documents d'production

265 Ch : ah //.la différence / c'est quoi alors ?

266 **E-pu1 :** donc ça / c'est brut bureau d'étude / c'est les résultats qu'on attend

267 Ch : oui

268 **E-pu1 :** ça / par exemple/ c'est une des étapes qui permet d'atteindre le résultat. (*Voir Annexe des documents*) donc là / en rouge / c'est ce que je suis en train de fabriquer dans cette étape là/ sachant que tout ce qui est grisé / ça a été fait sur les étapes précédentes

269 Ch : ah / d'accord // et ici / en vert ?

270 **E-pu1 :** ça c'est euh le profil résultant de la pièce une fois finie/ là/ elle est en coupe // ici vous avez la partie extérieure / ici/ la partie intérieure //on travaille l'intérieur et l'extérieur de la pièce en même temps et on fait une demi-coupe

271 Ch : j'ai pas bien compris /leur travail / c'est ?

272 **E-pu1 :** donc là /on voit c'qu'on est en train d'générer en externe

273 Ch : d'accord

274 **E-pu1 :** et comme / dans cette même phase / de ce même objet / on fait l'extérieur / on la met au d'ssus. // donc là / ici la codification d'ARP/ ça veut dire c'est une coupe de près qui vient sur l'intérieur parc 'qu'ici j'suis sur l'extérieur

275 Ch : d'accord / OK / bon et euh

276 **E-pu1 :** ça d'mande une vue spatiale avec un p'tit peu d'entraînement

277 Ch : et est-ce que les élèves / i's arrivent facilement ?

278 **E-pu1 :** oui / ouais

279 Ch : / à entrer dans ce type de document ?

280 **E-pu1 :** ça vient progressivement mais assez facilement / tiens d'ailleurs / les deux qui sont là bas en pré- usinage travaillent avec ce genre de document

281 Ch : donc c'est déjà assez codifié ?

282 **E-pu1 :** c'est normal (*toux*) i's viennent de mettre en relationnel (*inaudible*) donc nous on fait juste / c'est au niveau d'la mise en page//on va travailler un p'tit peu sur la visibilité et l'coloris mais les éléments qui sont dedans sont euh sont normalisés

283 Ch : oui / pour leur permettre de travailler partout / et ça/ ça correspond à quoi ?

284 **E-pu1 :** c'est les outils qui permettent de générer des formes quand on frise

285 Ch : ah d'accord /mais ça c'est ?

286 **E-pu1 :** différents outils

287 Ch : mais c'est vous qui les leur proposez ou c'est euh ?

288 **E-pu1 :** oui

289Ch : d'accord

290 **E-pu1 :** en fonction de la banque d'outils

291 Ch : donc vous leur donnez des clés de résolution quand même /d'accord / et donc là / vous pouvez juste m'dire euh le nom des outils / juste /comme ça / par curiosité ?

292 **E-pu1 :** donc ici vous avez un outil à gorge qui sert à faire ce format

293Ch : oui

294 **E-pu1 :** ici / vous avez un outil à chariot coudressé qui va v'nir faire la partie externe / le même un p'tit peu plus pentu en finition

295Ch : oui

296 **E-pu1 :** donc qui va servir à avoir un effet de surface un p'tit peu plus glacé// ça/ c'est un outil à fileter qui va servir à faire le pas de vis sur le bout de la pièce // et là / on a une tête à aléser qui nous sert à faire cette partie là /concave

297 Ch : d'accord

298 **E-pu1 :** sachant qu'ça //c'est considéré comme une pièce relativ'ment simple

299 Ch : oui / donc c'est à eux de savoir interpréter à chaque fois / comme vous m'l'avez dit / un profil d'outil / donc ça / ils doivent savoir le faire j'pense ?

300 **E-pu1 :** ça met du temps

Séquence 6 : rapport à l'écrit

301 Ch : ah bon ? d'accord // en fait / c'est interpréter le geste qu'on a fait ici ?

302 **E-pu1 :** en fait / ils ont rien à interpréter / ça c'est une fiche qui permet de mettre en place sur la machine/ par contre / pour générer ce genre de document / ça nous prend bien les trois années

303 Ch : d'accord

304 **E-pu1 :** avant qu'ils arrivent à maîtriser le résultat par rapport à certains outils et sa trajectoire

305Ch : O.K // et ça/ (*voir Annexe des documents*) est-ce qu'ils ont des difficultés pour lire ce genre de document ?

306 **E-pu1 :** mmm // oui / la première moitié d'la formation / après ça commence à v'nir/ à force

307 Ch : d'accord //ça / ça représente quoi en fait ? ça ?

308 **E-pu1 :** voilà // ce sont différentes vues d'la même pièce

309 Ch : mm

310 **E-pu1 :** en fait on voit toutes les faces d'un prisme // ou assimilé

311 Ch : mm / oui / d'accord /bien euh /alors /est-ce que / eux /ils produisent des documents papiers ? est-ce qu'ils produisent que des documents à l'aide de l'ordinateur ou est-ce qu'ils produisent ?

312 **E-pu1 :** oui / on fait plus rien à la main

313 Ch : plus rien à la main ? d'accord / c'est pas le lieu quoi

314 **E-pu1 :** on a éradiqué ça /au début des années 90

315 Ch : d'accord

316 **E-pu1 :** on travaille exclusivement en informatique depuis l'milieu des années 90 / on a plus jamais sorti un document à la main

317 Ch : d'accord /et est-ce que parfois / ils sortent des documents qui contiennent des erreurs ?

318 **E-pu1 :** tout l'temps

319 : tout l'temps / oui / comme ça ils acquièrent au moins l'usage

320 **E-pu1 :** au fur et à m'sure

321 Ch : ouais / O.K. / et comment vous les corrigez alors ? directement sur les imprimés

322 **E-pu1 :** soit je signale l'erreur soit si el'e met pas en jeu la sécurité des matériels / des fois on les laisse louper

323 Ch : oui / oui /

324 **E-pu1 :** dire bon ben voilà ça march' pas / ensuite on s'pose / on analyse // c'est justement not' credo/ apprendre en faisant

325 Ch : on les laisse aller jusqu'au bout d'leurs choix quoi

326 **E-pu1 :** voilà //et ensuite / on voit ensemble pourquoi le choix / il a été mauvais

327 Ch : O.K /et est-ce qu'ils arrivent bien à verbaliser euh ?

328 **E-pu1 :** non

329 Ch : la raison de l'erreur ?

330 **E-pu1 :** non / ils ont beaucoup d'mal / ils ont beaucoup d'mal par manque de maîtrise technique /comme i's ont un manque de maîtrise technique des outillages / i's ont du mal à pointer l'élément qui a fait qu'euh on est hors qualité

331 Ch : d'accord / manque de maîtrise euh / des outils en fait ? quand vous dites « techniques » ?

332 **E-pu1 :** euh / outillage / c'est vraiment un ensemble /manque de maîtrise de l'ensemble des opérations qu'on réalise / c'est très très riche // en termes (*très bas*)

333 Ch : alors euh / bon / j'lis la question peut-être on a / vous avez déjà répondu / mais //qu'est-ce qu'i's sont en train d'faire là / juste aujourd'hui par exemple ?

334 **E-pu1 :** alors aujourd'hui /euh / là bas / on est en train d'relancer une production / donc on a des pièces qui vont arriver donc on est en train d'mettre en place une phase usinage euh / le deuxième est train d'réaliser euh / une pièce prototype qui va servir à installer un outillage qui nous appartient / une pièce qui nous est propre et celui-ci est en phase de préparation pour la fabrication de cette pièce là qui va débuter dans quelques s'maines

335 Ch : d'accord

336 **E-pu1 :** donc en fait ce sont des activités mais à différents niveaux

337 Ch : oui oui / oui c'est cohérent mais on le voit au bout d'un certain nombr' de s'maines

338 **E-pu1 :** voilà

339 Ch : pas du premier coup / donc j'vais quand même noter c'est une organisation particulière quand même/ chacun a son poste

340 **E-pu1 :** oui très compliquée

341 Ch : chaque élève a son poste / et donc/ là / i's sont pas les quinze présents /mais les quinze / vous aviez prévu quelque chose pour eux ?

342 **E-pu1 :** oui

343 Ch : aucun fait la même chose ?

344 **E-pu1 :** rarement

345 Ch : hum /et est-ce que vous / parfois i's travaillent à deux ?

346 **E-pu1 :** oui

347 Ch : ou est-ce que c'est pas l'but ?

348 **E-pu1 :** oui euh parfois on a besoin quand on a beaucoup d'opérations à mettre en place donc y'en a un qui va faire une partie / l'autre qui va faire la deuxième ou quand on a des pièces qui vont être un p'tit peu compliquées à monter et qu'i' faut être deux pour s'en occuper

349 Ch : d'accord

350 **E-pu1 :** donc ça / ça dépend des cas d'figures /ça. // mais beaucoup aussi en seconde / quand i's arrivent de troisième / i's manquent beaucoup d'confiance / surtout sur des machines qui sont complexes et dang'reuses / donc on les met souvent en binôme / ça les rassure un p'tit peu

351 Ch : d'accord. //et / là / j'ai vu / vous abaissez à chaque fois une sorte de vitre de protection ?

352 **E-pu1 :** oui

353Ch : et elles sont dangereuses malgré tout / ces machines ?

354 **E-pu1 :** non /c'est considéré comme machine dang'reuse mais c'est quand même très sécurisé

355 Ch : d'accord / si i's abaissent / y'a pas d'problème ?

356 **E-pu1 :** si la vitre est ouverte / ça march'plus d'tout' façon

357 Ch : d'accord

358 **E-pu1 :** mais bon / les outils restent contondants / les pièces parfois aussi

Séquence 7 : les mathématiques et la productique

359 Ch : oui oui bien sûr / c'est une discipline en fait par rapport au matériel / alors maint 'nant / on va parler des mathématiques /euh//citez deux savoir- faire sur les nombres ou le calcul dont vous avez observé la maîtrise chez vos élèves ? donc / pas la difficulté / la maîtrise

360 **E-pu1 :** maîtrise /j'en ai jamais trop observée

361 Ch : ah / y'a bien un p'tit truc qu'ils savent faire ?

362 **E-pu1 :** euh /très peu

363 Ch : ouais / quand même / citez en deux

364 **E-pu1 :** ah j'ai rien qui m'vient à l'esprit-là / on reprend à la base hein / on reprend aux additions et soustractions / on en est là

365 Ch : multiplier par deux quand même / doubler /i's savent le faire quand même ?

366 **E-pu1 :** ben euh / par exemple / passer du diamètre à rayon / i's arrivent pas hein

367 Ch : ah//

368 **E-pu1 :** et vice versa donc

369 Ch : attendez / je note

370 **E-pu1 :** là / on est sur diviser ou multiplier

371 Ch : passage de diamètre à rayon / et pourtant / i's arrivent à /à comprendre des documents comme ça ?

372 **E-pu1:** c'est long hein/ j'ai dit /ça / i's arrivent à l'comprendre en milieu d'cycle / pas avant

373 Ch : oui

374 **E-pu1 :** on y va étape par étape

375 Ch : oui /et cette difficulté / par exemple / du passage de diamètre à rayon / vous la voyez plus quand même

376 **E-pu1 :** non/ ça d'vient une gymnastique /tout comme les unités /dixième /centième de millimètre / etc. les fractions

377 Ch : donc c'est en faisant en fait /ils résolvent aussi

378 **E-pu1 :** au fur et à mesure

379 Ch : des problèmes mathématiques // donc vous m'avez dit unités/ les conversions aussi ? bon euh cherchez quand même / est-ce qu'i 'y a pas une chose que vous avez repérée qu'ils sachent faire/ sur les nombres ?

380 **E-pu1 :** j'ai rien qui m'saute aux yeux / là / voyez / on a d'extrêmes difficultés là-d'ssus /extrêmes

381 Ch : et donc vous observez ces difficultés quand vous recevez les collégiens d'troisième et en fin d'seconde/ / elles sont résolues ?

382 **E-pu1 :** noon !

383 Ch : ou il faut attendre la / plus tard ?

384 **E-pu1 :** oui / faut attendre l'année d'terminale

385 Ch : ah

386 **E-pu1 :** très très long

387 Ch : et est-ce qu'il y a des élèves chez lesquels ça se résout pas ?

388 **E-pu1 :** oui

389Ch : et i's sont quand même / ils ont quand même les capacités ?

390 **E-pu1 :** non

391 Ch : et oui / ça va ensemble quand même

392 **E-pu1 :** oui / et pour ceux-là on est en échec

393 Ch : résolus vers la terminale / je note /là on est d'accord

394 **E-pu1 :** oui

395 Ch : et est-ce qu'il y a beaucoup d'élèves qui sont en échec finalement même après ces trois années ?

396 **E-pu1 :** vingt pourcents

397 Ch : vingt pourcents ?

398 **E-pu1 :** maximum / max (*long silence*) sachant qu'euh à l'entrée euh on est à 80 / voire 90% d'élèves en échec scolaire

399 Ch : oui / oui bien sûr / oui / faut relativiser

400 **E-pu1 :** c'est plutôt l'problème inverse

401 Ch : oui ?

402 **E-pu1 :** y'a 20% qu'on n'arrive pas à ramener à un certain niveau

403 Ch : donc y'a bien une cohérence entre c'qu'ils acquièrent là et puis euh les savoirs sur les nombres ?

404 **E-pu1 :** oui !

405 Ch : vous confirmez / d'accord. / alors / ensuite / c'est la même question / mais concernant la géométrie / ah non / c'était des connaissances théoriques / donc si y'a pas les savoir-faire / vous les avez jamais entendus citer une propriété sur les nombres ?

406 **E-pu1 :** bouf ! / pour faire une circonférence ou une surface / i' nous faut déjà une demi-journée

407 Ch : d'accord

408 **E-pu1 :** alors /c'qui est très problématique pour nous parc' qu'on passe notre temps à travailler sur des éléments d'géométrie

409 Ch : ben oui

410 **E-pu1 :** plan/ 3D

411 Ch : c'est pour ça que j'vous ai choisi

412 **E-pu1 :** ben oui / pour nous c'est / c'est / c'est un énorme frein

413 Ch : oui / mais quand même / vous me dites qu'ils y arrivent finalement

414 **E-pu1 :** oui / mais pa'ce qu'on reprend à la base / on y va par étape mais c'est très très long / on gagnerait énormément d'temps si on avait ces savoirs-là

415 Ch : d'accord. /alors donc ensuite / y'a les mêmes questions plutôt sur la géométrie // est-ce qu'il y a des savoirs géométriques / même s'ils n'arrivent pas à les verbaliser / que vous avez constatés en place / sur lesquels vous pouvez vous appuyez ?

416 **E-pu1 :** (*négation de la tête*)

417 Ch : la reconnaissance des formes simples ? non ?

418 **E-pu1 :** (*négation de la tête*)

419 Ch : bon / rien / rien / rien ?

420 **E-pu1 :** on reprend tout à la base

421 Ch : le carré ?

422 **E-pu1 :** systématiquement

423 Ch : le carré quand même ?

424 **E-pu1 :** ouais / voilà /carré / rond

425 Ch : ouais

426 **E-pu1 :** guère plus / dès qu'on passe en 3D / y'a plus personne

427 Ch : d'accord / donc 3D /plus personne /je note

428 **E-pu1 :** euh / les systèmes de rotation autour d'un axe aussi / la génération d'une forme par rotation /

429 Ch : oui

430 **E-pu1 :** les systèmes d'axe / pas maîtrisé du tout / nous on travaille que comme ça / euh on travaille /tout est fait par rapport à un axe euh / orthonormé / quand on attaque ça en seconde / i's nous r'gardent avec des yeux comme ça

431 Ch : oui /bon ça encore on peut comprendre parc'qu'i's ont jamais vu ça dans les programmes de maths avant /sur le cube par exemple / ils ont des difficultés pour anticiper les sections ?

432 **E-pu1 :** (*affirmation de la tête*)

433Ch : d'accord euh bon ben euh /des connaissances théoriques sur euh /par exemple / est-ce qu'ils arrivent à décrire une forme ?

434 **E-pu1 :** difficilement

435Ch : difficilement

436 **E-pu1 :** tout seuls / non

437 Ch : mais / en fait / y'a une petite chose que j'comprends pas / quand i's sont en conception / j'appelle ça conception / peut-être que ça convient pas ?

438 **E-pu1 :** mmh

439 Ch : en programmation /c'est ça ?

440 **E-pu1:** mmh

441 Ch : donc une fois qu'ils doivent faire un travail / i'faut bien qu'i's fassent des choix sur le logiciel /alors comment i's font ?

442 **E-pu1 :** ça dépend parc'qu'en fait on y va par palier / sur les premières activités / euh / on va leur donner une guidance presque complète / c'est à dire nous fournissons le volume / on fournit l'enchaînement des opérations

443 Ch : oui

444 **E-pu1 :** et il a juste à donner l'cycle à l'ordinateur

445 Ch : d'accord

446 **E-pu1 :** un outil qu'on lui indique et avec cet outil / générer la forme qu'on lui indique /première étape / deuxième étape / i 'va choisir l'outil pour générer la forme

447 Ch : d'accord

448 **E-pu1 :** troisième étape / i' va lui choisir l'enchaîn'ment des formes / par laquelle i 'commence / etc. en étant à la toute fin de la formation / où i1 est total 'ment autonome / où i 'va même générer le volume // mais ça / on est vraiment en fin d'formation

449 Ch : d'accord / donc au début

450 **E-pu1 :** y' a une gradation euh de c'qu'on leur demande

451 Ch : d'accord / donc au début/ i's ont juste à programmer le

452 **E-pu1 :** voilà euh au début / ifs ont une guidance / donc i's ont juste à obtenir un résultat par rapport aux éléments critiques qu'on leur donne / c'est à dire i' faut déjà qu'ils soient en mesure de suivre une procédure / de bout en bout / sans shunter d'étapes

453 Ch : d'accord / et parfois / ça / ça pose des problèmes ?

454 **E-pu1 :** beaucoup / i's sont pas habitués en sortant d'collège / i's sont très maternés en collège et / chez nous / i's sont très autonomes / vite / tout d'suite / donc on leur donne une procédure de deux / trois / quat' pages / comme vous verrez / c'est assez détaillé sur le TP qu'j 'vous ai passé / et i's sont sur la machine / on attend l'résultat / enfin / moi quand j'en ai quinze / sept machines qui tournent et cinq ici (*la salle de lancement*) / j'peux pas rester derrière chaque minot

455 Ch : bien sûr oui /oui

456 **E-pu1 :** donc i's ont la procédure / i'ls doivent suivre la procédure /une grosse difficulté pour eux / c'est euh / la structure collège ne fonctionne pas du tout comme ça

457 Ch : d'accord / donc i's ont des problèmes de lecture en fait

458 **E-pu1 :** i's ont des problèmes d'autonomie / i's savent rien faire en autonomie en fait / i's savent pas être placés seul / face à un objectif

459 Ch : oui / vous voulez dire c'est presqu'une situation qu'i's ont jamais rencontrée

460 **E-pu1 :** ah oui / oui / i's découvrent total 'ment // certains euh ça les panique

461 Ch : d'accord / attendez / j'vais quand même le noter ça / c'est la situation d'être euh

462 **E-pu1 :** autonomie / c'est / c'est que'quechose qu'ils connaissent pas / i's ont pas expérimenté

463 Ch : avec un objectif complexe quoi ?

464 **E-pu1 :** pas forcément / un objectif et surtout / presqu'en autonomie / en leur disant / tiens v'là la procédure / v'là l'résultat qu'j'attends / à toi / d'lier les deux

465 Ch : oui / et est-ce que euh parmi les élèves là / qui ont continué leurs études ensuite/ /ceux-là n'avaient pas d'problème dès l'début / si vous vous en souvenez un p'tit peu ?

466 **E-pu1 :** c'est assez

467 Ch : ou est-ce qu'ils se démarquaient pas ?

468 **E-pu1:** on a plusieurs cas d'figures / y'en a qui sont partis d'extrêmes difficultés qui ont beaucoup progressé / euh / y'en a qui ont progressé qu'en terminale / on est sur des tranches d'âge où on n'peut pas savoir à l'avance /on peut pas repérer un profil en seconde pa'ce que ça peut aller dans les deux sens / ça peut énormément progressé en pleine formation / ou plonger ou euh /on est sur des adolescents de quinze à dix-huit ans / donc là / euh / ça va très très vite euh en un été / i's vont changer de comportement / de motivation /on peut pas vraiment /y'a pas d'profil

469 Ch : oui / oui /c'est des adolescents / quoi / ben voilà /donc c'est terminé / bon euh /j'peux prendre ce document ?

470 **E-pu1 :** mh

471 Ch : ça vous ennuie pas ?

472 **E-pu1 :** allez-y !

473 Ch : et donc en fait après / euh /j'espère pouvoir interroger d'autres enseignants // c'qu'il faudrait peut-être / si ça vous ennuie pas / que je vous // je vous entende en cours quand vous décrivez le travail / p't-être / juste dans cette salle-là / quand vous lancez le projet / si ça vous ennuie pas

474**E-pu1 :** en définitive non / ça m'ennuie pas / c'est d'jà lancé à l'ordi / demain matin i's sont en programmation sur les terminales /donc euh demain après-midi / vous avez cours

475 Ch : oui

476**E-pu1 :** p't-êtr la s'maine prochaine

477 Ch : mais / faut pas qu'ça vous ennuie ?

478 **E-pu1 :** ah / non / la s'maine prochaine / j'suis en formation aux Euca

479 Ch : oui

480 **E-pu1 :** avant les vacances / ça va être compliqué

481 Ch : ben après les vacances/ c'est pas grave/ c'est pour recueillir un travail consistant//enfin pour avoir un recueil qui se tiennent//en fait c'est pour vous entendre parler des pièces/ c'est pour vous entendre/ vous/ parler des pièces

482 **E-pu1 :** oui/ mais là/ vous allez m'prendre en cours de route/ donc vous risquez d'pas comp/// de pas maîtriser les mêmes termes qu'eux comprendre

483Ch : j'interviens pas//

Séquence 8 : le langage normalisé

484**E-pu1 :** oui/ oui/ mais ça va être très compliqué pour vous d'comprendre c'que j'leur raconte

485 Ch : oui//oui mais je repèr'rai bien quand même les mots … de mathématiques/ non ?

486 **E-pu1 :** certes

487 Ch : ….

489 **E-pu1 :** on est sur un aut' type de représentation//

490 Ch : d'accord

491 **E-pu1:** donc là/ (*voir Annexe des documents*) vous avez une représentation plane/ et là/ sur des classes comme les secondes et surtout avec les outils modernes qu'on a/ on est passé à des représentations mixtes/ c'est à dire à une représentation plane avec un aspect texturé/ on peut déjà/ un p'tit peu percevoir la forme générale de la pièce//ça permet d's' faire une idée des volumes pleins et creux en fait //que là (voir *Annexe des documents*)/ on a beaucoup d'mal/ les élève ont beaucoup d'mal à percevoir c'qui est plein/ c'qui est creux/ tandis qu'sur ce genre de représentation/ c'est tout d'suite plus intuitif

492 Ch : d'accord//ça (voir *Annexe des documents*) / c'est normé aussi ?

493 **E-pu1 :** oui et non

494 Ch : oui et non ? Euh / mais c'est utilisé par presque tous les enseignants et même euh//les professionnels

495 **E-pu1 :** c'est très répandu

496 Ch : d'accord

497 **E-pu1 :** les professionnels/ pas encore trop/ i's y viennent douc'ment

498 Ch : donc/ je note représentation texturée//donc ça c'est pour améliorer la vision dans l'espace en fait

499 **E-pu1 :** voilà/ voilà//c'est vraiment flagrant voyez//voilà/ là de suite/ ça saute aux yeux

500 Ch : mh// et donc ils commencent avec celle-ci ou celle-ci ?

501 **E-pu1 :** non/ celle-ci

502 Ch : celle-ci//oui/ c'est comme un aménag'ment pédagogique quoi en fait//un//donc non normalisée//mais vous aviez l'air de dire …

503 **E-pu1 :** de plus en plus

504 Ch : mais dans les usages

505 **E-pu1 :** très répandu

506 **Ch** : non normalisé mais très utilisé

507 **E-pu1 :** c'est//c'est la prochaine norme

508 Ch : oui//et la norme/ est-ce que votre corps de métier définit ces normes ou bien // ?

509 **E-pu1 :** en parties oui

510 Ch : d'accord

511 **E-pu1 :** c'est issu d'chez nous/ par exemple/ la la norme ISO 9000 et consort

512 Ch : oui

513 **E-pu1 :** toute la série des normes ISO qu'a été rendue//passée au grand public est issue à la base de l'industrie//cette procé//cette démarche qualité- standardisation

514 Ch : oui

515 **E-pu1 :** c'est qu'que chose qu'est mis en place depuis les années 50 dans l'industrie

516 Ch : d'accord

517 **E-pu1 :** qu'est arrivée très très tard dans l'grand public

518 Ch : et est-ce que vous connaissez la norme de ce//non ça c'est/ c'est la qualité//

519 **E-pu1 :** vous l'avez là la norme

520 Ch : à quel endroit ? D'accord//ça veut dire quoi ça exactement ?

521 **E-pu1 :** ça c'est euh le référentiel (47 : 00 *incompréhensible*) et ici/ vous avez euh la matière normalisée/ norme internationale//c'est assez technique hein/ vous comprenez

522 Ch : oui

523 **E-pu1 :** EN-AW/ c'est une norme générale de dessin pour la précision moyenne donnée

524 Ch : c'est ça qu'j'voulais savoir. EN/ c'est une abréviation de quoi en fait ?

525 **E-pu1 :** European Normalisée

526 Ch : et AW ?

527 **E-pu1 :** c'est le numéro dans la série d'normes

528 Ch : ah

529 **E-pu1 :** c'est des normes industrielles

530 Ch : c'est comme sur le tableur quoi/

531 **E-pu1 :** comme après l'EN-/ c'est un numéro//bon/ ben voilà/ c'est un numéro

532Ch : d'accord/ un numéro quoi

533 **E-pu1 :** voilà

534 Ch : un numéro avec des lettres

535 **E-pu1 :** voilà

536 Ch : bon merci/ c'est gentil//et donc ensuite vous leur donnez ça/ mais ça en fait/ c'est des coupes et puis euh d'la représentation//

537 **E-pu1 :** non/ là justement y'a pas d'coupe

538 Ch : là/ y'a pas d'coupe

539 **E-pu1 :** non/ c'est une vue par transparence (*voir Annexe des documents*) /

540 Ch : aah

541 **E-pu1 :** là c'est pointillé là vous avez une coupe//y'a une hachure (*voir Annexe des documents*) //si y'a pas de hachure/ c'est pas une coupe

542 Ch : (*rires*) … et ça c'est une représentation en perspective (*voir Annexe des documents pédagogiques*)

543 **E-pu1 :** isométrique (*voir Annexe des documents*)

544 Ch : enfin i 'manque quand même les pointillés mais c'est apparenté

545 **E-pu1 :** euh non //c'est une vue isométrique standard on met pas de pointillés dans les perspectives euh parce que ça devient illisible//donc y'a pas les éléments intérieurs

546 Ch : d'accord

547 **E-pu1 :** tout simplement parc 'qu'on les devine sur l'extérieur

548 Ch : donc c'est pas tout à fait la représentation qu'on leur fait faire en collège en maths ?

549 **E-pu1 :** c'est pas du tout la représentation qu'vous leur faites faire (*rire*)

550 Ch : oui//mais là/ s'il y'avait un parallélogramme/ y'aurait juste l'absence des arêtes non visibles/ c'est tout.

551 **E-pu1 :** ben elles y sont pas c'est tout//c'est euh/ c'est juste que là c'est //j'ai un p'tit/ un p'tit problème de configuration d'imprimante mais il en manque un peu

552 Ch : non/ non mais ça/ ça j'avais compris/ non non mais parce que vous dites « c'est pas du tout » / c'est quand même y'a quand même des éléments

553 **E-pu1 :** oui/ oui/ t'façon / nous on travaille sur des éléments d'base hein euh//on combine c'est tout

554 Ch : O.K. donc y'a d'accord … l'apprentissage//donc ça l'apprentissage de toutes ces normes là euh/ …

555 **E-pu1 :** construction/ c'est pas moi

556 Ch : d'accord/ c'est une autre matière en fait

557 **E-pu1 :** oui

558 Ch : et la construction/ est-ce que vous pourriez juste me donner une définition/ parce que j'suppose que vous en avez fait pendant vos études ?

559 **E-pu1 :** ah/ c'est obligatoire chez nous euh …

560 Ch : oui ?

561 **E-pu1 :** la construction/ c'est … c'est c'qui s'app'lait avant l'dessin technique//c'qui était bien plus approprié//

562 Ch : clair à comprendre/ oui//

563 **E-pu1 :** c'est uniquement la génération d'ce genre de plan.

564 Ch : donc c'est apprendre à générer des//

565 **E-pu1 :** à faire des plans/ des dessins normalisés et à les lire

566 Ch : d'accord/ apprendre //apprendre à faire … et lire des plans normalisés//d'accord//vous pouvez me montrer juste rapid'ment le logiciel ? (*éloignement vers le poste élève*)

567 **E-pu1 :** c'est en milieu d'cycle que ça commence à venir

568 Ch : donc c'est un peu comme dans n'importe quelle matière/ ils ont un gros stock de vocabulaire à apprendre quand même ?

569 **E-pu1 :** oui oui oui énorme/ surtout que nous ils ont beaucoup d'vocabulaire à apprendre sur tous les postes

570 Ch : oui oui

571 E-pu1 : en qualité/ en usinage/ en informatique/ y'a euh un nombre d'éléments nouveaux qu'est effarant

572 Ch : d'accord//bon/ ben j'vous r'mercie beaucoup

573 **E-pu1 :** mais de rien

574 Ch : ça m'a l'air bien touffu votre matière

575 **E-pu1 :** oui/ vous verrez ça sur la progression

576 Ch : oui

577 **E-pu1 :** et encore/ j'ai fait des coupes franches/ là dans la progression : j'ai enl'vé un tiers du référentiel

578 Ch : et oui //et est-ce que vous voyez une autre discipline métier qui s'rait euh/ oh pas la même que la votre/ mais qui utiliserait beaucoup de/ de solides ?

579 **E-pu1 :** euh en solides/ vous avez EDPI/ c'est euh conception d'produits

580 Ch : euh conceptions de produits //industriels ?

581 **E-pu1 :** oui euh //

582 Ch : d'accord

583 **E-pu1 :** euh avant/ ça s'app'lait CPI/ conception d'produits industriels/ mait'nant ça s'appelle EDPI/ donc c'est toute la partie/ la conception/ c'est entre l'ouvrier et l'ingénieur pour travailler

584Ch : d'accord

585 **E-pu1 :** on va dire c'est un dessinateur un p'tit peu évolué

589 Ch : (*rire*)

590 **E-pu1 :** c'est euh très axé sur l'dessin et la conception// alors eux/ i's mangent du 3D du matin au soir

591 Ch : d'accord//et ceux-là/ vous pensez que j'peux les trouver où ?

592 **E-pu1 :** alors fut un temps/y'en avait à Cannes/ je sais pas si i's y sont toujours/ à Hutinel// y'avait une section EDPI/ je sais pas si elle existe toujours

593 Ch : d'accord/ ben j'peux m'renseigner déjà

594 **E-pu1 :** ouais/ je sais qu'elle était en ballotage à un moment//

595 Ch : oui/d'accord//et donc vous/vous dites que votre formation/elle n'est pas très connue ?

596 **E-pu1 :** elle est même/totalement inconnue//

Séquence 9 hors micro

(*L'entretien se termine, sur une conclusion non enregistrée. Partie restituée de mémoire, le matériel d'enregistrement ayant été rangé.*)

597Ch : c'est pas comme les maths// mais bon / vous en faites plus trop des maths

- **E-pu1 :** ah non/ plus du tout//

2. Entretiens avec E-pu2, enseignant en productique usinage

2.1. Verbatim du premier entretien avec E-pu2 et deux élèves.

Présentation du verbatim.

Mode d'entretien : semi-directif

Niveau : première professionnelle

Etablissement : lycée des Eucalyptus de Nice

Lieu de l'entretien : dans l'atelier de productique usinage

Avancement dans l'année : 25 février 2012

Interlocuteurs : enseignant en productique usinage (E-pu2) ; élèves Alain (E1), Bertrand (E2) ; chercheuse (Ch). Les prénoms des élèves sont modifiés.

Durée de l'entretien : 8 min**.**

Découpage séquentiel : 9 séquences induites par les questions du questionnaire.

- Séquence 1 : le concept d'origine machine.
- Séquence 2 : conversation autour de la machine et du contrat de phase.
- Séquence 3 : conversation autour de la pièce.
- Séquence 4 : conversation autour des données : contrat de phase et machine- outil.
- Séquence 5 : conversation autour de l'outil.

Séquence 1 : le concept d'origine machine

1 E-pu2 : (*à l'attention de la chercheuse*) donc euh // prise d'origine machine/ c'est d'euh // faire en sorte de coïncider euh les éléments réels de la machine avec c'qu'on appelle l'origine machine // l'origine machine / c'est le départ si vou'voulez de l'origine constructeur qui permet euh / ensuite tous les préréglages euh qui vont v'nir par la suite euh/ en termes de position de pièce// donc euh on on va initialiser si vous voulez la machine/ c'est une une// on va déplacer euh essentiellement des axes en visualisant sur son écran et euh en //
(*à l'élève* E1) comment tu fais là ? comment t'as fait ? qu'est-ce que tu vas faire par exemple ?

2 E1 : euh/ là je fais mode mode manu / j'ai mis en marche la machine / j'ai fait euh encor' mode mode manu parc 'que c'était d'jà en mode manuel donc j'ai déplacé les / les axes X moins euh Y et Z

3 E-pu2 : donc là / tu viens d'déplacer les axes euh/ négatifs de la machine pour témoigner justement de cette origine machine qui est que (*inaudible*) prise de butée// c't-à-dire que c'est vraiment une limite physique/ si on atteint cette limite physique/ la machine se met en défaut/ on coupe euh // le contact électrique/ on arrête la puissance (*inaudible*)une histoire de prise de risque/ on peut taper// donc le constructeur a mis également une limite / euh au contact électrique// donc là/ i 's'est décalé d'sa butée parc 'qu'i va revenir sur sa butée (*à l'attention de l'élève* E1) mais en quel mode ?/ en quel mode ?

4 E1 : mode POM

5 E-pu2 : donc c'est un mode POM/ prise d'origine machine

6 E2 : c'est fait / m'sieur/ i' l'a déjà fait

7 E-pu2 : (*à l'attention de l'élève E2*) oh/euh/ il le refait là /
(*À l'attention de la chercheuse*) donc là/ i' va y aller en positif/ maint 'nant retourner vers cette origine et / c'est la machine qui va lui indiquer où s'arrêter/ c't-à-dire elle va s'arrêter tout 'seule// c'qu'i' n'peut pas faire en mode manuel bien sûr / si i 'fait ça donc/ i 'rentrera sur une butée

8 E1 : ça y est /c'est les POM

9 E-pu2 : voilà / donc là/ quand euh euh l'opération est effectuée qu'est-ce qui ? comment la machine t'indique qu'les POM sont réalisées ?

10 E1 : ben il arrête de clignoter

11 E-pu2 : donc là il est / il est rev'nu su'c'qu'on appelle l'origine machine/ euh en réalité y 'a deux origines/ origine mesure / origine machine/ on leur dit qu'c'est un peu confondu/ mais on voit qu'elles sont à trois millimètres euh (*montrant l'affichage numérique sur l'écran*)

Séquence 2 : machine à usiner et contrat de phase

12 E2 : (*inaudible*)
13 E-pu2 : (*à l'élève* E1) donc là ? euh / tu vas faire quoi ?
14 E1 : euh personnel 'ment j'suis pas sur cette machine /c'est lui
15 E-pu2 : (*aux élève* E1 *et* E2) qu'est-ce qu'i' va faire Bertrand ?
16 E2 : appeler l'programme
17 E-pu2 : i 'va charger l'programme ? vas y euh ? oui/ c'est bien ça / l'programme
18 E1 : on fait appel du programme m'sieur
19 E-pu2 : ce sont des programmes/ euh
20 E1 : (*cherchant dans une documentation*) il est là
21 E-pu2 : des programmes
22 E1 : (*à l'élève* E2) tu veux qu'j'le fasse ou qu'tu l'fasses ?
23 E-pu2 : qui sont mis en mémoire/ voilà (*à l'élève* E1) tu r'gardes/ si tu fais F2 / tu visualises et i 'va te dire si y'a l'programme ou pas/ donc là effectiv'ment ton programme il est déjà chargé/ donc un programme euh // comment vous allez faire euh un' fois qu'vous avez fait l'programme ?
24 E2 : (*inaudible*) j'le mets en mode continu
25 E-pu2 : là / tu usines tout d'suite là ?
26 E2 : ouais
27 E-pu2 : t'as pas des vérifications à faire ?
28 E2 : ouais j'ai fait (*inaudible*)
29 E-pu2 : ouais t'as une visualisation graphique / et tu fais confiance à euh // à ta…ah // tu fais confiance à la mémoire machine ? tu lances en mode continu et //
30 E2 : non mais (*inaudible*)
31 E-pu2 : par exemple/ là sur la machine/ qu'est-ce qu'i s'passe ? qu'est-c'qu' i 'y a sur la machine ?
32 E2 : ça tourne à vide
33 E-pu2 : ouais eh…
34 E2 : y'a rien là / faut mettr'la pièce
35 E-pu2 : tu sais c'qu'i' faut faire déjà ?
36 E-pu2 : (*à l'élève* E2) tu sais c'qu'i 'faut faire déjà ?
37 E2 : (*pas de réponse*)
38 E-pu2 : est-ce que tu/ tu as/tu as lu c'qui faut faire ?
39 E2 : non
40 E-pu2 : bon/ déjà faut commencer par voir c'qu'y a /qu'est-ce qu'y a sur ton contrat d'phase
41 E2 : y'en a pas m'sieur
42 E-pu2 : (*attente*) qu'est-ce qu'y a sur ton contrat d'phase ?
43 E2 : j'sais pas pa'c'que (*inaudible, mots couverts par ceux de l'enseignant*)
44 E-pu2 : (*s'adressant à l'élève* E1 *sur le poste de travail mitoyen*) m'sieur Alain//
45 E1 : oui
46 E-pu2 : donne-lui le…e (maintenu 2 secondes) contrat d'phase/ i 'va visualiser c'qu'y a à faire (E1 *passe le document appelé contrat de phase. Il s'agit d'une brochure d'une quinzaine de pages. Chaque page est un formulaire qui décrit les réglages et l'outillage d'une phase de fabrication.*)
47 E2 : i' va faire ça / les trous
48 E-pu2 : non
49 E2 : ceux-là
50 E-pu2 : (un bref silence) oui/ y'a un trou là/hum / mais les opérations
51 E1 : (*en pointant avec le doigt sur le contrat de phase tenu par l'élève* E2) faut faire c'trou-là

52 E-pu2 : (*toujours à* E2) tu utilises quoi ?
53 E2 : hum
54 E-pu2 : les opérations à effectuer / c'est quoi ?
55 E2 : (*silence*)
56 E-pu2 : hier/ tu faisais quoi/ hier ?

Séquence 3 : le concept de pièce

57 E2 : hier/ j'faisais la 130 (*inaudible*)
58 E-pu2 : hum ? ben voilà/ t'as fait quoi ?
59 E1 : (*montrant à l'emplacement des opérations sur le contrat de phase*) non/ regarde/ là/les trois opérations c'est usiner/ pointer/ percer
60 E-pu2 : voilà// donc usiner/ pointer/percer/ ta pièce au départ elle est comment ?
61 E2 : (*silence*) eh / là
62 E-pu2 : elle est où la pièce que tu vas usiner ?
63 E2 : (*il se penche pour saisir une pièce dans une pile accumulée au bord de son poste de travail ; les pièces ont été fabriquées par d'autres élèves à ce poste les jours précédents*)
64 E-pu2 : c'est celle-ci ?
65 E2 : oui
66 E-pu2 : t'es sûr ?
67 E2 : ouais/ pa'c'qu// pa'c'que là/ y'a pas le trou
68 E-pu2 : regarde la face devant// c'est quelle face ?
69 E2 : (*silence : il tient dans sa main droite le contrat de phase et dans sa main gauche la pièce qu'il a prélevée*)
70 E-pu2 : c'est quel numéro d'phase c'ui-là ?
71 E2 : (*il approche le document de son visage. Un moment d'attente*) j'sais pas m'sieur
72 E-pu2 : (*attente*)
73E2 : c'est pas écrit
74 E-pu2 : si/ c'est indiqué
75 E2 : la phase 90
76 E-pu2 : regarde la phase 80
77 E2 : (*il tourne une page, à rebours, dans le contrat de phase*)
78 E-pu2 : elle est comment la pièce ?
79 E2 : elle est carrée
80 E-pu2 : donc elle est comment ?
81 E2 : comment ça / elle est comment ?
82 E-pu2 : avant d'usiner la pièce/ elle est en phase 80// donc/ là / tu vas avoir une pièce à l'état de phase 80// avant d'faire la phase 90
(*Pendant ce temps, l'élève E1 feuillette le contrat de phase que tient l'élève E2 car il cherche une information relative au programme qu'il doit activer*.)
83 E-pu2 : (*désignant la pièce dans la main gauche de* E2) et la phase 80/ est-c'qu'elle est comm'ça ?
84 E2 : non ?
85 E-pu2 : elle est comment ?
86 E2 : (*silence*)
87 E-pu2 : hier/ tu faisais la phase 80
88 E2 : (*E2 repose la pièce et en cherche une autre, celle correspondant à la phase 80*.)
89 E1 : (*s'apprêtant à poser une question*) eh //
90 E2 : oui ?
91 E-pu2 : (*à l'élève* E2) aujourd'hui/tu vas faire la phase 90//90 (*à l'élève* E1) oui/ tu voulais savoir quoi ?

Séquence 4 : contrat de phase et machine à usiner

92 E1 : j'ai un doute sur l'numéro du programme/ c'est sur quelle fiche ?
93 E2 : elle est là
94 E-pu2 : c'est indiqué
95 E1 : (*en feuilletant avec* E2) ouais mais / ouais mais/ elle a été/ montée envers
96 E2 : (*en pointant sur le document de phase le numéro de programme*) 90/ c'est la phase 90 / c'est marqué là
(*La conversation de médiation pour aider l'élève E2 à comprendre sa tâche s'interrompt. L'élève E1 ne sait pas comment activer un programme en mémoire dans la machine à commandes numériques. Il pense à tort qu'il doit le charger.*)
97 E1 : trente-sept/ soixante-et-onze
98 E2 : 90/ ave' la phase 90 (*montrant du doigt l'emplacement du numéro de phase*)
99 E-pu2 : (*à la chercheuse*) là/ c'est un dossier d'fabrication
100 E1 : ouais c'est là
101 E-pu2 : dans l'quel i's ont un peu toutes les informations
102 Ch : oui/et là (*montrant une fiche posée sur l'établi*) c'est la feuille en fait/ c'est l'contrat d'phase du jeune homme
103 E-pu2 : voilà
104 Ch : j'peux l'prendre pour compléter ? (*Ch cherche récupérer le document sur lequel les élèves travaillent.*)
105 E-pu2 : oui bien sûr/ c'est pas exactement celui-ci parc 'que c'est/ on a deux pièces qui s'ressemblent// on a deux axes
106 Ch : ah d'accord/ ah ben j'le repose alors
107 E-pu2 : euh
108 E1 : j'ai un souci avec l'appel de
109 E-pu2 : non/ pa'c'qu'il est déjà chargé ton programme
110 E2 : il est déjà chargé/ tu le fais
111 E-pu2 : il est déjà en mémoire parc 'que c'est l'programme qu'était utilisé avant
112 E1 : comment j'fais pour appl'er un programme en mémoire courante ?
113 E-pu2 : là/ si tu mets là// alors t'as just' fait une erreur de procédure/ si tu mets en mode chargement/là/ quand tu fais choix du programme courant/ i 'faut qu'tu fasses départ cycle/ mais là/ il est déjà en programme (*lapsus de mémoire*) / vous avez pas à l'changer
114 E-pu2 : donc ta pièce/ elle est comment ? (*E-pu2 reprend la conversation avec E2*)
115 E2 : (*il saisit une pièce dans une pile différente de la précédente.*)
116 E-pu2 : voilà/usiner / qu'est-c'que tu vas faire d'ssus ?
117 E2 : (*en pointant la figure et en caressant la surface de la pièce du doigt*) cette phase-là
(*il prononce* faz] *et non* [fas])
118 E-pu2 : comment ?
119 E2 : (*à mi-voix*) cette phase-là
120 E-pu2 : ouais/ tu vas faire c'qu'on appelle un épaul'ment
(E2 *mime avec la main deux sections orthogonales sur la pièce qu'il tient de l'autre main*)
121 E1 :(*étendant le bras pour désigner l'outil installé*) déjà/ c'est pas l'bon outil
122 E-pu2 : (*à l'élève* E2) est-c'que c'est l'bon outil ? (*en aparté à* E1) c'est bien
123 E2 : (*silence*)

Séquence 5 : le concept d'outil

124 E-pu2 : si tu commences avec cet outil/ qu'est-c'qu'i risque d'avoir ?
125 E2 : i 'va percer
126 E-pu2 : au départ qu'est-c'qu'i' doit faire comme opération ? regarde/ i 'perce ?

127 E2 : non / il usine
128 E-pu2 : il usine/ et si toi/ tu lances le programme/ qu'est-c'qui va s'passer ?
129 E2 : i 'va m'demander l'matériel/ l'bon outil
130 E-pu2 : voilà/et si c'est pas l'bon outil ? qu'est-ce qu'i risque d'avoir ?
131 E2 : d'la casse
132 E-pu2 : pourquoi y'a d'la casse ?
133 E2 : pa'c'que c'est pas l'bon outil
134 E-pu2 : voilà/ mais en quoi ? c'est quoi qui / qui différencie c'ui-là par rapport à l'outil ?
135 E1 : le foret
136 E-pu2 : (*attente*) c'est un foret// et regarde/ qu'est-c'qu'on doit prendre ?
137 E1 : la fraise
138 E-pu2 : qu'est-c'qui différencie la fraise du foret ?
139 E2 : (*il saisit une fraise*) plus grosse
140 E-pu2 : compare-les / là
141 E2 : (*regardant vers le foret*) plus petit
142 E-pu2 : voilà/ il est plus petit/nous on a tendance avec le point qui est piloté par l'outil en programme à arriver à 3/ 4 millimètres de la pièce en rapide/ si on utilise un foret plus long/ lui pensant qu'l'outil/ il est comme ça (*comme la fraise*) /i 'va am'ner ça à 5 millimètres de la pièce et i va taper dans la pièce/ donc là/ tu vas installer le bon outil et installer correctement la pièce (*à la chercheuse*) bon/ ça / toutes les procédures i's ont sur des fiches

2.2. Verbatim du second entretien semi-dirigé avec E-pu2

Présentation du verbatim

Mode d'entretien : semi-directif.
Niveau : première professionnelle
Etablissement : lycée des Eucalyptus de Nice
Lieu de l'entretien : dans l'atelier
Avancement dans l'année : 24 février 2012
Interlocuteurs : enseignant en productique usinage (E-pu2), chercheuse (Ch),
Des élèves sont présents dans l'atelier mais ne prennent pas par à la conversation.
Durée de l'entretien : 5 min
Découpage séquentiel en 2 séquences

- Séquence 1 : l'enseignement des vecteurs.
- Séquence 2 : la liaison disciplinaire avec les mathématiques.

Séquence 1 : l'enseignement des vecteurs

1 Ch : indiquer les savoirs sur les vecteurs nécessaires pour le baccalauréat productique-usinage ?
2 E-pu2 : comprendre la différence entre sens et direction/ c'est la position dans le repère/ comprendre les changements de repère/ on recherche ce vecteur/ mais aussi la norme qu'ils recherchent/ / un vecteur reste un modèle mathématique d'une force/ d'une tension/ d'un déplacement// si j'enlève les éléments/ il reste la chaîne vectorielle

Séquence 2 : la liaison disciplinaire avec les mathématiques

3 Ch : avez-vous, en 2011-2012, collaboré avec un enseignant de mathématiques de vos élèves ? Si oui, sur quels points ?
4 E-pu2 : les nombres relatifs/ l'addition// les repères de l'espace / calculer les points d'un profil // au fur et à mesure

3. Entretiens avec E-cm, enseignant en construction mécanique

3.1. Verbatim du premier entretien libre avec E-cm

Présentation du verbatim

Mode d'entretien : libre.

Niveau : seconde professionnelle

Etablissement : lycée des Eucalyptus de Nice

Lieu de l'entretien : dans la salle de travaux pratiques ou dans le bureau attenant

Avancement dans l'année : 24 février 2012

Interlocuteurs : enseignant en construction mécanique (E-cm), 5 élèves, chercheuse (Ch).

Durée de l'entretien : 50 min.

Découpage séquentiel en 4 séquences

- Séquence 1 : présentation spontanée de la discipline.
- Séquence 2 : interrogation improvisée en mathématiques.
- Séquence 3 : collecte des réponses des 5 élèves.
- Séquence 4 : anecdote personnelle sur les mathématiques.

Séquence 1 : présentation spontanée de la discipline

1 Ch : pourriez-vous d'abord présenter votre discipline s'il vous plaît ?

2 E-cm : (*l'enseignant va au tableau et dessine une « bulle » qu'il légende « construction » et il ajoute des flèches sortantes au fur et à mesure de ses commentaires*) y' a l'enseignement professionnel et la construction// avec un référentiel commun dans le lycée (*1ère flèche*) / ensuite le but/ c'est la lecture de tous les documents techniques (*2e flèche*) / plan/ plan 3D / éclatés/ nomenclature //la physique (*3e flèche*) statique/ dynamique // la compréhension des systèmes d'énergie / la transmission/la transformation par le mouvement en maintenance fabrication et l'électricité en automobile // y' aussi l'écriture (*4e flèche*) / la mise en plan et les modifications jusqu'à 13h par semaine en EDPI // faut voir la plaquette du lycée

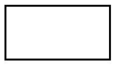
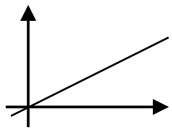
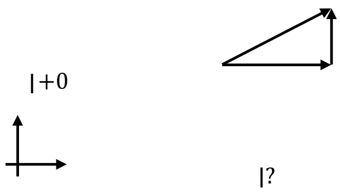
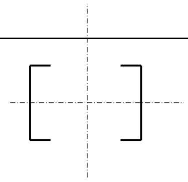
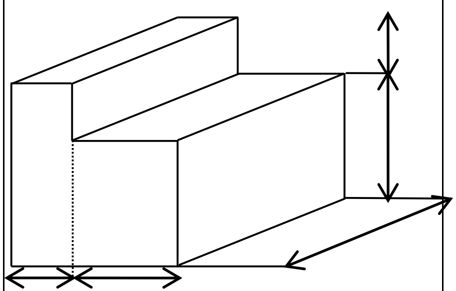
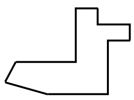
4 Ch : je voudrais que vous me parliez des connaissances mathématiques de vos élèves, me dire ce que vous avez repéré comme savoir-faire/ ceux qui sont maîtrisés/ ceux qui ne le sont pas/ ce genre de choses

5 E-cm : y'a d'gros problèmes en maths/ savoir mesurer/ savoir mesurer en millimètre / c'est la panique en dehors du centimètre// les surfaces/ les volumes/ les densités// dans la plupart des métiers il y a nécessité de métrer // aussi les vecteurs des efforts// la première chose c'est de pas parler des maths/ de s'détacher/ si on peut s'passer des maths/ c'est OK/ c'est l'résultat qui compte//(*silence*) y'a aussi les volumes/ les intervalles de tolérances/ le calcul de cote moyenne les conversions les échelles//mais je crois qu'vous vous rendez pas compte du niveau qu'i 's'ont/ tenez on va faire un test (*5 élèves travaillent en autonomie sur un logiciel ; l'enseignant appelle les élèves ; l'enseignant va au tableau ; s'adressant aux élèves*) j'vais vous poser dix questions / vous répondez

(*L'enseignant écrit ou dessine au tableau en liste et dit en même temps les questions*.)

Séquence 2 : monologue d'E-cm improvisant une interrogation en mathématiques

(*A ce moment de l'entretien, nous optons pour une présentation différente : ceci est la partie monologique du tour de parole n°5*)

Question	Ce qu'E-cm écrit au tableau	Ce qu'E-cm dit aux élèves
1	$a = \frac{b}{c}$ $c = ?$	que vaut *c* ?
2		combien y a-t-il de diagonale ?
3	x^2	si *x* égal 3 pouvez-vous me donner le résultat?
4		si *x* égale 0 pouvez-vous me dire combien vaut *y* ?
5	$2x = 3 + 2$ $x = ?$	
6		j'suis sur une commande numérique/ j'fais un déplac'ment on est là/ vu de dessus (*l'enseignant pointe le repère qu'il a dessiné avec le bâton de craie*)
7	 a) pas de symétrie b) une symétrie c) deux symétries	
8		quel est l'encombrement de la pièce ? en litre cube (*les mesures sont implicitement exprimées en centimètres*)
9	$8 = 5 - 4 + a$ $a = ?$	
10		combien y a-t-il de côtés ?

Séquence 3 : collecte des réponses des 5 élèves

(*Ici, nous n'avons pas noté la totalité des interactions. Les élèves ont noté leurs réponses au fur et à mesure ; l'enseignant donne la réponse correcte puis leur demande à chaque fois de lever la main si leur propre réponse est correcte puis il demande ce qu'ont répondu les autres*.)

N° de question	Rappel de la question	Taux de réponses justes	Remarques
1	$a = \frac{b}{c}$ $c = ?$	1/5	La nullité de a n'est pas discutée.
2	Nombre de diagonales dans un rectangle.	3/5	Un élève russophone : c'est quoi une diagonale ? Un élève n'a pas répondu.
3	Elever 3 au carré	4/5	Un élève a écrit : 3^2.
4	Ordonnée à l'origine d'une droite de pente finie passant par 0	2/5	
5	Résoudre dans IR, $2\,x = 3 + 2$.	2/5	Un élève a répondu : 10. Un élève a répondu : 3. Un élève a répondu : $x = 3+2$
6	Calcul des coordonnées du point image de $A\left\vert\begin{matrix}+0\\+12\\+26\end{matrix}\right.$ par $v\left\vert\begin{matrix}100\\20\\0\end{matrix}\right.$	0/5	Les réponses des élèves sont : $B\left\vert\begin{matrix}0\\100\\20\end{matrix}\right.$ $B\left\vert\begin{matrix}100\\0\\46\end{matrix}\right.$ $B\left\vert\begin{matrix}20\\112\\26\end{matrix}\right.$ $B\left\vert\begin{matrix}0\\32\\126\end{matrix}\right.$ Un élève ne répond pas.
7	Nombre d'axes de symétries	5/5	
8	Encombrement d'un prisme droit (en L^3)	1/5	Un élève répond 300.
9	Résoudre dans IR, $8 = 5 - 4 + a$	3/5	
10	Nombre de côtés d'un polygone dessiné	4/5	

Séquence 4 : anecdote personnelle sur les mathématiques

6 E-cm : j'vois mon fils 'a / l'autre jour/ j'ai du tout lui réexpliqué son cours/ y'avait tout un calcul pour montrer que le –b sur 2a c'était l'sommet d'la parabole/ mais qu'est-ce qu'on va les embêter avec ça ? // d'abord l'prof de maths/ i 's'était trompé / et puis ensuite/ j'lui ai montré et il a compris

(*Le programme de seconde indique :*
« les résultats concernant les variations des fonctions polynômes de degré 2 (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes sont donnés en classe et connus des élèves, mais peuvent être partiellement ou totalement admis.
Savoir mettre sous forme canonique un polynôme de degré 2 n'est pas un attendu du programme » BOEN n°30 du 23juillet 2009.)

3.2. Verbatim du second entretien semi-dirigé avec E-cm

Présentation du verbatim

Mode d'entretien : semi-directif

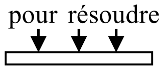
Niveau : seconde professionnelle

Etablissement : lycée des Eucalyptus de Nice
Lieu de l'entretien : dans la salle de travaux pratiques ou dans le bureau attenant
Avancement dans l'année : 24 février 2012
Interlocuteurs : enseignant en construction mécanique (E-cm) chercheuse (Ch),
5 élèves sont présents dans la salle de classe.
Durée de l'entretien : 5 min.
Découpage séquentiel en 2 séquences

- Séquence 1 : l'enseignement des vecteurs.
- Séquence 2 : la liaison disciplinaire avec les mathématiques.

Séquence 1 : l'enseignement des vecteurs.

1 Ch. Indiquer les savoirs sur les vecteurs nécessaires pour le baccalauréat productique-usinage ?

2 E-cm : la chaîne de cote le transfert des cotes // en seconde/les notations $\overrightarrow{F_{A_{1\to 2}}}$ en physique et $\overrightarrow{A_{1/2}}$ en France en construction// le produit vectoriel pour résoudre des forces parallèles par exemple sur une poutre (*l'enseignant griffonne un dessin*)  // les torseurs jusqu'au niveau 3 dans le référentiel TU // aussi le lien entre la réalité et l'outil théorique

Séquence 2 : la liaison disciplinaire avec les mathématiques

3 Ch : Avez-vous, en 2011-2012, collaboré avec un enseignant de mathématiques de vos élèves ? Si oui, sur quels points ?

4 E-cm : les opérations élémentaires sur des nombres de type a b c d/ le calcul de grandeurs / les vecteurs en TU// graphiquement savoir le dessiner/ savoir additionner les vecteurs v + u + w = z

4. Sondage auprès des enseignants de mathématiques

Présentation du sondage

Contexte du sondage : journée de formation continue organisée par l'académie du Var et des Alpes-Maritimes à propos de la géométrie (passage de l'espace au plan), suite à la réforme du programme de mathématiques et sciences physiques et chimiques (BOEN spécial n°2 du 19/02/2009).

Population sondée : 48 enseignants polyvalents en mathématiques de lycée professionnel du Var ou des Alpes-Maritimes.

Support du sondage : individuel et sur papier

Mode de sondage : libre et anonyme (47 réponses plus ou moins complètes sur 48 présents). Le sondage est présenté en fin de matinée au cours de la journée de formation, avant la pause du déjeuner.

Niveau : lycée professionnel

Etablissement : lycée Gallieni de Fréjus

Lieu de l'entretien : salle banalisée.

Avancement dans l'année : 13 avril 2011

Durée du sondage : 5 min**.**

Questionnaire

Q1 : quelle est votre formation initiale (discipline principale, niveau) ?

Q2 : avez-vous collaboré ou collaborez-vous avec une autre discipline ? Si oui avec laquelle ?

Q3 : selon vous, quels sont les savoirs de vos élèves en calcul ?

Q4 : selon vous, en calcul, quels sont les savoir- faire acquis par vos élèves ?

Q5 : selon vous, quels sont les savoirs de vos élèves en géométrie ?

Q6 : selon vous, en géométrie, quels sont les savoir- faire acquis par vos élèves ?

Données relatives à la collaboration entre disciplines : Q1, Q2

Q1 : quelle est votre formation initiale ?			**Q2 : avez-vous collaboré avec une autre discipline ?**	
n°	**Discipline**	**Niveau**	**Oui/non**	**Si oui, quelle discipline ?**
1	physique	5	oui	topographie
2	chimie	3	oui	hygiène en sciences
3	chimie	4	non	
4	chimie	4	non	
5	Informatique	4	non	
6	métrologie	2	oui	construction de bâtiment
7	mathématiques	3	non	

8	physique	4	oui	Histoire
9	physique	3	oui	Electricité
10	physique	3	oui	Paramédical
11	physique	4	non	
12	physique	4	oui	Vente et commerce
13	physique	3	non	
14	physique	3	non	
15	chimie	4	non	
16	mathématiques	4	non	
17	math- info	3	non	
18	mathématiques	3	non	
19	physique	5	non	
20	physique	2	non	
21	math- info	2	oui	
22	chimie	5	non	
23	chimie	2	non	
24	mathématiques	4	non	
25	chimie	5	non	
26	physique	4	non	
27	physique	3	non	
28	physique	5	non	
29	chimie	3	non	
30	physique	2	oui	Vente et commerce
31	MAS	3	oui	Vente et commerce

32	chimie	5	oui	Vente et commerce
33	chimie	4	non	
34	physique	4	non	
35	chimie		non	
36	mathématiques	4	non	
37	math- info	4	non	
38	Informatique	4	non	
39	physique	3	non	
40	mathématiques	4	non	
41	mathématiques	4	non	
42	mathématiques	3	non	
43	mathématiques	3	non	
44	chimie	4	non	
45	mathématiques	3	non	
46	physique	5	non	
47	physique	8	non	

Données relatives aux savoirs des élèves : Q3, Q4, Q5, Q6

N°	**Q3 :** selon vous, quels sont les savoirs de vos élèves en calcul ?	**Q4 :** selon vous, en calcul, quels sont les savoir- faire acquis par vos élèves ?	**Q5** : selon vous, quels sont les savoirs de vos élèves en géométrie ?	**Q 6 :** selon vous, en géométrie, quels sont les savoir- faire acquis par vos élèves ?	**Nombre d'items cités**
1	proportionnalité	proportionnalité	Pythagore	solide en perspective	4
2	proportionnalité	résolution d'une équation de degré 1	Un triangle rectangle possède un angle droit.	tracer un cercle inscrit/ circonscrit	5
3	dérivée	produit en croix			0
4	addition, soustraction, division, multiplication		triangle, cercle, rectangle, carré		4
5	Pythagore	Moyenne pondérée			2
6	tableau de proportionnalité	savoir utilise rune machine graphique dans l'étude des fonctions	Pythagore	appliquer une méthode pour résoudre un problème	4
7	Les 4 opérations sur les nombres entiers	équation		tracer un triangle connaissant 3 longueurs ou 2 longueurs et 1 angle	4
8	proportionnalité	équation	calcul de surface et de périmètre	calcul de volume	5
9	dérivée	multiplication par 0	Pythagore	tracer un cercle	4
10	additionner deux nombres positifs	allumer la machine			2
11					0
12					0
13					0
14	équation	développer	Pythagore	tracer une droite	4
15	l'addition	les pourcentages	construire une figure usuelle	Utiliser Pythagore	4
16	les aires	produit en croix			2
17	calcul d'aire d'une figure simple $A = l \times L$	proportionnalité	identifier une figure simple	vocabulaire de géométrie	4
18	calcul d'aire	4^e proportionnelle	Situation de Pythagore	somme de vecteurs	4
19		produit en croix	Pythagore	construction de figures	3
20	résolution équation second degré				1
21	produit en croix	résolution d'une équation à 1 inconnue	droites orthogonales, parallèles	périmètre et aire	6
22	proportionnalité	produit en croix	Pythagore	Pythagore	3
23				construction de triangles	1
24	Les 4 opérations	pourcentages	construire une figure usuelle	utiliser Thalès	4

25		produit en croix		patron	2
26	Les 4 opérations	résolution d'une équation de degré 1 simple	reconnaître une figure usuelle : point, segment, droite, //, ⊥	perspective cavalière	6
27	statistiques	pourcentages			2
28	proportionnalité	moyenne statistique	la symétrie	créations de sections planes à partir de solides de l'espace	4
29	proportionnalité				1
30		EXCEL			1
31	proportionnalité	tableau de valeurs			2
32	proportionnalité	calculs d'images de fonction			2
33		proportionnalité		Utiliser Pythagore	2
34	proportionnalité	fréquence	Pythagore	Agrandissement	4
35	addition, soustraction, division, multiplication	opérations	figures usuelles	Utiliser les instruments de géométrie	7
36	priorité opératoire	calculatrice	Pythagore	instruments de géométrie	4
37	priorité opératoire	calculatrice	Thalès	instruments de géométrie	4
38	utiliser des formules		figures planes	logiciel Géométrie	3
39	addition, soustraction, division, multiplication	proportionnalité			5
40		pourcentages	Pythagore	calcul d'aire	3
41	addition, soustraction, division, multiplication		Tracé d'une droite	Pythagore	6
42	proportionnalité	résolution d'équations			2
43	proportionnalité	produit en croix		calcul d'aire	3
44	proportionnalité	pourcentages		calcul de volume	3
45		produit en croix		calcul d'aire	2
46	équation du 1er degré	produit en croix	Pythagore	construction une figure simple	4
47	somme des angles	proportionnalité	propriétés des volumes	calcul de surface	4

5. Autobiographies mathématiques d'étudiants de licence scientifique (L2)

Production d'Albert

Il y a très longtemps, au primaire, je ne comprenais pas le symbole × de la multiplication. J'ai cru pendant au moins une semaine à l'époque que mon enseignant faisait ~~le~~ + de l'addition mais en dessinant mal le symbole. De plus, il aura fallu que ma mère m'explique qu'une multiplication n'est juste qu'une suite d'additions pour que je comprenne leur fonctionnement. En effet, 4 × 4 est aussi égal à 4 + 4 + 4 + 4 = 16. Ce jour là, j'ai pris conscience que les mathématiques et encore plus les multiplications faisaient partie intégrante de la vie de tous les jours pour tous les êtres humains.

outils de la multiplication	1998	année de CE2	au moins une semaine + cours	pris conscience après une semaine	mère enseignant + vie de tous les jours

Production de Philippe

récit d'une prise de conscience mathématique:

Je devais être en CE2, lors d'un exercice avec un ami plus agé j'ai découvert la division. Je revoie encore le dessin d'un pré avec 12 moutons. Mon camarade m'a expliqué ce que représentait $\frac{1}{12}$ du troupeau et m'a ensuite demandé de lui montrer $\frac{3}{12}$, $\frac{8}{12}$ ... à la fin il m'a avoué que j'avais compris cette opération complexe qu'était la division.

intemporalité: la division/fraction.
temps calendrier: 1998-1999.
temps institutionnel: une demi-heure.
temps didactique: un exercice.
temps subjectif : "découvert"
"cette opération complexe"
autrui : mon camarade = paire.

Production de Louise

La première fois que j'ai abordé les tableaux de signe j'étais en classe de seconde. En classe, je n'avais pas compris la méthode. J'ai alors demandé à mon beau frère de m'expliquer. Il m'a refait la démonstration, puis on a fait quelques exemples. J'ai été surprise de comprendre aussi rapidement, alors que j'avais essayer de comprendre par moi-même pendant une période relativement longue. Ce qui m'a permis de comprendre est le fait que mon beau-frère a fait toutes les étapes intermédiaires, ce qui n'avait pas été fait en classe de manière aussi "approfondie".

Intemporalité de l'objet mathématique : les tableaux de signe
Temps calendrier : 2006
Temps institutionnel : classe de seconde
Temps didactique : "rapidement"
Temps subjectif : "une période relativement longue", "surprise"
Autrui : beau frère, cahier

Production de Charles

j'ai compris que
(law)
• Dans le math il y a des roules qui sont
different pour l'addition où la subtraction
par example $a+b=b+a$ est vrai mais
$a-b=b-a$ c'est seulement vrai si $a=b$
c'était dans le lycée il y a huit ans
et je peux me souvenir très clairement à ce
moment là dans la classe.

(Avant je ai esseyé de le comprendre
et après je me suis senter
très bien, parceque j'ai réussit quelque chose)

Intemporalité: l'addition et le subtraction
calendrier: 2002
institutional: ~~4 ans de Math~~ 30min
Didactique: ~~quelques minutes dans la class~~ le cours
subjetif: fière de le comprendre
Autrui: la class

Production de Jeanne

Je me souviens que pendant l'année de première j'avais des difficultés à repérer les polynômes du second degré du type ax^2+bx+c. Dans les exercices complexes, je ne les voyais pas. Un jour, une bonne copine à moi m'a expliqué sa technique : à chaque exercice son premier réflexe était de repérer les polynômes. Pour cela, elle vérifiait les puissances et le fait que ce soit une addition.

Maintenant pour chaque équation, je vérifie si je me trouve en présence d'un polynôme.

Intemporalité	Tps calendrier	Tps institutionnel	Tps didactique	Tps subjectif	Autrui
polynôme du second degré	2007/2008	année de 1ère 36 semaines	en un jour	avant/après	"une bonne copine à moi"

Production de Françoise

Lorsque j'étais en première, j'ai eu quelques difficultés à aborder les barycentres. Ayant toujours refusé d'apprendre les formules mathématiques par coeur, je me suis penchée sur l'origine de ce mot afin d'en découvrir la signification : le centre des masses. J'ai alors compris quelques jours plus tard qu'il suffisait d'imaginer des poids en chaque point et une sorte de balance dont on bougerait le pivot pour obtenir un équilibre horizontal. Cette représentation mentale m'a permis de comprendre la formule et de la retrouver. Cette expérience m'a également montré qu'il existe un lien entre les mathématiques et les activités extérieures.

Intemporalité	Temps du calendrier	Temps institutionnel	Temps subjectif	Temps didactique	Autrui
barycentres	2006	année scolaire	découvrir, imaginer	quelques jours	sous entendu professeur, + outil de recherche

ANNEXE DES DOCUMENTS

1. Les documents pédagogiques

Documents pédagogiques en productique usinage

Entête de fiche d'observation : La chaîne géométrique (E-pu2)

BEP

des métiers de la production mécanique informatisée

Définition des activités associées au centre d'intérêt et aux compétences

Période	
2 BEP	T BEP
Septembre – Octobre	
Novembre – Décembre	
Janvier – Février	
Mars - Avril	
Mai - Juin	

Centre d'intérêt N°7 : La chaîne géométrique :

Relation machine/porte-pièce & relation machine/porte-outils/outils.

Point(s) clé :

Identifier les différentes origines et repères de la chaîne géométrique

Compétences visées	
C1.3	Décoder et exploiter les données techniques relatives à la réalisation d'une pièce et au montage d'un mécanisme.
C2.2	Organiser et équiper le poste de travail.

Savoirs technologiques associés	N.A.
S2.2.1 - Machines outils : axes et repères .	3
S2.2.2 - Relation machine/porte-pièce/pièce	3
S2.2.3-Relation machine/porte-outils/outils.	3
S2.2.4-Préréglage des outillages.	2

Objectifs pédagogiques

Identifier la chaîne géométrique, repérer la Pref suivant Z sur une fraiseuse verticale à commande numérique.

Activités proposées aux élèves		Zones				
Contexte : 1-Apports théoriques 2-Démonstrations 3-Activités 4-Synthèse		Préparation du travail	Préparation des outillages	Réalisation des usinages	Réalisation des assemblages	Apport théorique nécessaire
1	**Identifier tous les éléments de la chaîne géométrique.**					
2	**Identifier et matérialiser les différentes origines de la chaîne géométrique.**					
3	**Apprendre à Identifier,préparer et utiliser les différents types de porte-pièce.**					
4	**Apprendre à identifier , préparer utiliser les différents types d'outils et de porte-outil.**					

Commentaires

Il s'agit dans cette phase d'intégration , d'acquérir les connaissances nécessaires à la préparation de l'usinage,par un apport théorique puis en conduisant des activités professionnelles de préparation du poste de travail. Ces activités de préparation seront suivies d'activités d'usinage.

Support(s) de formation associé(s) aux activités proposées

Tous.

Exercice de fiche d'observation : les différentes origines (E-pu2)

Bernardini Florian 1BPTU

Fiche d'observation C.I.14	2NDE BEP MPMI

Les préréglages (Pref-Dec)

Fiche d'observation N°1 :

Consigne d'observation :

1) Prendre connaissance du travail à réaliser et renseigner la figure 1.

En situation d'usinage et / ou de manipulation :

2) Sur la figure 2 :

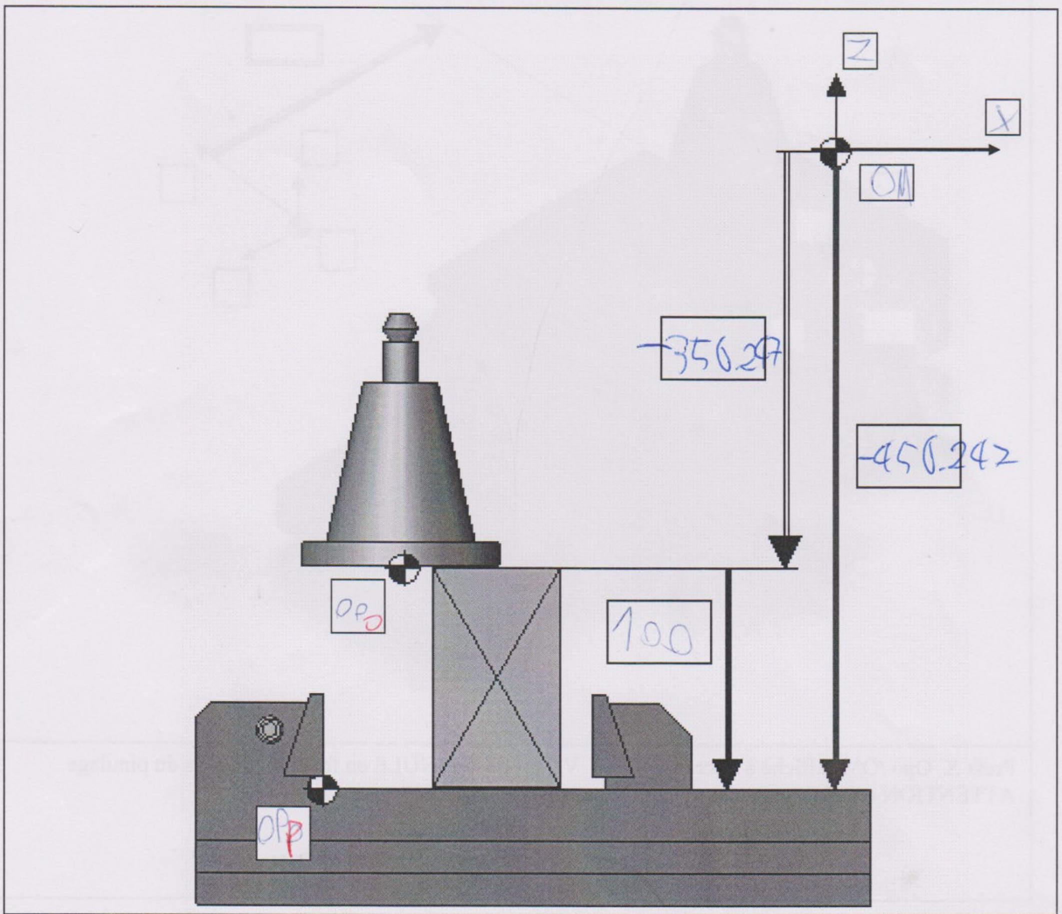
- *repérer les Origine Machine (OM), Origine pièce (Op.), Origine Porte Outil (OPo) dans les cadres correspondants.*
- *situer les axes numériques (translation)* ***Y et Z****.*

3) Compléter les cadres correspondants aux flèches par leur valeur respective.

4) Calculer la valeur des Prefs suivant l'axe Z.

L'observation guidée proposée dans cette fiche doit se dérouler lors d'une activité de manipulation de la machine.
Machine-outil : ……………………
Produit : ……………………………..
Pièce réalisée : ……………………
Numéro de phase : …………………..

Figure N°1 : Contexte opératoire



Prefs Z= Opo /OM (affiché à l'écran) + Valeur de la cale étalon ATTENTION on additionne des valeurs négatives.

Prefs Z=…-456,242……………

Exercice de fiche d'observation : les différentes origines (E-pu1)

COMMANDE NUMERIQUE FRAISAGE	**Identifier les différentes origines et repères de la chaîne géométrique**	**2 MPMI**
	C2.2 Organiser et équiper le poste de travail. S2.2.1 - Machines outils : axes et repères .	**Fév-Mars**

Comment connaître les différentes origines ?

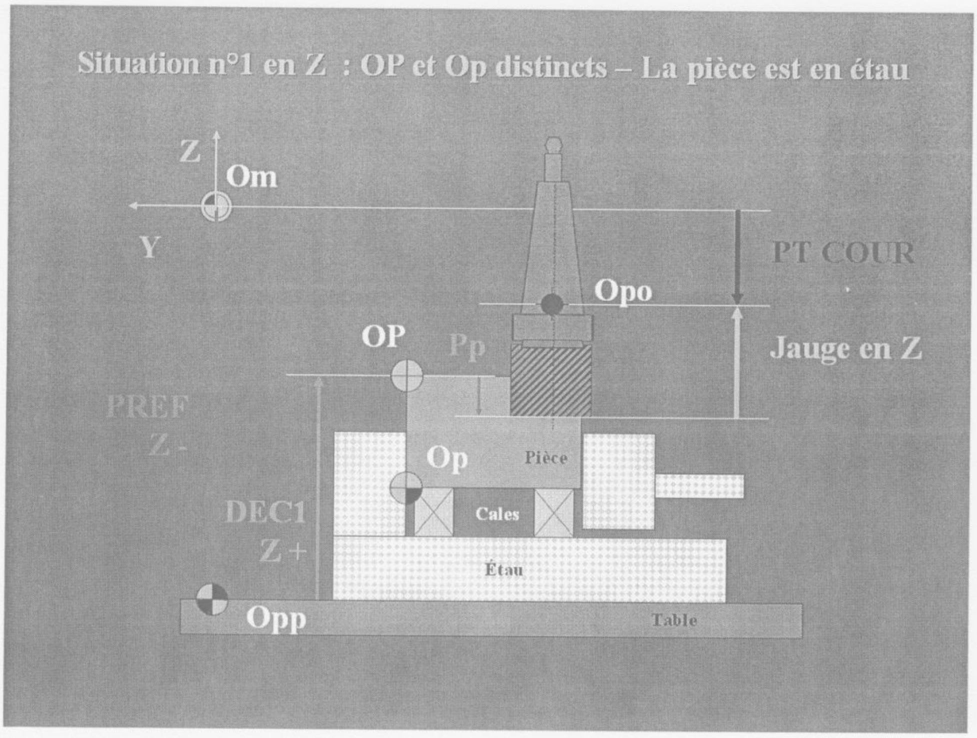
OM ⟶

Om ⟶

Opp ⟶

Op ⟶

OP ⟶



Fiche d'observation ; point générateur dans la chaîne géométrique (E-pu2)

Fiche d'observation N°3

La chaîne géométrique : relation machine / porte pièce / pièce ; relation machine / porte outil / outil en FRAISAGE CN

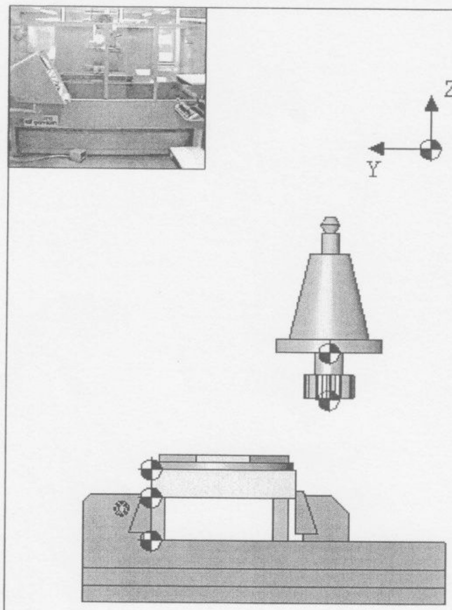
Consignes d'observation Centre d'Intérêt CI 7 :

1 : Le travail proposé est à effectuer durant le test du programme. prendre connaissance du travail à effectuer et renseigner la fig.1.
2 : Sur la fig.2 positionner les repères des origines Om, Op, OP, Opo, Pg.
3 : Relier les cases entre elles fig.2
4 : Sur la fig.3 placer les origines sur la chaîne géométrique?.

L'observation guidée proposée dans cette fiche doit se dérouler lors d'une activité de manipulation de la machine.
Machine-outil : ……………………….
Produit : ……………………………..
Pièce réalisée : ……………………….
Numéro de phase : …………………..

Fig. 1: Contexte opératoire

1) Sur la Fraiseuse CN à quoi correspond les POM ?



INDICATION :
Op : Origine Pièce
OP : Origine Programme
Opo : Origine porte outil
Om : Origine mesure
OM : Origine machine
Pg : Point générateur (parti de l'outil en contact avec la pièce)

Relier les éléments de la machines aux origines correspondantes :

Nez de broche	□	□	Pg
Fond d'étau OM/Om	□	□	
Pièce	□	□	Opo
Position Z0	□	□	OP
Outil	□	□	Op
Pïèce	□	□	Opp

2) COMPLETER LES BULLES.

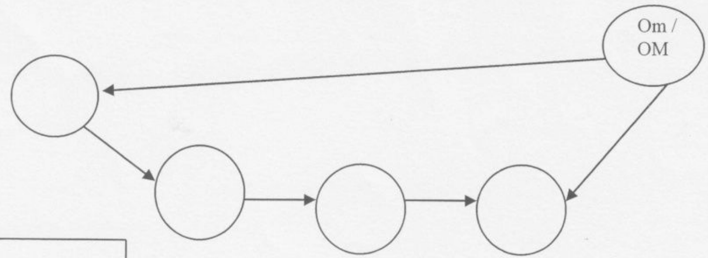
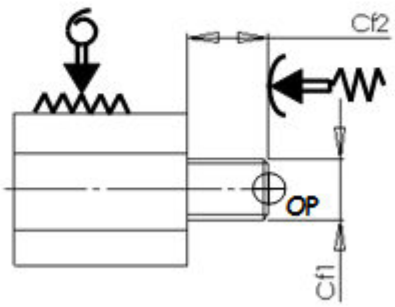
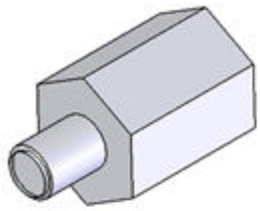


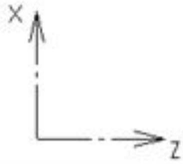
Figure 3

Contrat de phase : point générateur et spécification des outils (E-pu2)

CONTRAT DE PHASE	Ensemble : Mini pendule chaotique	
PHASE N° 10	Elément : Pied	
	Matière : Cu Zn 39 Pb2	
Nom : Huart — **Brut :** Hexa 13x25	Lot : 120	
Désignation : Tournage	N° de programme : %3519	
Machine outil : Tour CN SMI P100		







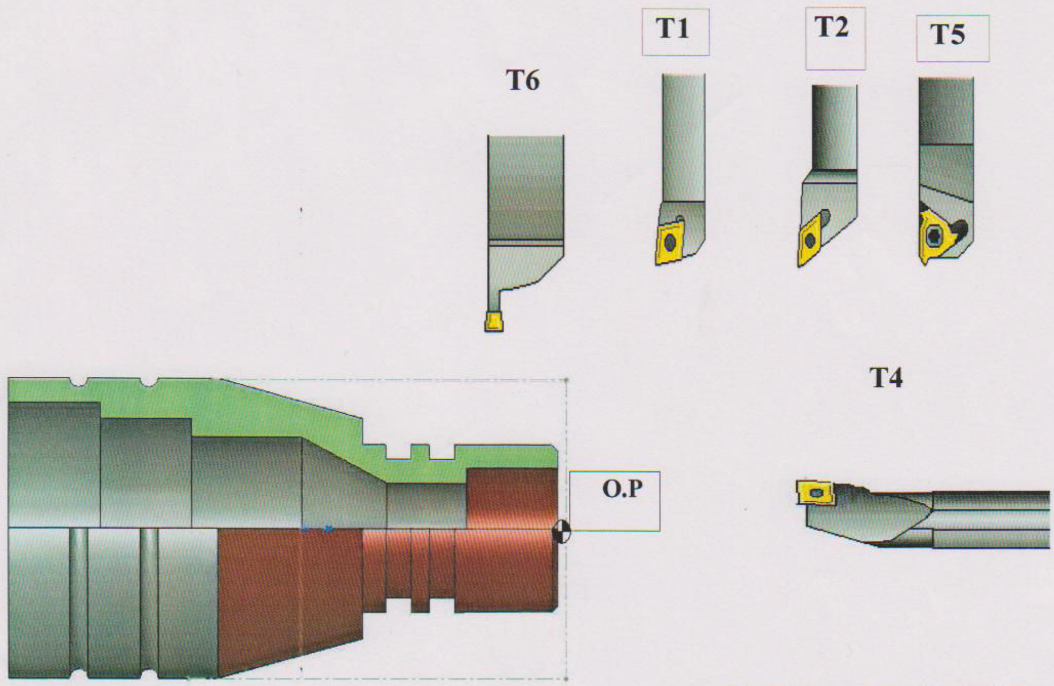
Cf1= ϕ6± 0.05
Cf2= 8 ± 0.1

1, 2, 3, 4 Centrage long
5 butée escamotable

DESIGNATION DES OPERATIONS	PORTE PIECE ET OUTILS DE COUPE	Vc	N	f/fz	Vf		
A- Dresser la face	Outil SCLCL	120		0.1			
B- Epauler Cf1 et Cf2	Outil SCLCL	120		0.1			

Contrat de phase : intérieur/extérieur d'un solide (E-pu1)

Contrat de phase **PHASE N°300**	**Bureau des méthodes**
ENSEMBLE : LAMPE ETANCHE	**Machine outils** : CAZENEUVE CTN
SOUS-ENSEMBLE :	**Matière** : 2017A
ELEMENT : TETE	**Débit** : Ø50x92 (4)
Désignation : TOURNAGE C.N	
Programme : %33	



Reprise en mandrin Mors doux usinès à **ø49 Lg25**

OPERATIONS	Outils	Vc	N	F/fz	Z	Vf	ap	T
Ebauche profil exterieur	PCNL 1616 H12	995		0,1				1
Usinage de gorges	RP123 H25C16 16B	420		0,1				6
Finition profil exterieur	PDJNL 1616 H11	995		0,05				2
Filletage M27x150	R 166.4FG- 16 16- 16		800	1,5				5
Perçage 20X15	R 151.20 16-16	995		0,05				4
Ebauche alèsage	Tete a aléser SCLCR06	995		0,10				4
finition alésage	Tete a aléser SCLCR06							

Documents pédagogiques en mathématiques

Exemple de CCF sur les vecteurs, niveau terminal.

http://www.physiquemaths.fr/documents/ccfmathsbacpro/Airbus_Proba_vecteus_espace.

L'énoncé comporte 10 pages que nous reproduisons intégralement.

académie Besançon	BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL Microtechniques - Usinage			
	Epreuve E1 - Mathématiques – Sciences			Coef. 4
Contrôle en cours de formation	Situation d'évaluation de Mathématiques	Année scolaire 2011-2012	Séquence 2/2	Durée : 45 minutes

Établissement Lycée Edgar Faure - Morteau	Classe :
NOM et Prénom du CANDIDAT :	Date de l'évaluation :

FICHE D'INFORMATION DU CANDIDAT

Airbus A380

Thématique : Développement durable ; transporter des personnes ou des marchandises

❶ Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	- Passer du langage probabiliste au langage courant et réciproquement - Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'événements élémentaires. - Reconnaître et réinvestir des situations de probabilités issues d'expériences aléatoires connues : tirages aléatoires avec ou sans remise - Utiliser la formule reliant la probabilité de A∪B et de A∩B. - Calculer la norme d'un vecteur dans l'espace
Connaissances	- Expérience aléatoire, événement élémentaire, univers. - Réunion et intersection d'événements. - Événements incompatibles, événements contraires. - Probabilité d'un événement. - Événements élémentaires équiprobables. - Événements élémentaires non équiprobables. - Dans l'espace muni d'un repère orthonormal : coordonnées cartésiennes d'un point et d'un vecteur.
Attitudes	- Le goût de chercher et de raisonner - L'esprit critique - La rigueur et la précision

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation des copies.

L'emploi des calculatrices est autorisé, dans les conditions prévues par la réglementation en vigueur.

Le candidat atteste avoir été informé de la date et des objectifs de l'évaluation.	***Emargement :***

GRILLE D'EVALUATION DU CANDIDAT

❷ Évaluation

Evaluation des :	Questions	Note
Capacités : Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'événements élémentaires. Connaissances : probabilité d'un événement.	I.2 I.3.1	
Connaissances : Réunion et intersection d'événements Attitudes : La rigueur et la précision.	I.3.2	
Capacités : Utiliser la formule reliant les probabilités de A∪B et A∩B.	I.3.3	
Attitudes : L'ouverture à la communication, au dialogue et au débat argumenté.	I.3.4	/7
Connaissances : Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, coordonnées cartésiennes d'un point et d'un vecteur. Attitudes : La rigueur et la précision.	II.1 Appel n°3 II.4.1	
Attitudes : Raisonner, argumenter, critiquer et valider un résultat	II.4.2	

Capacités : Calculer la norme d'un vecteur dans l'espace	II.4.3	
Attitudes : Présenter, communiquer un résultat	II.5 II.6 II.7	
Attitudes : Choisir une méthode de résolution	Appel n°1	/3
Capacités : Passer du langage probabiliste au langage courant et réciproquement. Attitudes : Le goût de chercher, raisonner et organiser l'information.	I.1 Appel n°2	
Attitudes : Contrôler la vraisemblance de conjectures.	I.3.5	
Connaissances : Dans l'espace muni d'un repère orthonormal : coordonnées cartésiennes d'un point et d'un vecteur. Attitudes : La rigueur et la précision.	II.2 II.3	

NOTE	**/ 10**

Sujet destiné au candidat

	L'examinateur intervient à la demande du candidat ou quand il le juge utile.
	Dans la suite du document, ce symbole signifie « Appeler l'examinateur ».

Exercice I :

Information :

L'airbus A380 est un avion de ligne civil très gros porteur et long courrier.
La configuration de base de l'A380 offre trois classes : la classe affaire, la première classe, la classe voyageur.
En classe voyageur, les places sont numérotées par rangées (indicatif chiffré) et par colonne (indicatif lettré). Comme dans la plupart des avions de ligne civils, par superstition, la rangée 13 n'apparait pas dans l'A380.

Un plan de l'intérieur de l'airbus A380 est disponible en annexe 1 page 8.

En classe voyageur, les places peuvent être de trois types :
- **99 places dites « côté hublots » ;**
- **187 places dites « coté couloir » ;**
- **164 places dites « avec passagers de chaque côté » (ex : colonne E).**

Le vol 714 pour Sydney au départ de Paris, en airbus A380, effectuera une escale à Phuket en Thaïlande. Au cours de cette escale, 20 % des passagers descendront de l'avion. La moitié de ces passagers descendant à Phuket a été installée par les hôtesses côté couloir.
Il est indiqué que 2/3 des places côté hublots sont réservées pour les passagers à destination de Sydney.

Problématique :

Léo voyage en classe voyageur pour se rendre de Paris à Sydney. Il espère être installé à une place côté hublots ou côté couloir.

Il affirme qu'il a plus d'une chance sur deux d'être installé à une place qui lui convienne.
A-t-il raison ?

Appel n°1. Expliquer la méthode envisagée pour répondre à la problématique

Déterminer la probabilité de tomber sur une place qui convienne à Léo.

1. Compléter le tableau résumant les données de l'énoncé dans le fichier OpenCalc de votre ordinateur :

Appel n°2 : Faire vérifier le tableau au professeur.

2. A partir du tableau déterminer la probabilité de tomber sur une place qui convienne à Léo (donner le résultat en pourcentages et arrondit à l'unité) :

3. <u>En utilisant le tableau précédemment établi, répondre aux questions suivantes</u> :

On nomme deux événements ainsi :

A : « descendre de l'avion à Sydney »

B : « être installé côté hublot ou côté couloir »

3.1 Déterminer P(A) puis P(B) en arrondissant au centième si nécessaire :

3.2 Expliquer ce que représentent les événements :

A U B :

A ∩ B :

3.3 Déterminer P(A∩B) sachant que P(AUB) = 0,98 :

3.4 Comparer ce résultat avec celui obtenu à la question 2

3.5 L'estimation de Léo est-elle juste ?

Exercice II :

Information :

Au cours du trajet Paris-Sydney, l'airbus A380 effectue principalement 3 phases de vol pour chacune des deux parties du voyage. Ainsi pour les étapes Paris-Phuket et Phuket-Sydney, il décrit :

- une montée en altitude ;
- un vol à altitude de croisière ;
- une descente

Après une recherche sur internet, Léo a trouvé que la distance Paris-Sydney est de 16 950 km.
Il souhaiterait connaître la distance supplémentaire imposée par son vol avec étape à Phuket pour pouvoir en déduire le temps mis pour effectuer ce détour.
Pour cela, il se lance dans la réalisation d'un graphique représentant le plan de vol de l'A380.

Cette représentation, dans un repère orthonormal, est donnée sur l'annexe 2 page 9.
Les coordonnées de certains points y figurent également.

Aider Léo à terminer sa représentation graphique
afin de déterminer la distance du détour et sa durée.

1. Déterminer graphiquement, sur l'annexe 2, les coordonnées du point K :

   K (……. ;………. ;……….)

Appel n°3 : Faire vérifier les coordonnées du point K au professeur.

2. Placer, en laissant apparents les traits de construction sur l'annexe 2, le point D de coordonnées :

   D (7,4 ; 14 ; 0,01)

3. Compléter, sur l'annexe 2, le plan de vol de l'avion.

4. On cherche à déterminer la longueur DS :

   4.1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DS}$:

   4.2. Qu'est-ce qui, sur le graphique, permet d'expliquer la valeur négative de la cote de $\overrightarrow{DS}$:

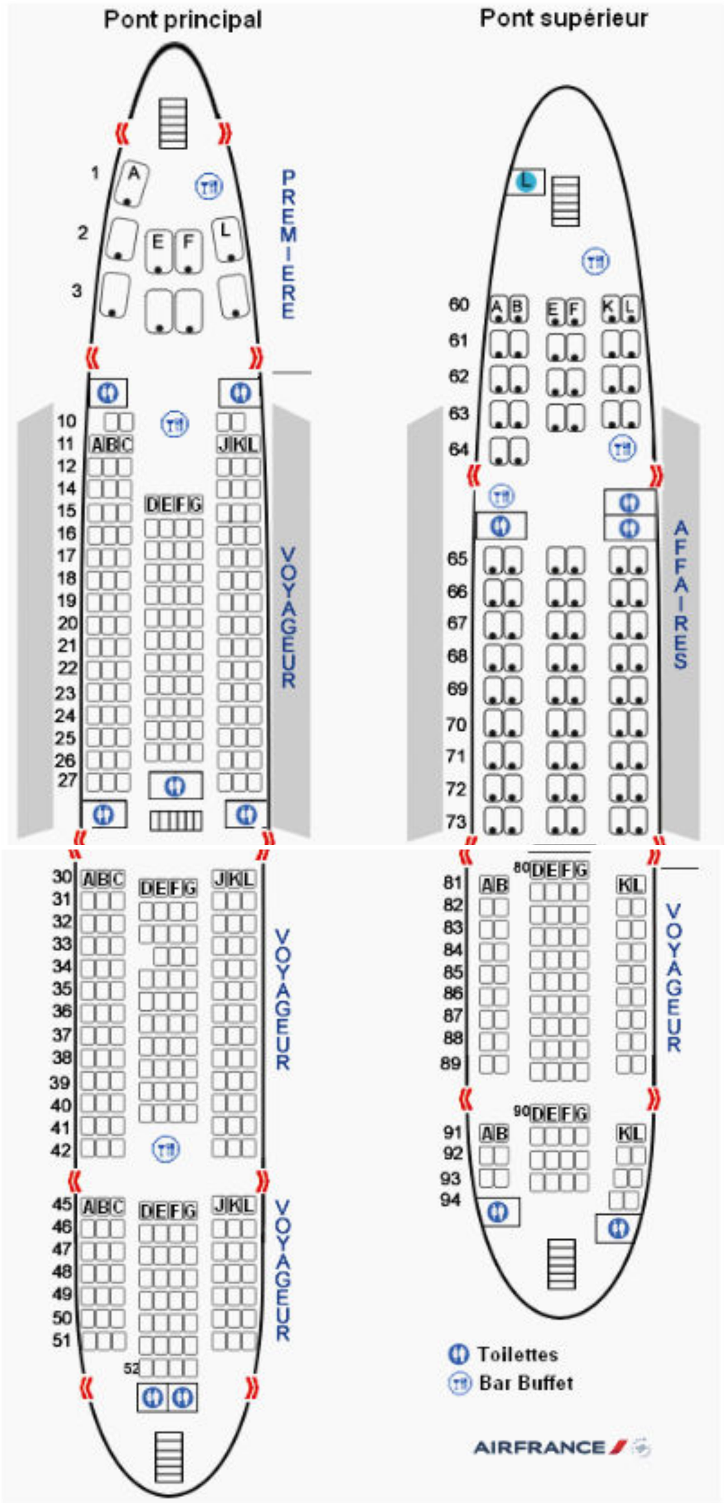
4.3. Déterminer la norme du vecteur $\overrightarrow{DS}$. Arrondir au millième.

5. Les distances déjà calculées par Léo sont (en milliers de kilomètres) :
   PA = 0,511 KB = 0,500 AC = 8,683 CK = 1,022 BD = 5,220
   En déduire la distance totale du trajet effectué par le vol 714 de Léo :

6. Quelle est, en kilomètres, la distance supplémentaire imposée par le vol avec étape à Phuket par rapport à la distance Paris-Sydney ?

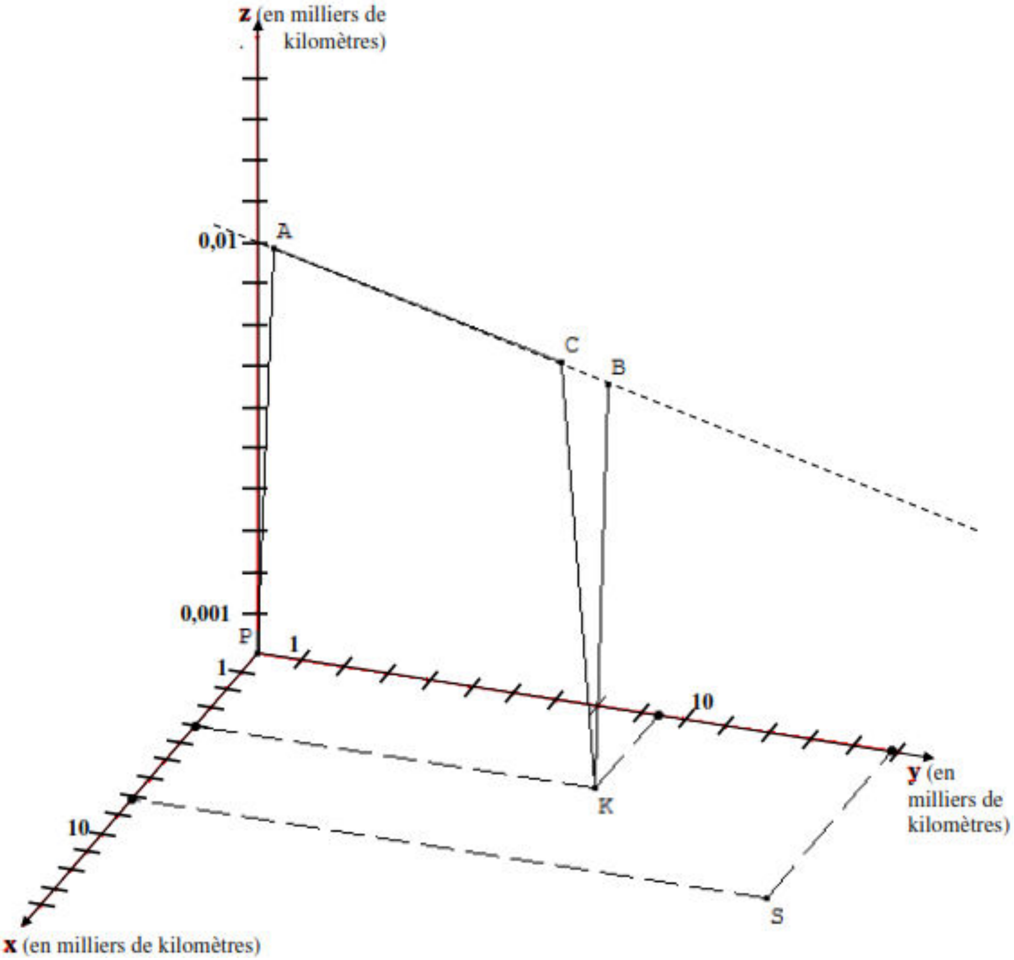
7. La vitesse moyenne d'un A380 est de 900 km/h.
   En combien de temps un airbus A380 peut-il effectuer un détour de 126 km ? Donner le résultat en heures puis en minutes.

ANNEXE n° 1 :



Pont principal
Pont supérieur
PREMIERE
VOYAGEUR
AFFAIRES
VOYAGEUR
VOYAGEUR
VOYAGEUR
Toilettes
Bar Buffet
AIRFRANCE

ANNEXE n° 2 :



Coordonnées de quelques points du graphique ci-dessus :

P(0 ; 0 ; 0) **S(8.1 ; 14,9 ; 0)**

A(0,2 ; 0,47 ; 0,01) **B(4,3 ; 9,8 ; 0,01)** **C(3,6 ; 8,46 ; 0,01)**

Formulaire :

Probabilité :

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

Si A et B sont deux événements, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Si A et B sont deux événements incompatibles, alors $P(A \cap B) = 0$

Les vecteurs :

L'espace est rapporté à un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$

Soit $A(x_A ; y_A ; z_A)$ et $B(x_B ; y_B ; z_B)$

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont : $(x_B - x_A ; y_B - y_A ; z_B - z_A)$

La norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égal à : $\left\| \overrightarrow{AB} \right\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Fiche d'activité-problème sur les vecteurs dans l'espace

Le problème présenté dans cette annexe provient du blog public de l'enseignant de mathématiques-sciences physiques de lycée professionnel, A. Rieu : http://www.mathssciences.fr/

La page de présentation de ce blog autorise le téléchargement des documents en ligne :

> L'idée générale de ce blog est de partager mon expérience d'enseignant en l'illustrant de ma bibliothèque de cours. J'ai rédigé tous les documents dans un esprit permanent d'adéquation avec les programmes officiels.
>
> Ainsi, en mathématiques, chaque séquence de cours est introduite grâce à une « question clef » issue de la vie courante.
>
> (Blog d'Aurélien Rieu 2014, http://www.mathssciences.fr/qui-suis-je/)

Nous reproduisons ici ce problème.

Nous attirons l'attention sur la manière dont l'enseignant spécifie le repère dans lequel il orientera le calcul vectoriel. Dans l'exergue de l'exercice, il représente le repère en perspective cavalière et indique où placer l'origine du repère.

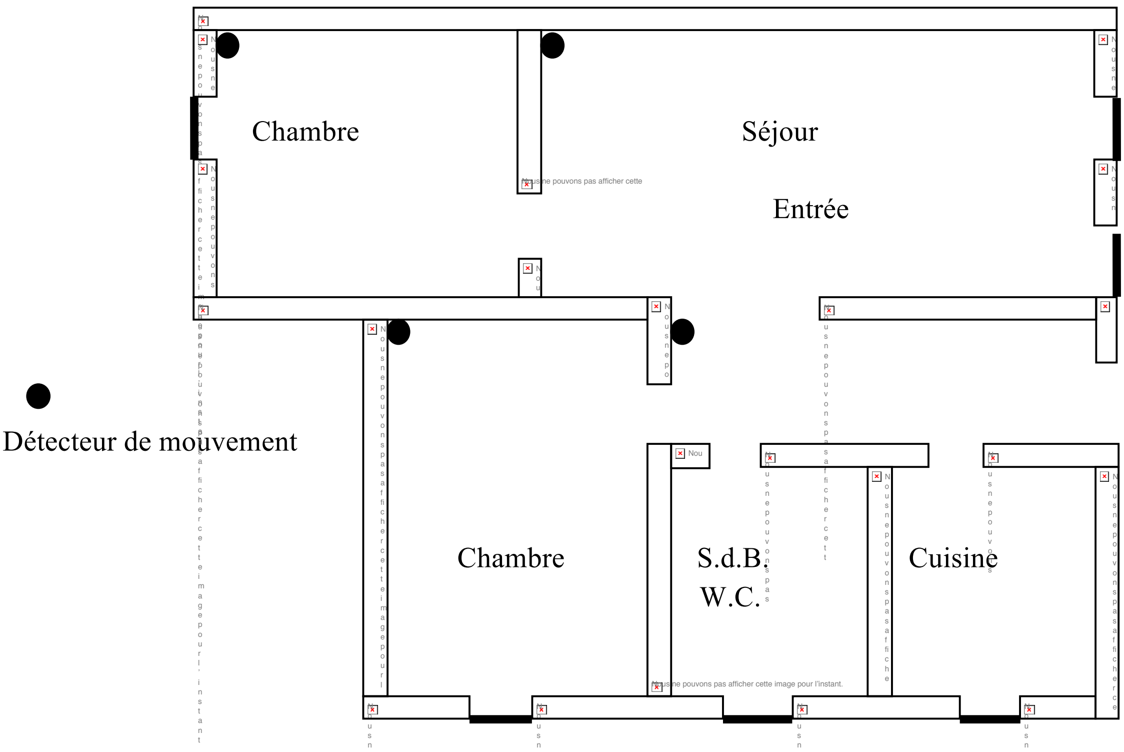
Séquence : 13	Classe : Tle Gr B	Sujet : Vie sociale et loisir	Thématique : Comprendre l'information
Question clef :	Comment placer des détecteurs pour un système d'alarme?		
Domaine : Géométrie		**Module :** Géométrie dans le plan et l'espace	**Connaissance :** Vecteur dans l'espace

Un système d'alarme possède une centrale et des détecteurs.
Où placer le boîtier de la centrale ?

- À égale distance des détecteurs pour favoriser les transmissions d'information.
- **Évitez de le placer trop près du sol.**
- Placez des détecteurs près de la centrale pour la protéger si un cambrioleur tentait de la désactiver.

Où placer les détecteurs ?

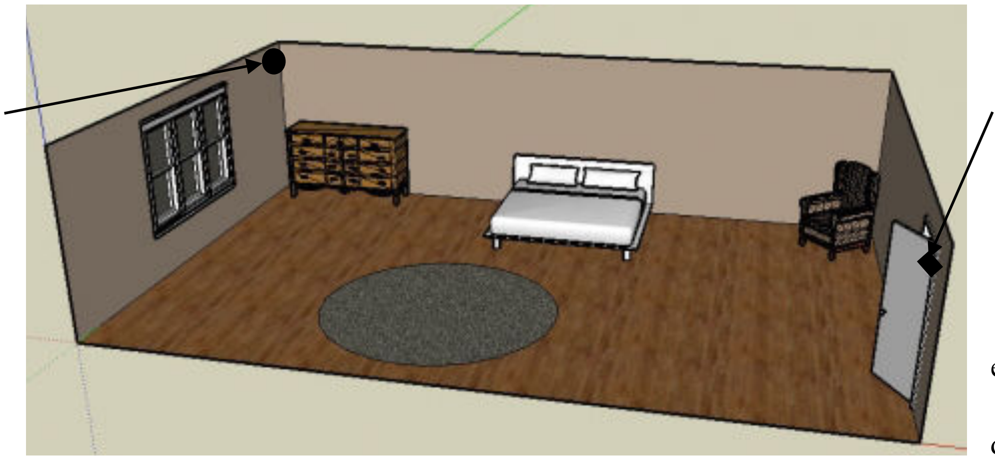
- **Près des accès et des entrées** : la majorité des voleurs entrent par la porte d'entrée, les fenêtres, les portes de garage, les baies vitrées...
- **En hauteur 2,20m**



1) D'après le plan, où doit-on placer le boîtier de la centrale ?

On souhaite installer le boîtier de la centrale dans la chambre.
La portée du signal entre le boîtier de la centrale et les détecteurs de mouvements est de 6m.

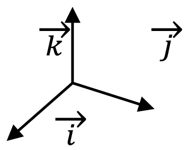
Pour des raisons pratiques on souhaite fixer le boîtier à hauteur d'homme (1m70 du sol) et derrière la porte de la chambre (voir plan).



On souhaite calculer la distance entre le boitier et le détecteur de la chambre pour s'assurer du bon fonctionnement. On installe le détecteur à 2m20 du sol.

On souhaite repérer les deux appareils dans la chambre. On introduit pour cela un repère :

- centre O (angle au sol en dessous du détecteur de mouvement)
- vecteurs unitaires ($\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$). (norme égale à 1m)



1) Quelles sont les coordonnées dans ce repère du détecteur ?

2) Quelles sont les coordonnées du boîtier ?
   On donne : distance entre le mur de la fenêtre et la cloison de la porte 4.5m
   distance au sol entre mur tête de lit et boîtier 3m80.

3) Quelle est la distance entre le boîtier et le détecteur ?

2. Le dispositif des Enseignements Généraux Liés à la Spécialité (E.G.L.S.)

Le programme de mathématiques-sciences physique et chimiques

Statistique et probabilités

[…] La plupart [des outils] ont déjà été introduits au collège. Leur enseignement facilite, souvent de façon privilégiée, les interactions entre diverses parties du programme de mathématiques (traitements numériques et graphiques) et les liaisons entre les enseignements de différentes disciplines.

(BOEN spécial n° 2 du 19 février 2009, p.4)

Il s'agit de fournir des outils pour comprendre le monde, décider et agir dans la vie quotidienne. La plupart d'entre eux ont déjà été introduits lors des classes antérieures. Leur enseignement facilite, souvent de façon privilégiée, les interactions entre diverses parties du programme de mathématiques (traitements numériques et graphiques) et les liaisons entre les enseignements de différentes disciplines.

(*Ibid.*, p.11)

En liaison avec les enseignements professionnels, avoir environ 95% des valeurs situées autour de la moyenne à plus ou moins deux écarts types est présenté comme une propriété de la courbe de Gauss.

(*ibid.*, commentaires, p.14)

Vecteurs 1 *(groupements* A *et* B*)*

Cette partie est traitée en liaison avec l'enseignement de la mécanique. Le parallélogramme illustre l'égalité vectorielle $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{v}$ et la construction du vecteur $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ dans le cas où les vecteurs n'ont pas même direction.

Dans le cas où $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont même direction, la somme est construite en relation avec la mécanique.

(*ibid.*, commentaires, p.16)

Fonctions exponentielles et logarithme décimal *(groupement* C*)*

Étudier des situations conduisant à l'utilisation du papier semi-logarithmique en liaison avec les sciences physiques ou le domaine professionnel.

(*ibid.*, commentaires, p.20)

Fonctions exponentielles et logarithme décimal *(groupements* A *et* B*)*

Étudier des situations conduisant à l'utilisation du papier semi-logarithmique en liaison avec les sciences physiques ou le domaine professionnel.

(*ibid.*, commentaires, p.21)

Rapport bilan : *Rénovation de la voie professionnelle*, Guide des bonnes pratiques 2012/2013

L'ancienne organisation des enseignements en baccalauréat professionnel proposait des horaires disciplinaires qui variaient en fonction des programmes et de l'importance de la **contribution** des disciplines d'enseignement général **à la professionnalisation**.

Depuis la mise en place de la rénovation de la voie professionnelle, on a, d'une part, pour chaque discipline d'enseignement général, un horaire de base commun quelle que soit la spécialité de baccalauréat professionnel, selon le principe "même programme - même horaire" et, d'autre part, un horaire spécifique dédié aux disciplines qui contribuent à la professionnalisation.

Seule l'indication horaire 152 heures par cycle est évoquée dans le B.O. spécial n°2 du 19 février 2009.Les élèves doivent donc bénéficier, dans le cadre des enseignements obligatoires, d'enseignements généraux liés à la spécialité (EGLS). Le volume de 152 heures (sur la durée du cycle de 3 ans) est réparti par l'établissement entre les disciplines suivantes : français et/ou mathématiques et/ou langue vivante et/ou sciences physiques et chimiques (grille 1 uniquement) et/ou arts appliqués.

Cet horaire s'ajoute à l'horaire « élève » de base de la discipline. Les programmes de ces enseignements ne figurent pas dans les programmes disciplinaires.

Dans ce cadre, les enseignements généraux contribuent à la professionnalisation des élèves en proposant :

- Des **activités disciplinaires** ponctuelles
  - Visant à développer des connaissances et des compétences utiles à la pratique professionnelle ;
  - Sappuyant sur un contexte professionnel et sur des situations issues de la profession.

>> *Activités programmées, après concertation de l'équipe, en lien direct avec les enseignements professionnels.*

- Des **contenus disciplinaires qui s'ajoutent à un tronc commun** (ex. modules spécifiques de mathématiques ou de sciences physiques, dont les contenus varient selon des groupements de spécialités).
- Des **activités pluridisciplinaires** ponctuelles

>> *Enseignements généraux dispensés, en partie, sur le lieu des activités professionnelles (atelier, laboratoire, salle informatique...) donnant toute sa dimension à la transversalité.*

- Des **activités liées au suivi et à l'évaluation des PFMP**
- Des **activités de préparation aux évaluations certificatives** impliquant les enseignements généraux et professionnels.

Comme l'ensemble des enseignements obligatoires, ces enseignements peuvent inclure des activités de projet (PPCP ou projets autour de la PFMP par exemple) mais n'y sont pas exclusivement consacrés.

Bernard Porcher, le 9/03/2009, Actes du séminaire national DGESCO
Rénovation de la voie professionnelle : présentation du baccalauréat professionnel en trois ans, Paris., p. 17.

Document de travail des IEN de mathématiques-sciences physiques et chimiques

Le document présenté ici a été transmis par un inspecteur pédagogique de mathématiques-sciences physiques et chimiques des Alpes-Maritimes en charge d'animer la formation des enseignants au dispositif de liaison des enseignements généraux à la spécialité.
Ce document a été produit dans le cadre d'un groupe de travail d'inspecteurs pédagogiques.

Académie de Nice — Enseignement des mathématiques lié à la spécialité classe de seconde — 23/01/2013

	Capacités en Mathématiques	Résultats attendus dans la spécialité	Programmation pédagogique EG/Spécialité P1	P2	P3	P4	P5
1.1Statistique à une variable	**M2 :** Pour une série statistique donnée **comparer** les indicateurs de tendance centrale obtenus à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur. Interpréter les résultats.	Les moyens mis en oeuvre pour l'assemblage permettent d'assurer la conformité de l'ensemble. Les documents de suivi de fabrication sont renseignés avec exactitude.					
	M3 : Comparer deux séries statistiques à l'aide d'indicateurs de tendance centrale et de dispersion.						
2.1 Information chiffrée, proportionnalité	**M10 : Utiliser** des pourcentages dans des situations issues de la vie courante, des autres disciplines, de la vie économique ou professionnelle. **M11 : Utiliser** les TIC pour traiter des problèmes de proportionnalité.						
2.2 Résolution d'un problème du premier degré	Dans des situations issues de la géométrie, d'autres disciplines, de la vie professionnelle ou de la vie courante, **M12 rechercher** et organiser l'information, **M13 traduire** le problème posé à l'aide d'équations ou d'inéquations, le résoudre, **M14 critiquer** le résultat, **M15 rendre compte**.	Les tracés et développements permettent d'obtenir les pièces conformes aux plans.					
	M16 : Choisir une méthode de résolution adaptée au problème (algébrique, graphique, informatique).						
3.1 De la géométrie dans l'espace à la géométrie plane	**M28 : Représenter** avec ou sans TIC un solide usuel. **M29 : Lire et interpréter** une représentation en perspective cavalière d'un solide usuel. **M30 : Reconnaître, nommer** des solides usuels inscrits dans d'autres solides.	Les données de définition de l'élément (croquis, schémas, …) extraites du dessin d'ensemble sont conformes.					
	M31:Isoler, reconnaître et construire en vraie grandeur une figure plane extraite d'un solide usuel à partir d'une représentation en perspective cavalière.	Les données nécessaires à la réalisation issues des dessins de définition, des plans isométriques et des nomenclatures sont identifiées et interprétées. Les données de définition de l'élément (croquis, schémas, …) extraites du dessin d'ensemble sont conformes.					
	M32 : Construire et reproduire une figure plane à l'aide des instruments de construction usuels ou d'un logiciel de géométrie dynamique.						
3.2 Géométrie et nombres	**M33 : Utiliser** les théorèmes et les formules pour : - **calculer** la longueur d'un segment, d'un cercle ; - **calculer** la mesure, en degré, d'un angle ; - **calculer** l'aire d'une surface ; - **calculer** le volume d'un solide ; - **déterminer** les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes.						

Positionnement (donné à titre indicatif) sur la période "rentrée de Toussaint/ Noël. Cette capacité sera plus particulièrement développée

3. Le mythe de Prométhée chez Platon

Texte cité par Simone Manon (2008), http://www.philolog.fr/le-mythe-de-promethee .

Extrait de *Protagoras*, 320d-323a, traduit par E.Chambry.

« Il fut jadis un temps où les dieux existaient, mais non les espèces mortelles. Quand le temps que le destin avait assigné à leur création fut venu, les dieux les façonnèrent dans les entrailles de la terre d'un mélange de terre et de feu et des éléments qui s'allient au feu et à la terre. Quand le moment de les amener à la lumière approcha, ils chargèrent Prométhée et Épiméthée de les pourvoir et d'attribuer à chacun les qualités appropriées. Mais Épiméthée demanda à Prométhée de lui laisser faire seul le partage. « Quand j'aurai fini, dit-il, tu viendras l'examiner ». Sa demande accordée, il fit le partage, et, en le faisant, il attribua aux uns la force sans la vitesse, aux autres la vitesse sans la force ; il donna des armes à ceux-ci, les refusa à ceux-là, mais il imagina pour eux d'autres moyens de conservation ; car à ceux d'entre eux qu'il logeait dans un corps de petite taille, il donna des ailes pour fuir ou un refuge souterrain ; pour ceux qui avaient l'avantage d'une grande taille, leur grandeur suffit à les conserver, et il appliqua ce procédé de compensation à tous les animaux. Ces mesures de précaution étaient destinées à prévenir la disparition des races. Mais quand il leur eût fourni les moyens d'échapper à une destruction mutuelle, il voulut les aider à supporter les saisons de Zeus ; il imagina pour cela de les revêtir de poils épais et de peaux serrées, suffisantes pour les garantir du froid, capables aussi de les protéger contre la chaleur et destinées enfin à servir, pour le temps du sommeil, de couvertures naturelles, propres à chacun d'eux ; il leur donna en outre comme chaussures, soit des sabots de corne, soit des peaux calleuses et dépourvues de sang ; ensuite il leur fournit des aliments variés suivant les espèces, aux uns l'herbe du sol, aux autres les fruits des arbres, aux autres des racines ; à quelques-uns même il donna d'autres animaux à manger ; mais il limita leur fécondité et multiplia celle de leurs victimes, pour assurer le salut de la race.

Cependant Epiméthée, qui n'était pas très réfléchi, avait, sans y prendre garde, dépensé pour les animaux toutes les facultés dont il disposait et il lui restait la race humaine à pourvoir, et il ne savait que faire. Dans cet embarras, Prométhée vient pour examiner le partage ; il voit les animaux bien pourvus, mais l'homme nu, sans chaussures, ni couverture, et le jour fixé approchait où il fallait l'amener du sein de la terre à la lumière. Alors Prométhée, ne sachant qu'imaginer pour donner à l'homme le moyen de se conserver, vole à Héphaïstos et à Athéna la connaissance des arts avec le feu ; car, sans le feu, la connaissance des arts était impossible et inutile ; et il en fait présent à l'homme. L'homme eut ainsi la science propre à conserver sa vie ; mais il n'avait pas la science politique ; celle-ci se trouvait chez Zeus, et Prométhée n'avait plus le temps de pénétrer dans l'acropole que Zeus habite et où veillent d'ailleurs des gardes redoutables. Il se glisse donc furtivement dans l'atelier commun où Athéna et Héphaïstos cultivaient leur amour des arts, il y dérobe au dieu son art de manier le feu et à la déesse l'art qui lui est propre, et il en fait présent à l'homme, et c'est ainsi que l'homme peut se procurer des ressources pour vivre. Dans la suite, Prométhée fut, dit-on, puni du larcin qu'il avait commis par la faute d'Épiméthée.

Quand l'homme fut en possession de son lot divin, d'abord à cause de son affinité avec les dieux, il crut à leur existence, privilège qu'il a seul de tous les animaux, et il se mit à leur dresser des autels et des statues ; ensuite il eut bientôt fait, grâce à la science qu'il avait, d'articuler sa voix et de former les noms des choses, d'inventer les maisons, les habits, les chaussures, les lits, et de tirer les aliments du sol. Avec ces ressources, les hommes, à l'origine, vivaient isolés, et les villes n'existaient pas ; aussi périssaient-ils sous les coups des bêtes fauves, toujours plus fortes qu'eux ; les arts mécaniques suffisaient à les faire vivre ; mais ils étaient d'un secours insuffisant dans la guerre contre les bêtes ; car ils ne possédaient pas la science politique dont l'art militaire fait partie. En conséquence ils cherchaient à se rassembler et à se mettre en sûreté en fondant des villes ; mais quand ils s'étaient rassemblés, ils se faisaient du mal les uns aux autres, parce que la science politique leur manquait, en sorte qu'ils se séparaient de nouveau et périssaient.
Alors Zeus, craignant que notre race ne fût anéantie, envoya Hermès porter aux hommes la pudeur et la justice, pour servir de règles aux cités et unir les hommes par les liens de l'amitié. Hermès alors demanda à Zeus de quelle manière il devait donner aux hommes la justice et la pudeur. — Dois-je les partager, comme on a partagé les arts ? Or les arts ont été partagés de manière qu'un seul homme, expert en l'art médical, suffit pour un grand nombre de profanes, et les autres artisans de même.
Dois-je répartir ainsi la justice et la pudeur parmi les hommes, ou les partager entre tous ? — Entre tous, répondit Zeus ; que tous y aient part, car les villes ne sauraient exister, si ces vertus étaient, comme les arts, le partage exclusif de quelques-uns ; établis en outre en mon nom cette loi, que tout homme incapable de pudeur et de justice sera exterminé comme un fléau de la société.
Voilà comment, Socrate, et voilà pourquoi et les Athéniens et les autres, quand il s'agit d'architecture ou de tout autre art professionnel, pensent qu'il n'appartient qu'à un petit nombre de donner des conseils, et si quelque autre, en dehors de ce petit nombre, se mêle de donner un avis, ils ne le tolèrent pas, comme tu dis. Et ils ont raison, selon moi. Mais quand on délibère sur la politique, où tout repose sur la justice et la tempérance, ils ont raison d'admettre tout le monde, parce qu'il faut que tout le monde ait part à la vertu civile ; autrement il n'y a pas de cité. »

4. Table des objets techniques jusqu'à la fin de l'Antiquité

Le recensement des objets techniques non issus des arts libéraux est fait en consultant principalement l'ouvrage de R. Bridgman (2006). *1000 Inventions & Discoveries*. Dorling Kindersley, Book Eds. p 7-59.

Repère chronologique (ans)	**Objets techniques non issus des arts libéraux**	**Objets techniques issus des arts libéraux** (mathématiques, philosophie, mécanique, astronomie)
– 1 800 000	Hache manuelle (sans manche)	
– 1 400 000	Feu (défini par ses fonctions mais non fabriqué)	
– 40 000	**Métallurgie**	
– 35 000	Foret (outil pour trouer) Burin (outil pour entailler) Harpon (outil pour accrocher) Poignée (outil pour tenir à la main) Lance (outil pour atteindre de loin)	
– 30 000	Arc et flèche **Peinture** Pinceau Corde	
– 28 000	**Construction** de maison	
– 19 000	Boomerang	
– 13 000	**Poterie**	
– 11 000	**Domestication** du chien	
– 10 000	**Trépanation** Sifflet	
– 9 000	**Agriculture** Four	
– 8 000	Silex **Elevage**	
– 7 500	Blé et orge	
– 7 000	Ciseau à pierre **Technique du feu (fabrication)** Lin Tenon et mortaise (solution technique d'**assemblage**) Faucille	
– 6 500	Cuivre Plomb **Peinture sur poterie** **Commerce**	
– 6 000	Hache (avec manche) Tambour Bateau	
– 5 500	**Vannerie**	
– 5 000	Meule	

	Cuir **Irrigation** **Tissage** **Labourage**	
– 4 500	Sel	
– 4 000	Boisson alcoolisée Balance à deux plateaux Argent	
– 3 500	Brique Ville et cité **Forge** Opium Bât (transport à dos d'âne) Moule de poterie Céramique Route Voile de navigation Roue Charriot	
– 3 400		Système écrit de numération égyptienne additif (non positionnel)
– 3 300	Bronze	
– 3 100	**Ecriture**	
– 3 000	Bougie Lubrifiant Bateau construit avec des planches Calendrier Cosmétique Cotton Rampe (tremplin) Outil à tour Harpe Levier Lyre Papyrus Peinture avec de la cire Construction en pierre taillée	Planète Vénus (astronomie)
– 2 900	Barrage	
– 2 800	Tablette d'argile **Technique du moulage à la cire**	
– 2 700	Thé	
– 2 600	Chaise Pain levé Soie	
– 2 500	Arche Tapis Verre Encre	

	Miroir Pomme de terre Ski **Soudage**	
– 2 400	Parchemin	
– 2 300	Domestication du cheval	
– 2 000	Ogive Salle de bain Cloche Chariot Fer **Pavage des routes** Dé Verrou Scie Plants végétaux mâle / femelle Navire (bateau pouvant traverser la mer) Pince (outil pour tenir sans contact) Fronde Roue à rayons	Système de numération babylonien sexagésimal (positionnel)
– 2 900	Corset	
– 1 700	Eau courante	
– 1 600	Berceau	
– 1 500	Laiton Drapeau Gant Chaussure Clepsydre Trompette	Cryptage
– 1 100	Armure Rame	
– 1 000	Chameau Patins à glace Tricot Aimant	
– 900	Charrue en fer	Alphabet
– 800	Chaussettes	
– 700	Lampes à huile Cadran solaire	
– 650	Bleu de cobalt	
– 600	Pièce de monnaie Magasin Vis sans fin Electrostatique de l’ambre	Remarque : la vis sans fin est analysée géométriquement par Archimède 350 ans plus tard.
– 520		Ratio musicaux dans la théorie des proportions de Pythagore Théorème de Pythagore

– 500	Compas magnétique Ecriture au pinceau	
– 470	Construction armée	
– 458	Scène de théâtre	
– 450	Chauffage central Signes du zodiaque Grue (utilisée par Sophocle pour créer un effet comique en faisant *voler* un acteur) Cité en damier Université (Nalanda dans l'Etat du Bihar en Inde) Chaussettes tricotées Mule (plus grande et rapide que l'âne)	Eclipse solaire par Anaxagoras Théorie des 4 éléments d'Empedocles Paradoxe de Zénon (notion de série)
– 410	Correspondance de codes	
– 400	Catapulte Arbalète	
– 380	Nouveau calendrier babylonien Pointe de stylo	
– 370	Automate par Archytas de Tarentum	
– 360		Théorie des sphères célestes par Eudoxus de Cnidus
– 350	Livre de cuisine Charbon Dessert glacé Mercure	Théorie des atomes de Démocrite La logique formelle d'Aristote
– 300	Canalisation en plomb Mosaïque Selle de cheval	La théorie de géométrie d'Euclide Classification botanique de Théophraste
– 280	Eclairage domestique	
– 270	Air comprimé	
– 260	Appontement	
– 250	Orgue Epingle à nourrice	Principe hydrostatique d'Archimède Rayon terrestre par Eratosthène Poulies composées par Archimède Anatomie humaine par dissection Aire et volume d'une sphère par Archimède
– 220	Ecriture chinoise normalisée Tramway	
– 211	Gaz naturel	
– 200	Chaîne de magasin Flute **Ponctuation** **Distribution du courrier** Sari indien Acier	Les coniques par Apollonius
– 150	Piston	Observatoire astronomique par Hipparche

	Fer à cheval Etrier	Précession des équinoxes Trigonométrie par Hipparche
– 130		Magnitude stellaire par Hipparche
– 100	Voûte croisée (à nervures) Charrue en fer Rabot à bois Presse à vis Roue à eau Boîte métallique	
– 63	Sténographie	
– 59	Bulletin journalier	
– 50	Papier	
– 45	Calendrier julien	
– 10	Verre soufflé	
50	Dôme Eclairage de rue Pépinière à arbres Brouette	
60	Distributeur automatique Machine à vapeur	Formule de l'aire d'un triangle par Héron d'Alexandrie
100	Paire de ciseaux Pont à treillis	
130	Détecteur de séismes	
150	Tour à manivelle (solution technique pour transformer un mouvement de va-et-vient en rotation) Savon	Modèle de l'univers épicyclique par Ptolémée
170		Système nerveux sympathique par Galen
200		Opération de la cataracte
250		Algèbre par Diophante d'Alexandrie
350	Livre avec pages numérotées Canne à pèche	

5. Cas de révélation dans le contexte d’apprentissage d’une technique

Extrait de l’autobiographie d’Helen Keller

Helen Keller. (1903). *The Story of my Life*. pp 11- 12.

http://books.google.fr/books?id=HDP5Dsa6lB4C&printsec=frontcover&hl=fr&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

The morning after my teacher came she led me into her room and gave me a doll. The little blind children at the Perkins Institution had sent it and Laura Bridgman had dressed it; but I did not know this until afterward. When I had played with it a little while, Miss Sullivan slowly spelled into my hand the word “d-o-l-l.” I was at once interested in this finger play and tried to imitate it. When I finally succeeded in making the letters correctly I was flushed with childish pleasure and pride. Running downstairs to my mother I held up my hand and made the letters for doll. I did not know that I was spelling a word or even that words existed; I was simply making my fingers go in monkey-like imitation. In the days that followed I learned to spell in this uncomprehending way a great many words, among them *pin*, *hat*, *cup* and a few verbs like *sit*, *stand* and *walk*. But my teacher had been with me several weeks before I understood that everything has a name.

One day, while I was playing with my new doll, Miss Sullivan put my big rag doll into my lap also, spelled, “d-o-l-l” and tried to make me understand that “d-o-l-l” applied to both. Earlier in the day we had had a tussle over the words “m-u-g” and “w-a-t-e-r.” Miss Sullivan had tried to impress upon me that “m-u-g” is *mug* and that “w-a-t-e-r” is *water*, but I persisted in confounding the two. In despair she had dropped the subject for the time, only to renew it at the first opportunity. I became impatient at her repeated attempts and, seizing the new doll, I dashed it upon the floor. I was keenly delighted when I felt the fragments of the broken doll at my feet. Neither sorrow nor regret followed my passionate outburst. I had not loved the doll. In the still, dark world in which I lived there was no strong sentiment or tenderness. I felt my teacher sweep the fragments to one side of the hearth and I had a sense of satisfaction that the cause of my discomfort was removed. She brought me my hat, and I knew I was going out into the warm sunshine. This thought, if a wordless sensation may be called a thought, made me hop and skip with pleasure.

We walked down the path to the well-house, attracted by the fragrance of the honeysuckle with which it was covered. Some one was drawing water and my teacher placed my hand under the spout. As the cool stream gushed over one hand she spelled into the other the word *water*, first slowly, then rapidly. I stood still, my whole attention fixed upon the motions of her fingers. Suddenly I felt a misty consciousness as of something forgotten — a thrill of returning thought; and somehow the mystery of language was revealed to me. I knew then that "w-a-t-e-r" meant the wonderful cool something that was flowing over my hand. That living word awakened my soul, gave it light, hope, joy, set it free! There were barriers still, it is true, but barriers that could in time be swept away.

I left the well-house eager to learn. Everything had a name, and each name gave birth to a new thought. As we returned to the house every object which I touched seemed to quiver with life. That was because I saw everything with the strange, new sight that had come to me. On entering the door I remembered the doll I had broken. I felt my way to the hearth and picked up the pieces. I tried vainly to put them together. Then my eyes filled with tears; for I realized what I had done, and for the first time I felt repentance and sorrow.

I learned a great many new words that day. I do not remember what they all were; but I do know that *mother, father, sister, teacher* were among them — words that were to make the world blossom for me, "like Aaron's rod, with flowers." It would have been difficult to find a happier child than I was as I lay in my crib at the close of that eventful day and lived over the joys it had brought me, and for the first time longed for a new day to come.

Traduction du texte original

par Sarah Guglielmi**.**

Le matin suivant son arrivée, [mon professeur] m'amena dans sa chambre et me donna une poupée. Les petits enfants aveugles de l'institut Perkins l'avaient envoyée et Laura Bridgman l'avait habillée ; mais je ne découvris cela qu'après. Quand j'eus joué avec elle pendant un petit moment, Mademoiselle Sullivan épela lentement dans ma main le mot « p-o-u-p-é-e ». Je fus tout de suite intéressée par ce jeu de doigts et essayai de l'imiter. Quand j'eus enfin réussi à reproduire les lettres correctement, j'étais rouge d'un plaisir enfantin et de fierté. Descendant les escaliers en courant vers ma mère, je levai ma main et fis les lettres pour poupée. J'ignorai que j'épelai un mot ou même que les mots existaient ; je faisais simplement aller mes doigts, une imitation à la manière d'un singe. Dans les jours qui suivirent, j'appris de cette manière à épeler sans comprendre un grand nombre de mots, parmi eux *broche*, *chapeau*, *tasse* et quelques verbes comme *s'asseoir*, *se lever* et *marcher*. Mais mon professeur aurait à être avec moi plusieurs semaines avant que je comprenne que chaque chose a un nom.

Un jour, pendant que je jouais avec ma nouvelle poupée, Mademoiselle Sullivan mit ma grande poupée de chiffons sur mes genoux, épela « p-o-u-p- é-e » et essaya de me faire comprendre que « p-o-u-p- é-e » s'appliquait aux deux. Auparavant dans la journée, on avait eu un problème au sujet des mots «m-u-g » et « e-a-u ». Mademoiselle Sullivan avait insisté sur le fait que «m-u-g » est *mug* et « e-a-u » est *eau*, mais je persistais à confondre les deux. En désespoir, elle avait laissé tomber le sujet momentanément seulement, pour le reprendre à la première opportunité. Je commençai à m'exaspérer de ces tentatives répétées et, prenant la nouvelle poupée, je la fracassai contre le sol. J'étais extrêmement satisfaite quand je sentis les fragments de la poupée cassée à mes pieds. Ni tristesse, ni regret ne suivirent mon explosion. Je n'avais pas d'amour pour la poupée. Dans le monde immobile et sombre dans lequel je vivais, il n'y avait pas de sentiment fort ou de tendresse. Je sentis mon professeur balayer les fragments du côté de l'âtre et j'eus un sentiment de satisfaction du fait que la cause de ma frustration était éliminée. Elle m'amena mon chapeau et je sus que j'allais sortir à la chaleur du soleil. Cette pensée, si une sensation sans mot peut être appelée une pensée, me fit sauter et gambader de plaisir.

Nous marchâmes sur un chemin vers le puits, attirées par le parfum du chèvrefeuille qui le couvrait. Quelqu'un tirait de l'eau et mon professeur plaça ma main sous le jet. Pendant que l'eau froide jaillissait par-dessus une main, elle épela le mot *eau*, d'abord doucement, puis rapidement. Je restai immobile, toute mon attention fixée sur les mouvements de ses doigts. Soudain, je sentis une conscience brumeuse comme de quelque chose oublié- l'exaltation d'une pensée revenant ; et d'une certaine façon le mystère du langage me fut révélé. Je sus alors qu'eau signifiait la chose merveilleuse et fraîche qui coulait par-dessus ma main. Ce mot vivant réveilla mon âme, lui donna la lumière, l'espoir, la joie, la libéra ! Il y avait toujours des barrières, c'est vrai, mais des barrières qui avec le temps pouvaient être balayées.

Je quittai le puits, impatiente d'apprendre. Tout avait un nom et chaque nom donnait naissance à une nouvelle pensée. En retournant à la maison, chaque objet que je touchai semblait vibrer de vie. C'était parce que je voyais tout avec cette étrange nouvelle vision qui m'était venue. En passant la porte, je me souvins de la poupée que j'avais cassée. Je tâtai mon chemin vers l'âtre et ramassai les morceaux ; j'essayai en vain de les assembler. Alors mes yeux se remplirent de larmes car je réalisai ce que j'avais fait, et pour la première fois je sentis repentance et tristesse.

J'appris un grand nombre de mots ce jour-là. Je ne me souviens pas de tout ce que c'était ; mais je sais que *mère, père, professeur* étaient parmi eux- des mots qui devaient pour moi faire s'épanouir le monde, « comme le bâton d'Aaron, avec des fleurs » ; il aurait été difficile de trouver un enfant plus joyeux que je ne l'étais lorsque je m'allongeai dans mon petit lit à la fin de ce jour remarquable et que je revivais les joies qu'il m'avait amenées et, pour la première fois, souhaitai l'arrivée du jour suivant.

6. Les savoirs dans les documents officiels de la filière productique usinage

6.1. Capacités et connaissances dans le programme de mathématiques-sciences physique et chimiques

3. GÉOMÉTRIE

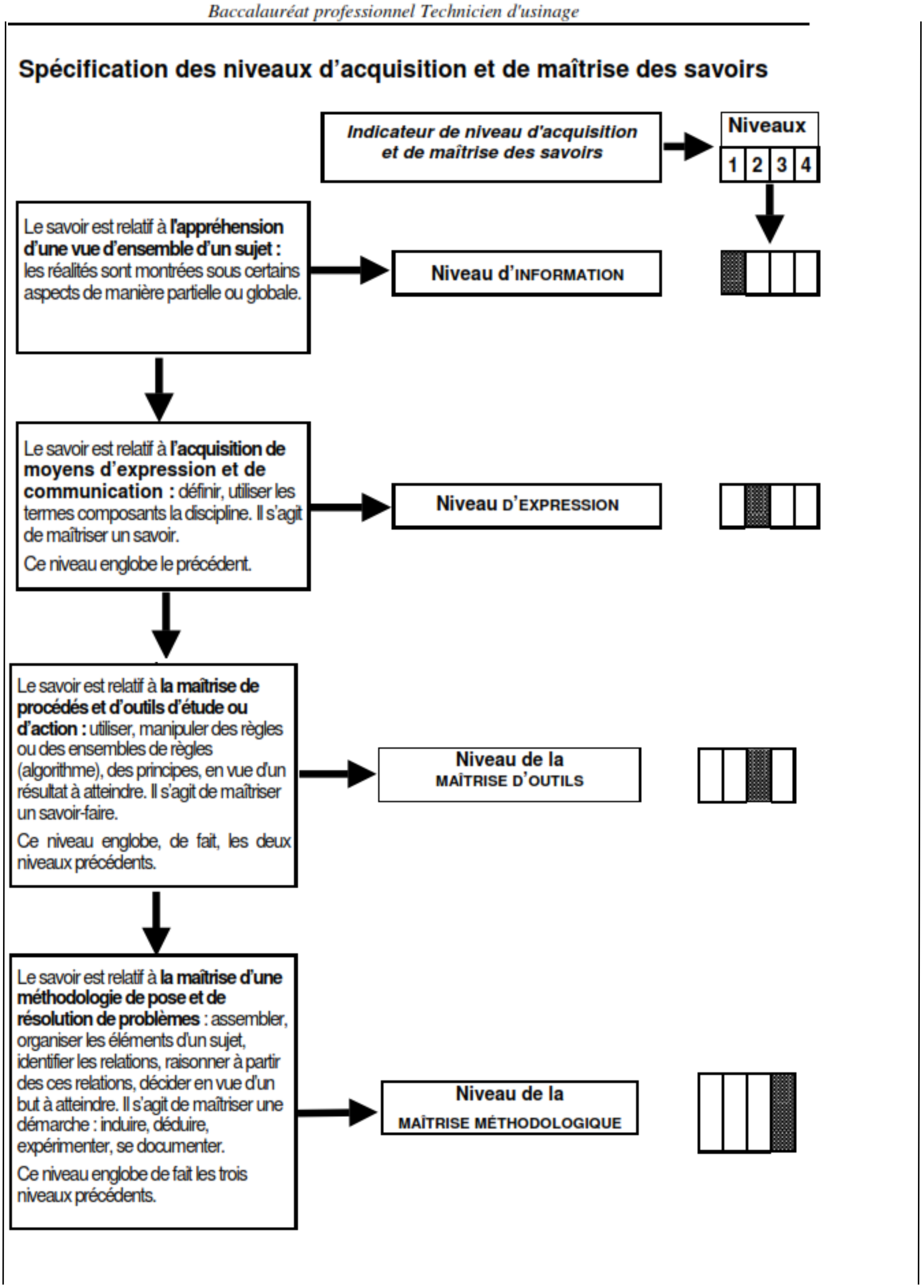
3.1 De la géométrie dans l'espace à la géométrie plane

Les objectifs de ce module sont de développer la vision dans l'espace à partir de quelques solides connus, d'extraire des figures planes connues de ces solides et de réactiver des propriétés de géométrie plane. Les capacités à développer s'appuient sur la connaissance des figures et des solides acquise au collège.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Représenter avec ou sans TIC un solide usuel. Lire et interpréter une représentation en perspective cavalière d'un solide usuel. Reconnaître, nommer des solides usuels inscrits dans d'autres solides.	Solides usuels : le cube, le parallélépipède rectangle, la pyramide, le cylindre droit, le cône de révolution, la sphère.	Choisir, dans le domaine professionnel ou de la vie courante, des solides constitués de solides usuels. L'intersection, le parallélisme et l'orthogonalité de plans et de droites sont présentés dans cette partie.
Isoler, reconnaître et construire en vraie grandeur une figure plane extraite d'un solide usuel à partir d'une représentation en perspective cavalière.	Figures planes usuelles : triangle, carré, rectangle, losange, cercle, disque.	La construction de la figure extraite ne nécessite aucun calcul. Utiliser de façon complémentaire l'outil informatique et le tracé d'une figure à main levée.
Construire et reproduire une figure plane à l'aide des instruments de construction usuels ou d'un logiciel de géométrie dynamique.	Figures planes considérées : triangle, carré, rectangle, losange, parallélogramme et cercle. Droites parallèles, droites perpendiculaires, droites particulières dans le triangle, tangentes à un cercle.	

Programmes de Mathématiques, Sciences physiques et chimiques
BOEN spécial n° 2 du 19/02/2009, p 9.

6.2. Modèle des niveaux de savoirs dans le référentiel de compétences du baccalauréat de technicien de productique usinage



MEN (2004). Arrêté du 16 février 2004 portant création du baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage et fixant ses modalités de préparation et de délivrance. NOR : MENE0400284A, p. 22.

6.3. Savoirs associés dans le référentiel des activités et compétences pour le baccalauréat professionnel de technicien d'usinage

Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche

Arrêté du 16 février 2004 portant création du baccalauréat professionnel spécialité technicien d'usinage et fixant ses modalités de préparation et de délivrance

NOR: MENE0400284A

Baccalauréat professionnel Technicien d'usinage

SAVOIRS ASSOCIÉS

(Arrêté du 16 février 2004, p. 23)

S 1.1.2. Relation entre les données de définition d'un produit et les performances des procédés et des moyens de production

- Facteurs qui mettent en relation les caractéristiques mécaniques et physiques (brut, matériau, traitement divers) avec les contraintes de façonnage.
- Facteurs qui mettent en relation les caractéristiques morphologiques et dimensionnelles avec les contraintes liées :
  - aux prises et reprises de pièces pour le choix des références d'usinage, le contrôle, la manutention, l'assemblage ;
  - aux associations maximales de surfaces pour la prise en compte du procédé, de la capacité de stockage d'outil ;
  - aux possibilités de génération des formes pour la prise en compte du procédé, des outillages ;
  - aux directions principales d'accès aux surfaces usinées.

(*ibid*., p. 24)

S 1.2.1. Représentation multiforme des produits industriels

- Rendus réalistes :
  - modèle numérique ;
  - position relative des surfaces et des volumes ;
  - caractérisation des surfaces et des volumes.
- Mises en plan :
  - modèle numérique ;
  - conventions de représentation ;
  - position relative des surfaces et des volumes ;
  - caractérisation des surfaces et des volumes.
- Croquis et schémas.

… / …

S 1.2.2. Définitions

- Spécifications :
  - fonctionnelles ;
  - géométriques ;
  - dimensionnelles (étude de circuits dimensionnels courts) ;
  - micro géométriques (états de surfaces).
- Tolérancement normalisé et matrice GPS (Spécification géométrique de produit).

S 1.2.3. Analyse fonctionnelle d'un système ou d'un sous/système

- Liaisons mécaniques.
  - chaîne des liaisons cinématiques ;
  - classes d'équivalences cinématiques ;
  - caractéristiques des liaisons (encastrement, glissière, pivot, pivot glissant, hélicoïdale) : caractère, mobilités, actions mécaniques transmissibles ;
  - surfaces fonctionnelles.

S 1.2.4. Analyse morphologique

- Classification, différenciation morpho-dimensionnelle, entités, typologie des surfaces (cas de pièces cylindriques et de pièces prismatiques).

(*ibid*., p. 25)

S 1.3.1. Modélisation des liaisons

- Définitions : solide, système de solides.
- Repérage d'un solide.
- Cinématique des liaisons (sans jeu) entre solides :
  - identification et caractérisation des contacts (ponctuel, linéique, surfacique) ;
  - identification et caractérisation des mouvements (translation, rotation, hélicoïdal) ;
  - degrés de liberté ;
  - schématisation normalisée.

S 1.3.2. Modélisation des actions mécaniques

- Nature des actions mécaniques s'exerçant sur un solide : actions à distance, actions de contact.
- Hypothèses simplificatrices :
  - représentation d'une action mécanique : par une force, par un couple ;
  - caractérisation d'une force, d'un couple ;
  - expression algébrique du moment d'une force, d'un couple.
- Principe des actions mutuelles.
- Isolement d'un système de solides (frontière, actions intérieures et extérieures).

Remarque : *l'analyse portera sur des mécanismes conduisant à la résolution d'un système de forces coplanaires (deux à trois forces).*

… / …

S 1.4.1. Mouvement relatif de deux solides en liaison glissière, pivot ou hélicoïdale

- Repère fixe, repère mobile.
- Définition des mouvements (rotation, translation, hélicoïdal).
- Trajectoire des points d'un solide.
- Cinématique du point d'un solide en mouvement de rotation ou de translation, par rapport à un repère fixe donné : position, trajectoire, vitesse, accélération, champ des vecteurs vitesse (solide en translation rectiligne ou en rotation autour d'un axe fixe).
  Pour des mouvements uniformes ou uniformément variés :
  - représentation graphique (graphes des déplacements et des vitesses) ;
  - expression analytique (relation entre déplacement, vitesse, accélération).

S 1.4.2. Mouvements plans entre solides

- Équiprojectivité.
- Centre instantané de rotation.
- Composition des vitesses.

(*ibid*., p. 26)

S 1.5.1 Principe fondamental de la statique

- Théorème de la résultante.
- Théorème du moment.

S 1.5.2. Résolution d'un problème de statique

- Hypothèses (sur le mécanisme, le mouvement, les liaisons).
- Solution analytique (cas des forces parallèles).
- Solution graphique (traduction graphique du principe fondamental dans le cas d'un solide soumis à 2 ou 3 actions mécaniques).

S 1.6. DYNAMIQUE

Principe fondamental

Savoirs limités aux solides en mouvement uniformément varié en translation et en rotation autour d'un axe fixe (les moments d'inertie sont fournis).

***Note importante* : Dans les diverses phases d'évaluation, les expressions des contraintes et des déformations seront toujours fournies.**

L'exploitation de l'informatique de simulation et de calcul est systématiquement recherchée pour l'étude des comportements des systèmes mécaniques : mouvements, trajectoires, actions mécaniques, contraintes.

(*ibid*., p. 27)

S 2.1.2. Performances et caractéristiques principales des machines

- Caractéristiques géométriques et dimensionnelles :
  - course, volume de travail ;
  - position du volume par rapport au référentiel machine.
- Caractéristiques cinématiques :
  - nombre d'axes numérisés ;
  - typologie des interpolations ;
  - gamme, variation de vitesse.
- Caractéristiques techniques :
  - qualité, précision, répétabilité ;
  - gestion des pièces et des outils :
    - magasins et changeurs d'outils, palettisation ;
    - contrôle intégré (pièces et outils).
- Caractéristiques de communication :
  - relation système / environnement : nature des liaisons ;
  - relation système / opérateur ; type de langage ; I.S.O., paramétré, conversationnel.
- Caractéristiques économiques : coût de revient horaire…

S 2.1.3. Cinématique des machines. Référentiels

- Mouvements de génération disponibles par rapport au bâti.
- Axes principaux, axes additionnels.
- Référentiel des mouvements.

S 2.1.4. Géométrie et cinématique de la génération

- Éléments géométriques générateurs.
- Surfaces générées associées aux outils et aux systèmes, mouvement de coupe, d'avance, combinaison de mouvements, relation par rapport à la nature des surfaces générées.
- Position des surfaces générées par rapport au référentiel machine.
- Typologie des travaux associés aux outils et aux machines.

S 4.3.1. Géométrie de l'outil de coupe

- Caractéristiques géométriques.
- Influence des caractéristiques géométriques sur les conditions opératoires :
  - tenue et vie de l'outil ;
  - type de coupe : continue ou discontinue, copeaux courts ou longs ;
  - direction d'évacuation des copeaux :
    - valeurs angulaires, brise-copeaux,
    - coupe positive, coupe négative, combinaison de coupe.
- Choix des caractéristiques géométriques :
  - critères fonctionnels : matériau de la pièce, état du brut ;
  - critères techniques : matériau, nuance de la partie active, nature de l'opération ;
  - critères économiques : état des stocks, disponibilité.

(*ibid*., p. 32)

7. Epreuves du baccalauréat 2010 dans la filière productique usinage

Dossier-réponse de l'épreuve d'analyse de données techniques

Session 2010

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

TECHNICIEN D'USINAGE

S/Epreuve E1 - Unité U 11

Analyse et exploitation de données techniques

Durée : 4 heures — Coefficient : 3

Compétences sur lesquelles porte l'épreuve :

C 11 : **Analyse des données fonctionnelles et des données de définition d'un ensemble, d'une pièce, d'un composant.**
C 24 : **Etablir un mode opératoire de contrôle.**

Ce sujet comporte :

- un dossier technique (documents DT1 à DT7)
- un dossier sujet/réponses (documents DR1 à DR11)

Documents à rendre par le candidat :

- Le dossier sujet/réponses complet et agrafé

Ces documents ne porteront pas l'identité du candidat, ils seront agrafés à une copie d'examen par le surveillant.

Calculatrice autorisée conforme à la réglementation.

1006-TU ST11

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
TECHNICIEN D'USINAGE

SESSION 2010

DOSSIER REPONSES

Le dossier réponses contient les éléments suivants :

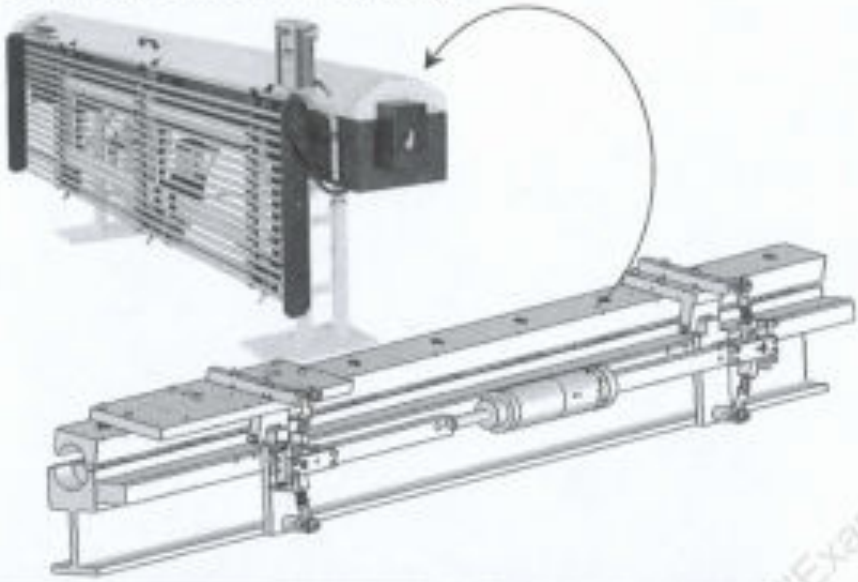
La présentation du produit	DR1
L'analyse fonctionnelle et structurelle du système de fermeture	DR2 (15 Points)
L'étude de résistance des matériaux	DR3 (10 Points)
L'analyse statique du système de fermeture	DR3 à DR5 (15 Points)
L'étude cinématique du système de fermeture	DR6 à DR8 (15 Points)
L'analyse d'une spécification géométrique	DR9 & DR10 (10 Points)
L'élaboration d'un mode opératoire de contrôle sur MMT	DR11 (5 Points)

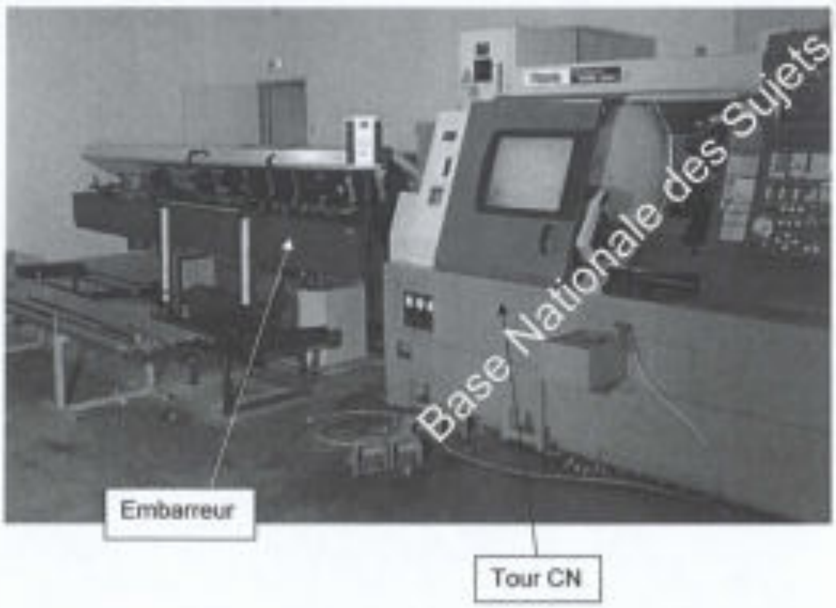
1006-TU ST11

PRESENTATION DU PRODUIT

A1 - Origine

Comme son nom l'indique, le ravitailleur automatique permet d'alimenter en barre un tour d'usinage. La partie étudiée permet de maintenir la barre alignée avec l'axe de la broche du tour lors de l'usinage.





A2 – Fonctionnement – Voir DT1

Le système s'ouvre pour l'alimentation d'une barre. Pour cela, en alimentant une chambre du vérin, la pression fait non seulement sortir la tige du vérin mais déplace également dans le sens opposé le corps de celui-ci (le vérin n'étant pas fixé au bâti). Ces deux mouvements créent la rotation du support coquille par l'intermédiaire des biellettes.

A3 – Caractéristiques

- **Energétiques :**

Vérin pneumatique :	
Ø du piston :	**54 mm**
Ø de la tige :	**16 mm**
Course du vérin :	**160 mm**
Pression dans le vérin :	**à déterminer**

A4 – Frontière de l'étude

L'étude portera uniquement sur le système de fermeture des coquilles de guidage.

A5 – Nécessité de l'étude

En utilisant la pression disponible dans le réseau de l'entreprise (0,8 MPa), l'axe 32 de rotule casse systématiquement lorsqu'une barre est mal positionnée dans les coquilles.

En étudiant l'effort maxi que peut supporter cet axe, on souhaite déterminer la pression d'utilisation pour éviter cette rupture.

Le même problème se produit si la vitesse de fermeture est trop importante. Il est donc nécessaire de régler le débit dans le vérin.

DR1

1- Analyse fonctionnelle et structurelle du système de fermeture

Objectif : Définir les sous-ensembles cinématiques et leurs mouvements.

On donne : Le dessin d'ensemble du système de fermeture (DT2 et DT3)-
La nomenclature et les vues éclatées (DT4, DT5 et DT6).
Le schéma cinématique ci-contre.

Question 1-1 :

✓ ***On demande de compléter les classes d'équivalence cinématique suivantes (on ne prendra pas en compte les joints) :***

Attention : tous les repères présents sur les dessins d'ensemble, même ceux avec une lettre (ex : 14a, 14b, ...) devront être utilisés dans la question.

Le support coquille fixe : SE1 = {1, 3, ... }

Le support coquille mobile : SE2 = {5a, 30, ... }

Le corps du vérin : SE3 = {10b, ... }

La tige piston : SE4 = {24, ... }

La biellette haute gauche : SE5 = {39a, ... }

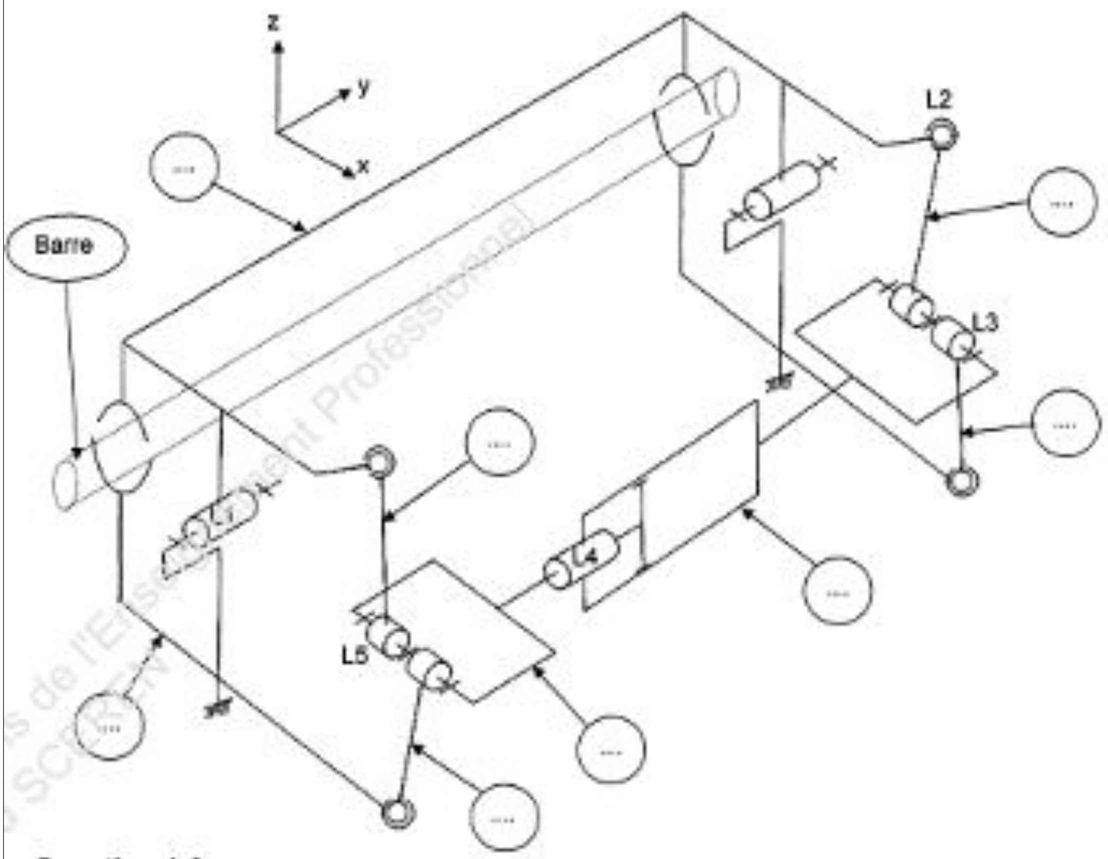
La biellette basse gauche : SE6 = {39b, ... }

La biellette haute droit : SE7 = {39c, ... }

La biellette basse droit : SE8 = {39d, ... }

Question 1-2 :

✓ ***Indiquer les classes d'équivalence dans les cercles du schéma cinématique du système de fermeture ci-contre :***



Question 1-3 :

✓ ***On demande de compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de liberté (Convention : 1= Mouvement ; 0= Pas de Mouvement), le nom des liaisons ainsi que les classes d'équivalence cinématique concernées :***

Liaison	Liaison entre	Degrés de liberté						Nom de la liaison
		Rx	Ry	Rz	Tx	Ty	Tz	
L1	... / ...							....
		Rx	Ry	Rz	Tx	Ty	Tz	
L2	... / ...							....
		Rx	Ry	Rz	Tx	Ty	Tz	
L3	... / ...							....
		Rx	Ry	Rz	Tx	Ty	Tz	
L4	... / ...							....
		Rx	Ry	Rz	Tx	Ty	Tz	
L5	... / ...							....

DR2

2- Etude de résistance des matériaux

Objectif : Définir la pression maximale utile pour éviter la rupture de l'axe 32 lorsqu'une barre est mal positionnée.

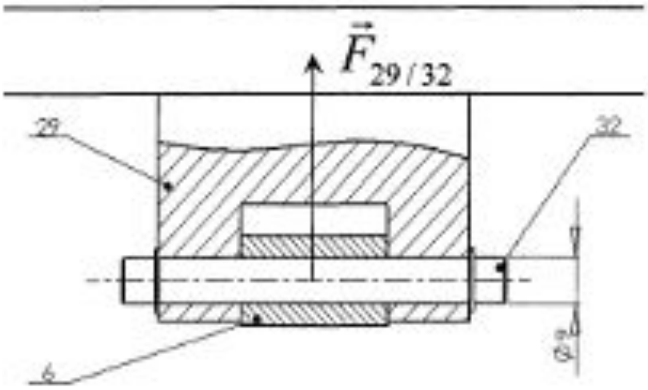
On donne : Reg = 100 Mpa
k (coefficient de sécurité) = 6
axe 32 : Ø9

Rappel : Rpg = Reg/k

$$\tau = \frac{T}{S} \leq Rpg$$

Question 2-1 :

✓ ***On demande de tracer en bleu sur le dessin ci-dessous la ou les surfaces cisaillées de l'axe 32 et d'en indiquer le nombre :***



Nombre de sections cisaillées :

....

Question 2-2 :

✓ ***On demande de déterminer l'effort maximal $\overrightarrow{F_{29/32}}$ en N que peut supporter l'axe :***

....
....
....
....
....
....

Effort Maximal $\|\overrightarrow{F_{29/32}}\|$: ....N

3- Etude statique

Nous prendrons pour la suite $\|\overrightarrow{D_{SE2/SE5}}\|$ = 4200 N (soit 2 fois plus que $\|\overrightarrow{F_{29/12}}\|$ car il y a deux axes).

Nota : $\vec{A}_{(SE5+SE7)/SE2}$ représente l'action ramenée en A des deux ensembles SE5 et SE7 sur SE2.

Isolons l'ensemble SE2 :

Le dessin page suivante représente l'ensemble SE2 dans la position au moment de la collision avec une barre mal positionnée.

Question 3-1 :

✓ ***Déterminer graphiquement les actions mécaniques sur l'ensemble SE2 .***

Force	Point d'application	Direction		Sens		Intensité en N	
		Avant étude	Après étude	Avant étude	Après étude	Avant étude	Après étude
$\vec{A}_{(SE5+SE7)/SE2}$	....	....	....	↑	....	....	....
$\vec{D}_{SE5/SE2}$	D	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....	....

Synthèse des résultats

$\left\|\overrightarrow{A_{(SE5+SE7)/SE2}}\right\|$ = ... N

Question 3-2 :

✓ ***A l'aide du document DT4, donner l'intensité de la force $\vec{A}_{SE5/SE2}$ au moment de la collision :***

$\left\|\overrightarrow{A_{SE5/SE2}}\right\|$ = ... N

Question 3-3 :

✓ ***Comparer les deux résultats trouvés aux deux questions précédentes et justifier. (sans calcul)***

....

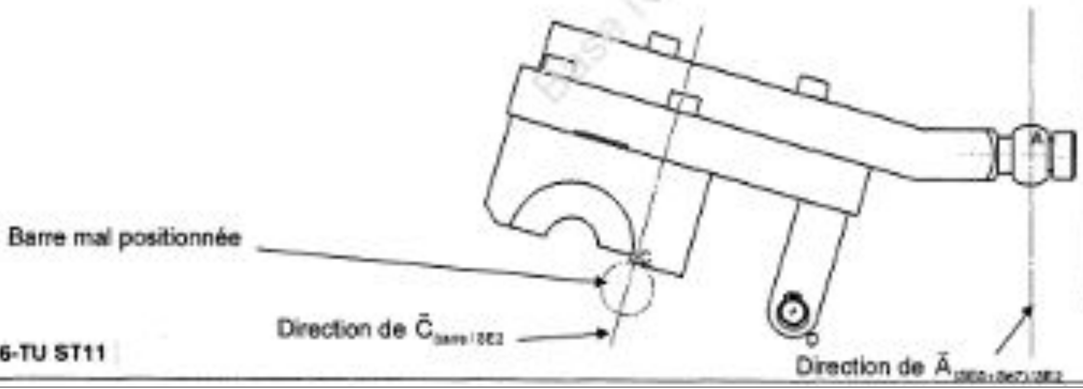
....

....

....

DR3

Tracé du dynamique des forces :
1mm → 50 N



1006-TU ST11

Isolons l'ensemble SE5 :

On va déterminer les efforts agissant sur l'ensemble SE5 :

Question 3-4 :

✓ ***Compléter le tableau ci-dessous en justifiant votre réponse :***

Force	Point d'application	Direction	Sens	Intensité en N
$\vec{A}$	....	....	....	....
....	....	....	....	....

Justification en donnant le principe :

....
....
....

Question 3-5 :

✓ ***Tracer ces forces sur le dessin ci-dessus sans échelle.***

DR4

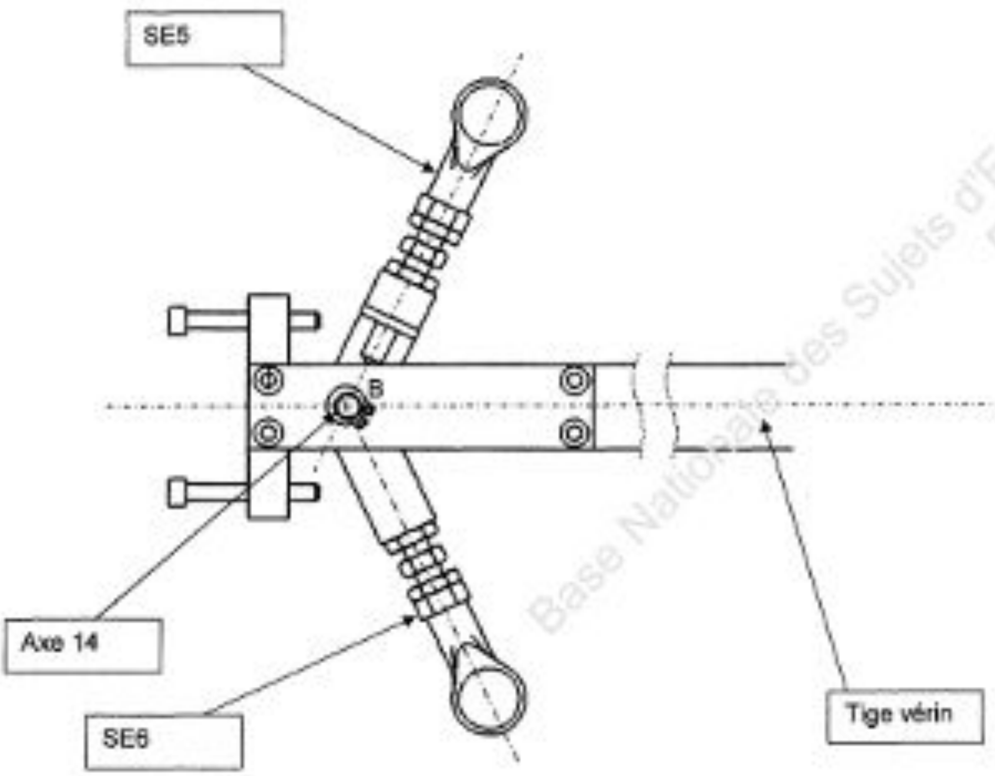
Regardons les efforts agissants sur l'axe 14 :

Question 3-6 :

- ✓ ***Déterminer graphiquement les actions mécaniques sur l'axe 14 et compléter le tableau :***

Force	Point d'application	Direction		Sens		Intensité en N	
		Avant étude	Après étude	Avant étude	Après étude	Avant étude	Après étude
$\vec{B}_{SE5/14}$	B	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$\vec{B}_{SE6/14}$	B	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$\vec{B}_{tige\ vérin/14}$	B	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Ech : 1mm → 20N



Question 3-7 :

Nous venons de déterminer la force de rentrée de tige du vérin.

✓ ***Déterminer la pression nécessaire pour développer cette force. Nous prendrons une force de 340 N.***

Pression nécessaire = ...MPa

✓ ***En vérifiant le manomètre, quelle pression maximale devra lire l'opérateur ? Justifier votre réponse.***

DR5

4- Etude cinématique

Objectif :

- ✓ Déterminer le débit nécessaire pour avoir une fermeture du système en **2s**, temps limitant la vitesse et donc la rupture possible.

Question 4-1 :

✓ ***Déterminer la nature des mouvements suivants :***

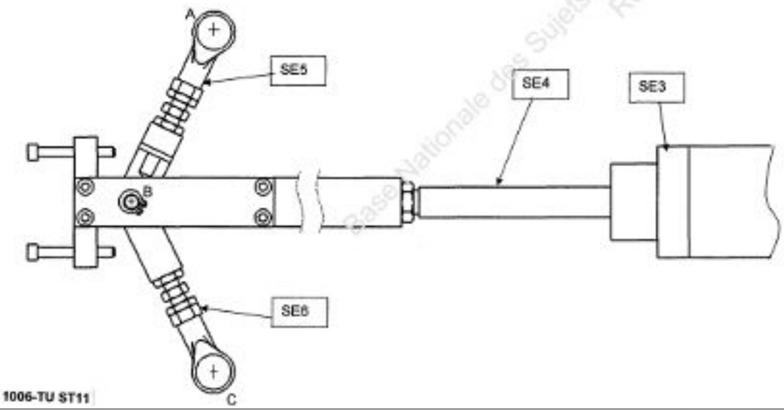
	Rotation	Translation rectiligne	Mouvement plan
Mvt SE2 / SE1			
Mvt SE4 / SE3			
Mvt SE5 / SE4			
Mvt SE4 / SE6			

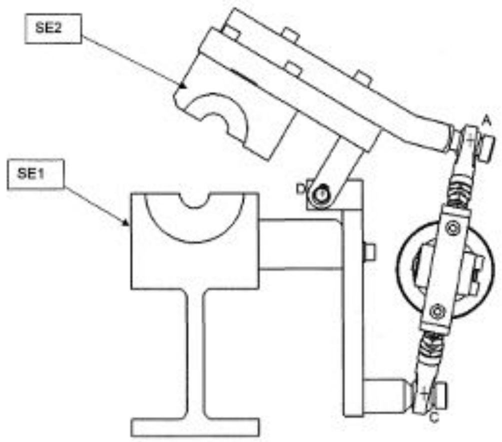
Question 4-2 :

✓ ***Déterminer la nature des trajectoires suivantes :***

Trajectoires	**Eléments géométriques qui définissent le mouvement. (centres, cercle de centre, droite, ...)**
$T_{A \in SE2/SE1}$	
$T_{B \in SE4/SE3}$	
$T_{A \in SE5/SE4}$	

✓ ***Tracer ces trajectoires sur les dessins ci-dessous.***





4- Etude cinématique (suite)

Question 4-6 :

✓ **Comparer la valeur trouvée à la question précédente avec les données ci-dessous et justifier votre réponse.**

Question 4-7 :

✓ ***A partir des résultats précédents, déterminer la vitesse moyenne de rentrée de tige du vérin en m/s.***

Vitesse de rentrée de tige = ... m/s

Question 4-8 :

Donnée : Qv (m^3/s) = S(m^2) * Vitesse(m/s)

✓ ***A partir du résultat précédent, déterminer le débit nécessaire en m^3/s pour alimenter le vérin. Pour S(m^2), voir question 3-7***

Débit = ... m^3/s

✓ ***A quoi correspond le débit calculé ? Justifier votre réponse.***

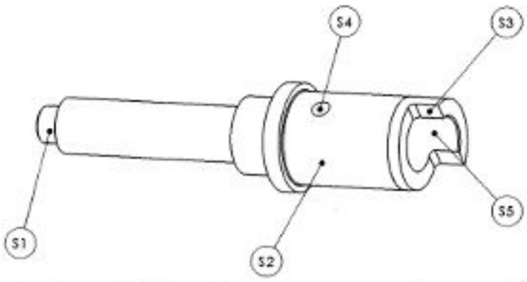
5- Analyse du dessin de définition du composant

Objectif : Analyser les données de définition d'une pièce en vue de sa réalisation.

On donne : Le dessin de définition du bras supérieur (DT7)

Question 5-1 :

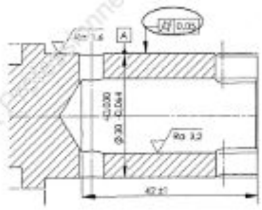
✓ ***On vous demande d'inventorier l'ensemble des spécifications dimensionnelles, géométriques et d'états de surface pour chacun des usinages repérés sur le dessin ci-dessous. Vous compléterez ainsi le tableau du bas de la page.***



Surfaces	Spécifications dimensionnelles	Dimensions de Référence	Spécifications Géométriques			Spécifications d'état de surface
S1	$Ø12^{-0.050}_{-0.118}$		◎	Ø0,4	A	Ra 6.4
S2						
S3						
S4						
S5						

Question 5-2 :

✓ ***On vous demande d'interpréter la spécification géométrique suivante*** $\boxed{⌭ \mid 0.05}$ ***présente sur le document DT7 et sur la partie de dessin ci-dessous.***



- *Nom de la spécification :* ....
- *Est-ce une tolérance de :*

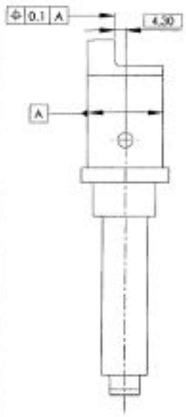
Forme / Position / Orientation / Battement (entourer la bonne réponse)

- *Donner l'élément toléré : faire aussi un croquis et indiquer le nom :* ....

- *Donner la zone de tolérance : faire aussi un croquis et indiquer le nom :* ....

- *Donner le critère d'acceptabilité : faire aussi un croquis et expliquer :* ....

DR9

<table>
<tr><td>[illegible]</td><td colspan="6">Analyse d'une spécification par zone de tolérance</td></tr>
<tr><td>Symbole de
la spécification : ⌖</td><td colspan="2">Eléments non Idéaux</td><td colspan="3">Eléments Idéaux</td></tr>
<tr><td>Type de spécification
Forme Orientation
Position Battement
A compléter</td><td>Elément(s)
TOLÉRANCÉ(S)</td><td>Elément(s)
de RÉFÉRENCE</td><td>Référence(s)
SPÉCIFIÉE(S)</td><td colspan="2">Zone de tolérance</td></tr>
<tr><td>Condition de conformité
L'élément toléranoé doit se situer tout entier dans la zone de tolérance.</td><td>Unique
Groupe
A compléter</td><td>Unique
Multiples
A compléter</td><td>Simple Commune
Système
A compléter</td><td>Simple
Composée
A compléter</td><td>Contraintes
Orientation et/ou position par rapport à la référence spécifiée</td></tr>
<tr><td>Schéma
Extrait du dessin de définition

</td><td>A compléter</td><td>A compléter</td><td>A compléter</td><td>A compléter</td><td>A compléter</td></tr>
</table>

DR10

1006-TU ST11

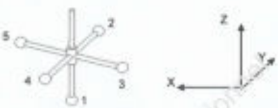
PROCEDURE DE CONTRÔLE - ETABLIR UN MODE OPERATOITE DE CONTRÔLE SUR MMT

Ensemble :

Elément :

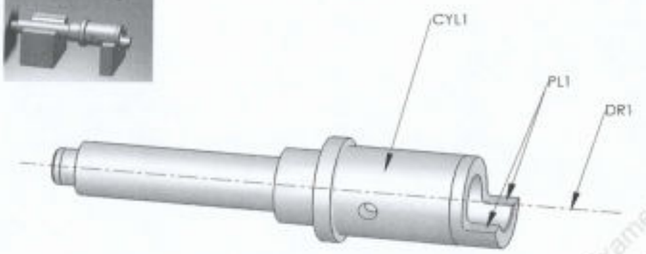
Spécification à contrôler

⌖	0,1	A



Palpeur(s) utilisé(s)	**Longeur mini**
N° ...1.........	.........18.........
N°	....
N°	....
N°	....
N°	....

Repérage des surfaces :



Eléments Géométriques à palper :(choix des surfaces a palper)

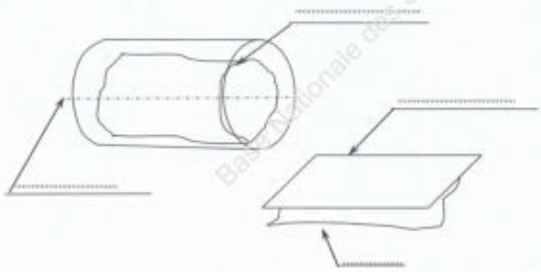
	N° de palpeur	nombre de points palpés
PL1	1	5
CYL1	1	6

Eléments Géométriques a construire et à mettre en relation:

DR1 Axe du cylindre CY1

(à compléter)

Représentation schématique des éléments palpés et extraits. (A COMPLETER)



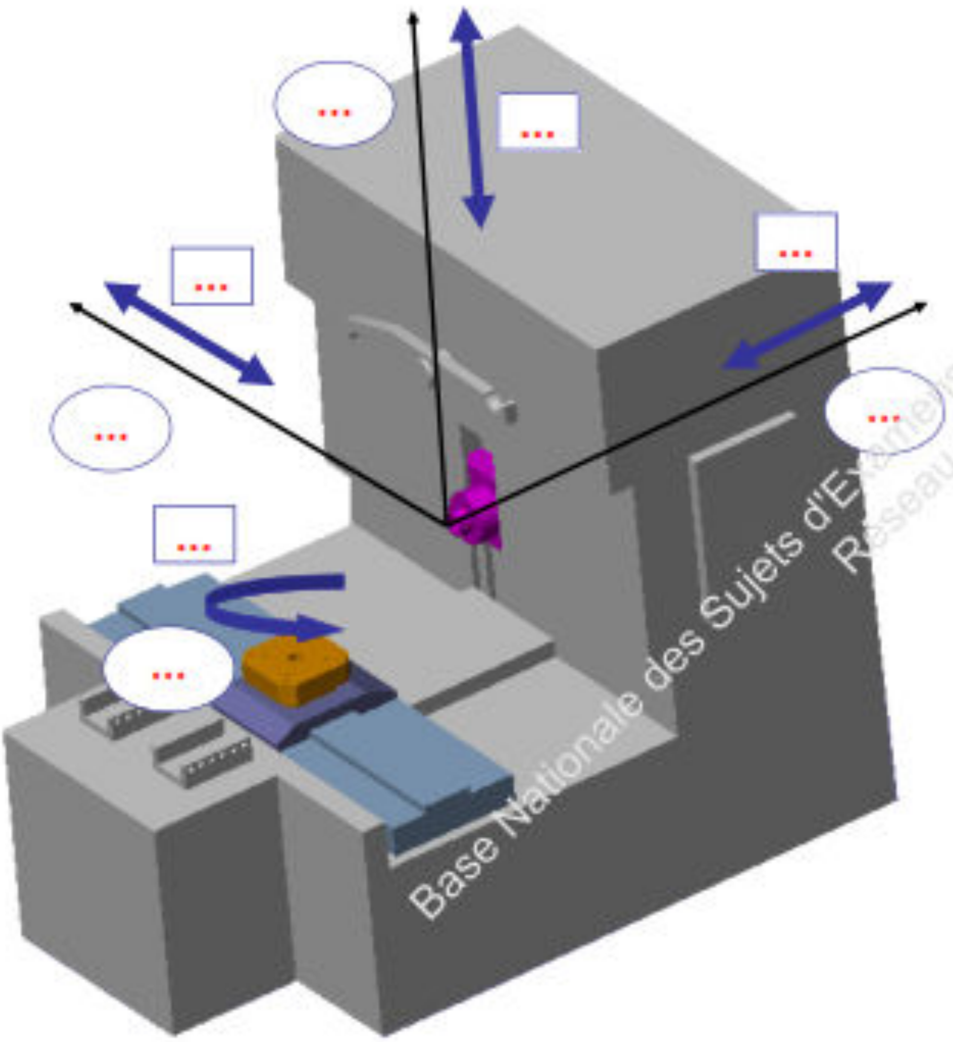
Critère d'acceptabilité : **(à compléter)**

Dossier-réponse de l’épreuve d’élaboration d’un processus d’usinage (extrait)

1. <u>CENTRE D'USINAGE HORIZONTAL 4 AXES PCH400</u> **voir DR1**
Vidéo déplacement machine et DR2 Dossier technique machine

Placer sur le schéma ci-dessous, dans les emplacements prévus à cet effet :

- les axes de la machine ...
- les courses ...



1006-TU T S

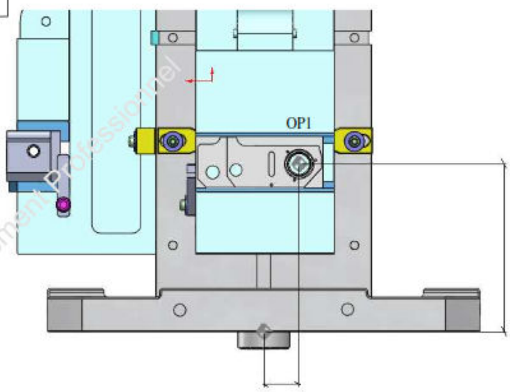
Dossier- sujet de l'épreuve d'élaboration d'un processus d'usinage (extrait)

3-3 | **ETUDE DU POSAGE A**

<u>Pour information</u> : Référence Eau : LTCV-M160

En vous aidant du Dossier Technique avec les différents DT, du document fourni dans le Dossier Ressource « DR8 Etaux DOGA » et du fichier dans le dossier FAO « Support couteau Phase 200 posage A »

Fig.1

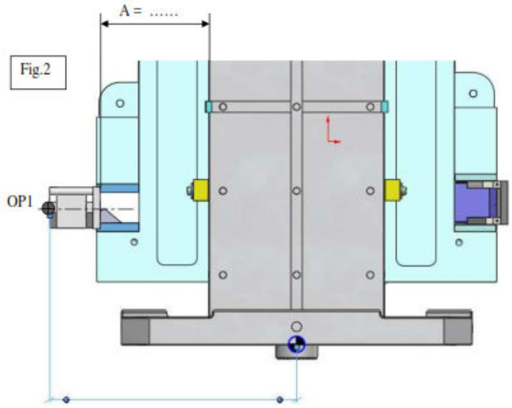


- **Représenter en rouge « l'Opp1 » (Origine palette) sur les fig.1 et 2.**
- **Représenter en bleu les axes normalisés X+, Y+, Z+ à partir de l'Opp1 sur les fig.1 et 2.**
- **Représenter en rouge les vecteurs de décalage d'origine (OP1/Opp1) en X, Y et Z sur les fig.1 et 2.**
- **Déterminer et porter la valeur A sur la Fig.2**

- **Déterminer les décalages qui positionnent OP1 et porter les valeurs sur les fig.1 et 2.**

Décalage en X :	
Décalage en Y :	
Décalage en Z :	

Fig.2



8. Evolution de l'enseignement des mathématiques au XX^e siècle

Nous proposons ici un panorama de l'histoire de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement secondaire. Nous nous appuyons en grande partie sur les travaux de H. Gispert et G. Schubring (2007) : *L'enseignement des mathématiques au XX^e siècle dans le contexte français*. Actes 5e Université d'été européenne sur l'histoire et l'épistémologie des mathématiques dans l'enseignement (ESU-5), Prague.

Ce panorama indique l'évolution de la place et la fonction de la discipline des mathématiques dans l'enseignement secondaire dans le contexte historique français du XX^e siècle.

Avant 1902

Avant 1902, la discipline des mathématiques se décline selon trois couches sociales :

- Dans les lycées classiques pour l'élite intellectuelle et sociale où prévalent les humanités ; les mathématiques y sont différées en dernière année ;
- Dans les collèges modernes pour les cadres des l'industrie et du commerce où les mathématiques s'inscrivent dans une formation scientifique à visée applicative, les applications étant associées à la modernité technologique ;
- Dans les écoles primaires supérieures pour les autres où les mathématiques y sont étudiées dans une visée utilitaire pour traiter des problèmes quotidiens.

La réforme scolaire de 1902

La réforme de 1902 opère à différents niveaux profondément :

- Au collège (premier cycle du secondaire) est uniformisé avec un équilibre entre les humanités, les mathématiques, les sciences et les langues vivantes.
- Au lycée (second cycle du secondaire) où la géométrie, en lien avec des problèmes concrets, les fonctions dérivables, les liens avec la physique sont enseignés. Dès cette période, les mathématiques sont suspectées soit de ne pas être vivantes, soit d'être dénaturées[340]. Le lycée est réservé à ceux qui poursuivent leurs études à l'issue du collège ;

[340][…] on peut signaler bien des moyens qui pourraient être employés pour introduire plus de vie et de sens du réel dans notre enseignement mathématique. […] c'est le seul moyen d'empêcher que les Mathématiques soient un jour supprimées comme inutiles par voie d'économie budgétaire. … Ne risque-t-on pas de diminuer cette valeur éducative en y rendant plus pratique et moins théorique l'enseignement des Mathématiques ?

(Cité par Gispert *et alii* , p. 3 : Emile Borel (1904) *Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire.* Revue générale des sciences pures et appliquées 14, 431– 440)

- à l’Université qui se voit incomber une nouvelle mission en plus de préparer aux carrières des arts libéraux ou de l’enseignement : celle de préparer à l’entrée dans le monde économique et à l’action[341].

L’Entre- deux- guerres (de 1920 à 1940)

Lors de l’Entre-deux-guerres, en réaction à la culture germanique, les humanités représentent la conservation de la culture latine ; leur prévalence dans l’enseignement secondaire est rétablie. L’horaire dédié aux sciences diminue et l’égalité scientifique est appliquée : tous les élèves reçoivent la même formation concentrée en terminale comme avant la réforme de 1902. En contrepartie, l’enseignement primaire, dans les écoles primaires supérieures, « accorde une large place aux sciences, aux mathématiques et à leurs applications » (Gispert, 2007, p. 3).

Le régime de Vichy

Sous le régime de Vichy, rien de particulier n’est engagé à propos de la discipline des mathématiques mais les écoles primaires supérieures sont intégrées aux collèges dits modernes, ce qui est une façon de morceler la résistance républicaine du corps des instituteurs. « Ensuite, Vichy abolit les écoles normales et, en conséquence, les futurs instituteurs suivent dorénavant leur scolarité dans les nouveaux collèges modernes et donc doivent passer par le baccalauréat » (*ibid.,* p. 4).

À la Libération

A la Libération, la renaissance économique et un courant épistémologique structuraliste dominant confère aux mathématiques une rationalité universelle dans tous les domaines d’activité de recherche ainsi qu’un rôle citoyen vis-à-vis de l’esprit critique et de l’égalité à l’éducation. A partir de ces années, le statut de la discipline des mathématiques change et prend peu à peu la place des humanités : d’une discipline utilitaire, elle devient chargée de vertu d’excellence et de pureté allant à l’encontre de la pénurie d’enseignants de mathématiques :

> La nouvelle mathématique et sa structure étaient généralement considérées comme un outil scientifique et un langage essentiels pour accéder à tout savoir. […] seuls moins de 20% des enseignants de mathématiques étaient alors des professeurs certifiés ou agrégés.
>
> (*ibid.* p. 5)

À partir de 1970

[341] Dans un pays où la population, professionnelle active (industriels, négociants, agriculteurs) représente 40% de la population totale, où le capital industriel s'élève à 96 milliards 700 millions de francs, où les exportations se sont chiffrées en 1900 à plus de 4 milliards de francs, l'Université ne peut plus se contenter de préparer les jeunes gens qui lui sont confiés aux carrières libérales, aux grandes écoles et au professorat; elle doit les préparer aussi à la vie économique, à l'action.

(Cité par Gispert *et alii* : Séance des débats à la chambre, les 12 et 14 février 1902, le Journal officiel p. 666)

A partir de 1970, l'enseignement se démocratise ou se massifie, selon le point de vue. L'épisode des mathématiques modernes tente d'imposer de façon indifférenciée tout au long du cursus un enseignement de mathématiques formelles (le langage des ensembles) auxquels la majorité des enseignants n'étaient pas préparés. Cet épisode, qui n'est pas dénué d'idéologie (celle d'instaurer les mathématiques au dessus des autres sciences, celle d'avoir une représentation pyramidale des savoirs mathématiques) se termine par le renoncement.

Les réformes des dernières décennies

Les années 1982, 2000, 2010 voient se succéder les réformes du lycée où le statut des mathématiques n'est pas ébranlé pour la formation des élites. Cependant, des parcours scientifiques diversifiés sont créés, mettant à l'honneur les sciences de l'informatique, l'algorithmique, les sciences et technologies.

Les métiers scientifiques font l'objet d'une attentive publicité aussi bien pour le recrutement d'étudiants que pour la parité.

La démarche constructiviste d'enseignement des mathématiques de l'enseignement primaire diffuse au collège puis au lycée, outillée par les applications logicielles dédiées aux mathématiques scolaires.

9. Bourbaki selon deux dictionnaires

Bourbaki, expliqué selon deux dictionnaires, l'un français, l'autre anglais, conduit à des regards différents.

Oxford Concise Dictionnary of Mathematics

Les auteurs Christopher Clapham et James Nicholson sont chercheurs en mathématiques respectivement à l'Université d'Aberdeen et de Cambridge.

> **Bourbaki, Nicolas** The pseudonym used by a group of mathematicians, of changing membership, mostly French, who since 1939 have been publishing volumes intended to build into an encyclopeadic survey of pure mathematics, the Eléments de mathématique. Its influence is variously described as profound or baleful, but is undoubtedly extensive. Bourbaki has been the standard-bearer for what might be called the Structuralist School of modern mathematics.

(Clapham Ch., Nicholson J. (2005). *Oxford Concise Dictionnary of Mathematics*. Oxford University Press. Third edition. p. 49)

Dictionnaire Larousse des mathématiques modernes

L'auteur Lucien Chambadal est ancien élève de l'Ecole normale supérieure et agrégé de l'université.

> **BOURBAKI** (Nicolas), pseudonyme collectif pris vers 1933 par un groupe de jeunes mathématiciens français, anciens élèves de l'Ecole Normale supérieure. Plus d'une dizaine de mathématiciens étaient présents à Bourbaki à ses premiers jours ; les cinq membres fondateurs sont H. Cartan, C. Chevalley, J. Delsarte, J. Dieudonné et A. Weil. L'équipe de Bourbaki comporte un peu plus de vingt membres, dont certains ne sont pas français. Seuls prennent des décisions les membres âgés de moins de cinquante ans ; ils se renouvellent par cooptation.
>
> L'influence de Bourbaki sur les mathématiques contemporaines est considérable ; elle est due principalement à la publication d'un gigantesque traité :
>
> ***Eléments de mathématique***. Depuis 1940, trente-cinq volumes ont paru, périodiquement remaniés. Bourbaki, considérant son texte comme définitif, va publier une édition reliée *ne varietur*. Le singulier dans « mathématique » tend à démontrer l'unité des mathématiques en faisant ressortir des structures fondamentales communes à diverses branches. Les diverses notions sont exposées « en prenant les mathématiques à leur début », dans un ordre logique. Par exemple, la théorie des ensembles et l'algèbre linéaire sont exposées sans faire appel à la notion de nombre réel, faisant cesser l'étonnante confusion entre algèbre et analyse.
>
> La lecture de ce traité « ne suppose en principe aucune connaissance mathématique particulière ». En fait, les Eléments de mathématique ne constituent jamais un ouvrage d'initiation (quelque soit le niveau du lecteur), mais la référence, en France et dans le monde entier, sur l'ensemble des sujets développés : Théorie des ensembles, Algèbre, Topologie générale, Fonction d'une variable réelle, Intégration, Espaces vectoriels topologiques, Groupes de Lie, etc. (Mais on attend encore « les parties de ce traité consacrées aux fonctions d'une variable complexe, au calcul des variations et au calcul numérique ».)

Chambadal Lucien. (1969). *Dictionnaire des mathématiques modernes*. Eds Larousse, p. 32– 33.

10.Sept composantes de la linguistique structurale

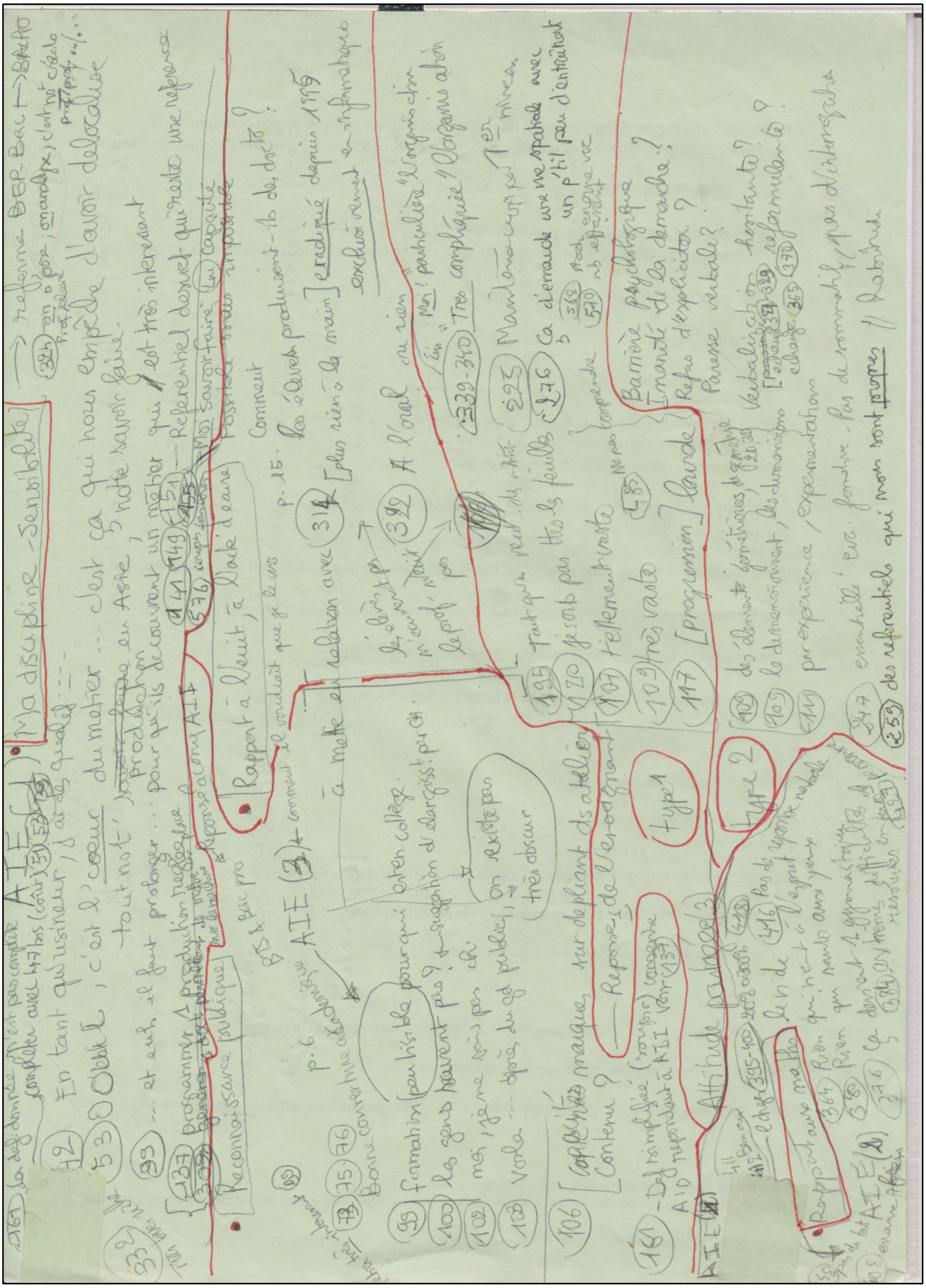
Cette présentation s'appuie sur la synthèse des *Grands courants en linguistique* proposée par Henriette Gezundhajt.

Cette synthèse est mise en ligne (www.linguistes.com/courants/courants.html) est un document didactique de dix pages rendant compte d'une période d'enseignement entre 1998 et 2010 du Département d'études françaises de l'Université de Toronto.

Composante (ou domaine d'étude)	**Objet(s) d'étude de la composante**
La phonétique	Les unités sonores.
La phonologie	Les rôles des sons dans un système linguistique.
La morphologie	La structure grammaticale des mots.
La lexicologie	Les différents vocabulaires dans le lexique d'une langue.
La sémantique	Les propositions et leur signification.
La syntaxe	Les combinaisons et les relations entre les mots d'une phrase.
L'énonciation et la pragmatique	La production et la reconnaissance langagières, selon les points de vue respectifs du locuteur et du co-locuteur dans une situation donnée.

11.Document de recherche heuristique personnel

Nous reproduisons ci-après la première carte conceptuelle que nous avons produite.
Elle est relative au verbatim d'entretien long avec l'enseignant de productique usinage E-pu1.
Cette carte est un outil heuristique privé : elle n'a pas été élaborée dans l'optique d'être communiquée.
Les initiales AIE signifie *acte illocutoire expressif*.


AIE (1)
Ma discipline - Sensibilité
→ réforme BEP-Bac → BAC PRO
En tant qu'usineur, j'ai des qualif...
Outil, c'est l'cœur du métier ... c'est ça qui nous empêche d'avoir délocalisé
tout not' production en Asie, notre savoir faire.
... et euh il faut prolonger ... pour qu'ils découvrent un métier qui est très intéressant
Référentiel devrait qu'il reste une référence
Reconnaissance publique
Réponse à conv AIE
Rapport à l'écrit, à l'acte d'écrire
Mon savoir faire
Comment
Les élèves produisent-ils des docts ?
BTS & Bac pro
AIE (3)
p. 6
p. 15
Bonne connaissance académique
à mettre en relation avec
[plus rien à la main] éradiqué depuis 1995
exclusivement en informatique
formation peu lisible pour qui est en collège
les gens savent pas ?
moi, je ne sais pas
voilà ... dépôt du gd public, on existe pas
très obscur
A l'oral
Très compliquée l'organisation
Maintenance 1er niveau
Ça demande une vue spatiale avec un p'tit peu d'entraînement
Tant que ...
je sors pas des feuilles
tellement vaste
très vaste
[progression] lourde
Barrière psychologique
Inanité de la démarche ?
Refus d'expliciter ?
Paresse verbale ?
capacités ... marque sur dépliant ds atelier
Contenu ?
Réponse de l'enseignant
Def simplifiée
type 1
type 2
Attitude partagée (3)
AIE (4)
Rapport aux maths
Rien qui ne t à l'esprit
Rien qui saute aux yeux
Ça devient 1 gymnastique
AIE (2)
des éléments géométriques, de géométrie
le dimensionnement, les dimensions
par expérience, expérimentation
Verbalisation hésitante ?
reformulante ?
essentielle
des référentiels qui nous sont propres

ANNEXE DES DÉMONSTRATIONS

1.L’irrationnalité de racine de 2 ($\sqrt{2}$)

Repère chronologique

Mathématicien ou école	Dates de naissance et de mort avant Jésus Christ http://fr.wikipedia.org/
Thalès	-625 à – 647
Pythagore	-570 à -480
Ecole pythagoricienne	vers -250 (environ 10 générations)
Euclide	-300 à -400 ?
Aristote	-384 à -322
Archimède	-287 à -212

Rappel terminologique : *unité, nombre, fraction, irrationnel.*

« […] *les pythagoriciens s’intéressaient essentiellement à la signification philosophique des nombres. Dans leur philosophie, l’univers tout entier était caractérisé par les nombres et leurs relations, et un problème fondamental était donc de définir de manière générale ce qu’était un nombre. Dans ses éléments (VII, 2), Euclide définit d’abord « les unités » comme étant « ce qui a la vertu de toute chose qui est dite une » ; il définit ensuite un nombre comme « une multitude formée de ses unités ». Comme une unité est indivisible, ni Euclide, ni Aristote ne considèrent une unité comme un nombre, mais plutôt comme « une base de comptage, ou comme l’origine des nombres ».* […]

Indépendamment de cette définition du nombre, orientée sur l’idée de comptage, on trouve chez Aristote, l’assertion suivante : ce qui est divisible en partie discrètes est appelé multitude, tandis que la multiplicité bornée (finie) est appelée un nombre.

Ainsi, en termes modernes, les grecs appelaient nombres les entiers naturels différents de 0 et de 1. Les fractions étaient des rapports de nombres et les nombres irrationnels étaient des relations entre des grandeurs géométriques incommensurables. »

Mainzer K. (1998). *Nombres naturels, entiers, nombres rationnels*. *In* Les Nombres : leur histoire, leur place et leur rôle de l’Antiquité aux recherches actuelles. Editions Vuibert, 433 pages ; p. 5-6.

Grandeurs commensurables

Définition du livre V des *Eléments de géométrie* d’Euclide.

Une grandeur est partie d’une grandeur, la plus petite de la plus grande, quand elle mesure la plus grande.

Traduction Peyrard, 2e édition, 1809, cité par Dahan-Dalmedico & Peiffer. (1987). Une histoire des mathématiques : routes et dédales. Editions Seuil, collection Points Sciences, p.58.

L’incommensurabilité de $\sqrt{2}$

Préambule

Nous ne cherchons pas à reprendre formellement la démonstration d’Euclide mais simplement à mettre en perspective le problème tel qu’il s’est posé géométriquement et l’épistémologie antique des nombres.

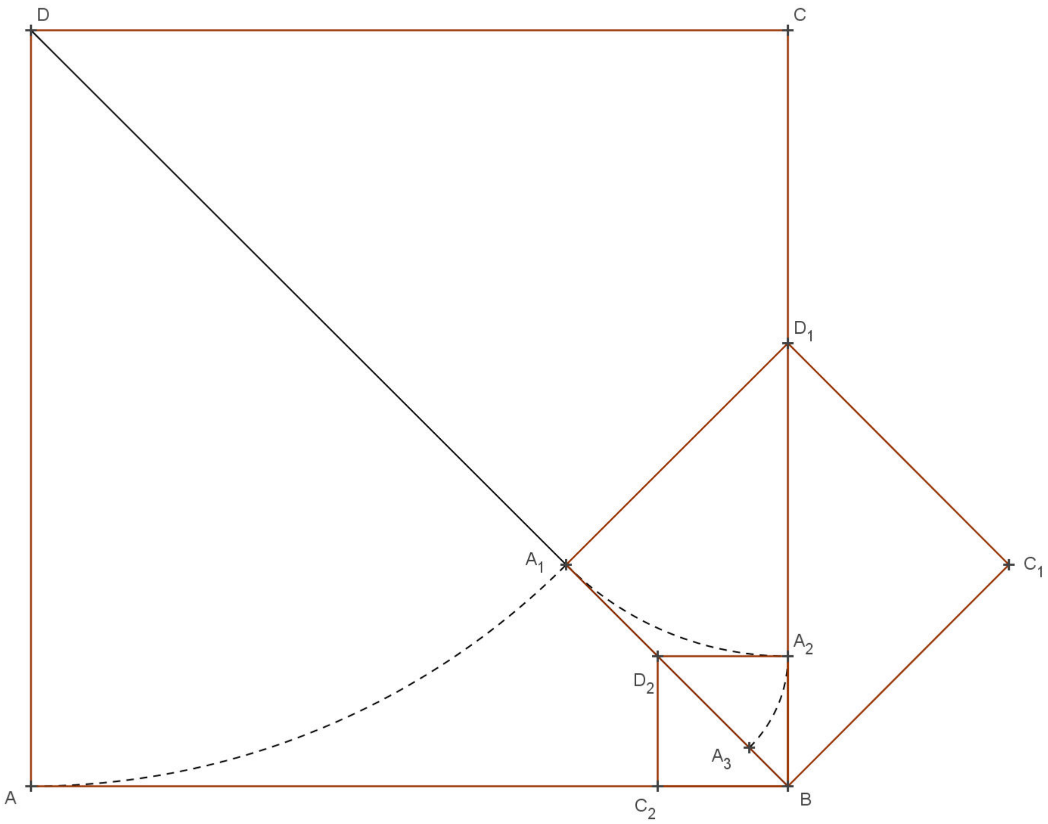
Démonstration

Par l’absurde : on suppose que dans tout carré, un côté et une diagonale sont commensurables ; c'est-à-dire qu’il existe une longueur, *u*, telle que *u* est partie commune du côté et de la diagonale.

De cette hypothèse, on déduit que la différence de longueur (constructible) est elle aussi commensurable au côté et à la diagonale par *u*.
On construit alors un carré à partir de cette différence de longueur : ce carré, plus petit que le précédent, vérifie l'hypothèse de commensurabilité d'un côté et d'une diagonale.
On itère ce procédé constructif « à l'infini » : à partir d'un certain rang, cela conduit à ce que la longueur *u* soit infiniment petite.
Or ceci contredit la définition d'unité de mesure.

Illustration

On part d'un carré ABCD tel que et DA et DB sont mesurables par u.
On reporte [DA] sur [DB] : soit [A_1 B] et A_1B mesurable par u.
On complète [A_1 B] en un carré de côté [A_1 B] : A_1B C_1 D_1 tel que D_1A_1 et D_1B sont mesurables par *u*.
On reporte [D_1A_1] sur [D_1B] : etc.



D'après Galion thèmes. (1998). *Radical de 2*. ISBN : 2-912209-23-04

Une conséquence mathématique de l'incommensurabilité de $\sqrt{2}$ et de 1 est le concept d'infini *via* la construction d'une grandeur qui devient infinitésimale.

2. La formule de Héron

Théorème

Soit un triangle dont les côtés ont pour longueurs a, b, c.

L'aire de ce triangle est : $\sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{-a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a-b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b-c}{2}\right)}$.

En remarquant que $\frac{a+b+c}{2}$ désigne le demi-périmètre, on a aussi :

$$\sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-a\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-b\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-c\right)}.$$

Preuve « anachronique » utilisant les vecteurs

Le cadre est celui d'un plan affine euclidien.

Soit un triangle ABC non dégénéré. Posons : $a = BC, b = AC, c = AB$.

On a : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

Par le théorème de Pythagore généralisé : $\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right) = \overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CB}$

Donc, par les propriétés de bilinéarité et de symétrie du produit scalaire :

$$\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{AC}\right\|^2 - 2\left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \left\|\overrightarrow{BC}\right\|^2$$

En reprenant les notations des mesures de longueurs, la relation devient :

$$c^2 + b^2 - 2c \times b \times cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = a^2 .$$

On déduit : $$cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{c^2+b^2-a^2}{2bc} .$$

On applique la formule usuelle de l'aire d'un triangle en considérant la base AB.

Nommons $\mathcal{A}$, l'aire de ABC. On a : $\mathcal{A} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \left|sin\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)\right|$.

En reprenant les notations des mesures de longueurs, la relation devient :

$\mathcal{A} = \frac{1}{2} cb \times \sqrt{1 - \left(\frac{c^2+b^2-a^2}{2bc}\right)^2}$.

En réduisant : $\mathcal{A} = \frac{1}{4} \sqrt{4c^2b^2 - (c^2 + b^2 - a^2)^2}$

En factorisant : $\mathcal{A} = \frac{1}{4} \sqrt{(2bc + c^2 + b^2 - a^2)(2bc - c^2 - b^2 + a^2)}$

De même : $\mathcal{A} = \frac{1}{4} \sqrt{((b + c)^2 - a^2)(a^2 - (b - c)^2)}$

De même : $\mathcal{A} = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(-a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)}$

Puis avec : $\frac{1}{4} = \sqrt{\frac{1}{2^4}}$, on déduit : $\mathcal{A} = \sqrt{\frac{(a+b+c)}{2}\frac{(-a+b+c)}{2}\frac{(a-b+c)}{2}\frac{(a+b-c)}{2}}$.

En exprimant chaque facteur par rapport au demi-périmètre $\left(\frac{a+b+c}{2}\right)$, on retrouve le résultat annoncé par le manuel : $\mathcal{A} = \sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-a\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-b\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-c\right)}$.

Preuve conforme à la preuve de Héron.

Voici la preuve de Héron telle que le Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Belgique propose de la reconstituer. La référence de ce document est :

CREM. (2004) *Pour une culture mathématique accessible à tous : élaboration d'outils pédagogiques pour développer des compétences citoyennes.* Rapport de fin de recherche. Recherche n°100/03. Belgique, Nivelles. p. 463-467.

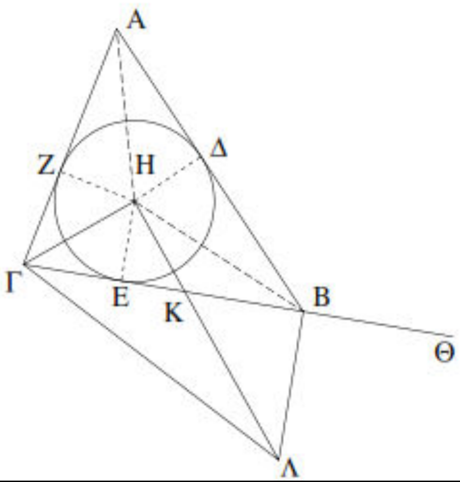
Le texte de la démonstration

En préambule à la démonstration, HÉRON rappelle l'originalité de la formule : il souhaite trouver l'aire d'un triangle dont sont connues les longueurs des trois côtés sans utiliser la mesure d'une des hauteurs.

> Et la démonstration géométrique de cette <méthode> est la suivante : les côtés d'un triangle étant donnés, trouver la superficie. Il est en effet possible qu'après avoir conduit une hauteur et sa grandeur étant déduite, l'on trouve la superficie du triangle, mais ce qu'il faut <ici>, c'est que la superficie soit déterminée sans la hauteur.

Vient ensuite la démonstration générale proposée par HÉRON. Nous l'avons présentée ici en deux colonnes. La colonne de gauche reprend notre traduction du grec en français non littéraire. Les mots entre < > ont été ajoutés pour clarifier le sens en français. La colonne de droite explicite le texte dans une formulation plus contemporaine.

Que soit donné le triangle ΑΒΓ et que soient données <les grandeurs> ΑΒ, ΒΓ <et> ΓΑ : trouver la superficie.	Quelle est l'aire d'un triangle ΑΒΓ dont on donne les longueurs des côtés ΑΒ, ΒΓ et ΓΑ ?
Que soit inscrit dans le triangle le cercle ΔΕΖ, dont le centre sera Η, et que soient menés ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ, ΔΗ, ΕΗ, ΖΗ.	Traçons le cercle inscrit au triangle ΑΒΓ. Son centre est en *H*, intersection des bissectrices intérieures du triangle. Traçons : – ΔΗ perpendiculaire à ΑΒ, – ΕΗ perpendiculaire à ΒΓ, – ΖΗ perpendiculaire à ΓΑ. Joignons Η aux trois sommets du triangle : ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ.



D'une part, <le rectangle> sous BΓ <et> EH est double du triangle BHΓ, d'autre part, <le rectangle> sous ΓA <et> ZH <est double> du triangle AΓH, et <le rectangle> sous AB <et> DH <est double> du triangle ABH.	BΓ est la base du triangle BHΓ et EH est la hauteur de ce même triangle. L'aire du triangle BHΓ est donc $\frac{B\Gamma \cdot EH}{2}$. Le produit BΓ·EH vaut le double de l'aire du triangle BHΓ. De même, ΓA·ZH vaut le double de l'aire du triangle AΓH et AB·ΔH vaut le double de l'aire du triangle ABH.
<Le rectangle> sous le périmètre du triangle ABΓ et la <grandeur> EH, c'est-à-dire le rayon du cercle ΔEZ, est double du triangle ABΓ.	La somme des aires des trois triangles BHΓ, AΓH et ABH est équivalente à l'aire du triangle ABΓ. Et puisque ΔH, EH et ZH sont trois rayons du cercle inscrit, on peut écrire : 2 aires de ABΓ = BΓ·EH + ΓA·ZH + AB·ΔH, 2 aires de ABΓ=(BΓ + ΓA + AB)·EH (1) où BΓ + ΓA + AB est le périmètre du triangle ABΓ.

Que soit prolongée ΓB et que soit placé <sur ce prolongement> BΘ égale à AΔ. ΓBΘ est la moitié du périmètre du triangle ABΓ parce que d'une part AΔ est égal à AZ, d'autre part ΔB <est égal> à BE et ZΓ <est égale> à ΓE.	On positionne sur le prolongement de ΓB le point Θ tel que BΘ=AΔ. Les triangles AHZ et AHΔ sont isométriques car ils sont rectangles, ont le côté AH commun et ZH = HΔ. AΔ est donc égal à AZ. Pour une même raison, ΔB = EB et ZΓ = ΓE. En vertu de ces égalités, le demi-périmètre du triangle ABΓ = ΓE + EB + AΔ = ΓE + EB + BΘ = ΓΘ. (2)
Donc, <le rectangle> sous ΓΘ <et> EH est égal au triangle ABΓ.	En associant les égalités (1) et (2), on trouve que l'aire du triangle ABΓ = ΓΘ·EH.
Mais <le rectangle> sous ΓΘ <et> EH est la racine <du carré> de ΓΘ <multiplié> par <le carré> de EH ; <le carré> du triangle ABΓ sera donc égal au carré de ΘΓ <multiplié> par <le carré> de EH.	Puisque l'aire du triangle ABΓ = ΓΘ·EH, elle peut s'exprimer par $\sqrt{\Gamma\Theta^2 \cdot EH^2}$ (3). Une autre manière de le dire est que le carré de l'aire vaut $\Gamma\Theta^2 \cdot EH^2$.
Que soit menée d'une part HΛ perpendiculairement à ΓH, d'autre part BΛ <perpendiculairement> à ΓB et que soit mené ΓΛ.	On construit HΛ perpendiculairement à ΓH et BΛ perpendiculairement à ΓB. On trace ΓΛ pour terminer le triangle ΓBΛ.

Si maintenant chacun <des angles> sous ΓHΛ <et> ΓBΛ est droit, alors le quadrilatère ΓHBΛ est <inscrit> dans un cercle ; donc, <les angles> sous ΓHB <et> ΓΛB sont égaux <ensemble> à deux droits.	Le triangle ΓHΛ est rectangle en H : il est donc inscrit dans le cercle de diamètre ΓΛ. Il en est de même pour le triangle ΓBΛ, rectangle en B qui est lui aussi inscrit dans le cercle de diamètre ΓΛ. Les quatre points Γ, Λ, B et H sont donc cocycliques et la somme des angles opposés de ce quadrilatère convexe ΓHBΛ inscrit dans un cercle vaut 2 angles droits : $\widehat{\Gamma HB} + \widehat{\Gamma \Lambda B} = 180°$. (4)
Et, d'autre part, <les angles> sous ΓHB <et> AHΔ sont égaux <ensemble> à deux droits parce que les angles autour de H sont coupés en deux par AH, BH <et> ΓH, et <les angles> sous ΓHB <et> AHΔ sont égaux <ensemble> aux angles sous AHΓ <et> ΔHB et, ensemble, ils sont égaux à quatre droits ; donc, <l'angle> sous AHΔ est égal à celui sous ΓΛB.	Considérons six des angles en $\widehat{H}$: – $\widehat{\Gamma HE} = \widehat{\Gamma HZ}$ puisque les triangles EHΓ et ΓHZ sont isométriques, – $\widehat{EHB} = \widehat{BH\Delta}$ puisque les triangles EHB et BHΔ sont isométriques, – $\widehat{AH\Delta} = \widehat{ZHA}$ puisque les triangles AHΔ et AHZ sont isométriques. $\widehat{\Gamma HE} + \widehat{EHB} + \widehat{AH\Delta} = \widehat{\Gamma HZ} + \widehat{BH\Delta} + \widehat{ZHA}$ $\widehat{\Gamma HB} + \widehat{HA\Delta} = \widehat{AH\Gamma} + \widehat{BH\Delta}$. Puisque la somme de ces six angles vaut 360°, nous avons : $\widehat{\Gamma HB} + \widehat{HA\Delta} = 180°$. (5) De (4) et (5), on tire que $\widehat{\Gamma\Lambda B} = \widehat{\Delta HA}$. (6)

Et <l'angle> droit sous AΔH est égal à <l'angle> droit sous ΓBΛ ; le triangle AΔH est donc semblable au triangle ΓBΛ.	L'égalité (6) implique que les deux triangles rectangles ΓBΛ et AΔH sont semblables.
Comme BΓ <est> à BΛ, AΔ <est> à ΔH, c'est-à-dire BΘ <est> à EH et, alternativement, comme ΓB <est> à BΘ, BΛ <est> à EH,	Les côtés homologues de ces deux triangles sont proportionnels : $\frac{B\Gamma}{\Delta A} = \frac{B\Lambda}{\Delta H}$. Le calcul des proportions permet d'échanger les termes moyens : $\frac{B\Gamma}{B\Lambda} = \frac{\Delta A}{\Delta H}$. Et puisque $\Delta A = B\Theta$ par construction et que ΔH et EH sont deux rayons du cercle inscrit, on obtient : $\frac{B\Gamma}{B\Lambda} = \frac{B\Theta}{EH}$ et en échangeant à nouveaux les termes moyens, on obtient : $\frac{B\Gamma}{B\Theta} = \frac{B\Lambda}{EH}$. (7)
c'est-à-dire BK <est> à KE, parce que BΛ est parallèle à EH,	Les deux triangles BΛK et EHK ont leurs côtés homologues parallèles : ils sont donc semblables et on a : $\frac{B\Lambda}{EH} = \frac{BK}{EK}$. (8) De (7) et (8), on déduit : $\frac{B\Gamma}{B\Theta} = \frac{BK}{EK}$.
et en rassemblant, comme ΓΘ <est> à BΘ, de même BE <est> à EK ;	Une propriété du calcul des proportions conduit à : $\frac{B\Gamma + B\Theta}{B\Theta} = \frac{BK+KE}{EK}$ et donc à $\frac{\Gamma\Theta}{B\Theta} = \frac{BE}{EK}$.
de sorte que, comme <le carré> de ΓΘ <est> au <rectangle> sous ΓΘ <et> ΘB, ainsi le <rectangle> sous BE <et> EΓ <est> au <rectangle> sous ΓE <et> EK,	et en multipliant à gauche par $\frac{\Gamma\Theta}{\Gamma\Theta}$ et à droite par $\frac{\Gamma E}{\Gamma E}$, on obtient : $\frac{\Gamma\Theta \cdot \Gamma\Theta}{B\Theta \cdot \Gamma\Theta} = \frac{BE \cdot \Gamma E}{EK \cdot \Gamma E}$.

c'est-à-dire au <carré> de EH ; <car> dans un <triangle> rectangle, la hauteur EH est abaissée de <l'angle> droit sur la base ;	Dans le triangle ΓKH rectangle en H par construction, HE est la hauteur issue du sommet de l'angle droit. Son pied partage l'hypoténuse en deux segments ΓE et EK et on sait que $\mathrm{EK}\cdot\Gamma\mathrm{E}=\mathrm{EH}^2$. Donc : $\frac{\Gamma\Theta^2}{\mathrm{B}\Theta\cdot\Gamma\Theta} = \frac{\mathrm{BE}\cdot\Gamma\mathrm{E}}{\mathrm{EH}^2}$.
de sorte que <le carré> de $\Gamma\Theta$ <multiplié> par <le carré> de EH, produit dont la racine était la superficie du triangle ABΓ, sera égal <au rectangle> sous $\Gamma\Theta$ <et> ΘB <multiplié> par <le rectangle> sous ΓE <et> EB.	L'égalité du produit des moyens et des extrêmes dans cette dernière égalité donne : $\Gamma\Theta^2 \cdot \mathrm{EH}^2 = \Gamma\Theta \cdot \Theta\mathrm{B} \cdot \mathrm{BE} \cdot \Gamma\mathrm{E}$. (9) En comparant (3) et (9), on a bien montré que l'aire du triangle ABΓ vaut $\sqrt{\Gamma\Theta \cdot \Theta\mathrm{B} \cdot \mathrm{BE} \cdot \Gamma\mathrm{E}}$.
Et chacune des <grandeurs> $\Gamma\Theta$, ΘB, BE, ΓE est donnée ; en effet, d'une part $\Gamma\Theta$ est la moitié du périmètre du triangle ABΓ,	Nous posons $\mathrm{AB} = c$, $\mathrm{B}\Gamma = a$, $\Gamma\mathrm{A} = b$ et nous notons $p = \frac{a+b+c}{2}$ le demi-périmètre. En (2) ci-dessus, nous avions déjà remarqué que $\Gamma\Theta$ vaut le demi-périmètre p.
d'autre part BΘ <est> l'excédent dont la moitié du périmètre dépasse ΓB,	$\mathrm{B}\Theta = \Gamma\Theta - \Gamma\mathrm{B} = p - a$.

et BE <est> l'excédent dont la moitié du périmètre dépasse AΓ, et la droite EΓ est l'excédent par lequel la moitié du périmètre dépasse AB, puisque, d'une part, EΓ est égale à ΓZ, d'autre part BΘ <est égale> à AZ puisqu'elle est aussi égale à AΔ.	$\mathrm{BE} = \Gamma\Theta - \Gamma\mathrm{E} - \mathrm{B}\Theta = p - \Gamma\mathrm{Z} - \mathrm{ZA} = p - \Gamma\mathrm{A} = p - b$. $\Gamma\mathrm{E} = \Gamma\Theta - \mathrm{EB} - \mathrm{B}\Theta = p - \Delta\mathrm{B} - \mathrm{A}\Delta = p - \mathrm{AB} = p - c$.
La superficie du triangle ABΓ est donc ainsi donnée.	L'aire du triangle de côté de longueur a, b et c est $$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$ où $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Généralisation de la formule de Héron.

Le mathématicien algébriste et astronome Brahmagupta (Inde, 598–668) généralise la formule de Héron aux quadrilatères convexes dont les sommets appartiennent à un même cercle.

Si p est le demi-périmètre d'un tel quadrilatère dont les côtés consécutifs ont pour longueur respectivement a, b, c, d alors l'aire de ce quadrilatère est : $\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$.

Une preuve moderne consiste à appliquer l'additivité des aires en partageant le quadrilatère par l'une des diagonales, puis à remarquer que les angles aux sommets opposés définissant la diagonale choisie sont supplémentaires (grâce à l'hypothèse de cocyclicité des sommets).

On reprend alors la preuve vectorielle.

Cette formule est bien une généralisation de la formule de Héron car lorsqu'une des longueurs est nulle, la formule donne l'aire du triangle correspondant.

3. Produit scalaire, espace euclidien orienté, produit vectoriel

Dans cette section, on suppose acquis :

- Le calcul matriciel (les opérations de multiplication, inversion, transposition et leurs propriétés) ;
- Les notions d'espace vectoriel, de base, de changement de bases ;
- Le déterminant et ses propriétés.

Le but est de rappeler la construction de l'orientation des espaces euclidiens par emboîtement des notions.

$\mathbb{R}$ -espaces vectoriels

$\mathbb{R}$ -Espaces vectoriels de dimension finie

$\mathbb{R}$ -Espaces euclidiens : produit scalaire

Norme associée au le produit scalaire	Orthogonalité pour le produit scalaire

Bases orthonormées

Matrices orthogonales

Relation d'équivalence « ***avoir la même orientation que*** »

Orientation de l'espace

Bases orthonormées directes	Bases orthonormées indirectes

Produit mixte en dimension quelconque

Produit vectoriel en dimension 3

Interprétation dans l'espace affine euclidien : – Interprétation physique : moment – Interprétation géométrique : aire de parallélogramme

Généralités sur les espaces euclidiens.

- Soit E, un $\mathbb{R}$ –espace vectoriel. Soit f, une application définie de $E\times E$ dans $\mathbb{R}$.
  L'application f est un produit scalaire si et seulement si f vérifie :
  - ✓ $\forall u, v \in E,\ f(u,v) = f(v,u)$ (Propriété de symétrie).
  - ✓ $\forall u, v, w \in E,\ \forall a \in \mathbb{R},\ f(u + a.v, w) = f(u,w) + a\times f(v,w)$ (f bilinéaire).
    $$f(u, w + a.v) = f(u,w) + a\times f(u,v)$$
  - ✓ $\forall u \in E,\ f(u,u) \geq 0$ (f est positive).
  - ✓ $\forall u \in E,\ f(u,u) = 0 \Rightarrow u = 0_E$ (f est définie).

- Soit E, un $\mathbb{R}$ –espace vectoriel euclidien, c'est-à-dire un $\mathbb{R}$ –espace vectoriel de dimension finie non nulle, notée n, et muni d'un **produit scalaire** noté : $(..|..)\left|\begin{array}{l} E\times E \to \mathbb{R} \\ (u,v) \mapsto (u|v) \end{array}\right.$.

  Exemple. Le **produit scalaire canonique dans** $\mathbb{R}^3$est défini ainsi :
  $\forall u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \forall v = (x', y', z') \in \mathbb{R}^3, \qquad (u|v) = xx' + yy' + zz'.$

- L'application $\|\ldots\|\left|\begin{array}{l} E \to \mathbb{R} \\ u \mapsto \sqrt{(u|u)} \end{array}\right.$ définit une **norme sur *E*.**
  En effet l'application $\|\ldots\|$ vérifie les trois propriétés d'une norme :
  - ✓ L'application $\|\ldots\|$ est positive : $\forall u \in E,\ \|u\| \geq 0\ i.e.\ \sqrt{(u|u)} \geq 0$
    Car le produit scalaire est une forme positive.
  - ✓ L'application $\|\ldots\|$ est définie : $\forall u \in E,\ \|u\| = 0 \Rightarrow u = 0_E$
    i.e. $\sqrt{(u|u)} = 0 \Rightarrow u = 0_E$. L'implication est vraie car le produit scalaire est défini.
  - ✓ L'application $\|\ldots\|$ est homogène : $\forall u \in E,\ \forall a \in \mathbb{R},\ \sqrt{(a.u|a.u)} = |a|\times\sqrt{(u|u)}$ La relation est vraie car le produit scalaire est une forme bilinéaire.
  - ✓ L'application vérifie l'inégalité triangulaire : $\forall u, v \in E,\ \|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.
    Preuve : soient $u, v \in E$.
    Par la bilinéarité du produit scalaire : $\|u + v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2 + 2(u|v)$.
    Donc : $\|u + v\|^2 \leq \|u\|^2 + \|v\|^2 + 2|(u|v)|$.
    Par l'inégalité de Cauchy-Schwarz : $(u|v)^2 \leq (u|u)(v|v)$.
    Donc : $|(u|v)| \leq \|u\|\|v\|$.
    Finalement :$\|u + v\|^2 \leq \|u\|^2 + \|v\|^2 + 2\|u\|\|v\|$. *i.e.* : $\|u + v\|^2 \leq (\|u\| + \|v\|)^2$.
    L'inégalité triangulaire est donc vérifiée.

- Le produit scalaire définit une **relation d'orthogonalité** :
  Soient $u, v \in E$. Les vecteurs $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$ **sont orthogonaux** pour le produit scalaire $(..|..)$ si et seulement si leur produit scalaire est nul. On note : $u \perp v \Leftrightarrow (u|v) = 0$.

- Soit $B = (e_1, \ldots, e_n)$ une base vectorielle de E.

B Est une **base orthonormée** si et seulement si tout vecteur de B est unitaire et si les vecteurs de B sont deux à deux orthogonaux :

$$\forall i,j \in [\![1,n]\!],\ (e_i|e_j) = \begin{cases} 1 \text{ si } i = j \\ 0 \text{ si } i \neq j \end{cases}.$$

Cas où $E = \mathbb{R}^n$ et où (..|..) est le produit scalaire canonique.

- Soient $B = (e_1, \dots, e_n), B' = (e_1', \dots, e_n')$ deux bases orthonormées de E.
  Le changement de base de B à B' défini par : $\forall i \in [\![1,n]\!],\ e_i \mapsto e_i'$ a pour matrice, dans la base B, la matrice de passage de B à B' notée $P_{B,B'}$.
  i.e. : la i^e colonne de $P_{B,B'}$ est la colonne des coordonnées de e_i' dans la base B.
  Du fait que B'est une base orthonormée**,** on déduit : ${}^tP_{B,B'}{\times}P_{B,B'} = I_n$
  avec ${}^tP_{B,B'}$ la matrice transposée de $P_{B,B'}$ et I_n la matrice identité des matrices carrées d'ordre n à coefficients dans $\mathbb{R}$, neutre pour la multiplication matricielle.
  En effet, la i^e ligne de ${}^tP_{B,B'}$ par la la j^e colonne de $P_{B,B'}$ est précisément le nombre $(e_i'|\ e_j')$. On dit que $P_{B,B'}$ est une **matrice orthogonale**.
- D'après les propriétés du déterminant matriciel, si une matrice est orthogonale, nécessairement son déterminant est 1 ou -1. En effet :
  $$\begin{cases} \det({}^tP_{B,B'}{\times}P_{B,B'}) = \det({}^tP_{B,B'}){\times}\det(P_{B,B'}) = det(P_{B,B'})^2 \\ \det({}^tP_{B,B'}{\times}P_{B,B'}) = \det(I_n) = 1 \end{cases} \text{donc } \det(P_{B,B'}) = \pm 1 .$$

- On définit la relation « *avoir la même orientation* » sur l'ensemble des bases orthonormées de $\mathbb{R}^n$ **:**

  Soient $B = (e_1, \dots, e_n), B' = (e_1', \dots, e_n')$ deux bases orthonormées de $\mathbb{R}^n$**.**

  B' a la même orientation que B si et seulement si : $\det(P_{B,B'}) = 1$.

  La relation « *avoir la même orientation* » est une relation d'équivalence.
  - ✓ La relation est réflexive : $\det(P_{B,B}) = \det(I_n) = 1$.
  - ✓ La relation est symétrique : supposons que B' a la même orientation que B.
    Donc : $\det(P_{B,B'}) = 1$ donc $\det(P_{B,B'}{}^{-1}) = 1$ *i.e.* : $\det(P_{B',B}) = 1$.
    Donc : B a la même orientation que B'.
  - ✓ La relation est transitive : soit B'' une troisième base orthonormée de $\mathbb{R}^n$**.**
    Supposons que B'' a la même orientation que B' et que $'$ a la même orientation que B.
    Donc : $\det(P_{B,B''}) = \det(P_{B,B'}{\times}P_{B',B''}) = \det(P_{B,B'}) \times \det(P_{B',B''}) = 1$
    Donc : B'' a la même orientation que B.

- **Orienter l'espace $\mathbb{R}^n$, c'est choisir une base orthonormée *B* et classer les bases orthonormées de $\mathbb{R}^n$ selon deux classes d'équivalence :**
  - ✓ Celles qui ont la même orientation que B ; on dit alors qu'elles sont directes ;
  - ✓ Celles qui n'ont pas la même orientation que B ; on dit alors qu'elles sont indirectes.

- Soient $B = (e_1, \dots, e_n)$, $B' = (e_1{}', \dots, e_n{}')$ deux bases orthonormées directes de $\mathbb{R}^n$.
  Soit $(u_1, \dots, u_n)$ une famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$.
  Soient M la matrice des coordonnées de $u_1, \dots, u_n$ dans la base B et M' la matrice des coordonnées de $u_1, \dots, u_n$ dans la base B'.
  Par changement de bases, on a : $M = M' \times P_{B',B} = M' \times {P_{B,B'}}^{-1} = M' \times {}^tP_{B,B'}$.
  Comme $P_{B,B'}$ est orthogonale, on déduit : $\det(M) = \det(M')$ car $\det\left({}^tP_{B,B'}\right) = 1$.
  i.e.: $\det_B(u_1, \dots, u_n) = \det_{B'}(u_1, \dots, u_n)$.
  C'est-à-dire que le déterminant d'une famille n de vecteurs est indépendant de la base orthonormée dans laquelle il est calculé.
  On l'appelle produit mixte de $\boldsymbol{u_1}, \dots, \boldsymbol{u_n}$ et l'on note : $[u_1, \dots, u_n]$.

Cas où $\boldsymbol{E} = \mathbb{R}^3$ et où (..|..) est le produit scalaire canonique.

- On définit **le produit vectoriel comme opérateur binaire de** $\mathbb{R}^3$:

$\wedge \left| \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \\ (u, v) \mapsto u \wedge v \end{array} \right.$ où $u \wedge v$ est l'unique vecteur vérifiant : $\forall w \in \mathbb{R}^3$, $[u, v, w] = (u \wedge v |\, w)$.

- Les propriétés du produit vectoriel sont :
  - ✓ **Le vecteur $u \wedge v$ est orthogonal à $\boldsymbol{u}$ et à $\boldsymbol{v}$.**
    En effet : $(u \wedge v |\, u) = [u, v, u] = [u, v, 0_{\mathbb{R}^3}] = 0$. Donc : $u \wedge v \perp u$.
    De même : $u \wedge v \perp v$.
  - ✓ **$\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}$ est le vecteur nul si et seulement si $\boldsymbol{u}$ et $\boldsymbol{v}$ sont liés.**
    Si u et v sont liés alors : $\forall w \in \mathbb{R}^3$, $[u, v, w] = 0$. Donc : $\forall w \in \mathbb{R}^3$, $(u \wedge v |\, w) = 0$.
    En particulier, en prenant $w = u \wedge v$, on déduit : $(u \wedge v |\, u \wedge v) = 0$ donc $u \wedge v = 0$ car le produit scalaire est défini.
    Si $u \wedge v$ est nul alors : $\forall w \in \mathbb{R}^3$, $(u \wedge v |\, w) = 0$ car le produit scalaire est bilinéaire.
    Donc : $\forall w \in \mathbb{R}^3$, $[u, v, w] = 0$, *i.e.* : la famille $\{u, v, w\}$ est liée.
    En particulier, en prenant $w = u$, on déduit que $\{u, v\}$ est liée.
  - ✓ **$\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}$ est non nul si et seulement si $\boldsymbol{u}$ et $\boldsymbol{v}$ sont libres.**
  - ✓ **Les vecteur $u \wedge v$ et $v \wedge u$ sont opposés.** On dit que le produit vectoriel est alterné.
    En effet : soit $w \in \mathbb{R}^3$. Le déterminant étant alterné, on a : $[v, u, w] = -[u, v, w]$
    Donc : $(v \wedge u |\, w). = -(u \wedge v |\, w)$. Donc : $(v \wedge u + u \wedge v |\, w) = 0$.
    Prenons : $w = v \wedge u + u \wedge v$.
    Puisque le produit scalaire est défini, on déduit : $v \wedge u + u \wedge v = 0_{\mathbb{R}^3}$.
  - ✓ Soit (u, v) une famille orthonormée de $\mathbb{R}^3$. Soit w un vecteur de $\mathbb{R}^3$.
    $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w})$ est une base orthonormée directe de $\mathbb{R}^3$ si et seulement si $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}$.
    Preuve :
    (u, v) une famille orthonormée : par hypothèse $\|u\| = \|v\| = 1$ et $(u|v) = 0$.
    Si (u, v) était liée, il existerait un réel k tel que : $v = k.u$.
    Par linéarité du produit scalaire, on aurait : $\begin{cases} (u, v) = (u, k.u) = k \times \|u\|^2 = k \\ (u, v) = 0 \end{cases}$.

Donc : $k = 0$. Donc : $v = 0_{\mathbb{R}^3}$. Donc : $\|v\| = 0$. Contradiction.
Donc (u, v) était libre. Donc $u \wedge v$ est non nul. Donc : $\|u \wedge v\| \neq 0$.
De même, $(u, v, u \wedge v)$ est libre sinon on aurait : $\underbrace{[u, v, u \wedge v]}_{0} = \underbrace{\|u \wedge v\|^2}_{\neq 0}$.

$(u, v, u \wedge v)$ est donc une base orthogonale. Il reste à montrer que : $\|u \wedge v\| = 1$.
Déterminons les composantes de $u \wedge v$ en fonction de celle de u, de v, dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$, $B = (e_1, e_2, e_3)$ avec $e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)$.

On pose : $u\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}_B, v\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}_B, u \wedge v \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_B$. On a : $\begin{cases} [u, v, e_1] = (u \wedge v | e_1) \\ [u, v, e_2] = (u \wedge v | e_2) \\ [u, v, e_3] = (u \wedge v | e_3) \end{cases}$

D'où : $\begin{vmatrix} u_1 & v_1 & 1 \\ u_2 & v_2 & 0 \\ u_3 & v_3 & 0 \end{vmatrix} = x_1$ *i.e.* : $\boxed{x_1 = u_2 v_3 - u_3 v_2 .}$

De même, on montre que : : $\boxed{x_2 = -(u_1 v_3 - u_3 v_1)}$ et : $\boxed{x_3 = u_1 v_2 - u_2 v_1 .}$

Calculons $\|u \wedge v\|^2 = {x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2$.

On a : $\begin{cases} {x_1}^2 = {u_2}^2 {v_3}^2 + {u_3}^2 {v_2}^2 - 2u_2 v_2 u_3 v_3 \\ {x_2}^2 = {u_1}^2 {v_3}^2 + {u_3}^2 {v_1}^2 - 2u_1 v_1 u_3 v_3 . \\ {x_3}^2 = {u_1}^2 {v_2}^2 + {u_2}^2 {v_1}^2 - 2u_1 v_1 u_2 v_2 \end{cases}$

Or, en développant $\|u\|^2 \|v\|^2$, on retrouve 9 termes dont 6 apparaissent dans $\|u \wedge v\|^2$:

$\|u\|^2 \|v\|^2 = ({u_1}^2 + {u_2}^2 + {u_3}^2)({v_1}^2 + {v_2}^2 + {v_3}^2)$ d'où :

$$\|u\|^2 \|v\|^2 = \underbrace{{u_2}^2 {v_3}^2 + {u_3}^2 {v_2}^2}_{{x_1}^2 + 2u_2 v_2 u_3 v_3} + \underbrace{{u_1}^2 {v_3}^2 + {u_3}^2 {v_1}^2}_{{x_2}^2 + 2u_1 v_1 u_3 v_3} + \underbrace{{u_1}^2 {v_2}^2 + {u_2}^2 {v_1}^2}_{{x_3}^2 + 2u_1 v_1 u_2 v_2} + {u_1}^2 {v_1}^2 + {u_2}^2 {v_2}^2 + {u_3}^2 {v_3}^2$$

Donc :

$$\|u\|^2 \|v\|^2 = \underbrace{{x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2}_{\|u \wedge v\|^2} + 2u_2 v_2 u_3 v_3 + 2u_1 v_1 u_3 v_3 + 2u_1 v_1 u_2 v_2 + {u_1}^2 {v_1}^2 + {u_2}^2 {v_2}^2 + {u_3}^2 {v_3}^2$$

Donc : $\|u\|^2 \|v\|^2 = \underbrace{{x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2}_{\|u \wedge v\|^2} + \underbrace{(u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3)^2}_{(u|v)^2}$

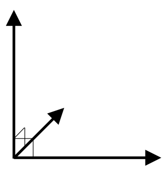
On a donc montré que : $\|u \wedge v\|^2 = \|u\|^2 \|v\|^2 - (u|v)^2$.
D'où : si (u, v) est une famille orthonormée alors $u \wedge v$ est unitaire.
Réciproquement, si un vecteur w est tel que (u, v, w) est donc une base orthonormée alors : $\underbrace{[u, v, w]}_{1} = (u \wedge v | w)$. On a aussi : $\underbrace{[u, v, u \wedge v]}_{1} = \underbrace{(u \wedge v | u \wedge v)}_{1}$.

Par différence : $0 = (u \wedge v | w - u \wedge v)$. Donc : $\begin{cases} (w - u \wedge v) \perp u \wedge v \\ (w - u \wedge v) \perp u \\ (w - u \wedge v) \perp v \end{cases}$.

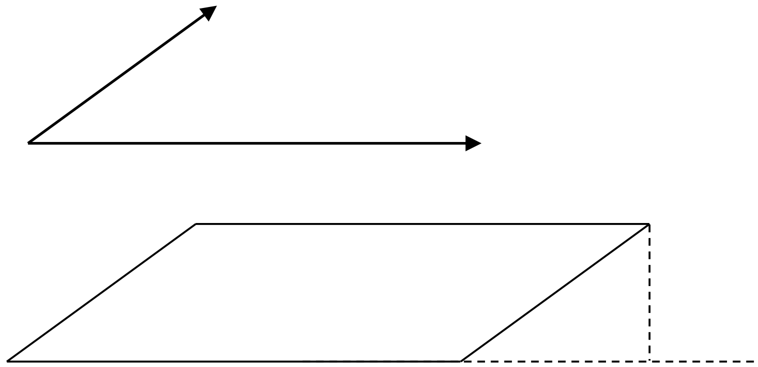
Donc : $w - u \wedge v$ orthogonal à tout vecteur de $\mathbb{R}^3$; donc : $w = u \wedge v$.

Illustration :

✓ $\|u \wedge v\|$ s'interprète géométriquement comme l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs u et v.



Preuve partant de la relation : $\|u \wedge v\|^2 = \|u\|^2\|v\|^2 - (u|v)^2$.
$(u|v)^2 = \|u\|^2\|v\|^2 cos^2(u,v)$ où (u,v) est la mesure de l'angle orienté dans le plan.
Donc : $\|u \wedge v\|^2 = \|u\|^2\|v\|^2 sin^2(u,v)$ *i.e.* : $\|u \wedge v\| = \|u\|\|v\||sin(u,v)|$.
Illustration :

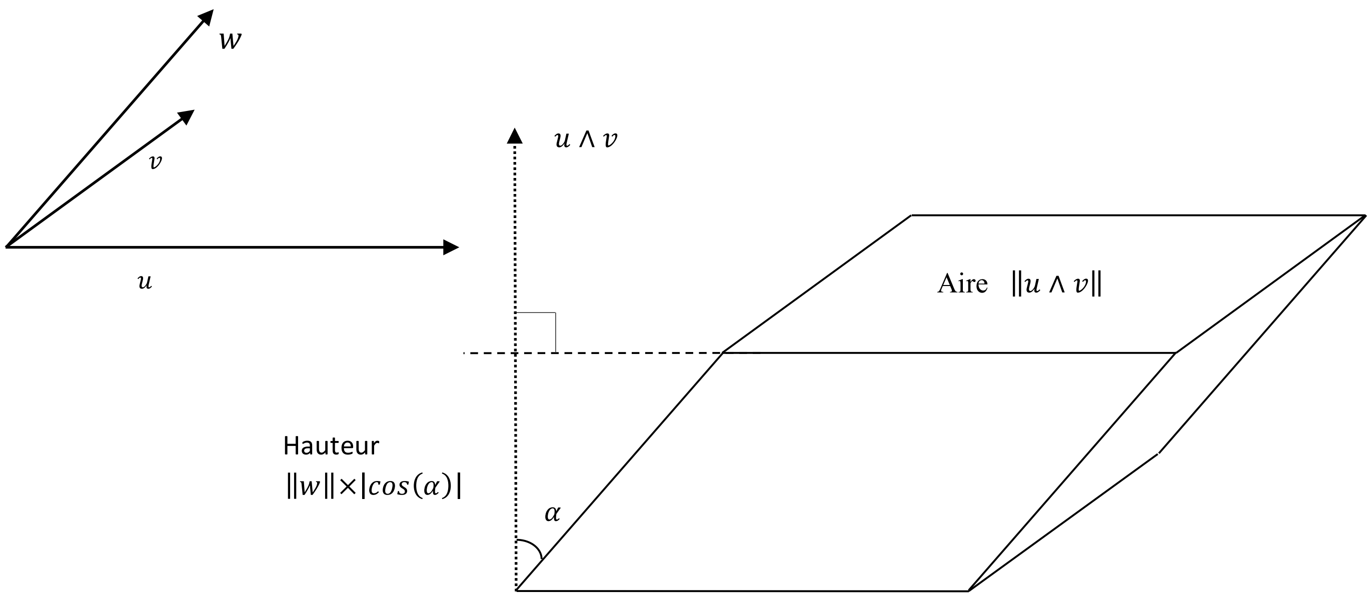


- ✓ Soient u, v, w trois vecteurs libres de $\mathbb{R}^3$.
  Alors la valeur absolue du produit mixte s'interprète géométriquement comme le volume d'un parallélépipède construit avec les vecteurs u, v et w.

  Preuve :
  $\|u \wedge v\|$ s'interprète géométriquement comme l'aire d'un parallélogramme construit sur les vecteurs u et v.

$$|\,[u,v,w]\,| = |(u \wedge v|\, w)| = \underbrace{\|u \wedge v\|}_{\text{aire de base}} \times \underbrace{\|w\| \times |\cos(u \wedge v, w)|}_{\text{hauteur}}$$

Illustration :



4. Structure de groupe algébrique

Nous proposons ici d'une part la définition formelle de ce qu'est un groupe algébrique puis une explication de cette définition en langue naturelle.
Ensuite, nous appliquons cette définition au groupe des transformations de l'espace affine euclidien.

Définition formelle

Soit E un ensemble non vide muni d'une loi de composition binaire <u>interne</u> notée $*$:

$$\forall x \in E, \qquad \forall y \in E, \qquad (x * y) \in E.$$

$(E, *)$ est un groupe si et seulement si :

(1) La loi * est associative : $\forall x \in E,\ \forall y \in E,\ \forall z \in E,\ (x * y) * z = x * (y * z).$

(2) E admet un élément neutre pour la loi * : $\exists e \in E / \forall x \in E,\ (e * x) = (x * e) = x.$

(3) Tout élément de E admet un symétrique pour la loi *:
$\exists e \in E / \forall x \in E, \exists x' \in E / \ (x * x') = (x' * x) = e.$

Explication

Les hypothèses de la définition signifie que le résultat de l'opération entre deux éléments quelconques de E est un élément de E.
Le (1) décrit une condition pour pouvoir calculer univoquement si on a plus de deux opérandes. Comme l'opération est binaire, on calcule pas à pas en considérant deux opérandes consécutifs. Le résultat ne change pas selon qu'on calcule d'abord avec les deux premiers opérandes ou avec les deux derniers.
Le (2) signifie qu'il existe un élément de E tel que pris comme opérande avec n'importe quel autre opérande x, le résultat est .
Le (3) signifie qu'on peut coupler tout élément de E avec un élément tel que le résultat de leur opération par * est l'élément neutre.

Application aux transformations de l'espace affine euclidien orienté

On note E l'espace affine muni d'une base orthonormée directe pour le produit scalaire usuel.
On note C un point de E et $\vec{v}$ un vecteur.
Les transformations fondamentales de l'espace sont définies ainsi :

- Les *homothéties de centre C, de rapport* k $(k \neq 0)$ ou agrandissements/réductions :

$$\boxed{h \left| \begin{array}{l} E \to E \\ M \mapsto M' \end{array} \right. \text{ tel que } \overrightarrow{CM'} = k \,.\, \overrightarrow{CM}}$$

- Les *translations de vecteur* $\vec{v}$: $\boxed{t \left| \begin{array}{l} E \to E \\ M \mapsto M' \end{array} \right. \text{ tel que } \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{v}}$

- Les *rotations d'axe passant par C orienté par* $\vec{v}$ ($\vec{v}$ non nul), *d'angle de mesure* θ :

$$\boxed{r \left| \begin{array}{l} E \to E \\ M \mapsto M' \end{array} \right. \text{ tel que :}} \quad \begin{cases} (\overrightarrow{CM'} | \vec{v}) = (\overrightarrow{CM} | \vec{v}) \\ CM' = CM \end{cases} \qquad \textit{i.e.}\text{: si } M \in (C, \overrightarrow{v}) \text{ alors } M' = M$$

$$\text{si } M \notin (C, \overrightarrow{v}\,), \left(\overrightarrow{CM} - \frac{(\overrightarrow{CM} | \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} \,.\, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{CM'} - \frac{(\overrightarrow{CM'} | \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} \,.\, \overrightarrow{v} \right) = \theta(2\pi)\,.$$

où $\frac{(\overrightarrow{CM} | \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} \,.\, \overrightarrow{v}$ et $\frac{(\overrightarrow{CM'} | \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} \,.\, \overrightarrow{v}$ désignent les composantes vectorielles selon l'axe $(C, \overrightarrow{v})$.

- Les *symétries orthogonales par rapport au plan passant par C orthogonal à la droite de repère* $(C, \vec{v})$ ($\vec{v}$ non nul) : $\boxed{s \left| \begin{array}{l} E \to E \\ M \mapsto M' \end{array} \right.}$ tel que $\overrightarrow{CM'} = \overrightarrow{CM} - 2\frac{(\overrightarrow{CM}|\,\vec{v})}{\|\vec{v}\|^2}\,.\vec{v}$.

On peut composer les transformations (appliquer l'une puis l'autre) et l'on obtient une nouvelle transformation de l'espace. La loi interne binaire des transformations de E est appelée *composition*.

Par exemple, la composée commutative d'une translation de vecteur $\vec{v}$ et d'une rotation d'axe dirigé par $\vec{v}$ ($\vec{v}$ non nul) est appelée *vissage*.

Certaines transformations forment des groupes algébriques : c'est le cas des homothéties de même centre et des translations, c'est le cas des rotations et symétries orthogonales laissant le point C invariant.

Les transformations de l'espace sont caractérisées par leur ensemble d'invariance globale ou point par point. C'est ce que nous expliquons dans la section qui suit.

Caractérisation des transformations fondamentales de l'espace par leur ensemble d'invariance

Soit $f : E \to E$ une application. Soit A une partie de E.

A est *globalement invariant* par f si et seulement si, pour tout point M de A, $f(M)$ est un point de A.

A est *invariant point par point* par f si et seulement si, pour tout point M de A, $f(M) = M$.

Considérons $f : E \to E$ une transformation fondamentale définie dans la section précédente :

- Si f est une homothétie de centre C, de rapport k ($k \neq 0$) alors :
  - Si $k = 1$ alors E est invariant point par point.
  - Si $k \neq 1$ alors toute droite passant par C est globalement invariante et C est le seul point invariant par f. En effet (Figure 1), pour tout point M distinct du point C, le point M' image par f est aligné avec les points M et C.

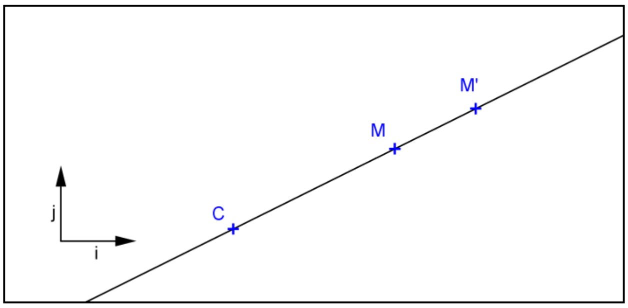
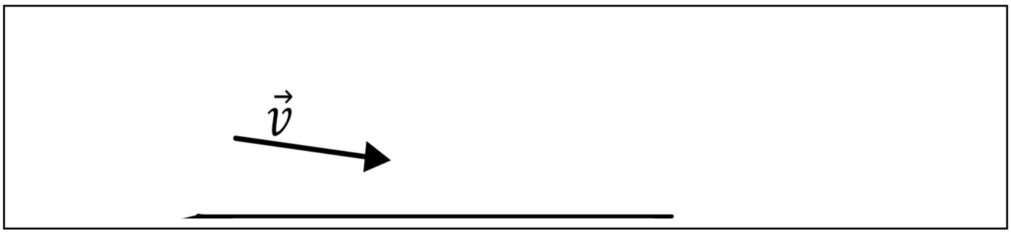


Figure 2 : soit un point M distinct de C.
La droite $(\boldsymbol{CM})$ est globalement invariante par l'homothétie de centre $\boldsymbol{C}$, de rapporte $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

- Si f est une translation de vecteur $\vec{v}$ alors :
  - Si $\vec{v} = \vec{0}$ alors E est invariant point par point.

- Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ alors toute droite et tout plan dirigé par $\vec{v}$ est globalement invariant. Il n'y a de plus aucun point invariant par f. En effet (Figure 2), pour tout point M, on a : $\overrightarrow{MM'} = \vec{v} \neq \vec{0}$ donc $M' \neq M$.



- Si f est une rotation d'axe orienté par vecteur $\vec{v}$ ($\vec{v}$ non nul) et d'angle de mesure θ alors :
  - Si $\theta = 0$ alors E est invariant point par point,
  - Si $\theta \neq 0$ alors l'axe passant par C orienté par $\vec{v}$ est invariant point par point. En effet (Figure 3), si $M \in (C, \vec{v})$ alors $\overrightarrow{CM} = \frac{(\overrightarrow{CM} | \vec{v})}{\|\vec{v}\|^2} . \vec{v}$ donc $CM = \frac{|(\overrightarrow{CM} | \vec{v})|}{\|\vec{v}\|}$ et il en va de même pour M'.
    On déduit : $M' = M$.

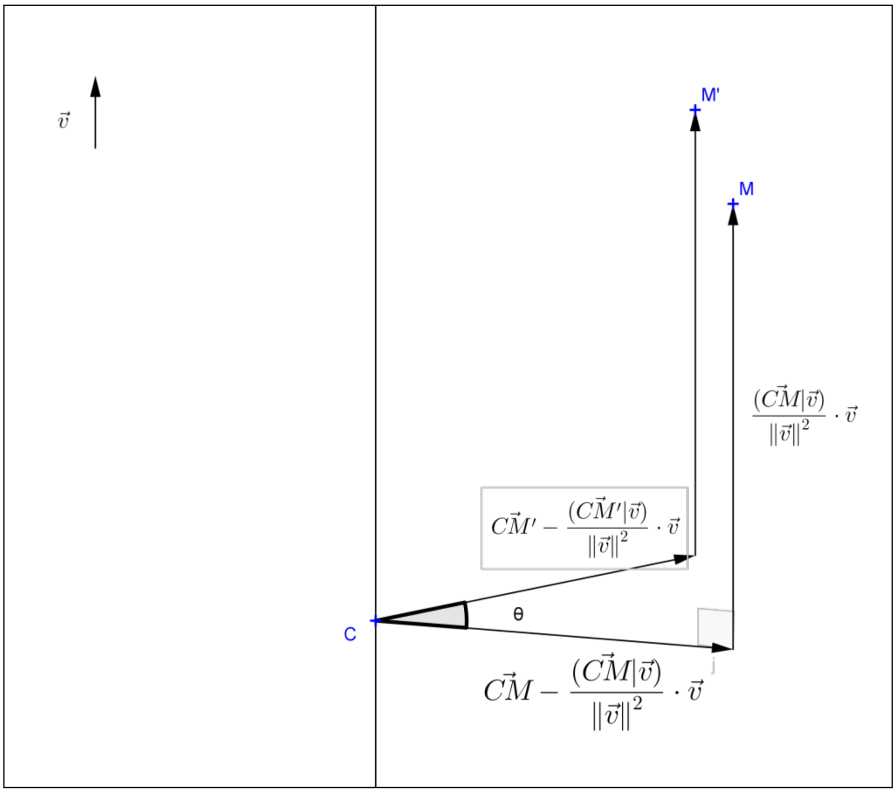


Figure 3 : soit un point M hors de l'axe $(C, \vec{v})$ de la rotation.

La composante de $\overrightarrow{CM}$ selon l'axe est inchangée par la rotation de même axe.

L'axe de la rotation est invariant point par point par la rotation d'angle $\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\theta} \neq \mathbf{0}(\mathbf{2\pi}))$.

– Si f est une symétrie orthogonale par rapport au plan passant par C orthogonal à la droite de repère $(C,\vec{v})$ ($\vec{v}$ non nul) alors ce plan est invariant point par point.

En effet (Figure 4), M est un point du plan si et seulement si $\overrightarrow{CM}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux, *i.e.* : $\left(\overrightarrow{CM} \mid \vec{v}\right) = 0$.

Ce qui équivaut : $\overrightarrow{CM'} = \overrightarrow{CM}$.

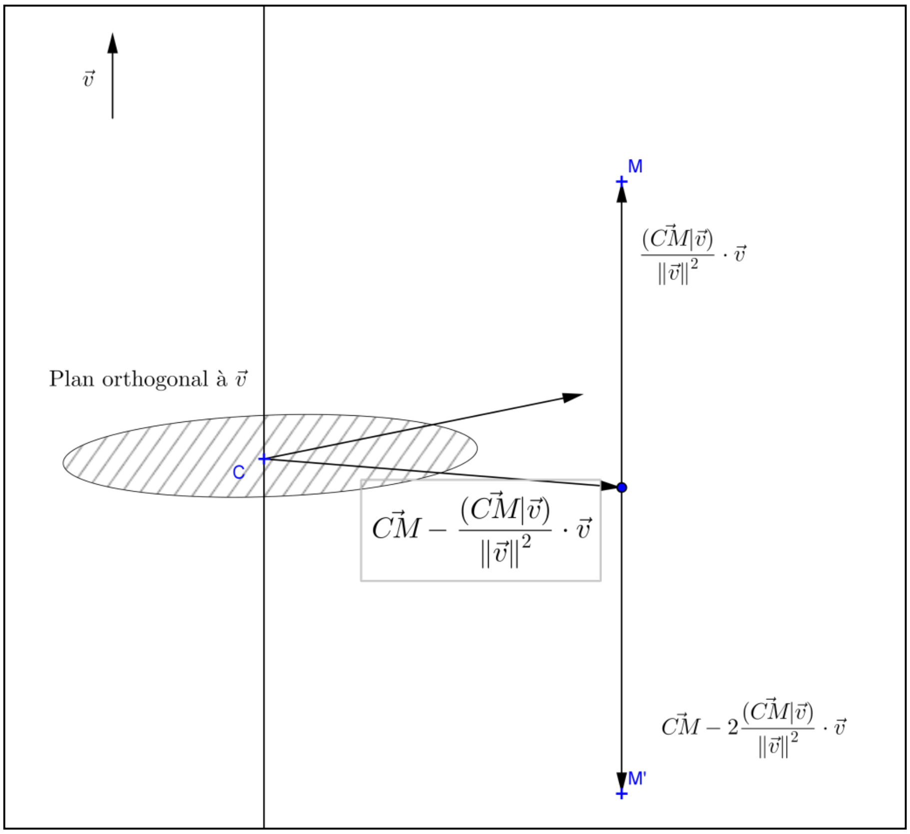


Figure 4 : soit un point $\boldsymbol{M}$ hors de l'axe $(\boldsymbol{C},\vec{\boldsymbol{v}})$ de la rotation.

La composante de $\overrightarrow{\boldsymbol{CM}}$ orthogonale à l'axe est inchangée par la symétrie parallèlement à ce même axe.